Josef Novák; František Vyčichlo; Rudolf Zelinka

Сообщения. Шестьдесят лет академика Эдуарда Чеха

Czechoslovak Mathematical Journal, Vol. 3 (1953), No. 2, 183–194

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/100081

Чехословацкий математический журнал, т. 3 (78) 1953

СООБЩЕНИЯ

ШЕСТЬДЕСЯТ ЛЕТ АКАДЕМИКА ЭДУАРДА ЧЕХА

29-го июня с. г. исполнится шестьдесят лет со дня рождения выдающегося чехословацкого математика, академика *Эдуарда Чеха*, директора Математического института Чехословацкой академии наук и профессора Карлова университета.

С восхищением, уважением и радостью мы бросаем теперь беглый ретроспективный взгляд на его широкую и всестороннюю деятельность для ознакомления с нею всей нашей математической общественности.

Мы делаем это, исходя из убеждения, что изучение выполненной им большой работы, выявление побуждений и стремлений передового нашего ученого и педагога воодушевит молодое поколение и поможет, таким образом, создать математический коллектив, способный к творческой работе. А это и является нашим искренним пожеланием юбиляру на дальнейшие годы его работы.

Проф. Чех родился 29-го июня 1893 г. в селе Страчов недалеко от Градце Кралове. В 1912 г. он поступил на математическое отделение философского факультета Карлова университета, где в то время было только два профессора математики. Математические способности у него проявились уже в гимназии, и в высшее учебное заведение он поступил с такими знаниями, какие нормальный студент получает за два года университетских занятий. После приезда в Прагу источником его математического образования была библиотека Общества чехословацких математиков и физиков, где Чех провел много времени и прочел большое количество математических книг, причем в выборе их он руководствовался собственными соображениями. В качестве второго предмета университетского курса он выбрал начертательную геометрию и поэтому сосредоточил свой интерес также на элементарной и проективной геометрии. Интерес к этим двум математическим дисциплинам сохраняетса у него в течение всей жизни.

Чеху не пришлось долго учиться в Карловом университете. После пяти семестров его взяли в 1915 г. на военную службу. Однако, хорошего солдата из него не получилось; свое вынужденное пребывание на военной службе он использовал для изучения русского, немецкого и итальянского языков. После окончания войны он завершил в 1919 г. университетский курс и в 1920 г., защитив диссертацию, был удостоен степени доктора философии.

В это время Чех начал систематически заниматься научной работой. Он посвятил свое внимание систематическому изучению дифференциальных проективных свойств геометрических фигур. Он познакомился с работами *Г. Фубини*. Получив небольшую государственную стипендию, он провел учебный год 1921-22 в Турине. Г. Фубини весьма заинтересовался способным математиком, его научными идеями и геометрическими построениями, основанными на понятии касания. Перед отъездом Чеха из Турина Фубини предложил ему сотрудничество над книгой о проективной дифференциальной геометрии. Это было большим успехом для молодого Чеха. Книги, написанные потом совместно обоими авторами, из которых одна вышла на итальянском языке в Болонье, а другая на французском в Париже, принесли им мировую известность.

В 1922 г. Э. Чех был оставлен при кафедре математики на естественном факультете Карлова университета в Праге. Через год он был назначен экстраординарным профессором на факултете естественных наук Масарикова университета в г. Брно, где в то время освободилось место после профессора *Матиаша Лерха*, умершего в 1922 г. Кафедрой геометрии в Брно заведывал тогда профессор *Л. Зейферт*. Чеху было предложено чтение лекций по алгебре и анализу. Ясно, что эта задача не была легкой для математика, который посвятил себя специальному изучению дифференциальной геометрии, тем не менее он выполнил ее с честью. Со свойственным ему усердием и выдержкой он изучил соответствующую литературу и в течение двенадцати лет с успехом читал лекции по алгебре и анализу. В 1928 г. он был назначен ординарным профессором. Только лишь в 1935 г. он добился учреждения на естественном факультете в Брно еще одной (третьей) кафедры математики, на которую был назначен проф. Д-р *О. Борувка*.

При таких обстоятельствах Чех не мог заниматься исключительно дифференциальной геометрией, ему пришлось обращать внимание и на те области математики, которые связаны с анализом и алгеброй. В частности, он начал изучать топологию. Он изучал результаты выдающейся польской математической школы, которые опубликовывались в *Fundamenta Mathematicae*.

Это были главным образом статьи *Куратовского*, *Серпинского*, *Кнастера*, *Мазуркевича*, а затем и *Борсука* и *Эйленберга*. Большой интерес Чеха к топологии доказывается тем обстоятельством, что он за короткое время изучил все статьи, помещенные в первых пятнадцати томах *Fundamenta Mathematicae*. Он следил также за американской топологической литературой, за работами *Э. Х. Мура* и его учеников, а также за результатами *Александрова* и *Лефшеца* в комбинаторной топологии. Начиная с 1931 г., Чех перестал работать в области дифференциальной геометрии и занялся исключительно общей и комбинаторной топологией. Будучи первоклассным знатоком этих областей, он прославил чешскую математическую науку на весь мир. Об этом свидетельствует, в частности, тот факт, что в книге Лефшеца *Algebraic topology* его имя принадлежит к числу наиболее часто цитируемых авторов.

По приглашению Института для высших исследований (*Institute for advanced study*) Чех провел часть 1935 г. в Принстоне в США. После возвращения из Америки Чех старался создать систематическую и организованную математическую школу. Он основал в Брно топологический семинар, которому посвятил весь свой интерес и научный опыт. В начале семинар исходил из инициативных работ собетских математиков Александрова и *Урысона*. От его основания до того времени, когда в 1939 г. немцы насильно закрыли чешские высшие учебные заведения, в этом семинаре возникло 26 научных работ, написанных по предложению профессора Чеха. Однако и после закрытия семинара Чех образовал со своими ближайшими сотрудниками *Поспишилом* и *Новаком* рабочую группу, которая собиралась в квартире Поспишила до самого ареста последнего агентами гестапо в 1941 г. Смерть этого молодого способного математика 27-го октября 1944 г. после его возвращения из концентрационного лагеря нанесла жесткий удар надеждам Чеха. На деятельность Чеха в топологическом семинаре нужно смотреть как на первый в нашей стране опыт широкой организации коллективной систематической научной работы в области математики. Этот опыт вполне удался.

После окончания войны в 1945 г. профессор Чех после двадцатидвухлетней деятельности в Брно перевелся в Карлов унивесритет в Праге. На новом месте его ожидали важные организационные проблемы. С 1947 г. он заведывал *Математическим институтом Чешской академии наук и искусств* вплоть до реорганизации в 1950 г., когда он был назначен директором *Центрального математического института*. При основании Чехословацкой академии наук в 1952 г. Чех был среди первых, удостоенных звания академика, ученых. Он был назначен заведующим *Математическим институтом Чехословацкой академии наук*.

Организационная деятельность проф. Чеха в Праге после 1945 г. не была единственной работой, которой он интенсивно занимался для успеха нашей науки.

Проф. Чех является одним из первых наших ученых — математиков, которые давно поняли, чро педагогическая работа в высших учебных заведениях должна протекать в тесной связи с работой учителей школ низших ступеней. Проф. Чех формулирует и пропагандирует тот принцип, что университетский педагог и ученый должен особенно интересоваться работой в школах низших ступеней и, кроме того, помогать при решении проблем этих школ.

Поэтому перед самой войной и во время оккупации появляются учебники математики Чеха для низших классов бывших гимназий; после 1945 г. они применяются в несколько измененном виде и в городских школах, где они выполнили большую работу, главным образом среди учителей, и в значительной мере помогли заполнить рад пробелов в подготовке учителей городских школ для задач, поставленных перед ними единой школой. Ни кто иной, как Чех, систематически указывал на погрешности, которые допускались в первой республике против учителей этих школ тем, что власти не только не заботились об их университетском образовании, но высказывались прямо против него. Сравнивая учебники Чеха, вышедшие в свет до того, как мы познакомились с советскими образцами, мы видим, что именно широкий научный кругозор помог создать учебники, которые вполне удовлетворяют требованиям советской педагогики и методическим инструкциям, почти ежегодно издаваемым министерством народного образования РСФСР. Методическая и критическая советская литература в полной мере подтвердила и подтверждает созданную Чехом концепцию учебников.

После 1945 г. Чех уделяет большое внимание и основам (программам) школьной математики, помагает очищать математику от влияния американской декадентской психологии, которая преобладала в наших школах первой и второй ступени во время первой республики. При этом он постоянно обращает внимание на вопросы идейно-политического воспитания и на роль, которую призвана сыграть на этом поприще школьная математика. Он сам переводит известную методику арифметики *Березанской* и дает инициативу к переводам других книг подобного рода.

После издания закона о единой школе проф. Чех был назначен председателем обоих подкоммиссий для разработки учебников математики для школ второй и третьей ступени. Учебники для второй ступени исходят из материала, который он с большим трудом и старанием собрал уже при работе над своими учебниками. В учебниках математики для гимназий также проявляется объединяющее влияние редакции Чеха. Много внимания уделяется в них образованию математических понятий в мысли учащихся, развитию способности к абстрактному и логическому мышлению. Все эти принципы были приняты в 1951 г. в *резолюции ЦК КПЧ об учебниках.*

Проблемам школьной математики Чех посвятил много времени и энергии в ряде педагогических семинаров, проведенных в Брно, а потом и в Праге; некоторые из этих семинаров предназначались прямо для учителей в действительной службе.

Точно так же в целом ряде университетских лекций, скриптов, статей и других работ Чех уделял внимание элементарной и специально школьной математике, имея при этом в виду не только студентов — будущих учителей, но главным образом учителей в действительной службе.

В тесной связи с проблематикой элементарной и школьной математики состоит работа Чеха и в области идеологических вопросов. Взгляды Чеха на воспитательное значение школьной математики вполне совпадают с воззрениями советской педагогики (см. напр. *Каиров*). Как сознательный член партии, Чех старался подчеркнуть в концепции школьной математики те разделы, которые помогают создавать научное миросозерцание нашего молодого поколения. Ни кто иной, как Чех знакомил нашу учительскую математическую общественность и заведующие школами органы с советскими взглядами. Примером могут служить т. н. *сталинские документы*, по которым была организована советская средняя школа; по его инициативе они были переведены на чешский язык.

Профессор Чех стал передовым ученым мирового формата в области математики. Он принимал участие в ряде математических конгрессов, где блестяще представлял чешскую математическую науку. Он читал лекции по приглашению во многих университетах: в Варшаве, Львове, Москве, в Вене, в Принстоне, Анн Арборе, Нью Йорке, в Гарвардском университете и др. Он стал членом многих ученых обществ, как напр. *Чешской академии наук и искусств*, *Королевского чешского научного общества*, *Моравского общества естествоиспытателей*, почетным членом *Общества чехословацких математиков и физиков*, членом общества *Polskie towarzystwo matematyczne*, первым заграничным членом ученого общества *Towarzystwo Naukowe* во Вроцлаве и почетным доктором варшавского университета.

Научная деятельность проф. Чеха весьма богата и затрагивает несколько областей математики. Его работы глубоки и инициативны. Они относятся к проективной дифференциальной геометрии, далее к математическому анализу и, наконец, к топологии — как общей, так и комбинаторной. В области проективной геометрии Чех написал в общем 37 работ (в присоединенном списке эти работы обозначены номерами 1—19, 21—27, 29—34, 36, 37, 41, 43, 75 и 77) и три книги (1, 2, 3), из которых две написаны вместе с Г. Фубини. К математическому анализу можно отнести 6 работ (№№ 20, 28, 35, 38, 39, 42) и две книжки (5, 6), к общей топологии относится в общем 12 работ (№№ 40, 45—48, 53, 54, 60, 70, 72, 73, 74), из которых одна (73) была написана вместе с Б. Поспишилом и одна (74) вместе с Й. Новаком, и еще одна книга (4); комбинаторной топологии касается 20 работ (44, 49—52, 55—59, 61—69, 71). Кроме того Чех издал две книги по аналитической геометрии (№ 7).

Работы по дифференциальной геометрии занимают большую часть всего научного творчества проф. Чеха и являются характерными для его научной работы, как проблематикой, так и методами разработки. Они исходят из ясной геометрической мотивировки проблемы, содержат большею частью полные и весьма тщательные решения, требующие всеобъемлющего знания аналитических методов, и выдвигают новые проблемы.

Первые работы проф. Чеха (см. работы № 1—6, 11, 13) дают алгебраическое описание окрестностей различных точек на поверхности. В них изучается элемент поверхности непосредственно, геометрическим путем, с использованием элементарных аналитических методов и специальных бирациональных преобразований. Например, в работе № 5 рассматриваются элементы 4-го порядка линий поверхности и т. н. квадрики Мутара, и найдены важные соотношения между квадриками, принадлежащими к различным касательным, построенным в точке поверхности. В следующей работе рассматриваются аналогично элементы косой линейчатой поверхности вдоль всей образующей. Дополнения к этим исследованиям окрестности точки (прямой) на поверхности носят также геометрический характер (см. № 29 и 32). Уже в этих первых работах проф. Чех затрагивает также сродства между двумя поверхностями. Он показывает (см. № 4), что каждое соответствие между двумя неразвертывающимися поверхностями, при котором в каждой паре соответствующих друг другу точек имеет место коллинейное соответствие соприкасающихся плоскостей кривых, является проективной деформацией Фубини. Под проективной деформацией между поверхностями S и S_1 мы понимаем сродство, при котором точке A поверхности S соответствует точка B поверхности S_1 так, что S_1 можно заменить коллинейной поверхностью S_2, чтобы соответствующие друг другу кривые поверхностей S и S_2 имели в A касание второго порядка.

Изучение литературы и сношения с проф. Фубини дали импульс к решению важной задачи: *Определить поверхности, для которых все кривые Дарбу* (*соотв. Сегра*) *будут плоскими кривыми* (№№ 7, 8, 9). Работы, которые приносят решение, содержат неизвестную перед тем геометризацию интегрирования дифференциальных уравнений в частных производных и определяют специальные поверхности, тесно связанные с теоремой сложения эллиптических функций.

Проективная дифференциальная геометрия поверхностей, которую разрабатывал проф. Фубини с сущности как исследование проективных инвариантов форм $F_2 = \sum a_{ik}\, du_i\, du_k$, $F_3 = \sum a_{ikl}\, du_i\, du_k\, du_l$, для которых имеют место тождества

$$\begin{aligned} a_{22}a_{111} - 2a_{12}a_{112} + a_{11}a_{122} &= 0, \\ a_{22}a_{112} - 2a_{12}a_{122} + a_{11}a_{222} &= 0, \end{aligned}$$

была дополнена и углублена проф. Чехом в нескольких работах (№№ 10, 14, 18, 21). В частности проф. Чех дал геометрическое определение указанных форм (№ 14), постоянно пользовался принципом двойственности, дал геометрическое толкование линейного проективного элемента $\dfrac{F_3}{F_2}$ и интеграла $\int \frac{F_3}{F_2}$ вдоль произвольной кривой поверхности. Далее, он занимался вопросом, когда возможна проективная деформация одного линейного проективного элемента в другой. Решение поставленной *Э. Картаном* задачи позволяет установить, можно ли две данные поверхности проективно деформировать одну на другую, и определить самый общий вид такой проективной деформации.

Геометрическое использование произвольного множителя однородных координат и двойственности при аналитических исследованиях поверхностей является большим вкладом, внесенным геометрическими работами проф. Чеха. Метод был им показан в работе № 12 и использован при решении специальных вопросов, как, напр., при поисках необходимого и достаточного условия для касания второго порядка двух поверхностей вдоль кривой, при характеризировании кривых Дарбу, при определении свойств проективной геодезической (№ 19) и др.

Новое направление в исследовании кривых на поверхности в аффинном пространстве дается в работах № 15 и 16. Здесь рассматриваются связки (полосы) элементов касания от первого до третьего порядка вдоль кривой на поверхности. Отыскиваются аффинные инварианты связок (полос) при помощи двух дифференциальных форм, которыми определяется (вплоть до унимодулярного аффинного соответствия) поверхность, содержащая эту связку (полосу). Далее выводятся формулы, аналогичные формулам Френе, определяются связки (полосы) элементов поверхности при помощи инвариантов и решаются другие геометрические вопросы. Аналогичные проблемы в проективном пространстве решены в работе № 25 и 26. Здесь, однако, исключаются из рассмотрения косые линейчатые поверхности и связки (полосы) элементов второго порядка.

Касание кривых было подробно исследовано в частности в работе № 27 и 37. Здесь автор занимается проблемой, обобщающей известную задачу, решенную *Хальфеном* в 1880 г.: В проективном n-мерном пространстве E_n даны две кривые k_1, k_2, имеющие в общей точке A касание порядка $s - 1$. Определить линейное m-мерное пространство $S \subset E_n$ так, чтобы касание проекций кривых из пространства S было данного порядка $s + \sigma - 1$ ($\sigma \geqq 1, \sigma \leqq s$). При решении проблемы проф. Чех углубил понятие аналитического касания двух кривых, которое ввел в геометрию Фубини.

Косые линейчатые поверхности проф. Чех исследовал при помощи форм (№№ 17, 20, 22 и 23) и положил здесь основание, на котором базировали при своих исследованиях о косых линейчатых поверхностях (флекнодальные свойства, специальные конгруэнции W) некоторые чешские и иностранные математики.

Проективная деформация поверхности, введенная Г. Фубини в 1916 г., о которой мы уже упоминали, и которую углубил Э. Картан в 1920 г., не раз привлекала к себе внимание проф. Чеха, в особенности в работах № 24 и 43. Здесь он разбирал вопрос о существовании поверхности, допускающей ∞^1 проективных деформаций самой в себя. Так как проблема отыскания поверхностей, допускающих ∞^2 проективные деформации, тождественна с задачей отыскания всех поверхностей, на которых существует ∞^1 сетей, R, то проф. Чех подробно исследовал проблему отыскания всех поверхностей, на которых существует семейство ∞^1 сетей R, в том числе сеть с равными инвариантами. Нужно заметить, что с проблемами, здесь вполне решенными, не справились ни *Б. Сегре*, ни *Э. Бомпиани*.

На работы о проективной деформации опираются работы № 30, 33 и 41, в которых вводятся два важных инварианта асимптотического соответствия двух поверхностей. Если u, v означают асимптотические параметры поверхности S', которая не является линейчатой, и поверхности S_1', состоящей с первой в асимптотическом соответствии, то линейные проективные элементы будут иметь вид, соответственно, $\frac{\beta\, \mathrm{d}u^3 + \gamma\, \mathrm{d}v^3}{2\mathrm{d}u\, \mathrm{d}v}$ и $\frac{\beta_1\, \mathrm{d}u^3 + \gamma_1\, \mathrm{d}v^3}{2\mathrm{d}u\, \mathrm{d}v}$, где $\beta\gamma\beta_1\gamma_1 \neq 0$. Тогда проективные инварианты асимптотического соответствия будут $r = \frac{\beta_1}{\beta}$, $s = \frac{\gamma_1}{\gamma}$. При помощи инвариантов r, s он решает различные геометрические проблемы, а также выводит свойства конгруэнции W относящиеся к асимптотическому соответствию между фокальными поверхностями, порождаемому конгруенцией.

Проективные свойства сетей плоских кривых исследуются в работе № 31 и 36. Проективная геометрия сети плоских кривых представляется с одной стороны, как обобщенная аффинная геометрия поверхности, а с другой — показана тесная ее связь и с проективной геометрией поверхности, равно как и с проективной геометрией сродства W между двумя плоскостями.

Книги: *Geometria proiettiva differenziale* I и II и *Introduction à la géométrie projective différentielle des surfaces*, написанные вместе с проф. Фубини, содержат многие результаты из упомянутых работ и дальнейшие новые; встречаются здесь уже многие намеки на теорию, возникшую из некоторых проблем (например, начала теории соответствий между двумя плоскостями), решенных в основных работах.

Все упомянутые до сих пор работы касаются главным образом линейного трехмерного проективного пространства; исключение составляют, напр., работы № 22, 27, 37. В последние годы (после 1945 г.) проф. Чех возвратился к изучению дифференциальной геометрии и занимается соответствиями между линейными n-мерными пространствами. Из этой области он опубликовал работы большого значения № 75, 77 и подготовляет дальнейшие к печати. При этом ранее изученная проективная деформация выступает в новом освещении и получает новое геометрическое толкование.

В находящихся в печати работах проф. Чех занимается еще одним новым понятием, а именно проективной деформацией слоя поверхностей (гиперповерхностей), ставшим исходным понятием для некоторых работ самых молодых его учеников. Кроме того он возвращается со своими аспирантами к изучению работ К. Сегре и к основам тензорного анализа, который часто применяется к решению геометрических проблем.

Работы проф. Чеха по дифференциальной геометрии содержат оригинальные подходы к различным геометрическим вопросам, понятиям и теориям и дают много импульсов к дальнейшим работам. К сожалению, до сих пор только узкий круг его учеников серьезно изучал эти работы. Это объясняется, быть может, трудной проблематикой, геометрической интуицей и трудоемкими вычислениями, представляющими для проф. Чеха родную стихию.

В области математического анализа Чех занимался алгебраическими формами $f(x_i)$ с коэффициентами, зависящими от одного переменного t (20). Оригинальными методами он выводит (28) основные свойства функций x^s, e^x, $\log x$, $\sin x$ и $\cos x$, интересуется элементарным методом Петра для исследования рядов Фурье функций вида $\int_a^x F(t)\,dt$ и обобщает (35) этот метод на функции с конечной вариацией в интервале $(0,2\pi)$. Он опубликовал простое доказательство теоремы Коши и формулы Гаусса (38, 39). Он интересовался также непрерывными функциями, принимающими каждое свое значение конечное число раз (42).

В области общей топологии внимание Чеха привлекла теорема Жордана о разложении плоскости при помощи просто замкнутой кривой; опираясь о лемму Броувера, Чех дает простое и сжатое доказательство теоремы Жордана (40). В топологической литературе появилось важное понятие неприводимой связности между $n = 2$ точками (Леннес, Кнастер, Куратовский). Чех обобщил это понятие на $n > 2$ (46). Далее, проф. Чех рассматривает метрические компактные континуумы C, на которых существует непрерывная действительная функция $f(x)$ такая, что уравнение $f(x) = c$ имеет для каждого действительного числа c конечное число решений $x \in C$, причем он приводит их характерные свойства (47). Он интересуется также теоремой о n дугах (*n-Bogensatz*) и притом с несколько более общей точки зрения, чем *Менгер* и *Нёбелинг*.

Важный вклад в теорию размерности Чех внес своей работой (48), посвященной изучению размерности совершенно нормальных пространств, т. е. нормальных пространств, в которых каждое открытое множество есть F_σ. Проф. Чех применил в качестве рекуррентного определения размерности известную теорему *Гуревича* (*Hurewicz*): Если A — замкнутая часть не более чем n-мерного пространства, то существуют сколь угодно малые окрестности множества A с не более чем $(n - 1)$-

мерной границей. В то время как *Менгер* и Урысон доказали главные теоремы теории размерности для компактных пространств, и Гуревич — для сепарабельных пространств, Чех доказывает, что теорема о размерности части, теорема о сложении и теорема о покрытии справедливы также в совершенно нормальных пространствах. Возможность дальнейшего развития теории размерности была блестящим образом доказана *Катетовым* в его последних работах.

Самой выдающейся работой Чеха в области множественной топологии является исследование о бикомпактных пространствах (72). Чех здесь определяет бикомпактную оболочку $\beta(S)$ вполне регулярного пространства S как бикомпактное пространство Хаусдорфа, в котором S плотно, и каждую органиченную и непрерывную функцию на S можно непрерывно распространить на $\beta(S)$. Известное построение Тихонова (*Über die topologische Erweiterung von Räumen, Math. Annalen* 102, 1930) обеспечивает существование чеховой бикомпактной оболочки $\beta(S)$ вполне регулярного пространства S и — как доказал Чех — такая оболочка существует лишь одна. Далее, Чех доказал, что топология вполне регулярного пространства S, выполняющего первую аксиому счетности, полностью определяется топологией в $\beta(S)$, так как S является как раз множеством всех тех точек из $\beta(S)$, которые имеют в $\beta(S)$ счетный характер. Эта важная работа Чеха возбудила большой интерес во всем мире. У нас на бикомпактной оболочке Чеха базируют работы Поспишила, Новака и Катетова. Независимо от Чеха некоторые свойства бикомпактных оболочек вывел *Стоун*, пользуясь при этом совершенно иным методом.

Из лекций, читанных профессором Чехом в топологическом семинаре в Брно с 1936 г., возникла работа „*Топологические пространства*“ (70), содержащая основные понятия и важнейшие свойства общих топологических пространств. Две научные работы были опубликованы Чехом совместно с его учениками, членами топологического семинара. Вместе с Б. Поспишилом он написал работу (73), которая занималась нижней оценкой мощности $\mathfrak{a}$-компактного топологического пространства, характером точек в $\mathfrak{L}$-пространстве действительных функций, непрерывных в топологическом пространстве, а также числом топологий определенного типа. *Х. Валльман* дал построение бикомпактного пространства ωQ, содержащего данное топологическое пространство Q в качестве плотного подмножества; в работе № 74, написанной Чехом вместе с Й. Новаком, доказано, что ωQ можно характеризовать т. наз. регулярной и комбинаторной иммерсией Q в пространство ωQ.

Книга „*Точечные множества*“ с добавлением профессора *Ярника* „*О производных числах функций одного переменного*“ была авангардной книгой в чешской математической литературе, рассматривающей метрические пространства и теорию меры. Ее в большой мере изучало молодое математическое поколение, которому импонировала главным образом точность и оригинальность подхода.

Работа № 44 характерна — это первая работа Чеха, посвященная комбинаторной топологии. В ней доказываются три общие теоремы, содержащие в виде частных случаев некоторые известные результаты о разбиении плоскости, выведенные перед тем сложным способом польскими математиками *Янишевским*, Куратовским и *Страшевичем*. Чех получил самые общие результаты этого рода вплоть до тезиса Эйленберга в 1936 г. В работе № 49 Чех дал общие основания гомологии и построил так общую теорию гомологии в произвольном пространстве. Эта работа приобрела широкую известность; много математиков во всем мире во время войны и после ее базировали на теории гомологии Чеха. В работе № 57 была впервые разработана комбинаторная теория многообразий на чисто множественном основании. Одновременно и независимо от него такую теорию создал Лефшец и привел ее в работе *On generalized manifolds (Amer. Journal of Math.* 55, 1933). В прежних работах этого рода авторы исходили из лишнего предположения многогранной (полиэдрической) структуры. В то время как Лефшец ограничился сепаравельными метрическими пространствами, Чех развивает теорию для бикомпактных неметризируемых многообразий. Важным дополнением работы № 57 является короткая статья (№ 65), где без доказательства дано в общих чертах дальнейшее обобщение. Теория многообразий была далее разработана *Уайльдером* в книге *Topology of manifolds* (1949 г.), многие части которой возникли по побуждениям проф. Чеха, что в книге прямо указывается. По вызову проф. Чеха *Уайли* дает построение многогранных (полиэдрических) объектов не являющихся многообразиями, но ведущих себя до определенной размерности как многообразия (**Čas.,** 66, 1936-37, 20 страниц).

Дальнейшее обобщение многообразий содержится в мимеографированных лекциях, которые проф. Чех читал в 1935 г. в Принстоне как член Института для высших исследований. Эти лекции были потом отпечатаны на испанском языке в журнале *Revista matematica Hispano-Americana* (71). Дальнейшие возможности этой теории и ее приложений послужили темой лекции (62), которую Чех прочел на втором съезде математиков славянских стран в Праге в 1934 г. и в заметке, опубликованной в журнале *Математический сборник*, 1, 1936 (см. № 69).

Большое значение имеет работа № 64, опубликованная в *Fundamenta Math.* в 1945 г. и касающаяся групп Бетти бесконечного комплекса. В ней решается проблема, которая в книге Александрова-Хопфа: *Einführung in die kombinatorische Topologie,* считается весьма трудной. В работе применяются глубокие алгебраические рассуждения, которые далее развиваются в исследовании „*О группах Бетти компактных пространств*“ (№ 67, без доказательств). Нужно заметить, что к подобным результатам пришел независимо *Стинрод*, однако, работа Чеха имеет безусловно приоритет. Алгебраические методы совершенствовались далее Эйленбергом и *Мак Лейном* и напечатаны в добавлении к книге Лефшеца ,,Алгебраическая топология" (*Algebraic Topology*).

Одновременно и независимо друг от друга Чех и Александров ввели и разрабатывали теорию локальных чисел Бетти (61) и локальные связности высших порядков, определенные с помощью гомологии (63). Часть этой теории была более подробно разработана в исследованиях на чешском языке (56, 58).

Теория когомологии была независимо введена в 1935 г. *Алехандером* и *Колмогоровым*, а также независимо Чехом и *Уитни*. Приоритет принадлежит первым двум авторам. Их определение произведения двух ковариантных циклов содержит, однако, числовой множитель, не позволяющий применять теорию в случаях, когда коэффициенты принадлежат конечной группе. Метод Чеха (68) обладает тем достоинством, что обходится без этого неприятного фактора. В работе дана теория двойственности для полиэдрических многообразий и распространяется новым простым способом и на p-многообразия. Теория ковариантных циклов далее с успехом разрабатывалась Уитни, Александровым, *Лерейем* и другими.

Важное понятие многомерных групп гомотопии, разработанное с таким удивительным успехом Гуревичем, было впервые введено Чехом, о чем свидетельствует его лекция (51) на международном математическом конгрессе в Цюрихе в 1932 г.

В своих топологических работах проф. Чех занимался весьма трудными проблемами, вызвавшими живой интерес среди математиков всего мира. Многие из них были им решены, у некоторых он указал путь к дальнейшим исследованиям, а некоторые остались нерешенными. Мы выражаем надежду, что проф. Чех найдет время, чтобы сосредоточить свои усилия на некоторые свои проблемы, нерешенные до конца, и еще подробнее разработать плодотворные мысли, намеченные в его работах.

Й. Новак (J. Novák), Ф. Вычихло (F. Vyčichlo),
Р. Зелинка (R. Zelinka), Прага.

(Поступило в редакцию 13/III 1953 г.)