Praktická geometrie

ING. DR PAVEL POTUŽÁK

PRAKTICKÁ GEOMETRIE

ČÁST PRVNÍ

JEDNOTA ČESKOSLOVENSKÝCH MATEMATIKŮ A FYSIKŮ

PŘEDMLUVA

Praktická geometrie je velmi rozsáhlá a nestejnorodá látka, kterou nelze podati stručně a zhuštěně bez nebezpečí, že se stane nejasnou. Ve výkonné službě měřické, státní i soukromé, je zaměstnáno mnoho absolventů škol středních, průmyslových a nižších škol, kteří potřebují míti po ruce nějakou příručku kapesního formátu, encyklopedicky podanou, kde by byly uvedeny popisy jednodušších měřických strojů a pomůcek, způsoby měřické a početní. Z celého rozsahu nižší geodesie jsou pro obsah této knížky vybrány proto jen nejdůležitější části a tam, kde pro obsažnost nelze látku probrati podrobně, je poukázáno na odbornou literaturu geodetickou, jejíž seznam je uveden na konci.

Se zřetelem k tomu, co bylo shora uvedeno, je obsah praktické geometrie rozdělen do dvou dílů, které vyjdou samostatně. V obou budou uvedena jen jednoduchá řešení úkolů měřických a početních, k jejichž pochopení se vystačí s vědomostmi získanými na střední škole v oboru geometrie, matematiky a fysiky.

Autorovým úmyslem bylo též podati některé číselné postupy výpočtů, které se ve výkonné službě měřické provádějí přehledně ve vzorcích (formulářích), zvláště pro každý případ upravených, ale pro rozsah knížky bylo od toho upuštěno.

Za podnět k vydání této knížky děkuji p. vrchnímu školnímu radovi v. v. V. Ingrišovi, dále p. doc. dr F. Vyčichlovi, redaktoru této sbírky, za snahu po urychleném vydání a Jednotě českých matematiků a fysiků za vydání a úpravu knížky.

V Praze dne 21. července 1945.

P. Potužák.

1. ÚKOL A ROZSAH GEODESIE A PRAKTICKÉ GEOMETRIE

Praktická geometrie je nauka o měření, výpočtech a zobrazování menší části zemského povrchu, kterou lze prakticky považovati za rovinu. Je částí geodesie, kterou u nás dělíme na geodesii vyšší a nižší. Do vyšší geodesie spadá studie přesných měřických strojů, stupňové měření pro určení povšechného tvaru zemského tělesa a určování odchylek od tohoto povšechného tvaru. Kromě tohoto vědeckého úkolu vyšší geodesie je její úlohou pořízení přesného geometrického základu pro podrobné měření a zobrazování velkých částí zemského povrchu jako zemí a států. Tento úkol je povahy technické a poskytuje podklady pro podrobné měření katastrální, topografické a horní, jež se koná za účelem vyhotovení plánů a map.

Základní technickou úlohou geodesie je vyšetřování vzájemné polohy bodů na zemském povrchu vzhledem ke zvolené zobrazovací ploše, odvozovati výrazy pro číselné určování polohy bodů mezi sebou a zobrazovati je v určitém měřítku zmenšení v mapách, plánech a náčrtech. Vzájemnou polohou bodů mezi sebou je rozuměti polohu jejich průmětů na vhodné zobrazovací a výpočetní ploše; určujeme ji polohovým měřením. Kolmou odlehlost bodů od jejich průmětů poskytuje výškové měření. Průmětná plocha se volí tak, aby se pro území určitého rozsahu přimykala ke skutečnému zemskému povrchu. Poněvadž zemský povrch je nerovný, byla by nejvhodnější průmětnou plochou klidná, souvislá hladina vodní, jdoucí ve vzdálenosti průměrné výšky vodního stavu od pozorovaného bodu, jež by se prodloužila i pod povrch pevnin. Tato plocha je kolmá ke všem směrům tíže, je však pomyslná a nazývá se geoidem a nehodí se pro naše úkoly. Nahrazuje se proto plochou zemského elipsoidu, který se přimyká ke geoidické ploše s nejmenší odchylkou.

Přesné rozměry zemského elipsoidu nejsou dosud známy a pro mapování větších území se volí některý ze známých srovnávacích (referenčních, náhradních) rotačních elipsoidů, jež byly vypočteny z dosavad vykonaných stupňových měření. Ve střední Evropě se užívá elipsoidu, jehož rozměry vypočetl v letech 1837—41 německý geodet Bessel z 10 různých stupňových měření a uveřejnil je v roce 1842. Rozměry jeho elipsoidu jsou:

velká poloosa.... $a = 6\,377\,397{,}16$ m,

malá poloosa .... $b = 6\,356\,078{,}96$ m,

zploštění...... $i = \dfrac{a - b}{a} = \dfrac{1}{299{,}1528 \pm 4{,}667}$;

délka poledníkové čtvrtkružnice (kvadrantu) je $Q = 10\,000\,855{,}76 \text{ m} \pm 398{,}23$ m.

V Anglii a ve Francii se užívá rozměrů elipsoidu vypočtených anglickým geodetem Clarkem:

$$a = 6\,378\,249{,}2 \text{ m},\ b = 6\,356\,515{,}0 \text{ m},$$

$$i = \frac{1}{293{,}5},\ Q = 10\,001\,867{,}7 \text{ m}.$$

V Americe je užíván elipsoid Hayfordův, vypočtený z amerických stupňových měření a jeho rozměry jsou:

$$a = 6\,378\,388 \text{ m} \pm 53 \text{ m},\ b = 6\,356\,909 \text{ m} \pm 108 \text{ m},$$

$$i = \frac{1}{297{,}0},\ Q = 10\,002\,286 \text{ m}.$$

Z uvedených elipsoidů má nejmenší rozměry elipsoid Besselův. Z každého stupňového měření se dají určiti rozměry elipsoidu a výsledky se budou mezi sebou lišit. Nejlépe by vyhověl pro celý zemský povrch ten elipsoid, který by byl vypočten z velkého počtu měření vykonaných na stejnoměrně rozložených místech zeměkoule.

K urychlení výpočtů na elipsoidické ploše nebo na náhradní kouli jsou pro každý elipsoid sestaveny různé tabulky. Při srovnávání geodetických prací užívá se (také pro větší oblast) téhož elipsoidu.

Jak ukázaly novodobé práce, liší se geoid velmi nepatrně od plochy rotačního elipsoidu, který vznikne otáčením elipsy o zploštění $i = \frac{1}{300}$. Geoid si lze představit též jako rotační elipsoid nebo sféroid, který má na různých místech mírně vzedmutý povrch. Čím méně se odchyluje elipsoidická plocha od geoidické, tím přesněji byly zvoleny rozměry elipsoidu.

Zvolený elipsoid se pro geodetické práce umístí se zřetelem ke geoidu a k fysickému povrchu Země takto:

Na zemském povrchu se zvolí bod jako počátek zobrazovací soustavy. Na něm se určí astronomicky zeměpisné souřadnice, délka λ, šířka φ, nadmořská výška a azimut některé strany jdoucí počátkem. Na zvoleném srovnávacím rotačním elipsoidu se podle astronomicky změřených zeměpisných souřadnic sestrojí počátek a v něm se vztyčí normála. Elipsoid se posunuje tak, aby jeho osa byla rovnoběžná se zemskou osou a normála k elipsoidu se ztotožnila se skutečnou tížnicí jdoucí počátkem. Zároveň se dbá toho, aby elipsoidická plocha protínala normální hladinu vodní (mořskou) (čili geoidickou plochu) tak, že je částečně pod a částečně nad geoidickou plochou.

Největší odchylka v převýšení geoidu nad elipsoidem je pod velikými horstvy a vliv toho se projevuje tížnicovou odchylkou čili úhlem mezi tížnicí a normálou k elipsoidu.

Na plochu srovnávacího rotačního elipsoidu se promítají body skutečného zemského povrchu normálami i když skutečné měření bylo konáno vzhledem ke geoidické ploše podle tížnic. Tím vznikají určité chyby, které jsou však tak malé, že se mohou zanedbávat. Tak se stává elipsoidická plocha průmětnou a výpočetní plochou pro všechny druhy zobrazovacích prací.

Vycházejíce ze zeměpisných souřadnic počátku astronomicky určených a azimutu některé strany jdoucí počátkem, odvodíme geodeticky — nikoli astronomicky — zeměpisné souřadnice průmětů trigonometrických bodů na elipsoidické ploše na 4 desetinná místa, aby délky z nich vypočtené byly určeny spolehlivě na centimetry. Po určení nadmořské výšky trigonometrických bodů je dána prostorová poloha bodu nad plochou srovnávacího elipsoidu.

K měření větší části zemského povrchu je třeba zvoliti a osaditi veliké množství trigonometrických (trojúhelníkových) bodů, které se spojují v sítě, čímž se získá kostra pro podrobné měření. Tím se dodržuje zásada pracovati ze širšího obvodu do užšího čili z obvodu dovnitř. Do sítě o dlouhých trigonometrických stranách se vkládají postupně sítě o kratších stranách až průměrná vzdálenost bodů je taková, že lze přistoupit k podrobnému měření. Území mezi těmito body lze považovati za rovinné, neboť při výpočtu souřadnic trigonometrických bodů byl vzat zřetel k zakřivení zemského povrchu pro zobrazení bodů v rovině.

U nás se dělí trigonometrická síť na sítě vyšších řádů a podrobnou trigonometrickou síť, která se nazývá trigonometrickou sítí katastrální. Vzdálenosti bodů v jednotlivých sítích čili délky trigonometrických stran jsou různé a průměrná délka stran v trojúhelníku činí u nás pro 1. řád 25 km, pro 2. řád 13 km, pro 3. řád 7 km a pro 4. řád 4 km.

Na trigonometrické sítě vyšších řádů se připojuje podrobná trigonometrická síť o průměrné délce stran v trojúhelníku 2 km. Měřický výkon na trigonometrických bodech se nazývá triangulací, což znamená měření vodorovných úhlů mezi směry na trigonometrické body podle pozorovacího a výpočetního plánu, jak stanoví měřické návody.

Každý trigonometrický bod má svůj název a číslo. Poslední číslice znamená řád bodu. Ku př. bod č. 41 je bodem č. 4 a 1. řádu, bod č. 415 je bodem č. 41 a 5. řádu čili bodem podrobné triangulace.

Lze-li část zemského povrchu nahraditi rovinou, je nutno určiti podle základních geodetických prací a to zvlášť pro měření polohové a zvlášť pro výškové měření. Při posuzování se zkoumá, jak se uplatňuje vliv zanedbávání sbíhavosti tížnic (čili konvergence tížnic), případně též podle toho, s jakou přesností se má měření prováděti.

Ve sférickém trojúhelníku je nutno počítat se sférickým nadbytkem (excesem). Podle geodetických výpočtů lze sférický trojúhelník o základně a výšce asi 50 km pokládati ještě za rovinný. Poněvadž trigonometrické body jsou voleny na mnohem menší vzdálenosti od sebe a měření se musí vždy připojovat na trigonometrické body podle měřičských předpisů, není třeba při podrobném měření s excesem počítati.

Volíme-li za průmětnu vodorovnou rovinu, jdoucí určitým bodem zemského povrchu a tížnice za promítací paprsky, zanedbáváme sbíhavost tížnic, jež činí na vzdálenost 1,85 km 1 minutu. Pro území menšího rozsahu lze tížnice při polohovém měření považovati za rovnoběžné přímky. Při výškovém měření se musí bráti zřetel k zemskému zakřivení i když jde jen o měření malého rozsahu.

Pro pořízení mapy je třeba body na zakřiveném zemském povrchu zobraziti v určité rovině. To se děje přes plochu sféroidickou na kulovou a z ní do některé rozvinutelné plochy pláště dotykového válce nebo kužele. Tímto úkolem se zabývá kartografie. Obrazy ze sféroidu do roviny se nedají přenášet shodně, ale je možno zachovat buď úhly (projekce stejnoúhlá) nebo obsahy ploch (projekce stejnoplochá).

Do oboru vyšší geodesie spadají tudíž řešení geoidická, sféroidická, sférická a projekční (zobrazovací) a to jak s hlediska vědeckého, tak s hlediska jejich využití po technické stránce. Do oboru nižší geodesie se zahrnují úkoly, které lze povětšině řešit podle zásad rovinné geometrie. Pro hospodářské a technické úkoly se obor nižší geodesie nazývá velmi často praktickou geometrií, pro účely báňské důlním měřictvím a pro účely zeměpisné topografií.

Je-li v mnohých případech nutné dbáti zemského zakřivení, lze počítat s poloměrem koule jednotné velikosti o $r \doteq 6370$ km. Je to poloměr koule, která má přibližně týž objem i povrch jako Besselův elipsoid. Pro přesnější výpočet se stanoví zeměpisné souřadnice místa, kde měření bylo konáno, na př. na topografické mapě, v tabulkách se najdou hlavní poloměry křivosti, poledníkový (čili meridiánový) M a příčný N (ve směru kolmém). Z nich se vypočte místní (střední) poloměr křivosti jako geometrický střed

$$r = \sqrt{MN}.$$

Plocha kulová, která se v pozorovaném místě dotýká vodorovné roviny a má tento poloměr r, nahrazuje dosti přesně (pro měření) plochu elipsoidickou a plochu geoidickou.

Obrazy vodorovných průmětů v určitém měřítku (poměru) zmenšení se nazývají mapami nebo plány. Jejich měřítka jsou u map

katastrálních	1 : 2880, 1440, 720, 2500, 1250, 625, 4000, 2000, 1000, 500,
topografických ...	1 : 25 000, 20 000,
speciálních	1 : 75 000, 50 000,
generálních	1 : 200 000,

atd.

Výškové poměry se vyznačují na mapách výškovými značkami (kótami) s udáním výšky bodů, vrstevnicemi a šrafy. Svislý řez územím se zobrazením výškových poměrů se jmenuje profilem. Užívají se profily podélné a příčné.

2. OZNAČOVÁNÍ BODŮ

Jednotlivé body zemského povrchu se musí před měřením učinit zřetelnými a proto se osazují znaky, na nichž se bod vyznačí jako průsečík křížkových ramen nebo se volí za bod průmět svislé hrany na povrchu území a pod. Podle toho, lze-li v bodech měřiti úhly či nikoliv, dělí se body na přístupné a nepřístupné. Nepřístupnými jsou na př. středy makovic věží nebo jiných jejich částí, osy hromosvodů, továrních komínů atd. Body, které nejsou v přírodě dány nějakým svislým předmětem, se musí označit uměle. Označení se volí trvalé nebo dočasné. Označováním bodů se rozumí:

a) stabilisování čili osazení bodů a jejich zajištění,
b) signalisování čili vytyčení bodů.

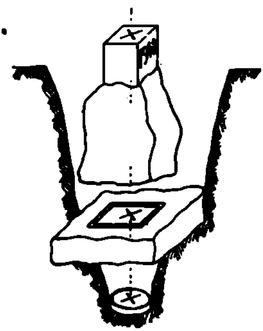
Stabilisování (osazení) bodů. Podle povahy, důležitosti a účelu se rozeznávají různé druhy bodů, které se volí na svislých předmětech nebo se osazují umělými znaky. Takovými body jsou:

1. lomové body na hranicích různých správních jednotek (států, zemí, okresů politických, měřických, berních, soudních, politických obcí a katastrálních území), na držebnostních (majetkových, vlastnických) hranicích atd. Lomovým bodem je každý, v němž se směr hranice mění;
2. různé body zemského povrchu, trvale nebo dočasně osazené, jako jsou kilometrové kameny na silnicích, železničních tratích nebo body na hranicích vzdělávání nebo užívání atd.;
3. výškové body, osazené buď v úrovni zemského povrchu nebo na svislých předmětech (zdi, budově);
4. měřické body, jichž spojnice tvoří síť měřických přímek k zaměření všech bodů dříve jmenovaných. Měřickými body jsou body trigonometrické, určené protínáním, polygonové, body pomocných měřických přímek atd.

Lomové a výškové body se mohou ztotožňovati. Mnohé body se na dobu měření označí dřevěným kolíkem, trubkou nebo hřebem a nazývají se často dočasnými body. Kromě toho jsou body, které se ani při měření neoznačují, nýbrž při měření se vytyčí výtyčkou a po jejím odstranění je zaměřená poloha bodu neznatelná. Někdy se těmto bodům říká body ztracené. Vyskytují se zvláště při tacheometrickém měření a profilování.

Různými předpisy je stanoveno, jak mají být jednotlivé body označeny, osazeny a vytyčeny. Osazením se rozumí zajištění polohy bodu kamenem opracovaným nebo neopracovaným, opracovanou plochou na skále, trubkou zaraženou do země, hřebem atd. Vyznačením bodu se rozumí vlastní poloha bodu na užitém znaku, na němž je bod myšlen jako průsečík křížkových ramen (ve směru úhlopříček nebo ve směru příček) na opracované ploše nebo jako průmět osy nebo střed trubky nebo jako nejvyšší poloha hlavy hřebu nebo kamene.

Před volbou měřických bodů se provede přehlídka (rekognoskace) území za účelem vyhledání vhodného místa pro bod.

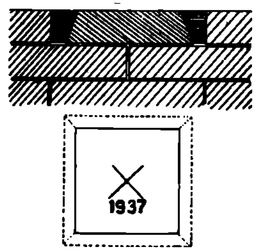


Obr. 1. Osazení trigonometrického bodu.

Podle důležitosti se osazují zvolené body tak, aby jejich polohy byly zajištěny na delší dobu, případně na dlouhou řadu let. Jejich osazení a zajištění se věnuje potřebná péče i náklad.

Trigonometrické body 1. řádu a koncové body geodetických základen byly zvláště pečlivě osazeny. Jak se zajišťování a osazování provádělo dříve, nutno odkázati na odbornou literaturu. Jak se osazují trigonometrické body dnes, ukazuje obr. 1. Bod se zajišťuje ve svislém směru třemi značkami, jednou povrchovou a dvěma podzemními. Povrchovou značkou je křížek vysekaný ve směru úhlopříček na horní čtvercové ploše opracovaného kamene žulového, asi 1 cm hluboký, jehož ramena jsou asi 10 cm dlouhá a o šířce asi 15 mm. Horní znak je kámen dlouhý asi 80 cm, jehož horní část je opracována do kostky rozměrů $20 \times 20 \times 20$ cm, v jedné bočné stěně je vyznačen letopočet osazení. Obě podzemní značky jsou určeny křížky vlisovanými do skleněných destiček. Svrchní značka podzemní je na čtvercové desce rozměrů $16 \times 16 \times 2{,}5$ cm, zapuštěné do žulové desky rozměrů asi $50 \times 50 \times 15$ cm. Spodní značka je na kruhové destičce o průměru asi 5 cm a vysoké asi 1 cm. Obě podzemní značky se při osazování oddělí vrstvou hlíny nebo jiného materiálu aspoň 20 cm vysokou. Podobně je tomu mezi povrchovou a vrchní podzemní značkou. Podle povahy půdy jsou dovoleny různé odchylky v osazení a ve velikostech značek.

Volí-li se trigonometrický bod na kamenné zdi, zasadí se do ní mramorová, žulová, bronzová nebo měděná deska, v níž se poloha bodu označí křížkem, jak ukazuje obr. 2.

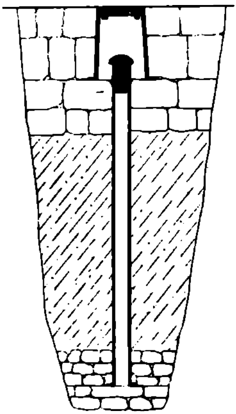


Obr. 2. Osazení trigonometrického bodu na zdi.

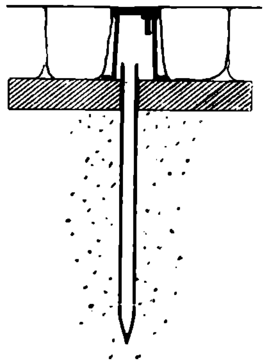
Přesné uložení značek téhož bodu nad sebou se provádí podle olovnice zavěšené přesně nad značkou. Nejdříve se osadí spodní značka a utěsní hlinou a po přezkoušení olovnicí se na ni nasype vrstva hlíny a udusá. Na hlínu se posadí vrchní značka podzemní a umístí podle hrotu olovnice. Upevní se dusáním hlíny kolem desky a po zjištění správné polohy se na desku nasype též vrstva hlíny a udusá. Podobně se umístí i povrchová značka. Olovnice se užije jen ke zkoušení polohy středu křížku a nato se vždy odstraní. Tak se umístí všechny tři značky nad sebou na jedné svislici a tím je zajištěna poloha trigonometrického bodu. Během osazování je poloha olovnice zajištěna čtyřmi kolíky s hřebíky, jichž spojnice se protínají v závěsném bodě užité olovnice.

O osazování a volbě trigonometrických bodů jedná Návod A pro katastrální měřické práce, vydaný ministerstvem financí v Praze v roce 1940.

Místo pro polygonový bod se volí tak, aby značka bodu nepřekážela jízdě, chůzi nebo orání. Polygonový bod se může ztotožňovati s mezníkem na držebnostní hranici nebo s kamenným znakem na hranicích katastrálních území. Osazuje se na vhodných místech kamenem asi 70 cm dlouhým s opracovanou horní částí v kostku rozměrů 15×15×15 cm. Někdy se k témuž účelu užívá ocelových trubek, zaražených do země a v horní části opatřených litinovými poklopy (příklopy), jak ukazuje obr. 3 a 4. Trubka se opatří v dolní části otvorem, aby z ní mohla voda odtékati. Trubka slouží často přímo k zastrčení výtyčky při měření.



Obr. 3. Osazení polygonového bodu.



Obr. 4. Jiné osazení polygonového bodu.

Důležitější polygonové body a uzlové body se zajišťují ještě jednou podzemní značkou, na př. křížkem na kamenné desce rozměrů 20×20×10 cm. Povrchová i podzemní značka musí být na téže svislici a odděleny od sebe vrstvou hlíny asi 20 cm silnou. Podobně se osazují body určené protínáním.

Poloha trigonometrických bodů, důležitějších bodů polygonových a bodů určených protínáním se zajišťuje též ve směru vodorovném tím, že se zaměří vzhledem k trvalým předmětům v okolí a náčrtek tím získaný se jmenuje místopis (topografie) bodu.

V málo únosných půdách, jako jsou rašeliniště, bažiny a pod. se musí půda nejdříve zpevniti položením roštu, zaražením silných kolů (dubových, modřínových, borovicových), betonováním, s vrstvou aspoň 30 cm silnou nebo provedením kamenného podkladu v cementové maltě. Na takto vybudovaný podklad se teprve umístí příslušná značka bodu.

Body pomocných měřických přímek mají dočasný ráz a na dobu měření se označují dřevěnými kolíky s hřebíkem v hlavě, hřeby, plynovými trubkami nebo jen křížkem na dlažbě atd.

Lomové body hranic různých správních jednotek souhlasí s hranicemi okrajových katastrálních území a označují se většími mezníky s opracovanou horní částí. Nazývají se znaky katastrálních území.

Hranice pozemků se označují v lomových bodech kameny s opracovanou i neopracovanou horní částí. Mezníky jsou někdy nazývány hranečníky, hraničníky, sády a pod. podle názvosloví toho kterého kraje. Tam, kde křivolaký průběh hranic by vyžadoval příliš veliký počet mezníků, osazují se mezníky jen ve význačnějších lomech. Ostatní lomy se na dobu měření označí dřevěnými kolíky. V neúnosné půdě se používá opálených kolů, opatřených v dolní části kotvou (křížem), aby se nepropadaly.

Mnoho bodů je dáno svislými předměty, jako jsou rohy budov, zdí, osy různých sloupů, hromosvodů, komínů, ploty, stromy atd. nebo se na svislých předmětech poloha bodu volí.

Signalisování (vytyčení) bodů. Osazený bod je viditelný z jeho nejbližšího okolí. Při měření je nutno učiniti jej zřetelnějším ve větší výšce nad územím čili vytýčiti nad ním svislou přímku. Vytyčování bodů je různé podle jejich důležitosti, vzdálenosti a případně i viditelnosti. K vytyčování slouží výtyčky, pyramidy a měřické věže.

Signál nebo výtyčka musí být souměrná, aby se dalo zaměřovati na skutečný tělesný střed. Proto se průřez výtyčky volí kruhový, může být čtvercový, eliptický a případně i trojúhelníkový. Signál (měřický terč) nebo výtyčka (trasírka) musí být vhodně obarven, aby se při osvětlení se strany neměřilo stranou od středu. K barvení výtyček se hodí světlé barvy, zvláště lakové barvy červená a bílá. Bílá barva se odráží od lesů a červená od modrého nebe a zelených ploch. Výtyčky se natírají střídavě bíle a červeně tak, aby barevné dílky byly 20 cm dlouhé. Signály (měřické terče) na pyramidách a měřických věžích se natírají fermežovou barvou bílou a černou. Zvolený bod na vysokém přírodním předmětu, jako je tomu u makovic věží a pod. se zvláště nevyznačuje.

Výtyčka je dřevěná nebo železná tyč, dva až šest metrů dlouhá a přiměřeně silná, aby se neprohýbala. Na jednom konci je výtyčka opatřena železným hrotem nebo botkou se soustředným hrotem. Výtyčky se dávají do svazků po šesti kusech a proto se volí vhodný jejich průřez (obr. 5). Podle přehlednosti území se užívají výtyčky dvou- a třímetrové a v málo přehledném území též šestimetrové. Pouhým okem jsou dobře viditelny do 300 m a pro měření úhloměrným strojem jich lze užít až do vzdálenosti 1 km. K lepšímu hledání se výtyčky opatřují v horní části bíločervenými praporky.

Pro některé práce postačí držeti výtyčku dvěma prsty v její horní polovině tak, aby hrot směřoval k bodu v území. Pro práce trvající delší dobu musí být bod vytyčen výtyčkou trvaleji a to se děje užitím železných stojánků trojnohých s kroužkem v horní části, kudy se výtyčka provleče (obr. 6). Výtyčka se urovná svisle podle olovnice a nejlépe ve dvou k sobě kolmých směrech. Je-li místo v kroužku volné, utěsní se výtyčka klínkem. Hrot výtyčky musí být umístěn v bodě. Někdy se užívá místo výtyčky (při měření úhlů) olovnice zavěšené nad bodem na stojánku nebo na skloněné výtyčce tak, aby hrot olovnice směřoval ke značce bodu. Zaměřuje se pak na niť olovnice, která se pro lepší viditelnost červeně obarví nebo se za ní umístí bílý papír.

Při měření úhlů na větší vzdálenosti než 1 km se staví nad body různé dřevěné stavby, které ve své horní části nesou měřický signál (terč). Nad některým bodem musí být zvláštní stavba pro signál a zvláštní stavba pro stanovisko úhloměrného stroje. Uvedené stavby jsou buď trojboké nebo čtyrboké pyramidy (jehlany) a měřické věže. Stavby musí být tak vysoké, aby bylo proveditelné oboustranné měření úhlů. Signál i vyvýšené stanovisko musí být přesně

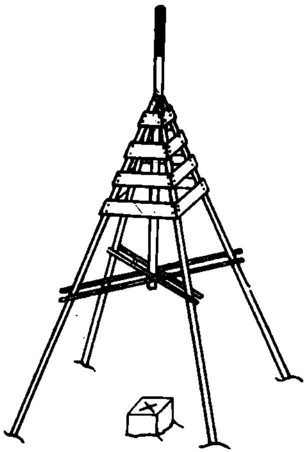
5.

6.

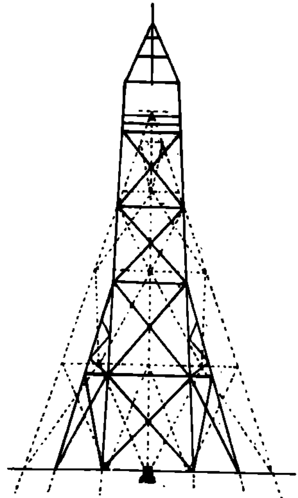
Obr. 5. Svazek výtyček. Obr. 6. Výtyčka ve stojánku.

nad bodem a není-li tomu tak, musí být zjištěny a změřeny odchylky délková a směrová (t. zv. centrační prvky).

Pyramidy jsou nižší dřevěné stavby, které nesou signál ve tvaru svislé tyče v nejvyšší části stavby (obr. 7). Měřickým terčem je vrchol záměrné tyče a při horší viditelnosti nejspodnější rozhraní barev černé a bílé. Na dané místo se musí zaměřovati ze všech okolních bodů.



Obr. 7. Měřická pyramida.



Obr. 8. Schema měřické věže.

Pyramida s vyvýšeným postavením je dvojitá stavba souosá, jedna stavba je pro signál a druhá pro stanovisko úhloměrného stroje. Podmínkou je, že se obě stavby nesmí dotýkati. Podobně je tomu u měřických věží, jež se vyznačují vyšší stavbou (obr. 8).

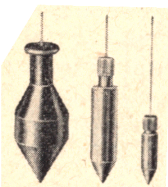
U bodů vyšších řádů je v horní části stavby umístěn válec nebo hranol soustředně se záměrnou tyčí a upevněný k nohám jehlance. Je černě obarven a slouží k vyznačení lepší viditelnosti a případně i k zaměřování ze vzdálenějších bodů.

Je-li za trigonometrický bod zvolena makovice věže, hromosvod nebo jiná část vysoké zděné stavby, nevyznačují se tyto body jiným způsobem a zaměřuje se přímo na ně. Zaměřované místo se poznamená v zápisníku. Na zemi v okolí takového bodu se osadí dva kameny s povrchovými i podzemními značkami. Nadzemní značka je stejná jako v obr. 1.

3. VYTYČOVACÍ POMŮCKY

3,1. Pomůcky pro vytyčení směru svislého a vodorovného. V přírodě jsou dány směry, které slouží za východiska pro měřické výkony. Je to směr svislý a libovolný směr vodorovný. Směr svislý je dán tížnicí čili normálou ke geoidu a vodorovný klidnou hladinou vodní. K stanovení svislého směru slouží olovnice a vodorovného libela čili vodovážka.

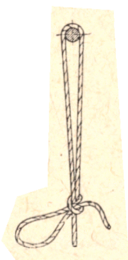
Olovnice (obr. 9a, b, c). Tato pomůcka se skládá ze závaží a nitě. Závaží je vyrobeno z mosaze, železa nebo z různých jiných kovů. Tvar jeho je hruškovitý, válcový s kuželovým ukončením nebo je jen kuželového tvaru, případně je závaží složeno z několika těles různých tvarů. Mosazná závaží jsou ponejvíce ukončena ocelovým hrotem. Horní část závaží lze vyšroubovati a je provrtána ve směru osy olovnice, aby bylo lze ji zavěsiti na niť, šňůru nebo drát. Olovnice sloužící k hrubším pracem je zhotovena z jediného kusu s kroužkovým závěsem. Hrot musí býti u zavěšené olovnice v prodloužení nitě. Váha olovnic užívaných ve výkonném měřictví se pohybuje kolem 25 dkg. Čím je olovnice těžší, tím méně podléhá účinkům větru a tím poskytuje přesnější výsledky při promítání bodů s větších výšek na povrch území.



a) b) c)
Obr. 9. Tvary olovnic.

Olovnic je užíváno při dostřeďování (centrování) měřických úhloměrných strojů nad daným bodem nebo k provažování (promítání) bodů na zemský povrch. Tak je tomu při měření délek pásmem nebo latí ve svahovitém území. Šňůra se musí dát zkracovat nebo prodlužovat a toho se docílí různou úpravou. Buď se užívá protizávaží na druhém konci nitě nebo šňůra prochází dvěma otvory v kulatém nebo podlouhlém tělísku upevněném na druhém konci nitě a třením se olovnice udržuje v rovnováze, jak ukazuje obr. 10. Nejčastěji se používá geodetického uzlu, při němž volná část nitě se zauzlí kolem části napjaté a třením nitě v uzlu se olovnice ustaví v žádané výšce (obr. 11).

Správnost olovnice se přezkouší tím, že se roztočí kolem svislé osy (závěsné nitě) a pozorujeme, zda hrot opisuje nějakou křivku či svoji polohu nemění. Nemění-li hrot při otáčení svoji polohu, je olovnice správná, jinak se musí hrot přibrousit nebo je nutno olovnici používati jen k hrubším pracem.



10. 11.

Obr. 10. Olovnice s třecím tělískem.
Obr. 11. Geodetický uzel.

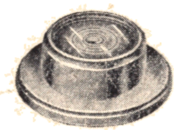
Přesnost v určení svislého směru olovnicí je proti libele malá a proto se olovnic užívá k určení svislého směru jen pro práce menší přesnosti. Snaha po zvýšení přesnosti vedla konstruktéry k zhotovení různých složitých vzorů olovnic, zvláště pro přesné geodetické stroje.

Směr vodorovný je kolmý k svislému a proto lze olovnice užíti též k určování vodorovného směru jako je tomu u krokvice nebo dlaždického kříže. Přesnost v určení vodorovného směru je tu závislou na přesnosti určení směru svislého.

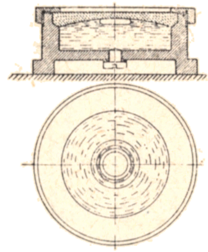
Libela (vodovážka). Mnohem přesněji určujeme směr vodorovný a tím i směr svislý libelou. Podle tvaru rozeznáváme libely trubkové (trubicové) a krabicové. Trubkové libely (obr. 12) se dříve vyráběly ohýbáním stejnoměrných, skleněných trubek do oblouku o určitém poloměru. Dnes se tohoto způsobu neužívá, nýbrž rovné trubky se vybrousí zcela nebo jen částečně tak, aby výbrus odpovídal předem zvolenému poloměru křivosti. Pro krabicovou libelu se vybrousí kruhová destička dutě a na povrchu se vyznačí soustředné kroužky k určení polohy bubliny (obr. 13 a 14).

Délka trubkových libel se volí od 2 do 30 cm a vnější průměr od 5 do 25 mm. Libely se plní tekutinou jako lihem, etherem, sirouhlíkem nebo směsí těchto tekutin. Do vybroušené a dokonale vyhlazené trubice se nalije vyplňovací tekutina, vloží se do 30—40° horké pískové lázně a při zvýšené teplotě se zataví nebo uzavře přitmeleným víčkem. Po ochlazení se uvnitř libely vytvoří bublina z par tekutiny; její délka nemá býti kratší než čtvrtina a ne větší než třetina

12.



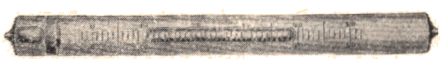
13.



14.

Obr. 12. Trubková libela. — Obr. 13. Krabicová libela. — Obr. 14. Řez krabicovou libelou.

broušené délky. Se změnou vnější teploty se mění též délka bubliny, za chladna se tekutina stahuje a bublina prodlužuje, za horka je děj opačný. Aby bublina měla stejnou délku, používá se sklípkových libel, u nichž lze bublinu podle potřeby zkracovati nebo prodlužovati (obr. 15). Mezi sklípkem a

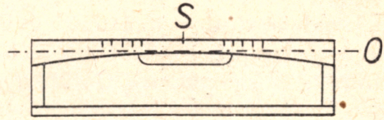


Obr. 15. Sklípková libela.

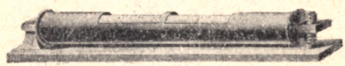
vlastní libelou je přepážka s malým otvorem u opačné strany než je dělení; skloněním libely vniká bublina do sklípku nebo z něho, podle toho, jak libelu nakloníme.

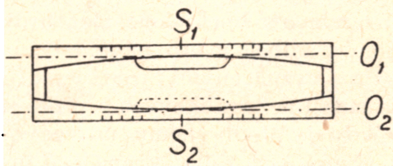
Nejvyšší bod podélného středního řezu libelou se nazývá středem S a tečna v něm osou libely (obr. 16). Ztotožňuje-li se střed libely se středem bubliny, pravíme, že je libela urovnána, neboť v této poloze má osa libely vodorovnou polohu. U hrubých libel je střed vyznačen kovovým proužkem z objímky přes skleněnou trubku (obr. 17). U jemných libel je střed vyznačen jako význačný dílek průběžného dělení s počátkem u jednoho konce libely nebo jako nultý dílek dělení postupujícího na obě strany ke koncům libely. U mnohých libel je to opět poloha několika čárek mimo střed libely ve vzdálenosti délky bubliny; libela je urovnána, když délka bubliny je souměrně umístěna vzhledem k dílkovým čárkám, jak ukazuje obr. 12.

Je-li dutina skleněné trubky vybroušena na obou protilehlých stranách, obdržíme libelu dvojosou čili reversní. V tomto případě se trubka libely opatří dvojím dělením stupnicovým tak, aby tečny nebo osy libely v obou výbrusových středech byly spolu rovnoběžné (obr. 18).

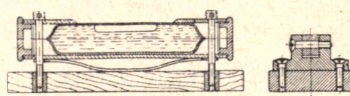


Obr. 16. Osa libely.


Obr. 17. Stolní libela.



Obr. 18. Osy reversní libely.


Obr. 19. Pérování libel.

Trubicové libely se vkládají do ochranné objímky kovové, v níž je okénko k pozorování stupnice a bubliny. Konce skleněné trubky se vkládají do objímky tak, aby spočívaly buď v poddajné směsi korku a vosku nebo se vypérují (obr. 19). Mezi libelou a objímkou musí býti určitá vůle, aby se stahováním a roztahováním kovu vlivem teploty libela nepoškodila. Kovová trubice je tak seřízena, aby umožňovala upevnění libely k různým podložkám nebo částem strojů. Podle užívání dělíme trubicové libely na stolové, sázecí, závěsné a pevně spojené s podložkou stroje. Libele, která je pevně spojena s dalekohledem úhloměrného stroje, říkáme nivelační. Podrobnější popisy a vyobrazení libel jsou uvedeny ve větších učebnicích a příručkách geodesie.

Uvedené druhy libel musí vyhovovati určitým podmínkám, aby se přístroj dal podle nich urovnati do žádoucí vodorovné i svislé polohy. Objímka musí míti za tím účelem oprávné (seřizovací, rektifikační) šroubky. Umístění a úprava rektifikačních šroubků je různá a podle nich je třeba seřizování provádět.

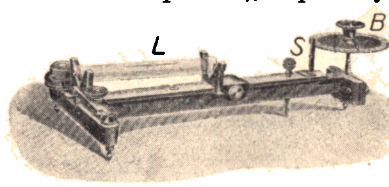
Dvě trubkové libely kolmo k sobě umístěné se nazývají křížovou libelou a současným urovnáváním obou se uvede přístroj do správné vodorovné polohy ihned, ovšem za předpokladu, že obě libely jsou přesně rektifikovány.

Krabicová libela slouží též k urovnání roviny do vodorovné polohy a libela je urovnána, když bublina je soustředně umístěna s vyznačenými kroužky na libele. Přesnost těchto libel je menší než trubkových a proto se jich užívá k hrubšímu a někdy k předběžnému urovnávání strojů nebo pomůcek.

Stupnicové dílky vyznačené na libele mívají vzdálenost buď jedné pařížské čárky (2,256 mm) nebo 2, případně 3 mm. U některých libel jsou dílky tak voleny, aby bylo lze určiti malý odklon od vodorovné roviny na celý počet úhlových vteřin.

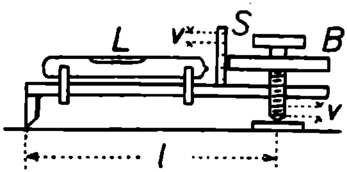
Středového úhlu výbrusu, příslušející jednomu dílku na libele, se užívá za měřítko citlivosti. Čím je středový úhel menší, tím je větší citlivost a naopak. Větší citlivosti odpovídá větší poloměr výbrusu. Každá libela se po výrobě vyzkouší a při tom se posuzuje snadnost a rychlost bubliny, s jakou se pohybuje. Zkouška se provádí libeloměrem čili rektifikačním pravítkem.

Libeloměr (rektifikační pravítko) (obr. 20 a 21). Pravítko spočívá na jedné straně na hraně nebo na dvou zahrocených nožkách a na druhé straně je podepřeno mikrometrickým (drobnoměrným) šroubem, jehož hlava má na bubínku B šedesátidílnou nebo stodílnou stupnici, takže lze odečísti velmi malé části jedné otočky drobnoměrného šroubu. Celé otočky se odčítají na svislé stupnici S. K zjištění výšky jednoho závitu (též jednoho dílku na stupnici S), odpovídající jedné otočce šroubu, odměříme na šroubovém vřetenu 20 nebo 30 závitů a z výsledku vypočteme průměrnou výšku jednoho závitu. Vzdálenost opěrné hrany od středu drobnoměrného šroubu je délkou l pravítka.



Obr. 20. Libeloměr.

Z výšky závitu a délky pravítka vypočteme jednou provždy úhel, který přísluší výšce jednoho závitu čili otočíme-li šroubem jednou dokola.



Obr. 21. Schema libeloměru.

Vyzdvihneme-li konec pravítka o jeden závit, uzavírá horní rovina pravítka se svojí původní polohou malý úhel, který označme φ; jeho velikost je $\operatorname{tg} \varphi = v : l$ a poněvadž jde o malý úhel, lze psát $\varphi \doteq v : l$, což je hodnota udaná v míře obloukové.*) Ve vteřinách je jeho velikost $\varphi'' = 206\,265 \, . \, v : l$. To je průměrná velikost úhlu příslušející jednomu závitu.

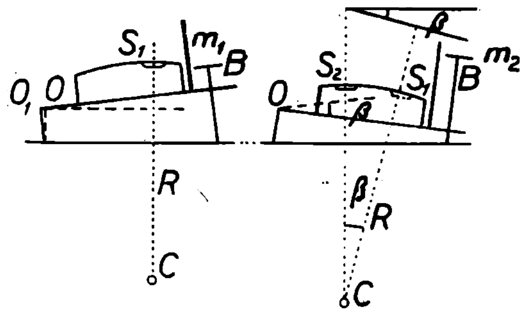
Poznámka. Při změně polohy pravítka otočením šroubu považujeme bod O_1 (viz obr. 22) za totožný s bodem O (při vodorovné poloze pravítka), jakoby se poloha bodu O nezměnila, což lze se zřetelem k malému úhlu φ předpokládati, aniž by se tím zavinila nějaká znatelná chyba.

---

*) Míry viz na str. 45.

Zkouška libely (obr. 22). Hledáme velikost výbrusového poloměru libely a středový úhel, který odpovídá jednomu dílku na libelové stupnici. Zkoušenou libelu upevníme na pravítku v podložce. Při zkoušení postupujeme takto:

1. Odečteme údaj m_1 na svislé stupnici pro celé otočky a na dělené hlavě bubínku B a poznamenáme.



Obr. 22. Zkoušení libely.

2. Odečteme na libelové stupnici polohu obou konců bubliny l_1 a p_1 (levý a pravý). Střed bubliny má polohu $S_1 = (l_1 + p_1) : 2$ a délka bubliny je $p_1 - l_1$, pokračuje-li dělení od levé k pravé straně.

3. Otočíme šroubem o celý závit nebo jen o několik dílků na hlavě bubínku, případně o několik závitů a odečteme znovu údaj m_2 drobnoměrného šroubu, pak odečteme polohu levého a pravého konce bubliny l_2 a p_2, stanovíme střed bubliny $S_2 = (l_2 + p_2) : 2$. Opět určíme délku bubliny $p_2 - l_2$, jež při správném výbrusu musí zůstat stejná jako při prvém odečtení. Odchylky mohou povstat jen zaokrouhlováním desetin dílku při odhadu.

4. Myšlený střed bubliny opsal tudíž dráhu $\widehat{S_1S_2}$, která se rovná určitému počtu dílků ν na libele, takže $\widehat{S_1S_2} = \nu\sigma$ (σ je velikost dílku na libele). Této dráze odpovídá středový úhel β, jehož velikost je rovna

$$\beta = \nu\tau = (m_1 - m_2)\,\varphi \text{ a z toho } \tau = (m_1 - m_2)\,\varphi : \nu,$$

kde τ je velikost středového úhlu příslušejícího jednomu dílku na libele. Výbrusový poloměr R se vypočte ze vztahu $\sigma = R\tau$, tudíž $R = \sigma : \tau$, kde za τ dosadíme hodnotu v míře obloukové $\tau = \tau'' : 206\,265$. Číselný příklad:

a) Zjištění údajů libeloměru. U drobnoměrného šroubu bylo odměřeno po prvé 20 závitů o výšce 10,07 mm, po druhé 30 závitů o výšce 15,10 mm. Průměrná výška v závitu činí v prvém případě $v_1 = 10{,}07 : 20 = 0{,}5035$ mm a v druhém $v_2 \doteq 0{,}5033$. Pro další výpočet použijeme průměrnou výšku $v = 0{,}5034$ mm. Délka pravítka l měří 359,7 mm. Výšce jednoho závitu čili jedné otočce šroubu odpovídá úhel

$$\varphi'' = 206\,265\,(v : l) = 206\,265\,(0{,}5034 : 359{,}7) = 288{,}67''.$$

Hlava šroubu (bubínku) je dělena na 100 dílků a jednomu dílku přísluší úhel 2,89″. Kromě toho lze odhadovati desetiny dílku a jedné desetině odpovídá 0,29″.

b) Údaje libely. Jeden dílek σ na stupnici zkoušené libely je roven jedné pařížské čárce (2,256 mm). Libelu položme na pravítko tak, aby nula jejího dělení byla na levé straně. Pokus se koná při 18° C. Výsledky jsou sestaveny v tabulce:

Poloha	Čtení na bubínku m	Bublina vlevo	Bublina vpravo	Délka bubliny $p - l$	Posun bubliny l	Posun bubliny p	Poloha středu S	Posun středu $(S_k S_m = \nu k)$	τ'	R m
1	0,60	1,9	23,4	21,5			12,65			
					1,2	1,3		1,25	11,55	40,29
2	0,65	3,1	24,7	21,6			13,90			
					1,4	1,3		1,35	10,69	43,53
3	0,70	4,5	26,0	21,5			15,25			
					1,4	1,3		1,35	10,69	43,53
4	0,75	5,9	27,3	21,4			16,60			
					1,3	1,5		1,40	10,31	45,13
5	0,80	7,2	28,8	21,6			18,00			
$m_2 - m_1$	0,20				5,3	5,4	$\nu p =$	5,35	10,79	43,13

Citlivost libely v jednotlivých posunech se vypočte ze vzorce

$$\tau'' = (m_n - m_k)\frac{\varphi''}{v_k} = 0{,}05\,\frac{288{,}67''}{v_k} = \frac{14{,}4335''}{v_k}$$

a průměrná citlivost

$$\tau_p'' = (m_5 - m_1)\frac{\varphi''}{v_v} = 0{,}20\,\frac{288{,}67''}{5{,}35} = 10{,}79''.$$

Průměrný poloměr křivosti

$$R_p = \frac{\sigma}{\tau_p}\,206\,265'' = \frac{2{,}256\,.\,206\,265}{10{,}79\,.\,1000} = 43{,}13\text{ m}.$$

Abychom obdrželi výsledek v metrech, bylo nutno násobiti jmenovatele číslem 1000.

Porovnáváme-li citlivost libel mezi sebou, musíme vědět, k jaké velikosti dílku na libele se citlivost vztahuje. Má-li každá libela jinou stupnici o různé velikosti dílků, je nutno převést všechny údaje na společnou míru a pak teprve lze citlivost srovnávat.

Citlivost trubkové libely nebo středový úhel příslušející jednomu dílku na libele se volí různá podle požadované přesnosti a bývá volena:

1. u libel astronomických přístrojů, jsou-li upevněny na zděných podstavcích, 1—2 vteřiny;
2. u libel přesnějších nivelačních strojů 5—10 vteřin;
3. u libel přesných úhloměrných strojů 10—20 vteřin;
4. u libel nivelačních strojů pro přesnou technickou nivelaci 15—20 vteřin;
5. u libel úhloměrných a nivelačních strojů pro běžné práce 30—40 vteřin;
6. u stolových libel postačí citlivost 40—60 vteřin.

U krabicových libel, které slouží jen k urovnávání nivelačních latí nebo výtyček do svislé polohy, postačí citlivost asi 5 minut, kdežto u libel sloužících k urovnávání úhloměrných strojů do přibližně vodorovné polohy (před urovnáváním trubkových libel) se žádá citlivost asi 2 minuty. Poloměr výbrusové plochy u krabicových libel musí býti menší a tím mají též menší citlivost. Výbrusový poloměr bývá 1, 2, 3, 5 a zřídka 10 m. Při citlivosti 6 až 10 minut je výbrusový poloměr 1,5 až 1,0 m.

Není doporučitelné požadovat na libele větší citlivost než tu, která odpovídá požadavkům přesnosti, neboť čím je libela citlivější, tím delší dobu trvá urovnávání stroje, tím je práce zdlouhavější a nákladnější.

Závislost výbrusového poloměru na citlivost trubkových libel je patrna z této tabulky: Pro jeden dílek rovný 1 pař. čárce (2,256 mm) vypočteme pro citlivost

$\tau = 2'$ poloměr $R \doteq 4$ m, $\tau = 5''$ poloměr $R \doteq 93$ m,
$\tau = 30''$ poloměr $R \doteq 16$ m, $\tau = 1''$ poloměr $R \doteq 465$ m.

U mnohých libel se ztrácí časem pohyblivost bubliny tím, že trubkové sklo trpí vyluhováním plněnou kapalinou a vyluhovaná hmota se usazuje v podobě krystalků na stěnách, jejichž povrch se zdrsňuje a vadí tak pohybu a rychlosti bubliny. Takové libely nejsou již k potřebě.

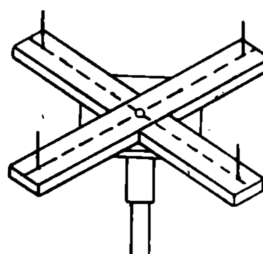
3,2. Pomůcky k vytyčování pravých a přímých úhlů. V praktické geometrii je často potřebí vytyčiti k dané spojnici dvou bodů přímku pod určitým úhlem nebo na ni spustiti kolmici s bodu mimo přímku ležícího. Podobně je nutné vztyčiti kolmici v bodě ležícím na dané spojnici. Nejčastěji jde o vytyčení úhlů 90° a 180°. K tomu se užívají jednoduché pomůcky, aby měřický výkon byl rychlý a přiměřeně přesný. Užívané pomůcky dělíme na dvě skupiny:

a) záměrný kříž a úhlové hlavice, jež se musí užívat se stojanem;

b) úhlové zrcátko, zrcadelný kříž, úhlový hranol a hranolový kříž, se drží volně v ruce.

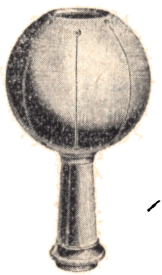
Ve všech případech sestrojování kolmic stojíme s měřickou pomůckou ve vrcholu vytyčovaného úhlu.

Záměrný kříž (obr. 23). Nejjednodušší vytyčovací pomůckou je záměrný kříž, kterého se užívalo k vytyčování úhlů 90° a 180°. Skládá se ze dvou pravítek dřevěných k sobě kolmých, jež mají ve stejné vzdálenosti od středu pravítek upevněné hroty. Obě spojnice protilehlých hrotů musí býti k sobě kolmé. Jsou-li pravítka z mosaze, nahrazují se hroty kolmými, sklopnými a krátkými pravítky s průzory, které musí určovati svislé roviny k sobě kolmé. Této pomůcky se dnes již velmi málo užívá.

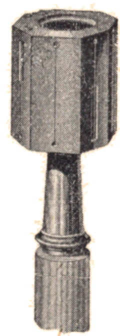


Obr. 23. Záměrný kříž.

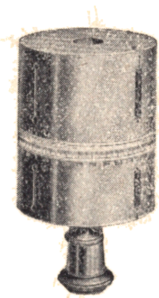
Úhlová hlavice (obr. 24, 25 a 26). Výhodnější vytyčovací pomůckou je úhlová hlavice. Může míti různý tvar jako duté koule, dutého válce nebo kužele, ale nejčastěji se vyrábí ve tvaru osmibokého hranolu, v jehož stěnách jsou průzory. Průzorem rozumíme dvě průhledítka, oční a předmětné. Oční průhledítko je velmi úzká štěrbina na jedné straně hlavice, kdežto předmětné průhledítko je širší štěrbina s napjatou nití nebo žíní v protilehlé stěně hlavice. Oční a před-



Obr. 24. Kulová hlavice.



Obr. 25. Osmiboká hlavice.



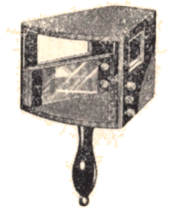
Obr. 26. Úhloměrný bubínek.

mětné průhledítko musí tvořit jednu svislou záměrnou rovinu. Aby se dalo zaměřit v téže poloze hlavice zpět, jsou u osmibokého hranolu vypracovány ve čtyřech stěnách proti sobě a nad sebou střídavě průhledítka oční a předmětná. Tak má hlavice čtyři záměrné roviny, jichž lze použíti k vytyčování úhlů 45°, 90°, 135° a 180°. Hlavice kulového tvaru má jen oční průhledítka. Hlavice se dá upotřebiti též k vyhledání bodu na přímce nebo k prodlužování přímky.

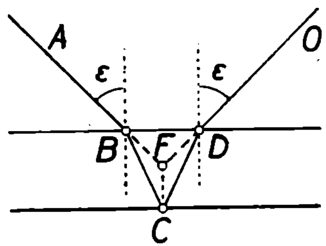
Některé válcové hlavice jsou dvoudílné s pohyblivou horní částí a pevnou částí dolní se stupňovým dělením. Takovou hlavicí se dá vytyčovati též libovolný úhel. Pro své větší upotřebení se nazývá též pantometrem čili úhloměrným bubínkem (obr. 26). Mnohé jsou opatřeny ještě magnetkou se stupňovým dělením.

Nevýhodou úhlové hlavice je, že se musí stavět na stojan nebo na hůl svisle zabodnutou v daném bodě. Užívá se jí ještě dnes při vytyčování profilů.

Úhlové zrcátko (obr. 27). Hojně užívanou pomůckou je úhlové zrcátko, které se skládá ze dvou zrcátek svírajících



Obr. 27. Úhloměrné zrcátko.



Obr. 28. Odraz paprsku od zrcátka.

spolu úhel 45°. Obě zrcátka jsou skleněná a na zadní straně amalgamovaná. Světelné paprsky se po dopadu na skleněnou přední plochu lámou, dopadají na plochu amalgamovanou, odrážejí se a při výstupu ze zrcátka se opět lámou (obr. 28). Poněvadž používané zrcátko má malou tloušťku, lze prakticky považovati body dopadu B a výstupu D za totožné čili jakoby světelné paprsky vycházející z bodu A se odrážely přímo na skle v bodě B. Přesně vzato, protínají se paprsky dopadající a odražené mezi oběma skleněnými rovinnými plochami zrcátka v bodě F.

Jsou-li obě zrcátka k sobě skloněna o úhel φ (obr. 29) a paprsek z bodu M dopadá na zrcátko Z_1 v bodě A pod úhlem α, odráží se pod stejným úhlem a dopadá na zrcátko Z_2 do bodu B pod úhlem β, odrazí opět pod úhlem β do směru O a protíná dopadající paprsek v bodě D pod úhlem ω. Jde o vyšetření velikosti úhlu ω. Z trojúhelníka ABC plyne

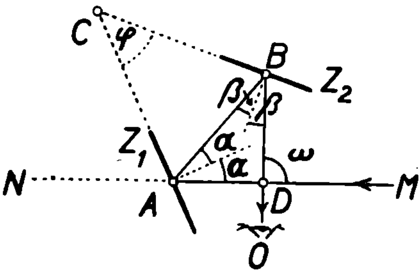
$$(90^\circ - \alpha) + (90^\circ - \beta) + \varphi = 180^\circ,$$

z čehož

$$\varphi = \alpha + \beta.$$

Z trojúhelníka ABD obdržíme pro vnější úhel ω

$$\omega = 2\alpha + 2\beta = 2(\alpha + \beta) = 2\varphi.$$



Obr. 29. Odraz paprsku v úhloměrném zrcátku.

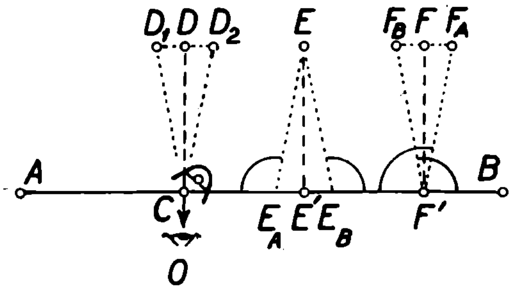
Oba paprsky se protínají pod dvojnásobným úhlem, který svírají obě zrcátka. Svírají-li zrcátka úhel 45°, protínají se paprsek dopadající a odražený pod pravým úhlem, čehož lze využíti k vytyčování kolmic.

Obě zrcátka se vkládají do chránících rámečků a s nimi do kovové objímky, ve které jsou nad zrcátky vyříznuta okénka. Na spodní straně objímky je držátko se závěsem pro olovnici. Jedno zrcátko má dva spojovací (tažné) a jeden, případně dva, šroubky tlačné, aby se jimi dala zajistiti správná poloha obou zrcátek. V malých mezích lze jedním zrcátkem pohybovat a nastaviti je do polohy, aby obě svírala úhel 45°.

Obr. 30. Zrcátko minimum.

Tutéž úlohu plní nejmenší druh zrcátka zvaného „zrcátko minimum" od firmy J. a J. Frič (obr. 30).

Zkouška správnosti úhlu obou zrcátek se provede takto (obr. 31): Na přímce dané dvěma body A a B si vytyčíme polohu třetího bodu C. V bodech A a B postavíme svisle výtyčky, v bodě C zarazíme kolík a v něm budeme vytyčovat kolmici, na př. 25 m dlouhou. Zrcátko opatřené v závěsu olovnicí, která musí při vytyčování kolmice směřovati stále ke kolíku, natočíme tak, aby k nám bližší zrcátko bylo obráceno k bodu na př. A. Druhé protější zrcátko je obráceno k nám a v něm uvidíme obraz výtyčky v bodě A. Tento obraz je nepohyblivý; do směru přes zrcátko vyšleme pomocníka s výtyčkou na vzdálenost 25 m do bodu D. Kryje-li se obraz výtyčky stojící v bodě A se skutečnou výtyčkou v bodě

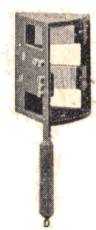


Obr. 31. Zkouška úhloměrného zrcátka.

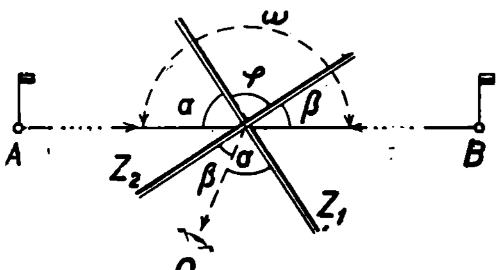
D, viděnou přes zrcátko, označíme bod D kolíkem. Nyní otočíme zrcátko tak, aby otvor byl proti bodu B a vytyčujeme stejně tutéž kolmici vzhledem k bodu B. Je-li zrcátko správné, pak výtyčka v bodě D bude v témž směru jako pozorovaný obraz výtyčky v bodě B. V opačném případě obdržíme jiný bod D_2, označíme-li prvou polohu D_1 vzhledem k bodu A. Měří-li vzdálenost D_1D_2 1 nebo 2 centimetry, je zrcátko správné a odchylku zanedbáváme, jinak je třeba polohu jednoho zrcátka rektifikačními šroubky pozměnit (buď sevřením nebo rozevřením zrcátek), podle toho, zda vytyčujeme větší nebo menší úhel než 90°. Pokus se musí provádět zkusmo několikrát, až kolmice v bodě C, sestrojená vzhledem k bodu A nebo B, je táž. Zvláště spolehlivě se provádí zkouška i oprava zrcátka tehdy, vytyčí-li se v bodě C dlouhá kolmice úhloměrným strojem. Po odstranění stroje se dá zrcátko na stojan a rektifikuje vzhledem k oběma daným bodům.

Při sestrojování kolmic otáčíme zrcátkem kolem svislé osy a obraz výtyčky ztotožňujeme směrově přes zrcátko s výtyčkou v bodě mimo přímku. Podobně je tomu při spouštění kolmic. Pomocník staví výtyčku svisle v bodech, s nichž se mají spustiti kolmice (obr. 31, bod E). Měřič se pohybuje se zrcátkem ve směru měřené přímky a pozoruje v zrcátku, kryje-li se obraz výtyčky počátečního nebo koncového bodu se skutečnou výtyčkou v bodě, se kterého se spouští kolmice. Hrubou polohu paty kolmice měřič napřed odhadne, aby jeho pohyb po přímce netrval dlouho. Olovnice zavěšená na držátku ukazuje místo, kde je pata kolmice. Není-li zrcátko správné, obdržíme vzhledem k počátečnímu bodu přímky jiný bod než vzhledem ke koncovému. Větší vzdálenost než 2 cm mezi oběma body půlíme, čímž obdržíme správnější polohu paty kolmice.

Zrcadlový kříž (křížové zrcátko) (obr. 32). Tato pomůcka se skládá ze dvou zrcátek navzájem kolmých a nad sebou ulo-



Obr. 32. Zrcadlový kříž.



Obr. 33. Zkouška zrcadlového kříže.

žených. Slouží k vytyčování přímých úhlů. Důkaz o tom podává obr. 33. Obě zrcátka nechť svírají úhel φ. Souprava budiž umístěna v bodě na spojnici bodů A a B. Paprsek vycházející z bodu A a dopadající na zrcátko Z_1 v myšlené průsečnici obou zrcátek pod úhlem α, se pod týmže úhlem odrazí do bodu O. Paprsek z bodu B dopadající na zrcátko Z_2 na tutéž průsečnici pod úhlem β se opět pod stejným úhlem odrazí do bodu O. Z obr. 33 plyne, že $\alpha + \beta = \varphi$. Úhel ω sevřený paprsky z bodu A a B se rovná

$$\omega = \varphi + (\alpha + \beta) = 2\varphi.$$

Svírají-li obě zrcátka spolu pravý úhel, lze soupravou vytyčovati přímý úhel čili body na přímce.

Zrcátková souprava je vyráběna tak, že obsahuje v dolní části objímky úhlové zrcátko a nad ním zrcadlový kříž. Tím souprava slouží k sestrojování pravých a přímých úhlů.

Úhlový hranol (hranůlek) (obr. 34). Místo zrcátek se v hojné míře užívá úhlového hranolu čili hranůlku. Hranol má výhodu, že nepotřebuje oprav, je-li správně broušen, má však menší zorné pole a poskytuje méně jasné obrazy.

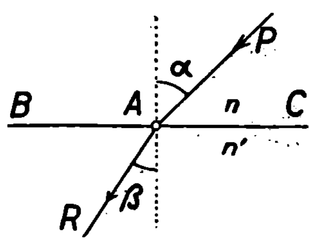
Obr. 34. Úhlový hranol.

Úhlovým hranolem nazýváme hranol, jehož podstavou je pravoúhlý, rovnoramenný trojúhelník; jeho užívání je založeno na lomu a odrazu světla.

V různých optických prostředích se světlo pohybuje různou rychlostí. Ve vzduchoprázdném prostoru je rychlost světla $v_0 = 300\,000$ km za vteřinu a ve skle $v = 200\,000$ km. Podíl obou rychlostí je $v_0 : v = 3 : 2 = 1{,}5 = n$, kde n je index lomu pro užité sklo. Různá skla mají různé indexy lomu.

Je-li hrana BC rozhraním dvou optických prostředí s indexy lomů n a n' (obr. 35), platí pro každý paprsek, dopadající pod úhlem α a lomící se pod úhlem β, optický zákon

$$n \sin \alpha = n' \sin \beta.$$



Obr. 35. Rozhraní dvou optických prostředí.

Oba paprsky leží v téže rovině. Je-li n' větší než n, musí být $\sin \beta$ menší než $\sin \alpha$ a tím $\beta < \alpha$. Je-li v horním prostředí vzduch, jehož $n = 1{,}000\,3 \doteq 1$, lze psáti

$$\sin \alpha = n' \sin \beta.$$

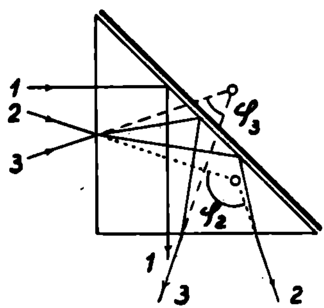
V mezním případě může $\sin \alpha$ dosáhnout jednotky a rovnice v tom případě nabude tvaru

$$1 = n' \sin \beta_1.$$

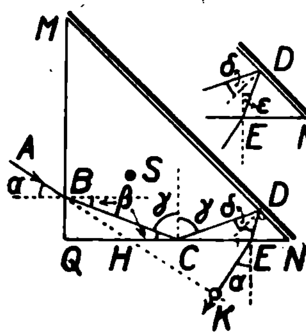
Je-li pro užité sklo $n' = 1{,}5$, pak $\sin \beta_1 = 1 : 1{,}5$ a z toho $\beta_1 = 41° 48'$. To je mezní hodnota, pro niž platí:

Je-li úhel dopadu na rozhraní hustšího a řidšího prostředí větší než mezní hodnota β_1, pak paprsek nevyjde do řidšího prostředí, nýbrž se úplně (totálně) odrazí v témže prostředí. Částečný odraz nastává již tehdy, když se úhel dopadu blíží této hodnotě. Mezní hodnota je pro každý druh skla jiná a pohybuje se kolem 42°.

Tohoto zjevu si musíme být vědomi při používání hranolu. Přeponová plocha je amalgamovaná a odráží dopadající pa-



Obr. 36. Jednoduchý odraz v hranolu.



Obr. 37. Dvojnásobný odraz v hranolu.

prsky úplně, kdežto odvěsnové plochy jsou čiré a paprsky se na nich lámou. Dopadají-li světelné paprsky na odvěsnové plochy tak, že po lomu dopadají na přeponovou plochu, odrážejí se a dopadají na druhou odvěsnu pod menším úhlem než je mezný, projdou lámavou plochou a vycházejí z hranolu (obr. 36). Tím vznikají světlé a pohyblivé obrazy pozorovaného předmětu a úhel φ, pod nímž se dopadající a vycházející paprsky protnou, je závislý na úhlu dopadu, jak se lze snadno přesvědčiti, otáčíme-li hranůlkem kolem svislé osy. Těchto obrazů nelze užíti k vytyčovacím účelům.

Jinak je tomu u paprsků, které dopadají poblíže hrany pravého nebo ostrého úhlu (45°) (obr. 37.) Uvažujme pro další výklad jen případ paprsků dopadajících poblíže hrany pravého úhlu; zcela obdobný výklad platí pro paprsky dopadající poblíže hrany ostrého úhlu. Paprsek vycházející z bodu A dopadá na odvěsnovou plochu hranolu v bodě B pod úhlem α, po projití lámavou plochou láme se ke kolmici pod úhlem β a dopadá na druhou odvěsnu pod úhlem γ. Poněvadž úhel $\gamma = 90° - \beta$, jak plyne z obr. 37, je větší než mezný úhel, úplně se odrazí do bodu D na přeponové ploše, kam dopadá pod úhlem δ. Z trojúhelníka CDN je zřejmo, že vnější úhel

$$90° + \gamma = 45° + 90° + \delta$$

a z toho

$$\gamma = 45° + \delta.$$

Po dosazení za γ obdržíme

$$90° - \beta = 45° + \delta$$

a z toho

$$\delta = 45° - \beta.$$

Na přeponové ploše se paprsek v bodě D úplně odrazí pod stejným úhlem δ a dopadne na odvěsnu QN do bodu E pod úhlem ε. Z $\triangle$ DNE plyne:

$$90° + \varepsilon = 90° - \delta + 45°,$$

z čehož

$$\varepsilon = 45° - \delta = 45° - (45° - \beta) = \beta.$$

V bodě E nastávají tytéž poměry jako v bodě B a poněvadž úhel ε je menší než mezný, paprsek vystoupí z hranolu, láme se od kolmice pod úhlem stejně velikým jako je úhel α. Prodloužený dopadající paprsek AB protne vystupující paprsek EK v bodě K pod úhlem φ, jehož velikost je nutno určit.

Trojúhelník KHE poskytuje

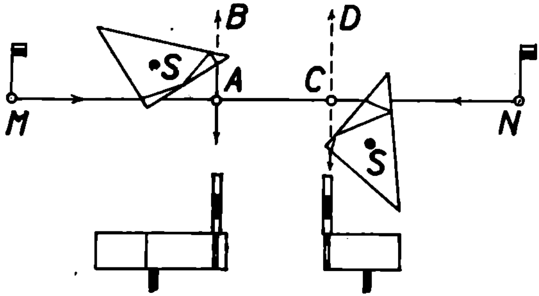
$$180° = (90° - \alpha) + \varphi + \alpha$$

a úhel $\varphi = 90°$.

V tomto případě není úhel φ závislý na úhlu dopadu, ať úhel α je jakýkoliv.

V hranolu vidíme vždy dva obrazy pozorované výtyčky, z nichž jeden je světlý a při otáčení hranolem kolem svislé osy mění svoji polohu, ten pochází od jednoduchého odrazu, druhý obraz se vytvoří po dvojím úplném odrazu, je méně světlý a při otáčení hranolem je stále na témže místě. Tohoto obrazu užijeme k sestrojování kolmic.

Hranol se vkládá do plechové objímky, v níž jsou z hranolu viděti jen odvěsnové plochy (obr. 34). Objímka má na spodní straně držátko pro olovnici. Při sestrojování kolmic se drží hranol v pravé ruce tak, aby přeponová plocha byla přibližně rovnoběžná se spojnicí bodů *MN*, jak ukazuje obr. 38. Obraz

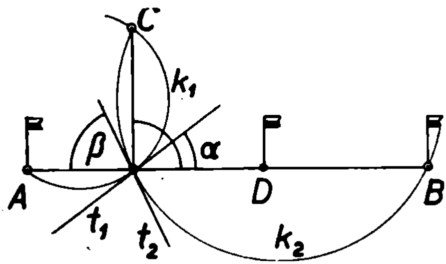


Obr. 38. Spouštění a vztyčování kolmic hranolem.

výtyčky hledáme v hranolu u hrany odvrácené od výtyčky. Ztotožníme-li obraz výtyčky směrově přes hranol s výtyčkou v bodě *B*, ukazuje olovnice patu kolmice na spojnici *MN*. Hranol je možno držeti též tak, že jeho přeponová plocha je přibližně kolmá ke spojnici *MN* a obraz výtyčky hledáme poblíže hrany pravého úhlu, jak ukazuje obr. 38 pro bod *D*. Při vztyčování kolmic se zařídí výtyčka, viděná přes hranol, do směru podle obrazu výtyčky v bodě *M* nebo *N*. Nutno přitom dávat pozor, který obraz pozorujeme, zda světlý a pohyblivý, nebo méně světlý a stálý.

Zkouška hranolu se provádí obdobně jako je tomu u úhlového zrcátka tím, že vytyčujeme kolmici jednou vzhledem k levému a po druhé k pravému bodu spojnice. Souhlasí-li obě paty kolmice na 2 cm, je hranol správný. Větší odchylka se dá odstranit jen novým broušením hranolu nebo je nutno sestrojovati kolmice vzhledem k oběma koncovým bodům spojnice a vzdálenost pat půlit.

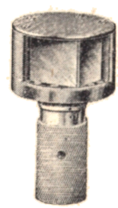
Je důležité, aby se sestrojování kolmic dělo vždy vzhledem ke vzdálenější výtyčce (obr. 39). Spouštíme-li kolmici z bodu C se zřetelem k bodu A, vytyčujeme tím kružnici k_1, která protne přímku AB pod ostřejším úhlem než kružnice k_2 procházející vzdálenějším bodem B. Kružnice k_2 je příznivější k stanovení paty kolmice.



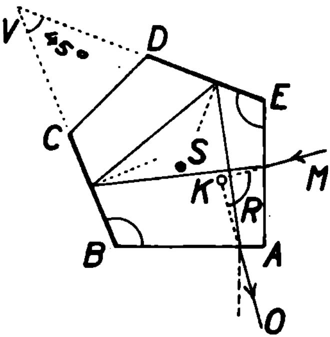
Obr. 39. Sestrojování kolmic.

Průměrný úhel průseku kružnice s přímkou je asi 45° a posuzujeme jej podle směru tečen t_1 a t_2. Chceme-li patu kolmice vytyčit s přesností 1 cm, nesmí se olovnice vzdálit od přímky AB též o 1 cm. Ze směru přímky se nevychýlíme, pozorujeme-li v hranůlku střídavě obrazy dvou výtyček v bodech B a D a kryjí-li se obrazy obou výtyček.

U úhlového zrcátka i u hranolu se protínají paprsky dopadající a vycházející v bodě, který leží mimo bod S, v němž je držátko se závěsem pro olovnici (obr. 38). Olovnice udává proto jiný bod než ten, který by bylo promítnouti. Avšak rozměry zrcátka i hranolu jsou tak malé, že odchylka v poloze obou bodů je prakticky zanedbatelná.


Obr. 40. Pentagon.

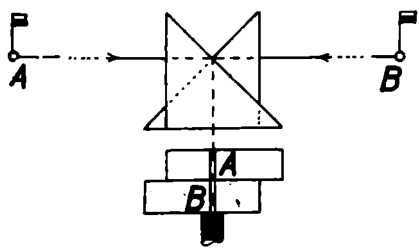
Pentagon (obr. 40). Místo trojbokých hranolů se často užívá hranolů pětibokých, které v podstatě působí jako zrcátko a mají větší zorné pole vzhledem k hranolu trojbokému. Normální řez hranolem je pětiúhelník souměrný k ose AV (obr. 41). Úhly ve vrcholech B a E měří $112\frac{1}{2}°$. Strany BC a DE svírají v prodloužení úhel 45° a jsou amalgamovány. Paprsky dopadající na hranol se lámou ke kolmici, odrážejí se od stěn BC a DE a po výstupu z hranolu směřují k bodu O. Obdobně jako u zrcátka a hranolu se dá dokázati, že paprsek dopadající a vystupující se protínají v bodě K pod pravým úhlem, který je uvnitř hranolu a velmi blízko bodu S, kde je držátko se závěsem pro olovnici. To je další výhodou pentagonu proti hranolu i zrcátku.



Obr. 41. Průchod paprsku pentagonem.

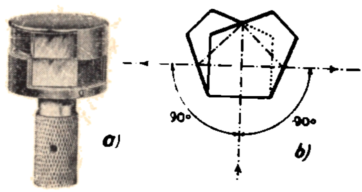
Hranolový kříž a dvojitý pentagon (obr. 42a). Umístíme-li dva hranoly na sebe tak, aby jejich přeponové plochy byly k sobě kolmé, dopadají dva rovnoběžné protisměrné paprsky na hranolové stěny odvěsnové tak, že po průchodu hranoly

Obr. 42a. Hranolový kříž.



Obr. 42b. Zkouška hranolového kříže.

vycházejí rovnoběžně (obr. 42b). Je-li hranolový kříž přesně ve směru spojnice počátečního a koncového bodu, pak obrazy výtyček v obou bodech jsou nad sebou, v prodloužení jedna druhé, a tím lze soupravy použíti k vytyčování přímého úhlu. Soupravou lze sestrojovati kolmice a současně kontrolovati, zda jsme správně ve směru. Oba hranoly jsou umístěny v objímce jako zrcadlový kříž. Jeden hranol je pevně spojen s objímkou a druhý se dá v malých mezích otáčet za účelem seřízení hranolů do správné polohy. Seřízení je správné, když obrazy obou výtyček se kryjí tehdy, je-li hranolový kříž přesně ve směru počátečního a koncového bodu. Kontrola se provádí tak, že při pozorování máme výtyčku A jednou po levé a po druhé po pravé ruce. V obou polohách musíme obdržeti týž bod.



Obr. 43. Dvojitý pentagon.

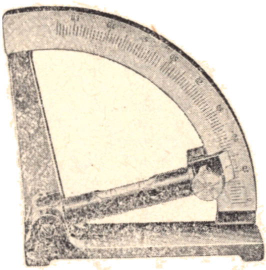
Spojíme-li dva pentagony obdobně, jak ukazuje obr. 43a, b, obdržíme dvojitý pentagon k vytyčování úhlů 90° a 180°.

Továrny vyrábějí shora uvedené soupravy v různých úpravách a provedeních, ale jejich jakost závisí na správném broušení hranolů.

3,3. Pomůcky k měření svislých úhlů. V některých případech je nutno měřiti svislé úhly na desetiny stupně a často i jen na celé stupně, jako je tomu při měření vodorovných délek latěmi po svahu. Měří se šikmá délka a z ní se vypočte vodorovná pomocí úhlu sklonu; tento úhel je třeba odčítat rychle, poněvadž měřický výkon se mnohokráte opakuje. K měření svislých úhlů v tomto případě se užívá sklonoměrů čili svahoměrů.

Libelový svahoměr (obr. 44). Skládá se z kruhového čtvrtkruhu, děleného na celé stupně a někdy na pětidílce. Je upevněn na broušené spodní desce. Na otáčivém rameni je libela a odčítací index, dosahující k dělené úhlové stupnici.

Při měření se svahoměr umístí ve středu a ve směru měřické latě, libela se urovná do vodorovné polohy otočením ramene s libelou a na stupnici se odečte příslušný úhel sklonu.



Obr. 44. Libelový svahoměr.

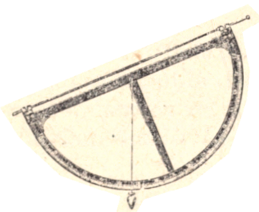
Na některých svahoměrech je vyznačena též tangentová stupnice, jejíž číslování je provedeno stonásobnými hodnotami a měřený svah se vyjadřuje v procentech. Tak odpovídá výškovému rozdílu v dvou bodů při vodorovné vzdálenosti x na př. hodnota $5v$ čili $x = 5v$, takže

$$v : x = 1 : 5$$

a to znamená, že

$$\operatorname{tg} \alpha = v : x = \tfrac{1}{5} = 0{,}20$$

čili přímka má 20% sklon. Vzdálenosti 100 m přísluší tak výškový rozdíl 20 m.



Obr. 45. Závěsný sklonoměr.

Závěsný sklonoměr (obr. 45). V hornictví se často měří délky podél napjatého provazce. Směr se měří báňskou busolou (hornickým kompasem) a sklon provazce se stanoví lehkým závěsným sklonoměrem o velikém poloměru. Číslování postupuje oběma směry od středu oblouku. Spojnice středu kruhu a počátku dělení 0° je kolmá k ose závěsných háčků, z nichž jeden se zavěšuje na provazec zleva a druhý zprava ve směru provazce. Olovnicové vlákno, podle kterého se čte úhel, je buď velmi jemná niť, žíně nebo vlas.

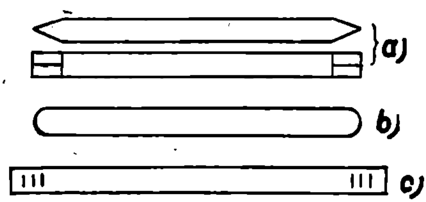
Sklonoměrů je několik druhů.

4. MĚŘENÍ, MĚŘÍTKA A MÍRY

V praktické geometrii měříme různé veličiny a výkon, kterým zjišťujeme jejich velikost v jednotkách téhož druhu, nazýváme měřením. Jednotku, v níž vyjadřujeme měřenou veličinu, nazýváme mírou. V geodesii měříme délky a úhly, určujeme velikost ploch a tak máme míry délkové, úhlové a plošné. V některých případech měříme též čas, teplotu, vlhkost a tlak vzduchu.

Délkové míry se nanášejí na tyče kovové, dřevěné, skleněné a tak dostáváme měřítka. Měřítka užívaná v poli jsou nazývána též měřidly a jsou zhotovena jako ocelová nebo tkaninová pásma, dřevěné latě a dříve též měřické řetězce.

Měřítka dělíme na dva druhy, koncová a čárková. Při koncovém měřítku je délka obsažena mezi oběma koncovými plochami nebo břity a u měřítka čárkového mezi dvěma čárkami vyrytými kolmo k podélné ose měřítka (obr. 46).

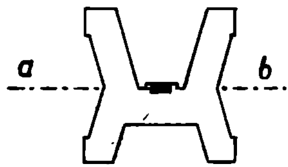


Obr. 46. Délková měřítka.

4,1. Soustavy měr délkových a plošných. Dříve měl každý stát, země a případně i kraj svoji soustavu měr délkových a i když základní jednotka byla stejně pojmenovaná, byla různě dlouhá. Tato nejednotnost byla v našich zemích odstraněna v roce 1756, kdy vídeňský sáh byl prohlášen za jednotku délkovou a tím byla odstraněna nesnáz v převádění délkových měr mezi zeměmi. Pro srovnávání výsledků vědeckých prací i v běžném životě mezi jednotlivými státy trvala nesnáz dále, neboť každý stát měl opět svoji jednotku. Teprve zavedením metrické soustavy v mezinárodních stycích i uvnitř států byla délková míra uvedena na společný základ. V našich zemích se tak stalo v roce 1876.

Míra metrická. Dnešní zákonitá jednotka metr měla býti 10 000 000-tou částí zemského kvadrantu. Poněvadž potřebná měření stupňová byla vykonána v jednotce staré francouzské míry — toise — obdržel metr definici podle této toisy (peruánské) a jeho délka 1 m = 0,513 073 98 toisy. První metr nanesený na platinovou tyč o průřezu obdélníkovém (25 × 4 mm) se nazývá dnes archivním metrem (mètre des archives). Při 0° udává 443,296 pařížských čárek původního měřítka toise de Pérou, která byla ze železa, při 13° R. Je to měřítko koncové a představuje jednotku vázanou na toise de Pérou.

Podle tohoto měřítka byla zhotovena ze slitiny, platiny a iridia v poměru 9 : 1 dokonalejší měřítka čárková ve tvaru tyče o průřezu velmi únosném (obr. 47). Těchto měřítek bylo zhotoveno 30 pro různé státy a shodných s archivním metrem. Jedno z nich bylo v roce 1889 prohlášeno za mezinárodní prototyp metrické soustavy a ostatní měřítka byla přidělena jednotlivým státům losem a prohlášena za národní prototypy. Dnes je mezinárodní metr jako základní jednotka metrická stanoven délkou obsaženou při teplotě 0° mezi dvěma čárkami, které jsou vyryty ve středním žebru kolmo k ose tyče v rovině *ab* neutrálních vláken. Tím byla odstraněna původní neudržitelná definice metru, neboť každé stupňové měření by poskytovalo jinou délku zemského kvadrantu a to by mělo za následek, že by se musela měnit i délka metru, třeba jen ve velmi malých mezích.



Obr. 47. Kolmý řez národním prototypem délkového měřítka.

Podle národního prototypu se zhotovují měřítka normální, opět se vší pečlivostí, jež potřebují státní a vědecké ústavy, jakož i mechanické dílny. Těchto měřítek se používá jen k zhotovení (srovnání) dalších měřítek kontrolních, u nichž se udává vztah jen k normálnímu měřítku při určité teplotě.

Srovnávání normálních a kontrolních měřítek se děje komparátory. Mezinárodní komise se usnesla v roce 1872 zavésti čárková měřítka za měřítka normální, neboť dotykem měřítka s pákami komparátoru trpí konce měřítek a tomuto nedostatku je čeleno u měřítek čárkových.

Nejužívanější *délkové míry metrické* jsou:

megametr	=	Mm	=	1 000 000 m	
kilometr	=	km	=	1 000 m	
hektometr	=	hm	=	100 m	
dekametr	=	dkm	=	10 m	

decimetr	= dm	=	0,1 m = 10 cm
centimetr	= cm	=	0,01 m = 10 mm
milimetr	= mm	=	0,001 m
mikron	= μ	=	0,001 mm
milimikron	= $\mu\mu$	=	0,001 μ
angstrem	= Å	=	0,1 $\mu\mu$ = 0,000 000 1 cm.

Plošné míry metrické jsou:

čtvereční metr	= 1 m^2		
ar	= 1 a	=	100 m^2
hektar	= 100 a	=	10 000 m^2
čtvereční kilometr	= 100 ha	=	1 000 000 m^2.

Plochy menší než 1 m^2 vyjadřujeme buď v desetinném zlomku čtverečního metru nebo ve čtverečních decimetrech dm^2, centimetrech cm^2 a pod.

Míra sáhová. Vedle míry metrické užívá se u nás ještě míry sáhové; je proto důležité uvésti souvislost mezi oběma. Základní jednotka sáh (°) se dělí na 6 stop (′), stopa na 12 palců (″) a palec na 12 čárek (‴).

V míře metrické platí pro sáh:

1 vídeňský sáh	= 1° = 6′ = 72″ = 1,896 484 m
1 vídeňská stopa =	1′ = 12″ = 0,316 081 m
1 vídeňský palec =	1″ = 0,026 340 m = 12‴
1 vídeňská čárka =	1‴ = 0,002 195 m
1 rakouská (pošt.) míle	= 4000° = 7,585 936 km.

Plošnou jednotkou v míře sáhové je j i t r o. Je to čtverec o straně 40° s výměrou 1600 □°. Polovina jitra se nazývá korec (strych), třetina jitra je míra nebo měřice.

1 jitro	= 1600 □° = 0,575 464 2 ha ≐ 57 a 55 m^2
1 korec	= 800 □° = 0,287 732 1 ha ≐ 28 a 77 m^2
1 míra	= $533\frac{1}{3}$ □° = 0,191 821 4 ha ≐ 19 a 18 m^2
1 čtv. sáh	= 1 □° = 3,596 652 m^2
1 čtv. rakouská míle	= 57,546 42 km^2.

Staré míry české. U nás byl původní mírou pražský čili český loket. Jeden jeho prototyp je dosud zazděn u vchodu do novoměstské věže. Zemský provazec měřil původně 42 loktů a po shoření zemských desk v roce 1541 byla jeho délka změněna na 52 loktů. Je tu patrná shoda mezi délkou zemského provazce s délkou jedné rovníkové vteřiny, neboť

$$\begin{aligned} 52 \text{ loktů} &= 30{,}877\,6 \text{ m} \\ 1 \text{ rovníková vteřina} &= 30{,}863\,3 \text{ m}. \end{aligned}$$

Shoda svádí k domněnce, že pražský loket byl odvozen z nějakého měření Země.

Jiné délkové jednotky.

1 námořní míle = 1 poledníková min. = 1,852 01 km
1 rakouská námoř. míle = 1 rovníková min. = 1,855 11 km
1 zeměpisná míle = 4 rak. námoř. míle = 7,420 44 km.

4,2. Míry úhlové. Velikost úhlů se udává buď

a) v míře obloukové (absolutní), v níž se provádí analytické výpočty a proto se jmenuje někdy analytickou mírou nebo

b) v míře stupňové.

V obloukové míře má plný úhel hodnotu 2π, přímý π a pravý $\frac{1}{2}\pi$. Stupňovou míru udáváme v dělení šedesátinném (sexagesimálním) nebo v setinném (centesimálním).

V šedesátinném dělení dělíme plný úhel na 360° (stupňů), 1° na 60′ (minut) a 1′ na 60″ (vteřin). Úhly menší než 1″ vyjadřují se desetinným zlomkem vteřiny. V setinném dělení má plný úhel 400 gradů a označují se g. Pravý úhel se označuje D a má 100^g. Menší hodnoty než 1^g se vyjadřují ve tvaru desetinného zlomku:

$0{,}1^g$ = 1 decigrad se značkou dg
$0{,}01^g$ = 1 centigrad se značkou cg nebo setinná minuta `, c
$0{,}001^g$ = 1 miligrad se značkou mg
$0{,}0001^g$ = 1 decimiligrad se značí dmg nebo setinná vteřina ``, cc.

Převody úhlových měr. Úhly vyjádřené v šedesátinném dělení převedou se do setinného dělení podle těchto vztahů:

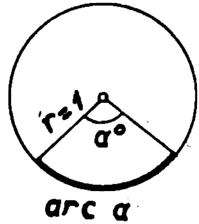
$$\begin{aligned} 10^g &= 9° \\ 1^g &= 54' = 0{,}9° \\ 1^{cg} &= 1^{\grave{}} = 0{,}09° = 0{,}54' = 32{,}4'' \\ 1^{dmg} &= 1^{\grave{}\grave{}} = 0{,}00009° = 0{,}0054' = 0{,}3240''. \end{aligned}$$

Podobně naopak je:

$$\begin{aligned} 1° &= 1{,}000\,000\,0° = 1{,}111\,111\,11^g \\ 1' &= 0{,}016\,666\,7° = 0{,}018\,518\,52^g = 1{,}852^{\grave{}} \\ 1'' &= 0{,}000\,277\,8° = 0{,}000\,308\,64^g = 3{,}086^{\grave{}\grave{}}. \end{aligned}$$

Uvedená čísla se užijí s výhodou pro převod na počítacím stroji. Jinak lze užíti převodní tabulky.

Obloukovou míru převádíme na stupňovou podle vztahu plynoucího z obr. 48:



Obr. 48. Absolutní míra úhlová arc α.

$$\text{arc}\ \alpha : \alpha^\circ = 2\pi : 360^\circ$$

$$\alpha^\circ = \frac{360}{2\pi}\ \text{arc}\ \alpha = \varrho^\circ\ \text{arc}\ \alpha, \text{ kdež}$$

$$\varrho^\circ = \frac{360}{2\pi} = 57{,}295\ 78^\circ$$

$$\varrho' = \frac{360 \times 60 \times 60}{2\pi} = 60\varrho^\circ = $$
$$= 3437{,}75' \doteq 3438'$$

$$\varrho'' = \frac{360 \times 60 \times 60}{2\pi} = 60\varrho' = 206\ 264{,}81 \doteq 206\ 265''$$

Obráceně platí

$$\text{arc}\ \alpha = \frac{\alpha^\circ}{\varrho^\circ} = \frac{\alpha'}{\varrho'} = \frac{\alpha''}{\varrho''}.$$

Někdy se označení „arc“ vynechává a píšeme $\alpha = \dfrac{\alpha^\circ}{\varrho^\circ} =$ atd. Číslo ϱ se nazývá radián.

V setinném dělení se součinitelé rovnají:

$$\varrho^g = \frac{400^g}{2\pi} = 63{,}661\ 977^g = 6366{,}1977^{cg} = 636\ 619{,}77^{dmg}.$$

Převrácenou hodnotu radiánu ϱ lze někdy nahraditi sin $1''$ nebo tg $1''$, jde-li o malou úhlovou hodnotu. Můžeme položiti

$$\frac{1}{\varrho''} = \text{arc}\ 1'' = \sin 1'' = \text{tg}\ 1'' \qquad \text{nebo}\ \ \varrho'' = \frac{1}{\sin 1''} = \frac{1}{\text{tg}\ 1''}.$$

Podle toho je délka oblouku

$$\text{arc}\ 1^\circ = \frac{1}{\varrho^\circ} = 0{,}017\ 453\ 292, \qquad \text{arc}\ 1^g = 0{,}015\ 707\ 96,$$

$$\text{arc}\ 1' = \frac{1}{\varrho'} = 0{,}000\ 290\ 888, \qquad \text{arc}\ 1^{cg} = 0{,}000\ 157\ 08,$$

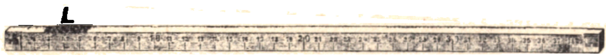
$$\text{arc}\ 1'' = \frac{1}{\varrho''} = 0{,}000\ 004\ 848, \qquad \text{arc}\ 1^{dmg} = 0{,}000\ 001\ 57.$$

4,3. Přístroje a pomůcky k přímému měření délek. Měřením délky se rozumí zjišťování, kolikrát je délka použité jednotky obsažena v měřené vzdálenosti a kolik činí zbytek. Při měření vodorovných délek je důležité, aby měřidlo bylo kladeno vodorovně ve svislé rovině dané tížnicemi jdoucími počátečním a koncovým bodem měřené délky.

Polními měřítky neboli měřidly jsou latě a měřická pásma, která jsou vyráběna z tkaninových nebo ocelových, případně mosazných stuh. V minulosti bylo užíváno též měřických řetězců, měřických kol a polních kružítek.

K stanovení správné délky měřidla před měřením se užívá dvou kontrolních (normálních) měřítek ocelových s břity, jeden metr dlouhých. Správnost délky měřidla se zjišťuje kladením obou metrů za sebou podél napjatého měřidla ve vodorovné rovině nebo podél čáry na podlaze nebo na kolejnici. Počátek a konec měřidla se vyznačí tužkou, ryskou a pod. Kladením metrů zjistíme, zda je délka měřidla správná nebo o kolik je delší nebo kratší než určitý počet položení kontrolních metrů. Případný rozdíl zjistíme milimetrovým měřítkem. K témuž účelu lze užíti bronzová nebo invarová pásma 4 m dlouhá.

Latě (obr. 49). Měřické latě jsou dřevěné tyče dlouhé 2 až 5 metrů. Jsou obdélníkového nebo oválného průřezu. Zhoto-

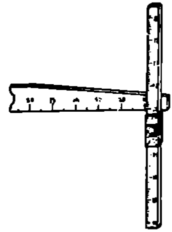


Obr. 49. Měřická lať.

vují se z dobrého a vyschlého dřeva, nejčastěji jedlového. Napouštějí se olejem nebo se natírají olejovou barvou nebo lakem, aby netrpěly vlhkostí vzduchu; tak se předchází změnám v jejich délce. Latě jsou na obou koncích okovány tupě nebo jsou opatřeny břity. Podélný průřez je u mnohých latí směrem ke středu latě zesílen, aby se zabránilo průhybu. Délka latě je dělena po decimetrech, každý decimetr je očíslován a u některých je každý metr jinak zbarven. Koncové decimetry jsou děleny na centimetry. K urovnání latě do vodorovné polohy slouží libela zapuštěná u jednoho konce do dřeva; k její ochraně je na lati kovový závěr. Není výhodné, je-li libela uprostřed latě. Není-li lať opatřena libelou, lze užíti libely stolní, která se na jednom konci při vodorovném uložení latě připevní po dobu měření.

Na druhém konci latě je často kroužek k provlečení šňůry olovnice a kovová botka je opatřena rýhou, aby se šňůra při provažování vodorovné latě ve sklonitém území nesmekala. Tím je poloha šňůry zajištěna a olovnici lze podle potřeby zdvihati nebo spouštěti.

Někdy se k měřické lati přidávají jedna nebo dvě třímetrové svislé latě s centimetrovým dělením a s pojízdnými objímkami k uložení vodorovné latě do vodorovné polohy (obr. 50). Celek tvoří soupravu profilovacích nebo vážních latí a slouží současně k měření délkovému i výškovému.

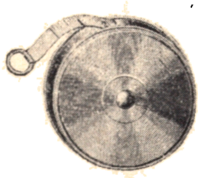


Obr. 50. Část soupravy profilovacích latí.

Délka latě musí býti přesně zjištěna kontrolním metrem, neboť lať delší nebo kratší o 2 mm může býti příčinou hrubých chyb v měření. Na př. lať pětimetrová je o 2 mm kratší a byla položena 20krát do směru. V měření délky 100 m dlouhé byla nesprávnou délkou latě způsobena již chyba 4 cm a o tuto hodnotu bylo naměřeno více. Výsledky měření je nutno opravit.

Při výrobě latí dřevěných může býti odchylka od správné délky 4 a 5metrové nanejvýše $\pm$ 3 mm, u 2 m latí $\pm$ 1,5 mm. Se zjištěnou odchylkou počítáme a výsledky měření opravujeme.

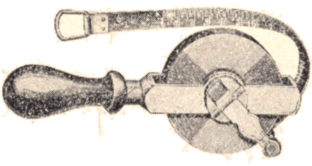
Pásmo tkaninové (obr. 51). Tkaninová pásma jsou k dostání v délce 10 nebo 20 m, lze objednati též 30 a 50 m dlouhá. Jsou dělena po centimetrech a mnohá jsou vyráběna z olejované látky propletené drátky, aby se nesrážela. Navíjejí se do kožených pouzder. Tkaninová pásma se delším používáním protahují a vlivem vlhka srážejí a proto se jich užívá jen k měření krátkých délek a při měření menší přesnosti.



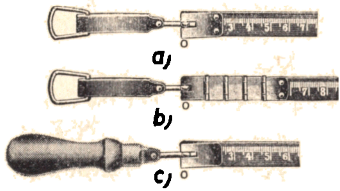
Obr. 51. Tkaninové pásmo.

Místo tkaninových pásem se pro přesnější měření užívá pásem ocelových, která mají buď vidlici s rukojetí (chybně zvaná malá pásma), nebo jsou navinuta na kovovém kruhovém pásu (chybně zvaná velká pásma).

Pásmo na vidlici s rukojetí (obr. 52). Ocelová pásma jsou trvalá, vyžadují však opatrného zacházení, aby se při měření nekličkovala a nelámala. Jsou k dostání 20, 30 a i vícemetrová. Nejúčelnější jsou 20 m dlouhá a dobře vyhovují ještě 30metrová. Jsou dělena po centimetrech a každý decimetr je očíslován. Pouze první decimetr je dělen na milimetry. Dělení je buď jen na jedné nebo na obou stranách podle způsobu leptání čísel a čárek (je-li provedeno do hloubky nebo do výšky). Navíjejí se na vidlici. Přetržená pásma se dají spravit



Obr. 52. Pásmo na vidlici s rukojetí.



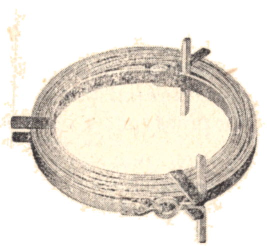
Obr. 53. Počátek pásma na vidlici.

a je-li správka provedena odborně, lze jich použít bez obav k dalšímu měření po přezkoušení kontrolními metry.

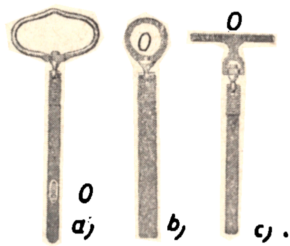
Při měření ve svahovitém území se drží jeden konec pásma na zemi v bodě a druhý konec se při napjatém pásmu provažuje olovnicí na povrch území. Měření je lépe prováděti po svahu, kdy počátek pásma se drží přímo v bodě a konec se lépe napne. Měření proti svahu je obtížnější, neboť počátek i konec pásma se musí provažovat olovnicí. Je-li měřená vzdálenost kratší než délka pásma, drží se jeden konec v bodě a druhým se pohybuje ve směru nahoru a dolů a nejmenší čtený údaj je správná vodorovná délka, neboť jen při vodorovném pásmu je nejmenší čtení.

Pásmo se navíjí kličkou. Začátek dělení se buď shoduje s počátkem pásma nebo je na pásmu v jisté vzdálenosti od kraje. V prvém případě je pásmo ukončeno kloubem nebo řetízkem z mosazných článků, jak ukazuje obr. 53a, b, c. Pásmo s počátkem dělení v jisté vzdálenosti od kraje se nehodí k měření délek mezi kouty budov, neboť se snadno zlomí.

Pásmo na kruhu (obr. 54). K měření větších délek používá se silnějších ocelových pásem, která se musí více napínati. Navíjejí se na železný kruhový pás o větším průměru. Číslování metrů je provedeno buď jen po jedné straně nebo po obou a stejnosměrně nebo protisměrně. K vyloučení omylů při odčítání je lépe užívati jen pásma stejnosměrně děleného



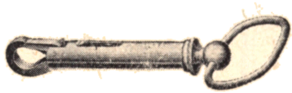
Obr. 54. Pásmo na kruhu.



Obr. 55. Počátek a ukončení pásma na kruhu.

a při měření dodržovati zásadu, aby počátek dělení byl vždy vzadu a konec vpředu. Decimetrové dílky jsou označeny dírkami, půlmetrové mosaznými kruhovými plíšky bez čísel a metrové dílky jsou vyznačeny obdélníkovými plíšky větších rozměrů a s čísly metrů. Centimetry se při odčítání odhadují. Ocelový plech je 10 až 28 mm široký a až 0,5 mm silný. Začátek i konec dělení je buď na pásmu vyznačen nebo se shoduje s celkovou délkou pásma. V tomto případě je pásmo ukončeno buď kroužky nebo rukojeťmi ve tvaru písmene *T* (obr. 55a, b, c). Při rukojeťovém ukončení je počátek i konec dělení v hranách rukojetí a při kroužkovém ukončení je vyznačeno na obvodu kroužků čárkami. Rukojeťové i kroužkové ukončení se napínáním pásma za delší dobu vytahuje a tím se mění délka pásma. Doporučuje se proto občas prováděti zkoušku jeho správné délky.

Pásmo se napíná buď ručně nebo se užívá *napínacích holí* (napínaček) (obr. 56). Hole se upevní k pásmu provazy; při měření menší přesnosti lze oky provléci napínací hole. Napínačky se zabodnou do země a nakláněním jich od pásma ve směru měřené délky se pásmo napne tak, až zmizí jeho znatelné prohnutí. Mnohde užívají k napínání pásem pružinového siloměru, který není nic jiného než pérová váha (obr. 57). Táhnutím rukojeti siloměru spojeného s pásmem se stahuje spirálné pero až nýtek narazí na přepážku v pouzdře, což znamená, že je pásmo napínáno určitou silou, odpovídající poloze přepážky. Přepážku lze měnit a tím lze napínati pásmo


56. 57. 58.

Obr. 56. Napínací hůl. — Obr. 57. Pružinový siloměr. — Obr. 58. Souprava měřických jehel.

silou předem volenou. Kontrolními metry lze stanoviti správnou délku pásma při určitém napínání siloměrem.

Při měření délek pásmem nebo latí se užívá k označování promítnutých konců měřidla na zemi *měřických hřebů* čili *jehel*, jichž sada čítá 10 kusů se dvěma kroužky k navlékání (obr. 58). Jeden kroužek má pomocník vpředu se všemi jehlami, jež při měření postupně zapichuje do země a druhý kroužek má pomocník vzadu, který sbírá zapíchnuté jehly při každém poponášení měřidla vpřed. Je-li délka větší než desetinásobné položení měřidla, předá zadní pomocník po desátém položení všech svých devět jehel i s kroužkem dopředu a obdrží volný kroužek od předního pomocníka. Potom dodatečně předá i desátou jehlu, když jedenácté položení měřidla bylo označeno. Tak se počítají položení měřidla a součet jehel předního i zadního pomocníka musí činit stále deset kusů. Tím je dána záruka, že se nestane hrubá chyba v počtu položení. Je lépe užívati jedenácti jehel místo deseti, neboť po jedenáctém položení předá zadní pomocník všech deset jehel najednou přednímu pomocníkovi a jedenáctá jehla udává první položení pásma v druhé desítce.

Někdy se při délkovém měření užívá místo jehel přiřaďovacích pomůcek s dělením nebo s indexem, ukazujícím přesně místo pro přidržení počátku měřidla.

Při měření na tvrdé půdě jako na dlažbě ulic nebo na zdech se označuje konec pásma čárkou nakreslenou křídou, tužkou a pod. K čárce se položí jehla kolmo k směru měření tak, aby hrot byl ve směru měření.

Pásma na kruhu jsou vyráběna v délkách 20, 25, 30 a 50 m. Vzhledem k silnějšímu ocelovému plechu a větší váze se nejvíce užívá pásem dvacetimetrových. Pásmo padesátimetrové se hodí k měření v rovinném území.

Zkoušení délky pásma se nejlépe provádí na rovině nebo na kolejnici. Při napjatém pásmu si na rovině vyznačíme délku pásma čárkami, případně též směr délky. Nato klademe postupně kontrolní metry ve směru délky a zjistíme, je-li pásmo delší nebo kratší a o kolik.

Cejchování pásem provádí Ústřední inspektorát pro službu cejchovní v Praze. Pásmo 20 m dlouhé je podle cejchovních předpisů správné, neodchyluje-li se jeho délka od správné hodnoty o více než 3,5 mm. Tam, kde se vyžaduje zvýšené přesnosti, je nutno přihlížeti k odchylce pásma od správné délky a výsledky měření opravovati. Přesné srovnávání pásem nebo latí se provádí na komparátorech.

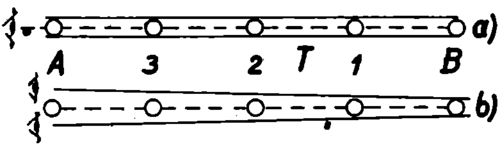
5. VÝKONNÉ MĚŘICTVÍ

5,1. Základní výkony. *Vytyčení bodu.* Vytyčením bodu se rozumí ve skutečnosti vytyčení svislé přímky v daném bodě. Na trigonometrických bodech slouží k tomu svislé tyče pyramid nebo měřických věží, osy hromosvodů, továrních komínů atd. Polygonové a jiné měřické body, jakož i body určené k zaměření se vytyčují na dobu měření výhradně výtyčkami.

Vytyčení přímky. Pod tímto pojmem se rozumí vytyčení svislé roviny procházející dvěma body přímky. Přímkou v praktické geometrii je spojnice dvou bodů na mapě nebo na plánu a nákresu. V území je taková spojnice pomyslnou a její průmět na zemském povrchu je čára jako průsečnice svislé roviny s územím. Na geoidické a elipsoidické ploše je to nejkratší spojnice dvou bodů a jmenuje se geodetickou čarou. Vytyčením přímky určené dvěma body je nutno rozuměti tedy vytyčení dvou nebo několika bodů (výtyčkami) ve svislé rovině procházející danými body.

Přímka se vytyčuje buď od oka nebo kukátkem a nejpřesněji dalekohledem úhloměrného stroje. Mezilehlé body se označí buď jen výtyčkami zabodnutými do země nebo důležitější body se zajistí kolíky, případně i s hřebíky v hlavách, na něž se výtyčka postaví.

Vytyčení přímky od oka (obr. 59a). Tohoto způsobu se užije při vytyčování části přímky asi do 100 m. Záleží tu na viditelnosti a osvětlení bodů. Koncové body úsečky jsou označeny buď mezníky nebo kolíky a na ně se postaví výtyčky upevněné svisle ve stojáncích podle olovnice. Mezi oba koncové body *A* a *B* se vytyčí do směru v určitých vzdálenostech od sebe mezilehlé body takto: Měřič se postaví 3 nebo 5 kroků za výtyčku v bodě *A* nebo *B*, ale vždy směrem k lépe osvětlené výtyčce, aby měl slunce a vítr za sebou. Nato zařizuje pomocníka s výtyčkou do směru počínaje s nejvzdálenějším bodem *1*. Pomocník drží výtyčku v horní polovině mezi prsty, tím výtyčka zaujme svislou polohu a pohybuje se kolmo ke směru AB. Jakmile je výtyčka ve směru výtyček v bodech A a B, je nalezena poloha bodu *1*. Přitom se dává pomocníkovi znamení, jak se má pohybovati, zda vlevo nebo vpravo a děj se opakuje, dokud výtyčka není kryta výtyčkou v bodě A. Podobně se postupuje v bodě *2*, *3* a dalším. Jde-li o důležitější body, zarazí se v nalezeném místě kolík, do kterého se po přezkoušení správného směru zarazí hřebík. Ten



Obr. 59. Vytyčení přímky.

určuje správnou polohu mezilehlého bodu. Kontrolou správného vytyčení je, že výtyčky postavené svisle na mezilehlých bodech musí být v zákrytu a kryty výtyčkou v bodě A, případně v B.

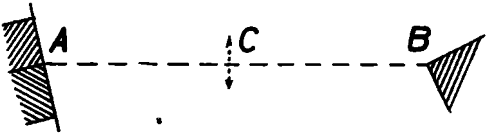
Obvyklá znamení užívaná při vytyčování směru jsou: Vodorovná paže znamená pohyb pomocníka tam, kam ukazuje paže. Šikmo zdvižená paže značí pomalý pohyb ve stejném směru a svislá paže znamená, že výtyčka je ve směru a mávnutí jednou nebo dvěma pažemi dolů oznamuje správnou polohu výtyčky. Správnost vytyčení lze přezkoušet též tím, že se díváme ve směru tečné roviny k výtyčkám z levé nebo z pravé strany.

Vytyčení přímky kukátkem (obr. 59b). Dvojitým kukátkem přiloženým k výtyčce tak, aby byly oba dalekohledy souměrně umístěny (podle svislé roviny určené body A, B), pozoruje měřič, je-li výtyčka v bodě *1* postavena v rovině souměrnosti obou tečných rovin výtyčky B, které procházejí středy objektivů. Podobně je tomu v dalších bodech. Stejně postupujeme při vytyčování oběma očima.

Kukátkem lze vytyčovati části přímky až do vzdálenosti 300—400 m.

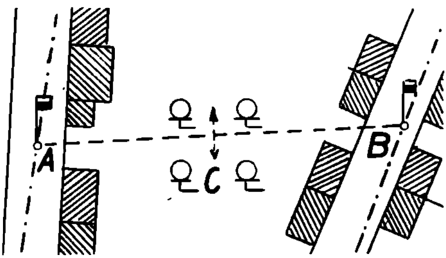
Vytyčení přímky vytyčovací pomůckou úhlovou (obr. 60 a 61). Správně seřízené soupravy pro vytyčování úhlů 180°

(200^g) lze užíti k vytyčování bodů na přímce. Postupuje se tak, že v mezilehlých bodech se zkouší poloha bodu nejdříve vzhledem ke směru *AB* (pohled vpřed) a pak ke směru *BA* (pohled vzad). Při správně seřízené pomůcce se obdrží jeden bod, jinak dva body, jichž vzdálenost je nutno půlit. Tak se postupuje ve všech mezilehlých bodech; začíná se zpravidla uprostřed délky.



Obr. 60. Vytyčení přímky křížovým zrcátkem.

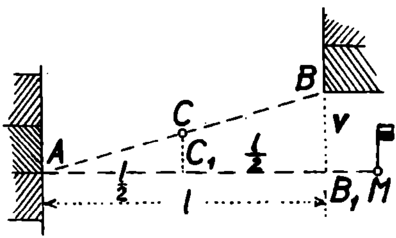
Vytyčovacích pomůcek se užije zvláště výhodně při určování směrových bodů mezi nepřístupnými body nebo když není s jednoho bodu na druhý vidět. S vytyčovací soupravou se měřič postaví mezi oba body tak, aby je viděl a pozoruje současně obrazy obou výtyček (počáteční i koncové). Přitom se pohybuje kolmo na směr přímky až oba obrazy přijdou nad sebe do téže svislé roviny. Tím nalezl polohu hledaného bodu. Další mezilehlé body se hledají obdobně. Není-li s dalšího mezilehlého bodu vidět na oba koncové body přímky, užije se k dalšímu vytyčování některého vytyčeného mezilehlého bodu a vždy toho vzdálenějšího.



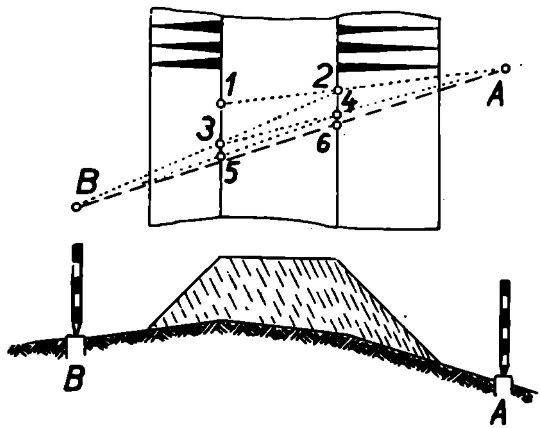
Obr. 61. Vytyčení přímky v nepřehledném území.

Vytyčení přímky mezi nepřístupnými body nebo když není s bodu na bod vidět (obr. 62). Bodem *A* se vede pomocná přímka AM, k níž se spustí kolmice s bodu B do B_1. Změří se $\overline{AB_1}$, $\overline{BB_1}$ a vzdálenost $\overline{AB_1}$ se rozpůlí. Tím se obdrží bod C, ve kterém se vztyčí kolmice a na ni odměří délka $\overline{CC_1} = \frac{1}{2}\overline{BB_1}$. Bod C je na spojnici bodů A a B.

Při vytyčování několika bodů na přímce AB se zvolí na pomocném směru AM body v libovolných vzdálenostech nebo v určitém poměru se zřetelem k délce AB_1. Vzdálenosti zvolených bodů od bodu A se odměří a stanoví se podíl $\overline{BB_1} : \overline{AB_1}$ čili $v : l$. Po



Obr. 62. Vytyčení přímky mezi nepřístupnými body.



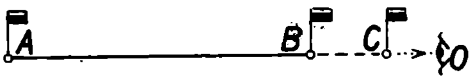
Obr. 63. Vytyčení přímky přibližováním.

vynásobení měřených vzdáleností vypočteným podílem se obdrží délky kolmic, jež se ve zvolených bodech na sestrojené kolmice odměří. Koncové body kolmic musí být na přímce AB.

Není-li s jednoho bodu na druhý vidět a po ruce jsou jen výtyčky, lze postupovat takto:

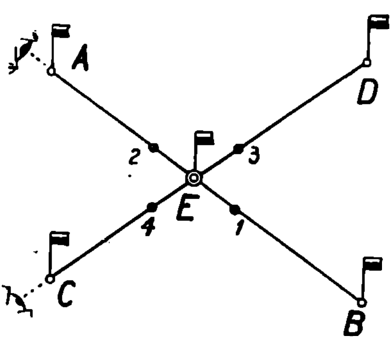
(Obr. 63.) Mezi přístupnými body A a B je vysoký násep, na kterém se zvolí bod 1, s něhož je vidět oba body A a B. Bod se zvolí jak možno nejdále od bodu A. Na spojnici $1A$ se zvolí bod 2, opět co nejdále od bodu B. Na spojnici $2B$ se zvolí bod 3, spojí s bodem A a tak dále až se neustálým přibližováním dostanem do bodu 6, který je ve směru AB.

Prodloužení úsečky (obr. 64). Úsečku AB je prodloužiti do bodu C. Úkol se provede od oka tím, že se měřič postaví za



Obr. 64. Prodloužení úsečky.

vytyčovaný bod C a uvede výtyčky v bodech A, B a C ke krytí. I když jsou výtyčky v bodech A a B přesně postaveny, záleží přesnost vytyčení na měřiči, jak se postaví za bodem C.



Obr. 65. Průsečík dvou přímek.

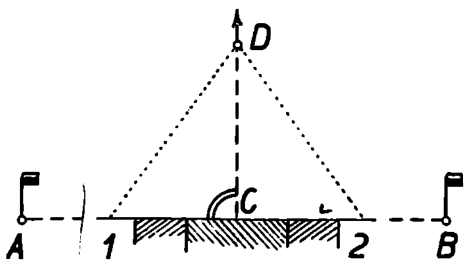
Nepřesnost v určení bodu C roste se vzdáleností bodů B a C a proto se úsečka prodlužuje pro přesnější měřické práce jen asi o $\frac{1}{4}$ délky AB. Při vytyčování úhloměrným strojem se dá úsečka prodloužit přesněji a nanejvíce o celou délku. Hlavním důvodem k tomu je zobrazování měřených hodnot, neboť zobrazovací (vynášecí) pomůcky nelze k zobrazeným daným bodům přiložit s tou přesností, aby nedošlo k vychýlení směru při prodlužování.

Průsečík dvou přímek (obr. 65). Jeden měřič vytyčí s pomocníkem průsečík takto: Poblíže průsečíku určí na přímce AB body *1* a *2*. Nato vytyčí body *3* a *4* na přímce CD. Body *1* až *4* musí být blízko sebe, aby napnutím motouzu mezi body *1—2* a *3—4* mohl být určen průsečík obou přímek.

Jsou-li dva měřiči a jeden pomocník, postaví se jeden měřič za bod A, druhý za bod C a pomocník s výtyčkou se postaví přibližně do průsečíku E. Směrem přes A je pomocník vyřizován do směru přímky AB a podobně ve směru CD druhým měřičem tak dlouho, až pomocník drží výtyčku přesně v hledaném bodě E.

5,2. Jednoduché vytyčovací úlohy. Po ruce jsou pásma nebo latě, výtyčky, kolíky, vytyčovací souprava se stálým úhlem a případně úhlová hlavice.

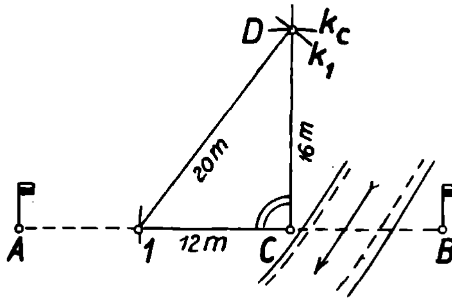
1. úloha (obr. 66). Má se vztyčiti kolmice v bodě C k dané přímce AB. Nejjednodušeji se úloha řeší hranůlkem nebo



Obr. 66. Vztyčení kolmice pásmem.

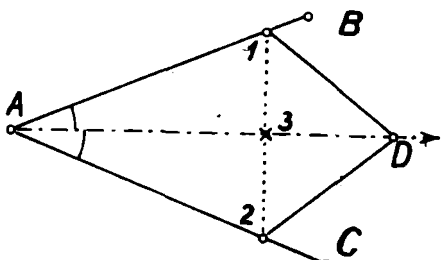
zrcátkem, ale v našem případě užijeme pásma na vidlici a výtyček. Na přímce AB odměříme od bodu C směrem k bodu A i k B určitou délku, na př. 8 m do bodů *1* a *2*. Jeden pomocník podrží nulu pásma v bodě *1*, druhý konec 20metrového pásma v bodě *2*, měřič uchopí pásmo v polovici, napne je a u čísla 10 je bod D. Spojnice CD je hledanou kolmicí.

Táž úloha se dá řešit vytyčováním pravoúhlého trojúhelníka, jehož strany odpovídají celým číslům nebo násobkům čísel 3, 4 a 5. Výhodným trojúhelníkem je v našem případě ten, jehož přepona měří 20, jedna odvěsna 12 a druhá 16 m (obr. 67). Od bodu C odměříme směrem k bodu A 12 m a obdržíme bod *1*. Kolem bodu *1* opíšeme pásmem kružnici k_1 o poloměru 20 m (oblouk v okolí bodu D) a kolem bodu C kružnici k_C o poloměru 16 m až protne prvou kružnici k_1. V průsečíku obou kružnic je hledaný bod D. Je možno užíti též jiných trojúhelníků o délkách stran 5, 12, 13 nebo 8, 15, 17. Podobně lze spouštěti kolmice.



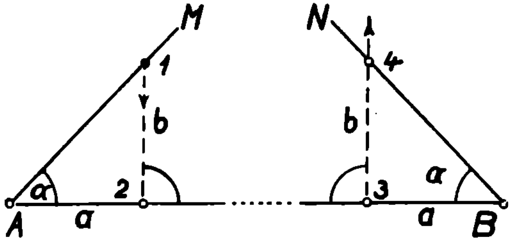
Obr. 67. Vztyčení kolmice podle pravoúhlého trojúhelníka.

2. úloha (obr. 68). Rozpůliti úhel přímek. Na ramena úhlu AB a AC naneseme stejné délky $\overline{A1} = \overline{A2} = 20$ m. Jeden pomocník podrží nulu pásma v bodě *1* a druhý konec pásma v bodě *2*. Měřič uchopí pásmo v polovici a napne. Číslo 10 na pásmu udává polohu bodu D ležícího na ose souměrnosti úhlu. Úlohu je možno řešiti též tak, že spojíme body *1* a *2* a jejich vzdálenost rozpůlíme. Obdržíme bod *3* ležící na ose úhlu.



Obr. 68. Rozpůlení úhlů pásmem.

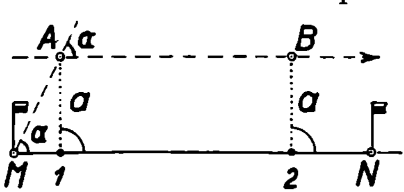
3. úloha (obr. 69). Přenésti daný úhel. Taková úloha se vyskytne při vytyčování souměrných staveb. Úhel α chceme přenésti do vrcholu B. S bodu *1* na přímce AM spustíme kolmici na stranu AB a obdržíme její patu v bodě *2*. Změříme délku $\overline{A2}$, odměříme ji od bodu B směrem k bodu A do bodu *3*, takže $\overline{A2} = \overline{B3}$. V bodě *3* vztyčíme kolmici a na ni odměříme délku $\overline{34} = \overline{12}$. Spojením bodu B s bodem *4* obdržíme hledané rameno úhlu.



Obr. 69. Přenesení úhlu.

Kdyby šlo o vytyčení úhlu určité velikosti v bodě A i B, pak postupujeme takto: V tabulkách goniometrických funkcí (přirozené hodnoty) najdeme k danému úhlu jeho tangentu. Délku a od bodu A i B zvolíme dostatečně a výhodně velikou, na př. $a = 30$ m. Délka kolmice b se vypočte podle vzorce $b = a \,.\, \mathrm{tg}\, \alpha$, tu odměříme v bodech *2* a *3* do bodů *1* a *4*. Spojnice $A1$ a $B4$ jsou hledanými rameny vytyčovaného úhlu.

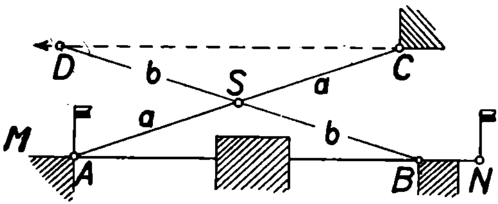
4. úloha (obr. 70). Bodem A vésti rovnoběžku k přímce MN. Není správné přenášeti úhel α, neboť by šlo o vytyčení dlouhého ramene od krátkého. Účelné je spustiti kolmici s bodu A k přímce MN, změřiti délku $a = \overline{A1}$,



Obr. 70. Vytyčení rovnoběžky k dané přímce.

v libovolném bodě *2* vztyčiti kolmici a na ni odměřit délku a. Tak se najde bod B, který je na hledané rovnoběžce.

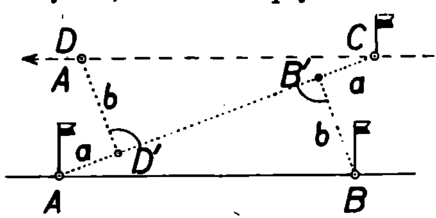
V případě, kdy není s bodu na bod vidět, postupuje se podle obr. 71. Na přímce MN, na které nelze přímo měřit, se



Obr. 71. Vytyčení rovnoběžky užitím úhlopříček rovnoběžníka.

zvolí body A a B. Má-li se bodem C vésti rovnoběžka k přímce MN, spojí se bod C s bodem A, jejich vzdálenost se rozpůlí bodem S. Bod B se spojí s bodem S a prodlouží. Na prodloužený směr se odměří délka $\overline{SD} = \overline{SB} = b$. Spojnice CD je hledanou přímkou.

5. úloha (obr. 72). Vytyčení rovnoběžky k dané přímce lze provésti přesněji tak, že se bod A spojí s bodem C a na získa-



Obr. 72. Vytyčení rovnoběžky užitím vzdáleností od úhlopříčky rovnoběžníka.

nou spojnici se spustí kolmice s bodu B. Změří se $a = \overline{CB'}$, $\overline{B'B} = b$ a od bodu A směrem k bodu C se odměří délka a, sestrojí se kolmice a na ni se odměří délka b. Tím se získá bod D. Spojnice CD je hledanou rovnoběžkou.

5,3. Měření délek. U nás se měří délky pásmem nebo latí nebo opticky. V cizině se k měření užívá též invarových drátů. Je to rychlejší a přesnější měření než latěmi. Délky se měří na centimetry a méně důležité na decimetry.

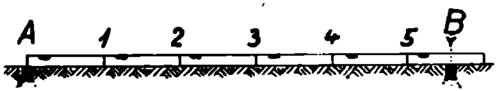
Před měřením se délka měřidla přezkouší kontrolními metry, jak o tom byla zmínka vpředu. Trvá-li měření delší dobu, provede se srovnání též během měření a po jeho ukončení.

K měření určená úsečka se napřed vytyčí v krajních i mezilehlých bodech výtyčkami. Vzdálenost mezilehlých bodů se volí obyčejně dvakrát tak veliká, jako je délka dvacetimetrového pásma, tudíž kolem 40 metrů. Též povaha území tu rozhoduje. V rovinatém území může být vzdálenost výtyček větší než v kopcovitém. Při měření délek jde o určení vodorovných vzdáleností a proto se měření koná tak, aby se vodorovná vzdálenost dala buď přímo měřit nebo vypočísti.

Měření v rovinatém území. Pásmo nebo lať se klade na zem ve směru měření. Při prvém položení měřidla musí zadní pomocník dbát, aby měřidlo přiložil přesně na počáteční bod. Lať se dává do směru buď podle její podélné osy nebo podle hrany a zvolený způsob se musí dodržovat. Dávání do směru se děje podle výtyček na mezilehlých bodech a kontroluje se šňůrou olovnice. Šňůra, hrana nebo osa latě a výtyčky se musí krýt. Totéž kontroluje i přední pomocník, jakmile byla provedena dvě a více položení měřidla, ovšem podle výtyček vzadu. Měřič sám jen polohu měřidla přezkouší. Na konci měřidla se zarážejí do země jehly kolmo ke směru měření, ale šikmo k povrchu území. Střed jehly musí udávat konec měřidla. Svislé zarážení jehel ztěžuje přikládání měřidla při dalším položení, zvláště při provažování olovnicí. Při druhém a každém dalším položení se přiloží počátek měřidla na střed jehly a to vždy v místě, kde jehla vyčnívá ze země. Olovnicí se konec měřidla provažuje tak, aby hrot olovnice ukazoval na zemi místo, kam se jehla zapíchne. Při hrubě nerovném povrchu se drží počátek měřidla u šňůry olovnice visící přesně nad bodem, kde jehla vyčnívá ze země.

Pásmo se musí při měření stejnoměrně napínat při každém položení. Počet položení je dán počtem jehel, které má zadní pomocník na svém kroužku. Při měření značně dlouhé délky musí zadní pomocník dávat pozor, kolikrát předal svůj kroužek s plným počtem jehel dopředu. Zbytek délky kratší než je délka měřidla se pečlivě na měřidle odečte. Celá délka se rovná počtu n jehel krát délka měřidla a zbytku. Po změření délky se jehly navléknou na kroužek předního pomocníka a přezkouší se jejich počet.

Mnohdy se měří též tak, že se k měření užije současně dvou nebo tří latí. Pomocníci přenášejí latě a přiřaďují je postupně k latím ležícím na zemi. Nejdříve se položí prvá lať počátkem v bodě a druhý konec se dá do směru měřené přímky. Druhá lať se přiřadí tak, aby její počátek se dotkl konce prvé latě a usměrní se do přímky. Stejným způsobem se položí do přímky třetí lať. Po položení třetí latě přejde pomocník s prvou latí vpřed a děj se opakuje. Počet položených latí se zapisuje do zápisníku čárkami a celková délka se rovná počtu čárek krát délka latí a zbytku odečtenému při doměření v posledním bodě (obr. 73).



Obr. 73. Měření latí v rovinatém území.

Důležité délky se měří dvakrát, nejlépe jednou ve směru tam a po druhé zpět čili jednou od bodu A k B a po druhé od B k A.

Měření ve svahovitém území. a) *Měření latí* (obr. 74). Lať se klade po svahu na zemi ve směru přímky jako v území rovinatém a svahoměrem se změří úhel sklonu buď každého položení latě nebo jen při druhém, třetím nebo jiném položení latě. To závisí na nepravidelnosti sklonu. Šikmá délka se přepočte na vodorovnou. Je-li l délka latě, l' její vodorovný průmět, α úhel sklonu, pak $l' = l \cos \alpha$. Rozdíl mezi délkou latě po sklonu a jejím vodorovným průmětem je dán vzorcem

$$\Delta l = l - l' = l - l \cos \alpha =$$
$$= l\,(1 - \cos \alpha) = 2l \sin^2 \tfrac{1}{2}\alpha.$$

Celá vodorovná délka mezi krajními body úsečky se rovná součtu všech vodorovných průmětů latí l', jež označme $[l']$. Je-li sklon po celé délce stejný, stačí násobiti $[l]$, t. j. šikmou délku, kosinem úhlu sklonu α

$$d' = [l'] = [l] \cos \alpha = d \cos \alpha .$$

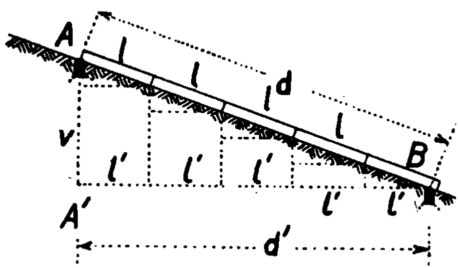
K výpočtu vodorovné vzdálenosti d' lze užít místo úhlu sklonu výškového rozdílu v mezi počátečním a koncovým bodem úsečky. Výškový rozdíl se určí na př. nivelací. Z obr. 74 plyne:

$$[l] - d' = \Delta l = d - d' =$$

$$= d - \sqrt{d^2 - v^2} = d - d\left(1 - \frac{v^2}{d^2}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Rozvineme-li odmocninu v řadu a omezíme-li se na její první dva členy, obdržíme

$$\Delta l = d - d\left(1 - \frac{v^2}{2d^2}\right) = \frac{v^2}{2d}.$$

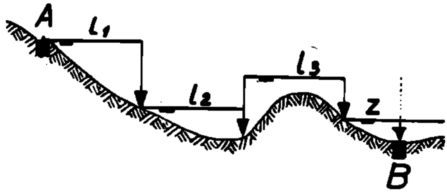


Obr. 74. Měření latí po svahu.

Vodorovná délka je dána výrazem

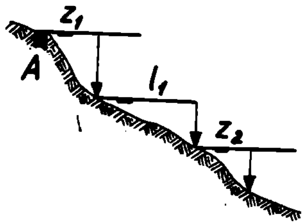
$$d' = d - \Delta l.$$

Měření po svahu se zřídka užívá a přednost se dává způsobu měření užívanému v území rovinatém, aby se v poli získaly délky vodorovné a odpadlo přepočítávání. Lať se klade vodorovně, urovná se podle libely, při čemž se jeden konec latě klade na zem a to ten, u kterého je libela (obr. 75). Druhý volný konec se po urovnání a usměrnění prováží olovnicí na zemi a tam se označí jehlou. Lať se poponese vpřed, její počátek se přiloží ke středu jehly a děj se opakuje. Není-li možno pro překážku držet počátek latě v bodě na zemi, drží se lať nad zemí ve vodorovné poloze nad překážkou a provažují se oba konce latě olovnicemi. Jeden pomocník provažuje počátek latě na střed jehly, druhý pomocník provažuje konec



Obr. 75. Měření vodorovnou latí v kopcovitém území.

latě a promítnutý bod na povrchu zemském označí jehlou. S výhodou lze při měření latí po svahu užíti výtyčky; jednak k určování směru latě, jednak jako opory pro její volný konec při provažování. V každém případě musí být lať při provažování ve směru měření a vodorovná.



Obr. 76. Měření latí v silně sklonitém území.

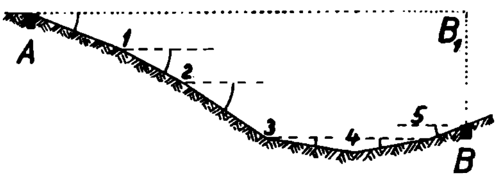
K držení latě ve vodorovné poloze lze užíti též svislé latě, dělené na centimetry s posuvnou objímkou (běžcem) a držadlem pro lať. Je to profilovací laťová souprava, o níž byla již zmínka na str. 47 (obr. 50).

Měření po svahovitém území s vodorovným měřidlem se říká měření ve stupních nebo schůdkování.

V území velmi sklonitém, kde pro velký spád přední pomocník nedosáhne na konec latě, drží zadní pomocník v počátečním bodě ten konec latě, kde je libela a přední pomocník podpírá lať v místech, kam ještě dosáhne. Při urovnané a usměrněné lati prováží se jen její část, nejlépe dílek příslušející celému metru nebo půlmetru a jeho průmět se označí na zemi jehlou. Délku části promítnuté latě je nutno zapsati ihned do zápisníku (obr. 76). Měření vyžaduje velké opatrnosti, aby se nevloudila hrubá chyba do výsledku při sčítání úseků.

Je-li lať opatřena kroužkem k provlečení šňůry olovnice a rýhou na svém konci, lze promítnouti při dostatečně dlouhé šňůře celou délku latě i ve velmi značném sklonu. Podmínkou při tom je, aby se lať nechvěla a olovnice byla klidná.

(Obr. 77.) Měří-li se šikmá délka po svahu, hodí se k měření lať s tupým ukončením. Použije-li se soupravy několika latí,

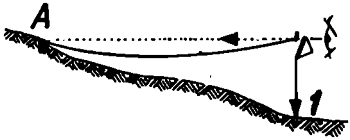


Obr. 77. Měření latí po svahu s nepravidelným sklonem.

musí to být latě s břitovým ukončením, neboť latě tupě ukončené se nedají k sobě správně přiřazovat. Na břit vodorovně položený se přiřadí svisle břit druhé latě a děj se střídavě opakuje.

b) *Měření pásmem.* Pásmem se měří obdobně jako latí jen s tou výjimkou, že se musí stejnoměrně napínat po celou dobu měření, aby se zabránilo značnému prohnutí pásma. Pomocník na počátku drží pásmo pevně v bodě nebo nad ním u šňůry olovnice a pomocník vpředu (u konce pásma) napíná pásmo ve směru měření. Napíná-li se pásmo při měření toutéž silou jako tomu bylo při stanovení délky kontrolními metry, nezpůsobuje prohnutí pásma velké chyby v měření. Při nestejnoměrném napínání je pásmo pokaždé jinak prohnuté a vliv prohnutí se projeví ve výsledku.

Ve svahovitém území se drží pásmo vodorovně od oka, neboť odchylka od vodorovného směru o 10 až 20 cm u dvacetimetrového pásma nezpůsobuje znatelnou chybu. Při větším sklonu užijeme hranůlku s olovnicí, jak ukazuje obr. 78. Měřič urovnává pásmo od toho konce, který je níže a promítá obraz olovnice ve vodorovně drženém hranůlku na druhý konec pásma. Nato se pásmo zdvihne do výše hranůlku a napne.



Obr. 78. Měření pásmem ve svahovitém území.

Nevystačí-li prvý pomocník svojí výškou těla k napnutí celého pásma ve vodorovném směru, rozdělí se jeho délka na dvě nebo na více částí a každá se promítne postupně na povrch území až celá délka pásma je vyčerpána. Nejdříve se promítne konec prvé části u některého celého metru, promítnutý dílek pásma se podrží na zemi ve středu jehly a promítne se konec druhé části atd. Tím se nemusí sčítat jednotlivé úseky, nýbrž jen celé pásmo. Při provažování částí pásma se užije k označování průmětů na zemi jehel zadního pomocníka, kdežto při provážení konce pásma označí průmět přední pomocník svojí jehlou.

Je-li měřená délka kratší než délka pásma, podrží se jeho počátek v bodě a koncem pásma se pohybuje nahorů a dolů podél nitě olovnice držené nad druhým bodem. Nejmenší čtení u nitě olovnice dává vodorovnou vzdálenost.

Zapisování délek. Měřené hodnoty délek zapisujeme do zápisníku. Každou důležitou délku měříme aspoň dvakrát a pokud možno ne hned po sobě, nýbrž po určitém časovém přerušení. Při tom lze doporučiti i použití jiných pomocníků.

1		2	3	4	5	6	7	8	9
Délka		Počet měřických		Zbytek latě, pásma	Délka	Průměr S	Oprava z porovnání O	Výslední délka $D =$ $=S+O$	Poznámka
od bodu	k bodu	latí	pásem						
číslo				m	m	m	m	m	
34	35		3	17,35	77,35				1)
			3	17,39	77,39	77,37	—0,02	77,35	
35	36	14		0,97	70,97				1)
		14		0,95	70,95	70,96	+0,03	70,99	
36	37	16		3,05	83,05				1)
		16		3,09	83,07	83,07	+0,03	83,10	
16	17		5	17,79	117,79				1)
			5	17,71	117,71	117,75	—0,03	117,72	
17	18		6	18,08	138,08				2)
			6	18,18	138,18	138,13	—0,04	138,09	
25	26	7	4	3,98	118,98		+0,01		
		7	4	3,90	118,90	118,94	—0,02	118,93	

1) Měřil dne... Po srovnání měřidel s kontrolním metrem shledána délka latě č. 1 = 5,002 m, pásma č. 3 = 19,994 m.

2) Měřeno po zarostlé mokré louce.

Poznámky k zápisníku č. 1. Do 1. sloupce se zapisují čísla bodů, mezi kterými se koná měření. Do 2. sloupce se zapisuje počet celých latí a do 3. sloupce počet celých pásem. Ve 4. sloupci se zapíše odečtený zbytek délky na měřidle a v 5. sloupci výsledná délka z každého měření. Ze dvou nebo několika měření téže délky se utvoří v 6. sloupci aritmetický průměr. Do sloupce 7 se zapisují opravy z nesprávné délky měřidla a v 8. sloupci se zapíše výsledná délka po opravě. V poznámkovém sloupci se uvádí datum měření, výsledky porovnání měřidel s kontrolními metry, počasí během měření a všechny okolnosti, mající vliv na přesnost měření jako je měření po silnici, po dláždění nebo po mokré louce, měření přes křoví a jiné překážky. Tak třídíme poměry, za jakých bylo měření konáno, na příznivé, střední a nepříznivé.

Žádá-li se odečítání na centimetry, zaokrouhlují se milimetry podle tohoto pravidla: Zbytek menší než 5 mm se zanedbává, větší než 5 mm se zaokrouhluje na nejbližší centimetr a hodnotu rovnou právě 5 mm zaokrouhlíme na nejbližší vyšší centimetr jen tenkráte, když zaokrouhlením vznikne sudý centimetr, jinak se zanedbává. Na př. délku 56,775 m zaokrouhlíme na 56,78 m, neboť poslední centimetr je sudý. Délku 87,565 m zaokrouhlíme na 87,56 m, zaokrouhlením na nejbližší vyšší centimetr vznikl by centimetr lichý a proto 5 mm zanedbáváme. Totéž pravidlo dodržujeme při tvoření průměrů ve sloupci 6 uvedeného zápisníku.

Provádí-li se měření latí po svahu, měříme sklonoměrem úhly sklonu každého položení latě nebo při stejném sklonu několika latí společně. Vodorovnou vzdálenost stanovíme početně, jak bylo vpředu uvedeno. Hodnoty měřené a vypočtené se zapisují do zápisníků, jichž úprava může býti různá.

Zápisník délek měřených po svahu. Číslo 2.

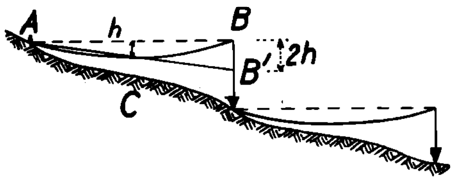
1	2	3	4	5	6
Délka	Počet latí	Měřená délka d	Sklon $\alpha°$	Vodorovná délka d'	Poznámka
25—27	5	25	12	24,454	[1])
	3	15	13	14,616	
	6	30	14	29,109	
	5	25	9	24,692	
	4	20	5	19,924	
	0	+ 4,55	6	4,525	
25—27				117,320	[2])

[1]) Měřil dne... Po srovnání latě s kontrolními metry nalezena délka latě č. 3 = 5,000 m.

[2]) = 117,32 m.

Podobně jako se měří po svahu latí, měří se i pásmem. Poněvadž na pásmu položeném na zemi nelze spolehlivě měřit úhel sklonu, užije se k tomu prkénka, které se položí podél pásma ve středu jeho délky a na něm změříme sklon svahoměrem.

Prohnutí pásma (obr. 79). Vodorovně napjaté pásmo má tvar řetězovky a místo tětivy $\overline{AB}$ měříme oblouk $\widehat{ACB}$ a naměříme více. Je třeba určiti, jaký vliv má průhyb čili prohnutí pásma na měřenou délku. Poloviční oblouk $\widehat{AC}$ lze prak-



Obr. 79. Vliv prohnutí pásma.

ticky nahraditi tětivou $\overline{AC}$ a rovněž oblouk $\widehat{CB}$ je možno nahraditi úsečkou $\overline{CB'}$, kterou obdržíme jako prodloužení úsečky $\overline{AC}$. Průhyb v polovině pásma označme h a na konci pásma $\overline{BB'} = 2h$. Obdobně jako je tomu při zjišťování rozdílu mezi délkou vodorovnou a délkou měřenou po svahu stanoví se rozdíl mezi tětivou $\overline{AB}$ a úsečkou $\overline{AB'}$:

$$\Delta l = \frac{4h^2}{2l} = \frac{2h^2}{l}$$

nebo přesněji podle vzorce

$$\Delta l = \frac{8h^2}{3l}.$$

Prenesení čili průhyb pásma h závisí na váze V délkového metru měřidla a na napínací síle P podle rovnice

$$h = \frac{Vl^2}{8P},$$

po dosazení do horního vzorce obdržíme

$$\Delta l = \frac{V^2 l^3}{24P^2}.$$

Je-li pásmo vyrobeno z oceli o specifické váze 7,8 (pro dm^3 v kg), má jeden metr pásma o průřezu $12 \times 0{,}4$ mm váhu $V_1 = 10 \,.\, 0{,}12 \,.\, 0{,}004 \,.\, 7{,}8$ kg $= 0{,}037$ kg. (Všechny délkové údaje byly převedeny na decimetry.) Napínáme-li takové pásmo 20 m dlouhé silou

$P = 10$ kg, činí průhyb $h = 0{,}185$ m a zkrácení pásma $= 4{,}6$ mm,

$P = 20$ kg, činí průhyb $h = 0{,}092$ m a zkrácení pásma $= 1{,}1$ mm.

Chyba v průhybu znehodnocuje délku stále v témže smyslu a tím je menší, čím napínáme pásmo větší silou. Napíná-li se pásmo silou 10 kg, zmenší se chyba zaviněná průhybem velmi znatelně. Pásmo se nesmí opět přepínati, neboť by se mohlo protahovati a naměřilo by se méně.

Je řada pramenů chyb při měření délek jako jsou chyby vzniklé vybočením měřidla ze směru, šikmou polohou měřidla, nebo zaviněné změnou délky měřítka vyvolané změnou teploty u pásem nebo změnou vlhkosti u latí nebo protažením pásma při jeho přepětí; dále vznikají chyby nepřesným přiřaďováním měřítek k sobě nebo ke středům jehel, vadným provažováním olovnicí za větru, zanedbáváním tloušťky šňůry u olovnice nebo jehel a pod. Většina těchto chyb způsobuje, že naměřená délka je větší než skutečná. Proto je třeba dbáti všech opatrností, aby měřidla byla kladena přesně do směru ve vodorovné poloze a pásma, aby byla stejnoměrně napínána, jak při měření v rovině, tak po svahu nebo přes překážky. O jednotlivých chybách a jejich povaze lze se dočísti podrobnosti v odborné literatuře.

Posuzování přesnosti měřených délek. Výsledek prvého měření se bude zřídka shodovat s výsledkem druhého měření a oba se budou lišit vlivem nevyhnutelných chyb pracovních, vlivem používaných pomůcek a to i tehdy, když měření je prováděno stejným měřičem a týmiž měřidly. Vlivem různých pramenů chyb vyplývá omluvitelnost rozdílů mezi dvojím měřením téže délky. Některé vady se opakují pravidelně a jsou téhož znamení. Tak vznikají systematické chyby. Jejich velikost klademe úměrnou měřené vzdálenosti. Jiné vady se opakují nepravidelně, nahodile a jejich velikost klademe úměrnou druhé odmocnině měřené vzdálenosti. Kromě toho jsou tu ještě stálé vady, které jsou na délce nezávislé, avšak jsou závislé na způsobu označení bodu a odečtení pásma. Označíme-li měřenou délku s, tu celková odchylka mezi prvým a druhým měřením je dána výrazem

$$\Delta s = as + b\sqrt{s} + c.$$

Veličiny a, b a c se dají určiti na základě řady měření vyrovnávacím počtem, ale dají se též stanoviti empiricky (na základě zkušenosti). Pro katastrální měření je u nás stanoveno, že rozdíl mezi dvojím měřením téže délky nesmí překročiti hodnotu danou rovnicí

$$\Delta s = 0{,}000\,15s + 0{,}005\sqrt{s} + 0{,}015,$$

kterýžto výraz platí pro měření konané za středních poměrů. Pro měření konané za příznivých okolností platí tytéž odchylky zmenšené o 25% a za nepříznivých okolností zvětšené o 25%.

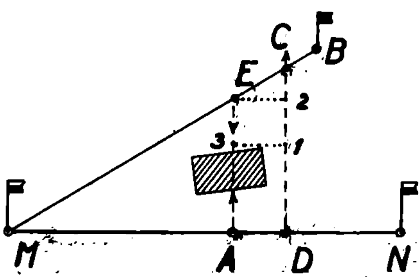
Pro výkonnou službu měřickou jsou podle shora uvedené rovnice sestaveny maximální přípustné odchylky mezi dvojím měřením délek. Podle hodnot v tabulce uvedených se porovnávají rozdíly mezi dvojím měřením v zápisníku č. 1. Zjistí-li se větší rozdíl, musí býti měření opakováno.

Maximální přípustné odchylky mezi dvojím měřením délek.

Délka strany s v metrech	Δs cm	Délka strany s v metrech	Δs cm	Délka strany s v metrech	Δs cm	Délka strany s v metrech	Δs cm
1		88		262		475	
	2		8		14		20
4		113		295		513	
	3		9		15		21
14		140		329		551	
	4		10		16		22
27		168		365		591	
	5		11		17		23
45		198		401		631	
	6		12		18		24
65		229		437		671	
	7		13		19		25
88		262		475		712	

5,4. Jednoduché měřické úlohy. K měření a řešení úkolů se užije pouze výtyček, pásem nebo latí a úhloměrných pomůcek se stálým úhlem (zrcátko, hranůlek, pentagon).

1. úloha (obr. 80). Vztyčiti v bodě A kolmici k přímce MN a prodloužiti ji za překážku. — Bodem M se vede libovolná přímka MB za překážkou a na ní se zvolí bod C tak, aby se z něho dala spustit kolmice k přímce MN. Pata kolmice budiž D. Změří se délky MD, MC, CD a MA. Poněvadž jde vesměs o délky v pravoúhlém trojúhelníku, vypočte se snadno délka kolmice AE a přepona ME.



Obr. 80. Vztyčení kolmice za překážku.

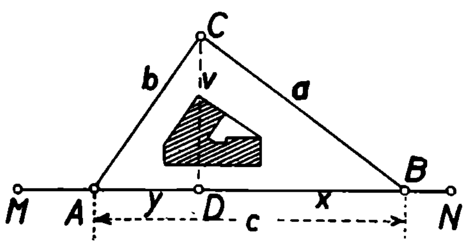
$$\overline{ME} = \overline{MC} \cdot \frac{\overline{MA}}{\overline{MD}}, \quad \overline{AE} = \overline{CD} \cdot \frac{\overline{MA}}{\overline{MD}} = \overline{CD} \cdot \frac{\overline{ME}}{\overline{MC}}.$$

Délkou ME je určena poloha bodu E na přímce MB.

Kolmici AE a její průsečíky s překážkou lze vytyčiti tak, že se v bodě D vztyčí kolmice DC a změří se úsek AD. Kolmice DC se považuje za novou přímku, na ní se zvolí vhodné polohy pat kolmic, v nich se vztyčí kolmice k DC. Odměřením délky AD obdržíme body E a 3, jichž spojnici prodloužíme od bodu E až na překážku. V bodě A se vztyčí kolmice přímo až k překážce.

2. úloha. S bodu se má spustiti kolmice k dané přímce přes překážku. K měření se použije pouze výtyček a pásma. Tu je několik řešení.

Řešení 1 (obr. 81). Na přímce MN se zvolí vhodné body A a B, k nim se zaměří poloha bodu C, s něhož je spustit kol-



Obr. 81. Spuštění kolmice přes překážku.

mici k přímce MN. Změří se délky $\overline{AB} = c$, $\overline{AC} = b$ a $\overline{BC} = a$. Bod D je hledanou patou kolmice; jeho polohu je třeba vypočísti. V pravoúhlých trojúhelnících $\triangle\, ADC$ a $\triangle\, BDC$ je strana $\overline{CD} = v$ společnou. Označíme-li úseky $\overline{AD} = y$, $\overline{BD} = x$, lze psáti:

$$b^2 - y^2 = v^2 = a^2 - x^2 \quad \text{čili} \quad x^2 - y^2 = a^2 - b^2,$$

po rozvedení

$$(x - y)(x + y) = (a + b)(a - b)$$

odtud

$$x - y = \frac{(a + b)(a - b)}{x + y} = \frac{(a + b)(a - b)}{c} = n.$$

Ze součtu $x + y = c$ a rozdílu $x - y = n$ se vypočtou oba úseky x a y:

$$x = (c + n) : 2, \quad y = (c - n) : 2.$$

Řešíme-li rovnice $b^2 - y^2 = v^2$ a $a^2 - x^2 = v^2$ samostatně, obdržíme výrazy:

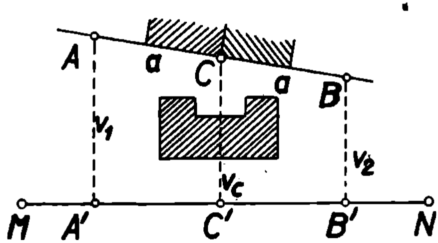
$$x = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2c}, \qquad y = \frac{c^2 - a^2 + b^2}{2c}.$$

Délku kolmice lze vypočísti dvakrát

$$v = \sqrt{b^2 - y^2} = \sqrt{a^2 - x^2}.$$

V poli se odměří délka y od bodu A a délka x od bodu B směrem k bodu D a musí se dospět k témuž bodu. Vznikne-li nějaká odchylka vlivem nevyhnutelných chyb v měření, rozdělí se úměrně úsekům x a y.

Řešení 2 (obr. 82). Bodem C se vede libovolná přímka nebo je-li už taková přímka dána, zvolíme na ní dva body A a B ve



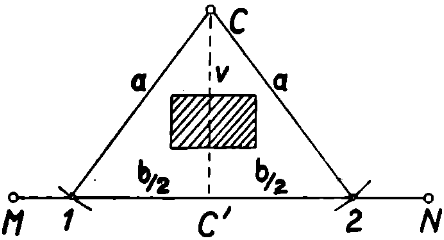
Obr. 82. Stanovení stopy a délky kolmice jdoucí přes překážku.

stejné vzdálenosti od bodu C tak, aby z nich bylo možno spustit kolmice k přímce MN. Paty obou buďtež A' a B'. Délka kolmice CC' se vypočte jako průměr délek obou kolmic $\overline{AA'}$ a $\overline{BB'}$.

$$\overline{CC'} = v_C = \tfrac{1}{2}(\overline{AA'} + \overline{BB'}) = \tfrac{1}{2}(v_1 + v_2).$$

Stopa kolmice C' je uprostřed mezi body A' a B'.

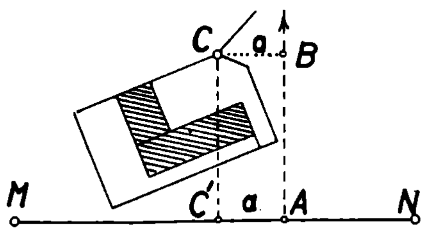
Řešení 3 (obr. 83). Kolem bodu C se opíše kružnice o poloměru délky pásma tak, až protne přímku MN v bodech *1* a *2*.



Obr. 83. Stanovení paty kolmice pásmem.

Po vytyčení bodů *1* a *2* obdrží se rovnoramenný trojúhelník *1C2* a rozpůlením délky $\overline{12}$ pata kolmice C'. Délka kolmice se vypočte z jednoho nebo obou pravoúhlých trojúhelníků.

Řešení 4 (obr. 84.) Má-li se spustit kolmice s bodu C za překážkou k přímce MN, vztyčí se nejdříve kolmice v bodě

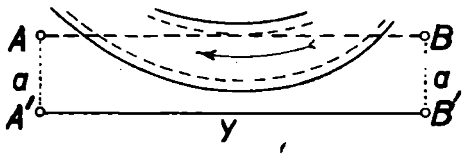


Obr. 84. Určení délky kolmice jdoucí přes překážku.

A poblíže bodu C'. Sestrojenou kolmici považujeme za novou měřickou přímku, na niž se spustí kolmice s bodu C. Vzdálenost $\overline{MC'} = \overline{MA} - \overline{BC}$ a délka kolmice $\overline{CC'} = \overline{AB}$.

5,5. Nepřímé měření (určování) délek. Vyskytnou se úlohy, kdy je nutno určiti vzdálenosti, jichž nelze přímo měřiti. Buď jsou oba body nepřístupné nebo není s jednoho na druhý vidět nebo je mezi nimi nepřekročitelná překážka atd. Po ruce jsou jen výtyčky, vytyčovací pomůcky, pásmo nebo lať.

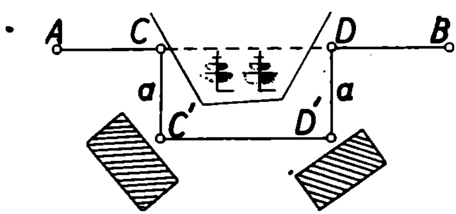
1. úloha (obr. 85). Určiti délku AB, již nelze přímo měřit, ale u které je vidět s bodu A na bod B. (Přímka vede přes



Obr. 85. Nepřímé měření délky.

rybník nebo přes ohbí řeky a pod.) V bodech A a B se ke spojnici obou bodů vztyčí stejně dlouhé kolmice $\overline{AA'} = \overline{BB'} = a$. Tak obdržíme body A' a B', jichž spojnice je rovnoběžná k úsečce AB a stejně dlouhá. Tu změříme přímo.

(Obr. 86.) Nelze-li v bodech A a B vztyčiti kolmice, vytyčí se na přímce AB dva body C a D, v nich se sestrojí kolmice



Obr. 86. Nepřímé měření délky po úsecích.

$\overline{CC'} = \overline{DD'} = a$. Spojnice $C'D'$ je mimo překážku a rovnoběžná k přímce AB. Úsek $\overline{CD} = \overline{C'D'}$ a celá délka $\overline{AB} = \overline{AC} + \overline{C'D'} + \overline{DB}$. Všechny tři úseky se změří přímo.

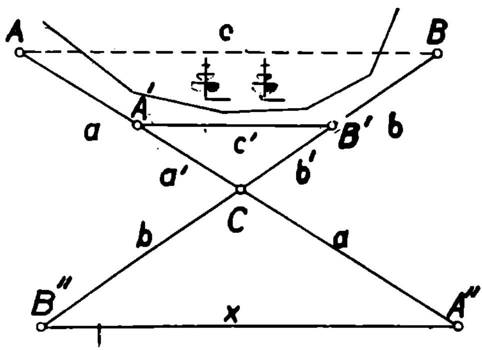
2. úloha. Určiti délku $\overline{AB} = c$, je-li mezi nimi překážka a není vidět s bodu A na bod B.

Řešení 1 (obr. 87). Zvolíme bod C, s něhož je viděti na oba body A a B. Změříme $\overline{AC} = a$, $\overline{BC} = b$ a sestrojíme podobný trojúhelník, takže na obou změřených stranách vyhledáme body A' a B', při čemž $\overline{A'C} = a' = \frac{a}{n}$, $\overline{B'C} = b' = \frac{b}{n}$, kde n je celé číslo vhodně volené (na př. 2, 3, ...), abychom dostali vhodný trojúhelník $A'B'C$. Od bodu C odměříme vypočtené délky a' a b', změříme stranu $\overline{A'B'} = c'$. Z podobných trojúhelníků ABC a $A'B'C$ plyne

$$c : c' = b : \frac{b}{n} = 1 : \frac{1}{n},$$

čili

$$c = nc'.$$

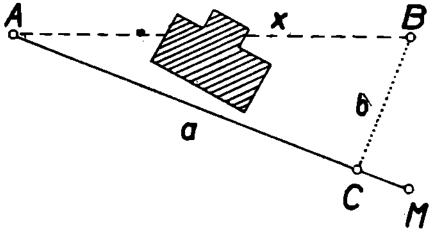


Obr. 87. Nepřímé určení délky z měřených prvků.

Řešení 2 (obr. 87). Je-li území vhodné k prodloužení stran AC a BC do bodů A'' a B'' tak, aby $\overline{CA''} = \overline{CA}$ a $\overline{CB''} = \overline{CB}$, pak změříme $\overline{A''B''} = \overline{AB} = x$. Tím je úloha řešena.

První řešení je méně přesné, neboť chyba v měření se zvětšuje při výpočtu celé délky n-krát.

Řešení 3 (obr. 88). V mnohých případech lze bodem A vésti pomocnou přímku AM, na niž spustíme s bodu B kol-

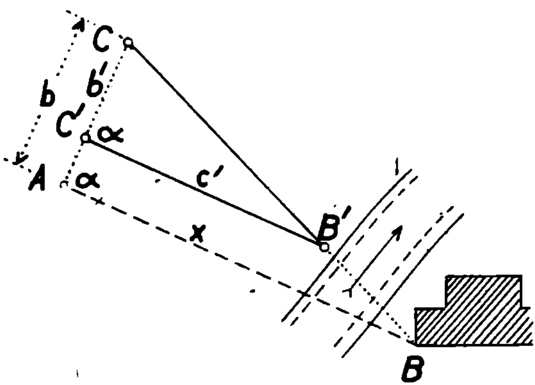


Obr. 88. Nepřímé určení délky z pravoúhlého trojúhelníka.

mici $\overline{BC}$. Změříme $\overline{AC} = a$ a $\overline{BC} = b$ a výsledná délka se vypočte vzorcem $\overline{AB} = x = \sqrt{a^2 + b^2}$.

3. úloha. Určiti délku $\overline{AB}$, je-li jeden bod přístupný, druhý nepřístupný a je viděti směrem $\overrightarrow{AB}$.

Řešení 1 (obr. 89). V bodě A sestrojíme úhel $\sphericalangle BAC = \alpha$ (60° nebo 90°) a na vytyčeném rameni zvolíme bod C ve vhodné vzdálenosti $\overline{AC} = b$, aby s něho bylo vidět na bod B.



Obr. 89. Nepřímé určení délky pomocným trojúhelníkem.

Na přímce AC zvolíme nový bod C' ve vzdálenosti $\overline{CC'} = b' = \frac{b}{n}$, kde $n = 2, 3$ a pod. V bodě C' sestrojíme rovněž úhel $\alpha = \sphericalangle CC'B'$ a stanovíme průsečík jeho ramene $C'B'$ s přímkou CB; tak obdržíme bod B'. Změříme $\overline{B'C'} = c'$ a vypočteme délku $x = \overline{AB}$ z rovnice

$$x = n \,.\, c'.$$

Řešení 2 (obr. 90). V bodě A vztyčíme kolmici $AC \perp AB$, vyznačíme bod C — vhodně zvolený — a v něm sestrojíme další kolmici CD k přímce BC. Vyšetříme průsečík D kolmice CD s prodlouženou přímkou $\overline{AB}$, změříme $a = \overline{AD}$, $b = \overline{CD}$, a $v = \overline{AC}$. V pravoúhlém trojúhelníku BCD platí:

$$v^2 = a \,.\, x \quad \text{čili} \quad x = \frac{v^2}{a}.$$

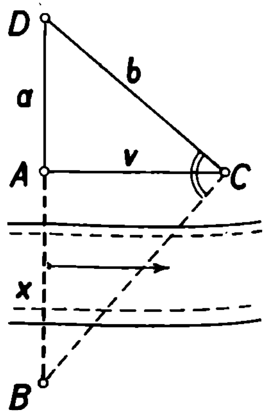
Lze použíti též rovnice

$$b^2 = (a + x) \,.\, a,$$

z čehož

$$x = \frac{(b + a)\,(b - a)}{a}.$$

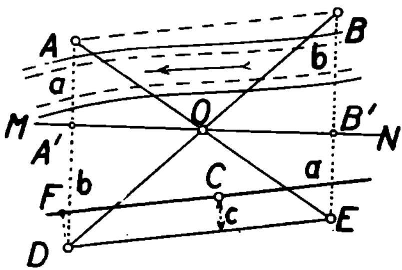
Tak obdržíme pro délku $\overline{AB} = x$ dvě hodnoty, které musí souhlasit.



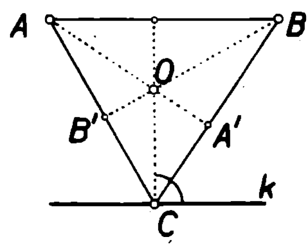
Obr. 90. Nepřímé určení délky ze střední měřické úměrné.

4. *úloha*. Vésti bodem C rovnoběžku s nepřístupnou spojnicí AB (ležící za překážkou).

Řešení 1 (obr. 91). Zvolíme vhodně položenou přímku MN a k ní spustíme kolmice s bodů A a B. Dostaneme paty kolmic A' a B', jejichž vzdálenost změříme a rozpůlíme, půlící bod označme O. Spojnice bodů AO a BB', BO a AA' prodloužíme až se protnou v bodech E resp. D. Spojnice DE je rovnoběžná s přímkou AB. K přímce DE spustíme nyní kolmici s bodu C a změříme její délku c. V jiném bodě přímky DE vztyčíme kolmici na tutéž stranu, jako je bod C, na př. v bodě D a odměřením délky c obdržíme bod F. Spojnice CF je rovnoběžná s přímkou AB. Zároveň jsme určili též vzdálenosti bodů A a B od přímky MN, neboť $\overline{AA'} = \overline{B'E}$ a $\overline{BB'} = \overline{A'D}$.



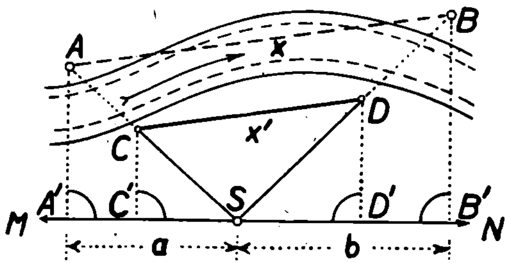
Obr. 91. Vedení rovnoběžky k nepřístupné vzdálenosti.



Obr. 92. Vedení rovnoběžky k dané přímce.

Řešení 2 (obr. 92). Sestrojíme kolmice s bodů A a B k přímkám AC a BC. Obě kolmice AA' a BB' se protínají v bodě O, který vyšetříme jako průsečík dvou přímek. Spojnice CO je kolmá k přímce AB a vztyčíme-li k ní kolmici v bodě C, obdržíme přímku k rovnoběžnou k AB.

5. úloha (obr. 93). Určiti nepřístupnou vzdálenost mezi body A a B. Zvolíme si na vhodném místě v území přímku MN a na ni bod S, s něhož je viděti na body A, B. Spustíme kolmice AA' a BB', změříme $\overline{A'S} = a$ a $\overline{B'S} = b$. Zvolíme celé číslo n (na př. 2, 3, a pod.) a vypočteme délky $\overline{SC'} = \dfrac{a}{n}$ a $\overline{SD'} = \dfrac{b}{n}$, které odměříme od bodu S do bodů C' a D'. V obou bodech vztyčíme kolmice a určíme jejich průsečíky se spojnicemi SA a SB. Tak obdržíme body C a D, jichž spojnice je rovnoběžná s přímkou AB. Změříme délku CD a je zřejmo,



Obr. 93. Určení nepřístupné vzdálenosti.

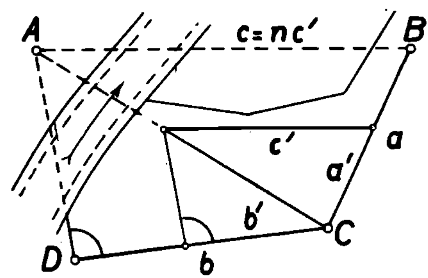
že tu musí opět platit

$$\overline{CD} = x' = \frac{\overline{AB}}{n} = \frac{x}{n},$$

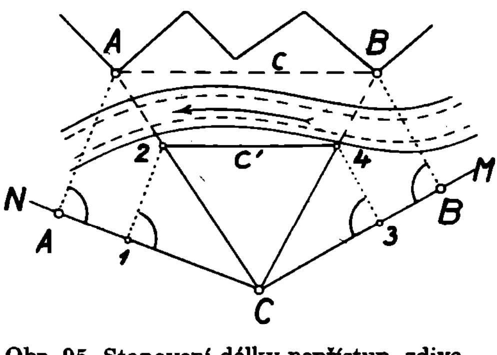
$$\overline{AB} = x = n \,.\, x'.$$

Podobně se řeší úlohy, jak je představují obr. 94 a 95, k nimž není třeba dalšího výkladu.

Přesnost v určení hledané délky závisí v uvedených případech na přesnosti měření všech prvků a chyba v délce x' nebo c' se též n-krát zvětší při výpočtu délky x nebo c. Těchto způsobů řešení se užije jen tenkráte, když jiné řešení pro nedostatek pomůcek není možné.

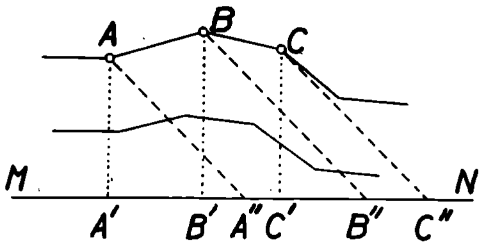


Obr. 94. Určení nepřístupné vzdálenosti.



Obr. 95. Stanovení délky nepřístup. zdiva.

6. úloha (obr. 96). Mají se určiti délky kolmic spuštěných s bodů ležících na druhém břehu řeky k přímce MN. — V tomto případě nám poslouží dobře úhlová hlavice nebo zrcátko pro vytyčování úhlů 45°. Při měření je nutno kromě kolmic AA', BB', CC', ... vytyčiti ještě směry AA'', BB'', CC'', ... pod úhlem 45° k přímce MN. Při měření na přímce MN na př. od bodu M měříme průběžně a na pásmu odčítáme



Obr. 96. Nepřímé stanovení délek kolmic.

polohu každé paty kolmice a bodů A'', B'', ... Odečtením měřených délek $\overline{MA''} - \overline{MA'}$, $\overline{MB''} - \overline{MB'}$, ... obdržíme odvěsny $\overline{A'A''} = \overline{AA'}$, $\overline{B'B''} = \overline{BB'}$, ... rovné délkám kolmic.

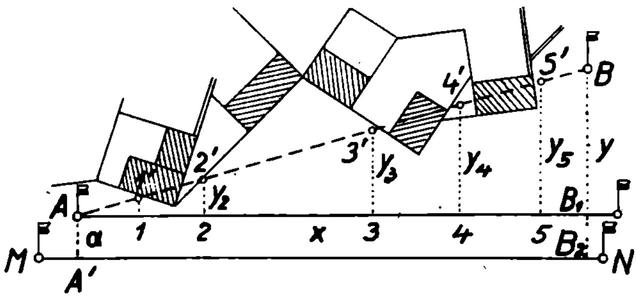
7. úloha (obr. 97). Vytyčiti dlouhou úsečku AB přes překážky a stanoviti její délku. Po ruce je hranůlek, výtyčky, pásmo na kruhu a pásmo na vidlici. Zvolíme si bod C tak, abychom mohli na spojnici AC spustit kolmici s bodu B, změříme $x = \overline{AB_1}$ a $y = \overline{BB_1}$. Délka $\overline{AB} = \sqrt{x^2 + y^2}$. Na přímce AC si zvolíme na vhodných místech body *1, 2, 3, ... n*, označíme je kolíky nebo hřebíky a při měření je zastaničíme čili změříme vzdálenosti $\overline{A1} = x_1$, $\overline{A2} = x_2$, $\overline{A3} = x_3$, atd. Délky kolmic určujících body *1', 2', 3'*, atd. na přímce AB vypočteme:

$$y_1 = x_1 \frac{y}{x}, \qquad y_2 = x_2 \frac{y}{x}, \text{ atd.}$$

a označíme-li podíl $\frac{y}{x} = k$, lze psáti

$$y_1 = kx_1,\ y_2 = kx_2,\ \ldots,\ y_n = kx_n.$$

Vypočtené délky kolmic y_n odměříme, $y_1 = \overline{11'}$, $y_2 = \overline{22'}$, $y_3 = \overline{32'}$ atd. Body $1'$, $2'$, $3'$, ... leží na přímce AB. Prodloužením spojnic $A1'$, $2'3'$, $B5'$ vpřed i zpět, lze stanoviti průsečíky přímky AB s překážkami.



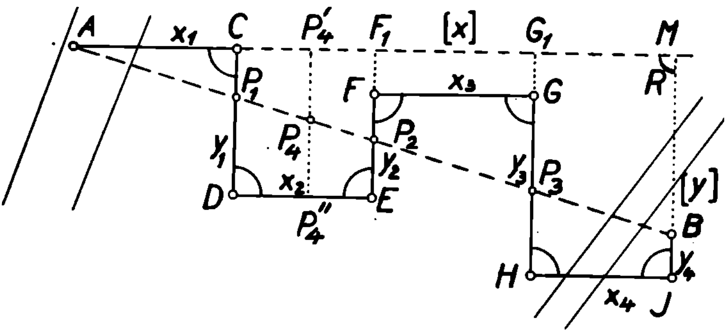
Obr. 97. Vytyčení přímky přes překážky.

Není-li možno vésti pomocnou přímku AC, zvolí se libovolná přímka MN, na níž se zastaničí body A a B úsečkami a pořadnicemi. Úsečkami rozumíme délky na přímce MN a pořadnicemi délky kolmic. V tomto případě budou pořadnice čili kolmice y větší o délku $a = \overline{AA'}$. Výpočet zůstává stejný vzhledem k přímce AC rovnoběžné k MN a pro vytyčování kolmic je nutno vypočtené délky kolmic zvětšiti o $a = \overline{AA'} = \overline{B_1B_2}$.

8. úloha (obr. 98). Vytyčiti osu lesního průseku nebo cesty mezi body A a B, při čemž není viděti s jednoho bodu na druhý. — Použijeme k vytyčení a řešení pravoúhlého polygonu o přibližně stejných stranách. Nejdříve si stanovíme zhruba směr osy. Vyjdeme na př. od bodu A přibližně směrem AB a zvolíme bod C tak, aby bylo v něm možno vztyčiti kolmici

CD dostatečně dlouhou. Zvolíme bod D, po něm stejným způsobem bod E, F, ... až poslední kolmice prochází bodem B. Všechny body A, C, D, ... se vyznačí na místě kolíky. Tak vznikne pravoúhlý polygon $ACDEFGHJB$, jehož strany AC, CD, DE, ... změříme pásmem. Označme délky písmeny

$$\overline{AC} = x_1, \ \overline{CD} = y_1, \ \overline{DE} = x_2, \text{ atd. až } \overline{JB} = y_4.$$



Obr. 98. Vytyčení osy lesního průseku.

Prodloužíme-li první a poslední stranu, protínají se pod pravým úhlem v bodě M. Obdržíme pravoúhlý trojúhelník AMB, jehož odvěsny jsou

$$\overline{AM} = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = [x],$$
$$\overline{BM} = y_1 - y_2 + y_3 - y_4 = [y].$$

Délka $\overline{AB}$ je dána vzorcem

$$\overline{AB} = \sqrt{[x]^2 + [y]^2}.$$

K vytyčení osy je nutno stanoviti průsečíky P přímky AB se stranami polygonu. Pro určení průsečíků užijeme podobnosti trojúhelníků $\triangle ACP_1 \sim \triangle AF_1P_2 \sim \triangle AG_1P_3 \sim$ $\sim \triangle AMB$, z nichž plyne

$$\overline{CP_1} : x_1 = [y] : [x],$$

neboli

$$\overline{CP_1} = x_1 \frac{[y]}{[x]}$$

a označíme-li zlomek písmenem k, píšeme i pro další neznámé: $\overline{CP_1} = k \, . \, x$, $\overline{F_1P_2} = k\,(x_1 + x_2)$, $\overline{G_1P_3} = k\,(x_1 + x_2 + x_3)$. V přírodě odměříme vypočtené hodnoty a to od bodu C směrem k bodu D délku $\overline{CP_1}$ a bod P_1 označíme kolíkem. Pro vytyčení bodu P_2 odměříme od bodu F směrem k bodu E délku $\overline{FP_2} = \overline{F_1P_2} - (y_1 - y_2) = k\,(x_1 + x_2) - (y_1 - y_2)$ a podobně pro každý další bod:

$$\overline{GP_3} = \overline{G_1P_3} - (y_1 - y_2) = k\,(x_1 + x_2 + x_3) - (y_1 - y_2).$$

Kdyby bylo nutno vytyčiti bod P_4 na přímce AB, zvolíme si $\overline{AP'_4} = \overline{AC} + \overline{DP''_4}$ a délka kolmice $\overline{P'_4P_4}$ se vypočte podle vzorce

$$\overline{P'_4P_4} = k \, . \, \overline{AP'_4}.$$

K vytyčení bodu P_4 použijeme strany DE, na níž odměříme $\overline{DP''_4} = \overline{AP'_4} - \overline{AC}$ a bod označíme kolíkem. V bodě P''_4 vztyčíme kolmici a odměříme

$$\overline{P''_4P_4} = \overline{CD} - \overline{P'_4P_4} = \overline{CD} - k \, . \, \overline{AP'_4}.$$

Podobně lze bod P_4 vytyčit ke straně CD.

Pro vytyčení přímky AB v lese volíme mezilehlé body tak hustě, aby bylo možno poznat, které stromy stojí v cestě, jež se musí odstranit.

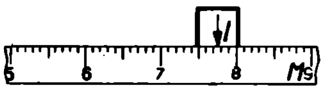
Zvolíme-li pravoúhlý polygon tak, že některá strana x_n protíná spojnici AB, určíme její průsek obdobně tím, že vypočteme nového součinitele k', který je převrácenou hodnotou prvého

$$k' = \frac{[x]}{[y]} = \frac{1}{k}.$$

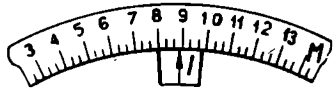
V každém případě je nutno si měření zobraziti a postupovati při výpočtu podle správného zobrazení nebo náčrtu.

6,1. Pomůcky k měření malých délek a úhlů. Délky menší než udává nejmenší dílek vyznačený na měřítku odhadujeme. K zvýšení přesnosti v odčítání se užívá řady různých pomůcek, z nichž některé budou popsány. Často se vystačí jen s jednoduchým indexem (ukazovatelem, značkou) nebo se užívá verniera čili nonia, odčítacího nebo odhadového mikroskopu a u theodolitů se skleněnými kruhy se užívá koincidenčního mikrometru.

Odčítací index (ukazatel, značka) (obr. 99 a 100). Index je nejjednodušší odčítací pomůckou a má podobu rysky, čárky nebo ručičky. Pohybuje se podél stupnice na měřítku nebo se stupnice pohybuje podél indexu. Na měřítku se čte ve směru



Obr. 99. Odčítací index délkový.



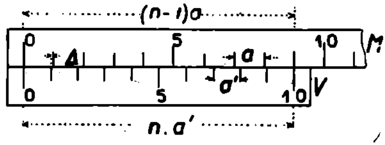
Obr. 100. Odčítací index úhlový.

dělení až k poslednímu celému dílku a zbytek dalšího dílku se odhadne. Na př. ryska na obr. 99 ukazuje 7 cm a 7 mm. Část osmého milimetru až k rysce se odhadne a činí v našem případě 7 desetin dílku. Celkové čtení je 7,77 cm čili 77,7 mm. Na obr. 100 je stupeň dělen na tři dílky a dílek proto značí 20 minut. Odhadování se provádí nejlépe v desetinách dílku a v našem případě činí desetina 2 minuty. Čtení a odhad činí $8° + 2 \times 20' + 7$ desetin dílku, t. j. $8°\,40' + 7 \times 2' = 8°\,54'$.

Při měření pásmem nebo latí zastupuje index šňůra olovnice zavěšené nad bodem.

Vernier čili nonius (obr. 101). Vernierem lze stanoviti zbytek dílku mnohem přesněji. Jde tu o dvě měřítka, hlavní měřítko *M* a vedlejší měřítko *V* (vernier). Na hlavním měřítku čteme údaj až k poslednímu celému dílku a velikost části dalšího dílku až k nule verniera odečteme na vedlejším měřítku. Dělení vedlejšího měřítka (verniera) obdržíme, když $(n - 1)$ dílků a hlavního měřítka rozdělíme na n dílků a' vedlejšího měřítka. Platí tu rovnice $(n - 1)\,a = na'$. Z rovnice obdržíme pro vernierový (nonický) rozdíl $\Delta = a - a' = a : n$, který udává, oč je jeden dílek na hlavním měřítku větší než dílek na vedlejším měřítku.

Podle uvedené rovnice obdržíme stejnosměrný vernier, na němž dělení obou měřítek pokračuje stejným směrem. Rozdělíme-li však $(n + 1)$ dílků hlavního měřítka na n dílků vedlejšího měřítka, obdržíme protisměrný vernier, u něhož číslování pokračuje opačným směrem než na hlavním měřítku. Protisměrného verniera se málo užívá.



Obr. 101. Délkový vernier.

Vernierový (nonický) rozdíl (diference) se rovná hodnotě nejmenšího dílku na hlavním měřítku dělené počtem dílků na vernieru a pro snadné pamatování si myslíme na vernieru provedeno číslování až k nejmenšímu dílku a číslo, které by bylo u tohoto dílku napsáno, je vernierovým rozdílem.

Podle účelu dělíme verniery na délkové a úhlové.

Příklady pro vernier délkový:

1. Hlavní měřítko je děleno na centimetry a jde o zhotovení vernieru o rozdílu 0,5 mm. Kolik dílků hlavního měřítka musí odpovídati délce vernieru?

Dílek $a = 1\text{ cm} = 10\text{ mm}$ a podle rovnice je

$$\Delta = \frac{a}{n} = \frac{10\,\text{mm}}{n} = 0{,}5\text{ mm}$$

a z toho $n = 100 : 5 = 20$, $n - 1 = 19$.

Rozdělíme proto 19 dílků hlavního měřítka na 20 dílků verniera.

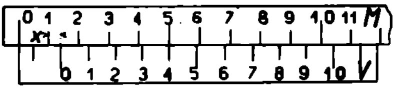
2. Hlavní měřítko je děleno na milimetry, tudíž $a = 1$ mm. Žádá se vernierový rozdíl $\Delta = 0{,}1$ mm. Kolik bude činiti n?

$$\Delta = \frac{a}{n} = \frac{1}{n} = 0{,}1$$

a z toho $n = 10$, $(n - 1) = 9$.

Rozdělíme 9 dílků hlavního měřítka na 10 dílků vernierových.

Čtení na noniu (obr. 102). Na hlavním měřítku čteme napřed počet všech dílků podle řádu až k nejmenšímu dílku před nulou verniera. Podle polohy nuly odhadneme velikost části x děleného dílku a na vernieru pak v těch místech hledáme, který dílek verniera se nejlépe kryje s čárkou hlavního měřítka. Vynásobením počtu dílků verniera nonickou diferencí, obdržíme velikost zbytku. Někdy se dá velikost zbytku přímo čísti. Na př. na obr. 102 čteme na hlavním měřítku 0 m, 0 dm, 1 cm. Jde o určení zbytku x. Podle odhadu činí asi 4 desetiny a na vernieru se skutečně kryje 4. čárka s čárkou hlavního měřítka. Celkové čtení je 1,4 cm čili 14 mm.

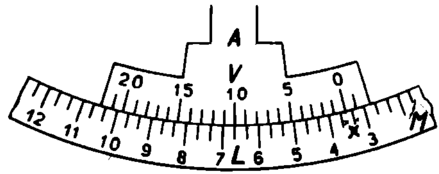


Obr. 102. Čtení na vernieru.

Délkového vernieru se užívá zvláště u vynášecích a měřicích přístrojů.

Úhlový vernier. Největšího užití našel vernier při odčítání úhlů. Hlavní měřítko je na kruhu čili limbu, jehož dělení je provedeno ve stupních nebo v gradech. Nejmenším dílkem na hlavním měřítku je buď stupeň nebo grad nebo jejich části. Je-li dělení ve stupních, bývá u mnohých strojů stupeň dělen na 2 nebo 3 i 6 dílků, takže nejmenší dílek hlavního měřítka je 30′, 20′ nebo 10′. Velikost nejmenšího dílku je závislá na průměru kruhu a též na zvětšovací pomůcce odčítací. Při výpočtu a sestrojování úhlového vernieru je třeba dbáti, aby vernierový rozdíl se dal ještě při 3 a 4násobném zvětšení lupy postřehnouti. Pro sestrojení úhlového vernieru platí táž rovnice jako pro délkový vernier, rozdíl je jen v tom, že dělení hlavního měřítka pokračuje ve směru chodu ručiček hodinových.

Čtení na úhlovém vernieru je obdobné (obr. 103). Nejdříve čteme na hlavním měřítku 3° 20′, poněvadž stupeň je v našem případě dělen na tři dílky po 20 minutách. Nula vernieru je přibližně uprostřed dalšího dílku, jehož velikost x hledáme. Uprostřed vernieru vidíme, že se shoduje 10. dílek. Poněvadž nejmenší dílek hlavního měřítka $a = 20'$ a jemu odpovídá 20 dílků na vernieru, je vernierový rozdíl 1′. Každý dílek na vernieru značí minutu. Celkové čtení je 3° 20′ + 10′ = 3° 30′.



Obr. 103. Úhlový vernier.

Příklad na úhlový vernier:
Limbus je dělen a číslován po stupních. Stupeň je dále dělen na 3 dílky a tím nejmenší dílek hlavního měřítka je roven 20′. Nonius má 20 dílků. Jak je veliký vernierový rozdíl? (obr. 103).

$$\Delta = \frac{20'}{20} = 1'.$$

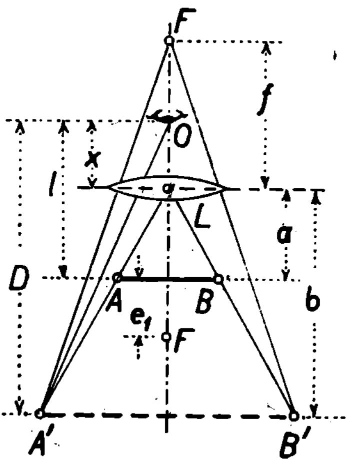
Údaje vernieru se nedají libovolně zmenšovati, poněvadž dostáváme příliš dlouhý vernier, na kterém již nelze dobře postřehnouti, která čárka se shoduje s čárkou dělení hlavního měřítka. Příliš dlouhý vernier se stává nepřehledným.

K posouzení, shoduje-li se nula vernieru nebo jeho konec s čárkou dělení hlavního měřítka, přidává se ještě jedna nebo dvě čárky před nulou a na konci vernieru. Při ztotožnění počátku vernieru musí čárka před i za nulou být souměrná vzhledem k příslušným čárkám na hlavním měřítku.

Někdy se zhotovují též zkrácené verniery a to tam, kde je nutno šetřit s místem. Zkrácený vernier se dá zhotovit jen tehdy, lze-li položit výraz $(n \pm 1) = pq$. Vernier se dá zkrátit buď p-krát nebo q-krát a nelze-li zhotovit stejnosměrný, lze sestrojit protisměrný vernier. U geodetických strojů se zkrácený vernier nevyskytuje.

K lepšímu čtení na vernierech se používá lupy.

Lupa (obr. 104). Nejjednodušší užití spojné čočky v geodesii je lupa. Uplatňuje se při odčítání všech stupnic s drobným dělením. Při užívání se umístí pozorovaný předmět mezi ohniskem a čočkou, tím vznikne zdánlivý obraz. Paprsky z bodů A a B vytvoří po projití čočkou zdánlivý obraz A' a B' a obrazová vzdálenost b je v tomto případě záporná. Obraz má stejnou polohu jako pozorovaný předmět. Zvětšení lupy je $z = b : a$, kde a je vzdálenost předmětu od lupy a je menší než ohnisková vzdálenost f. Z rovnice čočky



Obr. 104. Lupa.

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{(-b)} = \frac{1}{f}$$

vychází

$$b = \frac{af}{f - a}$$

a tím zvětšení

$$z = \frac{b}{a} = \frac{f}{f - a} = \frac{f}{e_1}.$$

Zvětšení lupy bude tím větší, čím menší je jmenovatel e_1 čili čím je větší a (vzdálenost předmětu od čočky). Vzdálenost a nelze libovolně zvětšovati, neboť tím se vzdaluje obraz příliš od oka a stává se nezřetelným. Vzdálenost a musí být vždy menší než f. S rostoucím a se zvětšuje i b, neboť $b = az$. Zvětšený obraz pozorujeme okem, které je od lupy vzdáleno o hodnotu x. Oko se postaví samo do vzdálenosti zřetelného vidění, která je pro každé oko jiná a rovná se $D = b + x$. U normálního oka dosahuje 25 až 30 cm; tím je dána prakticky mez zvětšení lupy. Nahradíme-li v rovnici

$$z = b\frac{1}{a}$$

zlomek výrazem

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{f} + \frac{1}{b},$$

dostaneme

$$z = \frac{b}{f} + 1$$

a dosazením za $b = D - x$ obdržíme zvětšení

$$z = \frac{D - x}{f} + 1.$$

Pro oko přiložené k lupě je $x = 0$ a v tomto případě obdržíme největší zvětšení

$$z = \frac{D}{f} + 1$$

a v případě, kdy oko je ve vzdálenosti rovné ohniskové dálce, obdržíme

$$z = \frac{D - f}{f} + 1 = \frac{D}{f}.$$

Zvětšení lupy se mění tudíž kolem hodnoty

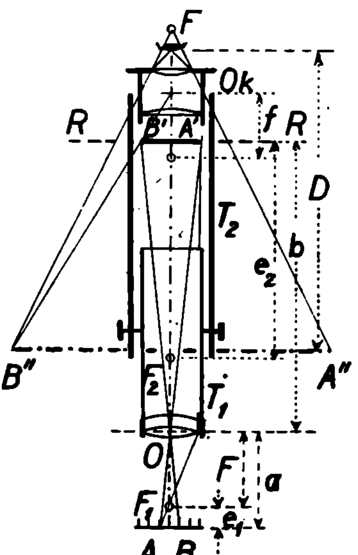
$$z = \frac{D}{f} + \tfrac{1}{2}.$$

Zvětšení je tím větší, čím je větší vzdálenost D a čím je menší ohnisková dálka f. Lupy se vyrábějí v různých úpravách a složení čoček.

Odčítací a odhadové mikroskopy (obr. 105). Mikroskop čili drobnohled je po optické stránce sestrojen jako dalekohled a slouží k zvětšování blízkých předmětů. Skládá se z achromatického objektivu O o menší ohniskové dálce a okuláru Ok, nejčastěji Ramsdenova, který zvětšuje jako lupa. Zvětšení okuláru se volí větší než objektivu. Skutečný obraz $A'B'$ předmětu AB, vytvořený objektivem O, a odčítací vložka musí být vždy v téže rovině R, která je zobrazovací rovinou.

V ní se objeví obraz předmětu z'-krát zvětšený. Obraz $A'B'$ pozorujeme okulárem, který zvětšuje z''-krát a ten vytvoří obraz $A''B''$. Celkové zvětšení mikroskopu je $z = z' \cdot z''$. Rovina skutečného obrazu R se dá měnit posunem objektivové trubice T_1 a tím se pozmění též zvětšení z'. Podle obr. 105 máme jako u lupy

$$z' = \frac{o}{p} = \frac{b}{a} = \frac{F}{a - F} = \frac{F_1}{e_1},$$



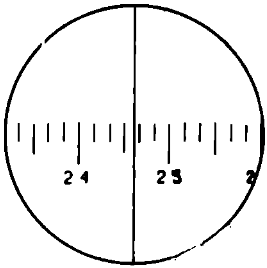
Obr. 105. Odčítací mikroskop.

kde o je velikost obrazu a p velikost předmětu. Největší zvětšení $z'' = \frac{D}{f} + 1$. Jakmile pozměníme zvětšení $z' = F : e_1$ změnou vzdálenosti mezi předmětem (měřítkem) a objektivem O, pozmění se též vzdálenost e_1 a tím též e_2, neboť ze vztahu Newtonova

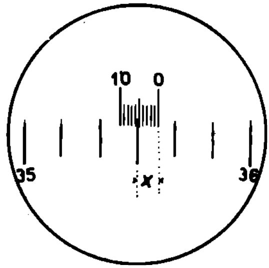
$$F^2 = e_1 e_2 \text{ plyne } e_2 = \frac{F^2}{e_1}.$$

Podle toho, jaká vložka se umístí v zobrazovací rovině R, rozeznáváme mikroskop čárkový, mřížkový, vernierový a s mikrometrickým (drobnoměrným) šroubem se zářezovou stupnicí. Poslední vložky se užívá jen u strojů vyšší geodesie. V zorném poli mikroskopu vidíme obrazy, jak ukazuje obr. 106, 107 a 108.

Čárkový mikroskop (obr. 106). Nejjednodušší z uvedených pomůcek je odčítací značka (index) vyrobená z jemného vlákna nebo je to ryska vyrytá na sklíčku. Je umístěna uprostřed zorného pole mikroskopu v zobrazovací rovině objektivu. Na úhlové stupnici se určí poloha značky odhadem a nejlépe v desetinách jednotky nejmenšího dílku limbového. Na obr. 106 čteme 24° 37′ (stupeň je dělen na 6 dílků po deseti minutách a desetina dílku znamená 1 minutu).



Obr. 106. Čárkový mikroskop.



Obr. 107. Mřížkový mikroskop.

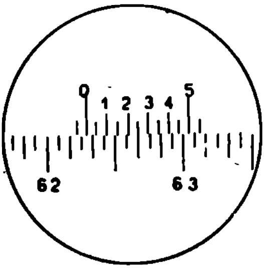
Mřížkový mikroskop (obr. 107). V rovině R je umístěna stupnice obsahující 10 dílků a čárka stupnice, podle které se čte, je buď delší nebo první a poslední čárka je očíslována. V našem případě je stupeň dělen na 6 dílků po deseti minutách a tomuto dílku přísluší celá stupnice, jejíž jeden dílek znamená 1 minutu. Čtení na obr. 107 je $35° 30' + x$. Čte se až k nule stupnice. Část x je rovna 5 dílkům a ze šestého dílku lze odhadnouti asi 5 desetin čili 5,5 minuty. Celé čtení je tudíž $35° 35{,}5' = 35° 35' 30''$. Poněvadž na úhloměrných strojích jsou umístěny vždy dva mikroskopy proti sobě, je nutno ze čtení obou utvořiti průměr. Proto považujeme oba mikroskopy za celek a minuty za dvojminuty. V tomto případě je stupeň dělen na 3 dílky po 20 minutách čili 10 dvojminutách. Stupnice mikroskopu je dělena na 10 dílků a jeden dílek znamená 1 dvojminutu. Odhadujeme desetiny dvojminuty. Sečtením obou údajů na mikroskopech obdržíme přímo průměrnou hodnotu úhlu.

Čtení na mikroskopech bude na př.

u I. mikroskopu	25° 23,4′ =	25° 23′ 24″
u II. mikroskopu	23,5′ =	23′ 30″
součet	25° 46,9′ =	25° 46′ 54″

je správným úhlovým údajem.

U druhého mikroskopu se čtou a zapisují jen dvojminuty a jejich desetiny, stupně se musí lišit o celých 180°.

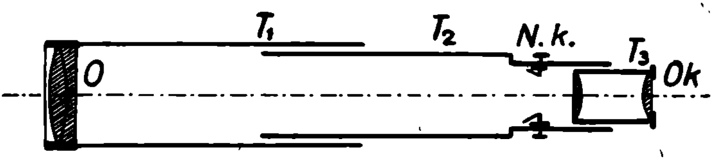


Obr. 108. Vernierový mikroskop.

Vernierový mikroskop (obr. 108). Způsob odčítání je stejný jako u obyčejného vernieru, avšak odčítání je tu bezpečnější, rychlejší a přesnější, neboť se vernier přehlédne v zorném poli mikroskopu najednou a nemusí se dlouho tápat po stupnici, který dílek se shoduje. Čtení na obr. 108 je 62° 15′ + 2′ 30″ = 62° 17′ 30″.

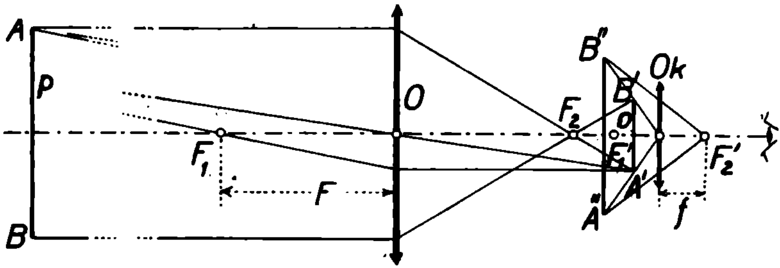
Podobně je tomu u odčítacích pomůcek úhlových v setinném dělení.

6,2. Dalekohled (obr. 109). Důležitou optickou část úhloměrných strojů tvoří dalekohled. Jeho úkolem je umožniti pozorování vzdálených předmětů a převésti jejich obrazy do



Obr. 109. Schema dalekohledu.

vzdálenosti zřetelného vidění pod větším zorným úhlem než bychom pozorovali předmět neozbrojeným okem. U geodetických strojů úhloměrných se užívá jen čočkových čili dioptrických dalekohledů, které jsou tak seřízeny, že poskytují buď obrácené obrazy pozorovaných předmětů, to jsou hvězdářské čili astronomické dalekohledy, nebo poskytují přímé obrazy, stejnolehlé jako předmět a nazývají se pozemskými čili terestrickými dalekohledy. Dalekohled tvoří trubice T_1, v níž je soustředně (centricky) uložena čočka, která je vždy obrácena k pozorovanému předmětu a nazývá se čočkou objektivní nebo předmětnou, též předmětnicí nebo objektivem O. Do dalekohledové trubice je zasunuta druhá,



Obr. 110. Schema Keplerova dalekohledu.

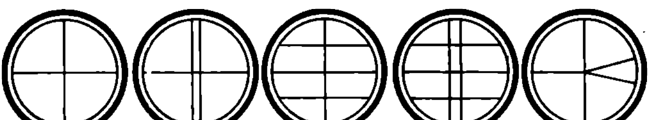
kratší trubice T_2, obsahující posunovatelnou čočku v trubici T_3, jež slouží oku k pozorování a nazývá se čočkou oční, okulární nebo očnicí nebo okulárem *Ok*.

Astronomické dalekohledy jsou jednodušší než terestrické a u nás se jich užívá u všech geodetických strojů, neboť nijak nevadí oku pozorování převrácených obrazů.

I když se dnes vyrábějí dalekohledy, jejichž objektiv i okulár jest sestaven z několika čoček, chová se dalekohled tak, jakoby byl složen jen ze dvou čoček. Základním (jednoduchým) vzorem takového astronomického dalekohledu je Keplerův (obr. 110). Skládá se ze dvou spojek — dvojvypuklých čoček. Objektivní čočka O je v trubici T_1 upevněna soustředně tak, aby optická osa objektivu se ztotožnila s geometrickou osou trubice. Objektiv má větší ohniskovou dálku a jím procházejí všechny paprsky od pozorovaného předmětu do dalekohledu. Zastupuje tak úkol sběrné čočky. Při výrobě je snahou, aby optická osa objektivu i okuláru se ztotožnily s geometrickou osou.

Pozorujeme-li nějaký vzdálený předmět dalekohledem, který je prakticky v nekonečnu, vytvoří se objektivem obraz v jeho zadní ohniskové rovině a ten pozorujeme okulárem, který tu působí jako lupa a zvětší vytvořený obraz. Délka dalekohledu se tu rovná přibližně součtu obou ohniskových vzdáleností objektivu a okuláru. Zaměříme-li na bližší předmět AB, vytvoří se objektivem obraz $A'B'$ dále od ohniska F_2 a proto je nutno povytáhnout okulárovou trubici T_2, aby obraz padl mezi okulár a jeho ohnisko F'_1 (obr. 110). Okulár zvětší převrácený a skutečný obraz $A'B'$ na velikost $A''B''$ v zobrazovací rovině okuláru. Tím jsme obdrželi zvětšený zdánlivý obraz a vzhledem k předmětu převrácený.

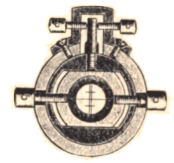
Při pozorování se staví oko samočinně do polohy za okulárem, kde je nejvíce světla a kde oko nejlépe vidí. Tento bod se nazývá očním bodem a nemusí být vyznačován clonkou nebo jinak. Oční bod představuje obraz optického středu objektivu vytvořený okulárem.



Obr. 111. Druhy nitkových křížů.

Takto seřízeného dalekohledu nelze použíti k měření, nýbrž jen k pozorování a proto jej musíme opatřiti ještě nitkovým křížem. K zhotovení nitkového kříže se užívá pavučinových vláken, která se napnou přes otvor clonky čili diafragma a upevní se voskem. Pavučinová vlákna se snadno poškodí, přetrhnou a uvolní nebo se vlhkostí zvlní. Dnes se dává přednost rytí nitkových křížů na tenkých sklíčkách, která se upevňují v otvoru clonky a zakryjí druhým ochranným sklíčkem. U hrubých strojů se zhotovují nitkové kříže z jemného drátku. Některé druhy nitkových křížů užívaných u geodetických strojů ukazuje obr. 111. Nitkový kříž tvoří rovinu kolmou k optické ose dalekohledu a musí být upevněn v okulárové trubici. Spojnice středu nitkového kříže a optického středu objektivu dává záměrnou osu dalekohledu čili osu kolimační.

Clonka nitkového kříže se musí dát upravit do žádoucí polohy a to mírným posunem po optické ose nebo pootočením. Úpravou se změní i směr záměrné přímky. K úpravě slouží rektifikační (seřizovací) šroubky, které procházejíce stěnami okulárové trubice, opírají se o povrch clonky nitkového kříže. Seřizovací úprava je různá podle druhu výroby (obr. 112).



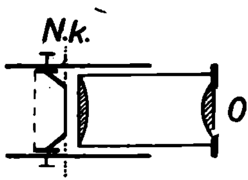
Obr. 112. Clonka nitkového kříže.

Poněvadž čočky vykazují řadu různých chyb optických, je nutno závady odstraniti vhodnou kombinací čoček u objektivu i u okuláru.

Objektiv. Pro objektiv se užívá achromatické kombinace ze spojky z korunového skla a dutoploché čočky z flintového skla, aby byl objektiv zbaven sférické vady a astigmatismu. Objektiv je umístěn v objímce se závity, jež se zašroubuje do dalekohledové trubice, aby se při měření neházela optická osa a tím nedocházelo k změně poloh obrazů. Čočky jsou spolu spojeny kanadským balsámem nebo se mezi nimi ponechává vzduchová vrstva; toho se dosáhne vložením staniolových lístků mezi okraje čoček. Objektiv musí býti v dalekohledu správně dostředěn.

Okulár. Okuláry známe ve dvou vzorech a to pozemský (terestrický) nebo hvězdářský čili astronomický. Terestrický okulár dává vzpřímené obrazy čili převrátí obrazy vytvořené objektivem do polohy, jakou má předmět. Mají menší jasnost obrazu než astronomické okuláry a proto se jich u nás používá jen nahodile. Astronomických okulárů se užívá povšechně a jejich úkolem je zvětšovati převrácené obrazy, vytvořené objektivem. Dělíme je na tři skupiny.

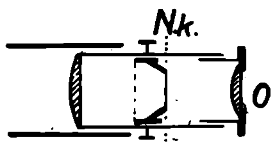
Ramsdenův okulár (obr. 113). Je hojně užíván u novějších strojů. Skládá se ze dvou plochovypuklých čoček ze skla korunového, jichž vypuklé plochy jsou k sobě obráceny. Vzdálenost obou čoček je stálá. Obě čočky odstraňují sférickou a chromatickou vadu a astigmatismus. Přední ohnisko okulárové kombinace (čočkové dvojice) je před přední čočkou



Obr. 113. Schema Ramsdenova okuláru.

(bližší k objektivu) a okulárem se vytvoří obraz mimo prostor obou čoček (před kolektivem). Nitkový kříž se vkládá mezi okulár a objektiv, avšak velmi blízko před přední čočku okuláru. Posunem okulárové trubice lze měniti vzdálenost okuláru od nitkového kříže a jeho obraz zaostřovati. Chceme-li viděti ostře obraz předmětu vytvořeného objektivem, posuneme celou okulárovou trubici T_2 i s nitkovým křížem. Tento pohyb se uskuteční otáčením pastorku P (obr. 121 a 128), jehož ozubené kolečko zapadá do ozubené okulárové tyče. U novějších dalekohledů se tento pohyb provádí otáčením zaostřovacího prstence okulárového. Ramsdenův okulár má jasnost v celé šířce zorného pole a užívá se s výhodou tam, kde je nitkový kříž složen z mnoha nití.

Huygensův okulár (obr. 114). Sestává též ze dvou plochovypuklých čoček, ale obě jejich vypuklé plochy jsou obráceny směrem k objektivu. Obraz vytvořený objektivem se objevuje mezi oběma okulárovými čočkami, takže přední čočka působí jako

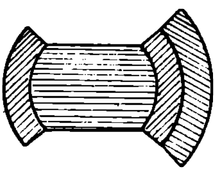


Obr. 114. Schema Huygensova okuláru.

doplněk objektivu a zadní čočka zastupuje obyčejnou lupu. Nitkový kříž musí být vždy v místě, kde se vytvoří objektivem obraz a v tomto případě musí být mezi oběma čočkami okulárovými. Huygensův okulár má větší zorné pole, ale jasnost obrazu je jen ve středu zorného pole. Užívá se ho dosud u starších geodetických strojů nebo u pozorovacích astronomických strojů, jimiž se neměří. Okulár se nedá vytáhnout, nýbrž jen zadní čočka (očnice) se dá šroubovitým pohybem posunovat.

Okuláry různých úprav. Do této skupiny zahrneme všechny ostatní okuláry jako

a) monocentrický okulár (obr. 115), který se skládá z čoček patřícím kulovým plochám o stejném středu;



Obr. 115. Schema monocentrického okuláru.

b) orthoskopický okulár Kellnerův, který je achromatický a skládá se ze tří čoček, jedné čočky jednoduché a jedné achromatické dvojice. Dává velmi dokonalé obrazy rovinné a achromatické;

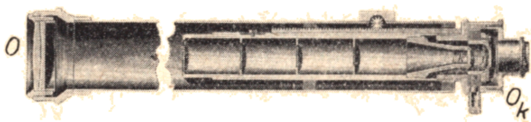
c) euryskopický okulár Hensoldtův, který je složen ze dvou achromatických dvojic čočkových.

Oba poslední okuláry mají velmi značné zorné pole a poskytují velmi ostré a perspektivně správné obrazy;

d) okuláry terestrické převracejí obrazy vytvořené objektivem a zvětšený obraz má tutéž polohu jako předmět.

Úprava dalekohledu před měřením (obr. 109 a 116). V trubici T_1, v níž je upevněn objektiv, pohybuje se okulárová trubice T_2 s nitkovým křížem a v této je zasunut s objímkou T_3 vlastní okulár, který se dá zasouvat nebo vysouvat. Okulárová trubice se musí pohybovat přesně ve směru optické osy dalekohledu, jinak by se měnila stále záměrná osa.

Dalekohledem se zaměří nejdříve na nějaký vzdálený a jasný předmět, bez podrobností. Nejlépe k tomu slouží obloha anebo list bílého papíru. Nitkový kříž se zaostří okulárem ve vzdálenosti zřetelného vidění; tato je pro každého měřiče jiná. Proto je nutné, aby se dala měniti vzdálenost mezi nitkovým křížem a okulárem. U Ramsdenova okuláru se tak děje pohybem celé okulárové objímky, kdežto u Huygensova okuláru se nitkový kříž zaostří pohybem vnější (zadní) čočky (očnice). Šroubovitě pohybujeme okulárem až se objeví nitkový kříž velmi ostře a černě. U novějších okulárů lze si správnou polohu očnice odečísti na stupnici podle čárkového indexu na okulárové objímce.



Obr. 116. Řez dalekohledem.

Po zaostření nitkového kříže se přezkouší, splývá-li rovina skutečného obrazu, vytvořeného objektivem, s rovinou nitkového kříže. Zdánlivý obraz předmětu se nato vytvoří v téže vzdálenosti jako obraz nitkového kříže čili ve vzdálenosti zřetelného vidění. Není-li tomu tak, objeví se po zaměření obraz předmětu neostře a tím pozorujeme paralaxu nitkového kříže, jež je zaviněna tím, že obě roviny nesplývají. Paralaxu poznáme tím, že pohybujeme-li okem před okulárem nahoru a dolů, nalevo a napravo, běhá nitkový kříž po předmětu. Nitě se promítají v každé poloze oka na jiné místo. Závada se odstraní pohybem okulárové trubice v pevné trubici objektivové. Odstraňování se děje zkusmo. Nitkový kříž se znovu zaostří proti obloze a nato se zaměří znovu na předmět pohybem okulárové trubice. Není-li paralaxy, je obraz i nitkový kříž ostře viditelný a při pohybování okem před okulárem nemění nitkový kříž svého místa. Je-li paralaxa, zmizí zaostření nitkového kříže. Vycvičený měřič dosáhne správného zaostření velmi brzo a provede si zaostření nitkového kříže hned při prvém zaměření na celou dobu měřických prací. Zaměřování na předmět se provádí vždy samostatně výtahem okulárové trubice, neboť poloha obrazové roviny objektivu je závislá na vzdálenosti zaměřovaného předmětu od dalekohledu. Chce-li jiný pozorovatel měření opakovati, musí, je-li krátkozraký, přiblížiti si okulární čočku, kdežto dalekozraký pozorovatel musí čočku oddáliti.

Je-li některý okulár tak sestrojen, že nelze očnicí zaostřiti správně nitkový kříž, pak je třeba celý rámeček s nitkovým křížem poposunouti tím směrem, ve kterém se objeví obraz pozorovaného předmětu ostře. To se děje povolováním rektifikačních šroubků, posunováním rámečku a utahováním šroubků rektifikačních. Toto seřizování může dělati jen zkušený měřič a nejlépe je poslati neseřízený stroj do továrny, která odborně stroj opraví.

Popis terestrického dalekohledu lze najíti ve větších učebnicích geodesie.

Dalekohled stálé délky. U malých a středních novodobých přístrojů se používá dalekohledů stálé délky. Zaostřování obrazu se provádí pomocnou vnitřní zaostřovací čočkou rozptylnou, umístěnou mezi objektivem a okulárem a to malým posunem po optické ose. Taková úprava dalekohledu dovoluje utěsnění dalekohledových trubic proti vnikání prachu a poloha záměrné přímky je tu lépe zajištěna proti změnám, neboť vliv pohybu zaostřovací čočky je menší než je tomu při zaostřování pohybem okulárové trubice s nitkovým křížem. Změna v poloze zaostřovací čočky má vliv na ohniskovou vzdálenost soustavy objektiv—zaostřovací čočka. I na záměrnou přímku je třeba se tu dívat jinak, neboť zde je záměrná přímka geometrickým místem všech bodů ležících mimo dalekohled, v nichž se před objektivem zobrazí střed nitkového kříže čočkami ležícími v dalekohledu.

Z technických důvodů nelze umístiti všechny čočky do správné polohy a proto neleží všechny středy křivosti a vrcholy čoček na jedné přímce. Ve skutečnosti máme proto tolik optických os, kolik je lámavých ploch čoček a vzhledem k celku je možno mluvit jen o průměrné optické ose, která se od myšlené přímky velmi málo liší a tvoří velmi málo zakřivenou čáru, kterou lze prakticky považovati za přímku. Poněvadž dalekohledy stálé délky mají vzhledem k zaostřovací čočce menší jasnost obrazu, kterou nelze nahraditi větším průměrem objektivu, nepoužívá se jich u velkých úhloměrných strojů (pro triangulaci na velké vzdálenosti), kde ostatně jsou zaměřované body prakticky v nekonečnu; jejich obrazy se vytvoří v zadní ohniskové rovině objektivu a proto není nutno měniti polohu okuláru během měření.

Výkonnost dalekohledu. Vlastnost dalekohledu posuzujeme podle jeho zvětšení, zorného pole, jasnosti a zřetelnosti obrazu. Zvětšením rozumíme poměr úhlu, pod kterým se jeví zdánlivý obraz pozorovaný okulárem k úhlu, pod kterým by bylo viděti předmět neozbrojeným okem. Tento vztah platí přibližně a neliší se valně od skutečného zvětšení, které počítáme též jako poměr ohniskové vzdálenosti objektivu k ohniskové vzdálenosti okuláru nebo jako poměr průměru objektivu k velikosti Ramsdenova kroužku (výstupní pupily).

Zorným polem dalekohledu rozumíme část prostoru, kterou přehlédne oko najednou okulárem. Má tvár kužele, jehož vrchol je ve středu objektivu a je vymezen okrajem clonky nitkového kříže. Zorné pole dalekohledů velmi zvětšujících je malé, t. j. je malý vrcholový úhel zmíněného kužele; u dalekohledů měřických přístrojů měří úhel ve vrcholu kužele 1° až 3°. Dalekohledy silně zvětšující mají malé zorné pole a tím je obtížnější zaměření. Takové dalekohledy mají proto ještě pomocné záměrné zařízení na dalekohledové trubici v podobě průzorů.

Jasností dalekohledu rozumíme poměr množství světla, které dopadne po průchodu dalekohledem do oka k onomu množství, které by dopadlo ze zaměřovaného předmětu do oka přímo. Toto druhé množství je úměrné velikosti plošky zornice. Jasnost se vyjadřuje poměrem průměru objektivu k ohniskové dálce objektivu a u geodetických strojů se volívá od $\frac{1}{5}$ do $\frac{1}{2}$. Odpovídá pak průměru objektivu o velikosti 40 mm ohnisková dálka od 200 do 480 mm. Čím je menší ohnisková dálka, tím jsou jasnější obrazy.

Zřetelností obrazu rozumíme ostrost, s jakou se pozorovateli jeví jednotlivé body obrazu. Zřetelnost závisí na odstranění chromatické a sférické vady a astigmatismu.

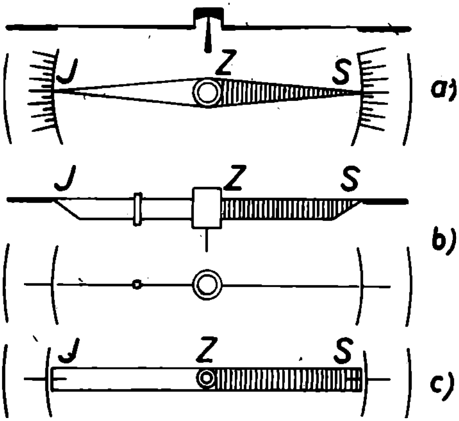
6,3. Úhloměrné stroje. V praktické geometrii užíváme k měření vodorovných úhlů magnetických strojů nebo theodolitů. Obojí mohou býti opatřeny ještě svislým děleným kruhem k odčítání úhlů ve svislé rovině.

Magnetické stroje. Magnetické stroje slouží k měření libovolně velikých úhlů ve vodorovné rovině nebo k usměrňování různých pomůcek a úhloměrných strojů do polohy magnetického poledníku. Hlavní součástí jejich je magnetická střelka čili jehla. Užívá se jich dosud k měření v dolech, v lesnictví a v polním hospodářství.

Magnetická střelka nebo deklinační jehla je zhotovena z tenké ocelové tyčinky o značně velké ploše povrchové s kloboučkem uprostřed své délky, kde je umístěno závěsné achátové ložisko. Ložisko magnetky spočívá na ostrém hrotu svislé tyčinky, aby se magnetka mohla volně pohybovati. Celek je zasazen v krabici, kterou prostupuje lomená páka s vidlicovitým ukončením pod magnetkou, aby se dala magnetka vyzdvihnout, upevnit proti sklu krabice a netrpěla otřesy při dopravě. Tomuto zařízení se říká aretační. Magnetka má buď tvar velmi protáhlého kosočtverce nebo plíšku postaveného svisle (obr. 117a, b, c). Poněvadž se časem mění inklinace magnetky, snižuje se jeden konec jehly a druhý musí být proto vyvážen kouskem vosku nebo pojízdným běžcem z tenkého mosazného plechu.

Citlivost magnetky se zkouší tím, že se jeden konec vychýlí železem a čeká se až se ustálí. Nato se přečte úhlový údaj na děleném kruhu a vychýlí se opět. Po ustálení se má čísti týž údaj. Hroty magnetky se pohybují podél kruhu děleného na hodiny u starších strojů nebo na 360° a zastupují odčítací index. Číslování děleného kruhu postupuje opačně než je tomu u jiných úhloměrných strojů a to proti chodu ručiček hodinových.

Magnetka se ustálí na každém místě do určité polohy odpovídající přibližně směru severo-jižnímu a určuje směr magnetického poledníku (meridiánu). Úhel sevřený astronomickým a magnetickým poledníkem téhož místa se nazývá magnetickou deklinací a tento úhel je stejný na povrchu, pod i nad povrchem zemským (vzhledem k tížnici daného bodu).



Obr. 117. Tvary magnetické střelky.

Čáry spojující místa zemského povrchu, kde je táž deklinace, nazývají se isogony. Čára spojující místa, v nichž magnetická deklinace je rovna nule, nazývá se agonou čili čarou bez magnetické odchylky. Tato čára dělí zeměkouli na dvě poloviny, v jedné je odchylka severního pólu na západ, v druhé na východ. Deklinace se mění během dne a její střední hodnota se nazývá střední deklinací denní. Podobně se mění deklinace každého měsíce a roku. Z celoročních pozorování lze určiti střední deklinaci roční. Povšechný průběh isogon je blízký směru sever—jih čili poledníku a změny deklinační se projevují nejvíce ve směru příčném od východu k západu. U nás v naší zeměpisné šířce činí deklinační změny asi 20 až 25 vteřin na 1 km čili 1 vteřinu na vzdálenost asi 40 až 50 metrů.

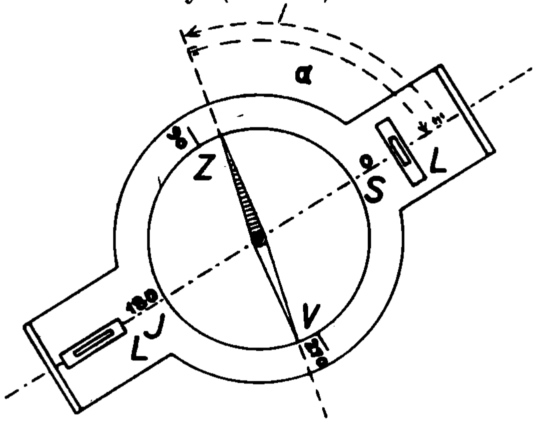
Značnější denní změny jsou v letní době, kdy kolísání magnetického poledníku činí asi 10 až 12 minut, v zimních měsících činí jen asi 4 minuty. Ráno mezi 5. a 8. hodinou je severní konec nejblíže astronomickému poledníku a nejdále je kolem 13. hodiny. Střední hodnoty dosahuje kolem 10. a 18. hodiny. Nejvhodnější dobou k měření magnetkou je období, kdy změny probíhají velmi zvolna a to je v noční době mezi 18. a 4. hodinou.

Časové a místní změny probíhají celkově stejnoměrně a proto se dá deklinace stanoviti počtem i graficky a provésti případné opravy měřených hodnot.

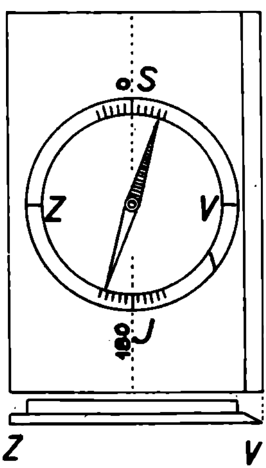
V území, kde jsou železomagnetické rudy, různé železné předměty nebo elektrické vedení, nelze konati měření magnetických azimutů, neboť jmenované předměty vychylují v každém místě magnetku o jinou odchylku a tím nelze považovati magnetické poledníky v měřeném území za rovnoběžné. Vzájemnou polohu jednotlivých směrů lze však i tu stanoviti vhodným měřickým postupem.

Stroje, u nichž se užívá magnetky, nazývají se kompasy nebo busoly. Kompasem nazýváme ponejvíce pomůcky k stanovení směru nebo orientace, kdežto busolou nazýváme onen stroj, který slouží k měření úhlů. Někdy se oba pojmy zaměňují; příkladem toho je hornický kompas.

Busolní stroje. Busola slouží k měření vodorovných úhlů. Podle polohy magnetické jehly, zavěšené ve středu děleného kruhu, odčítají se úhly na děleném kruhu. Magnetickým azimutem nazýváme úhel libovolné strany s magnetickým poledníkem, který přímo čteme na děleném kruhu. Směr dělení je levotočivý, proti směru chodu ručiček hodinových. Svislá rovina procházející nulovým směrem 0°—180° na děleném kruhu musí obsahovati i záměrnou osu dioptru (průhledítek) nebo dalekohledu, případně musí býti aspoň s uvedenou svislou rovinou rovnoběžná jako je tomu u výstředně (mimostředně) umístěného dalekohledu. Severní konec jehly ukazuje na dělení údaj magnetického azimutu nulového směru, nebo též záměrné přímky; tím obdržíme azimut měřené strany (obr. 118).



Obr. 118. Měření magnetického azimutu.



Obr. 119. Stolní busola.

Délka jehly se volí od 3 do 15 cm; tím je dán i průměr děleného kruhu a hodnota nejmenšího dílku dělení. Kruh bývá dělen po 5°, 1° nebo po $\frac{1}{2}$°. Busola je spojena buď s průhledítky nebo s dalekohledem. Poněvadž odčítání na děleném kruhu je méně přesné než u jiných úhloměrných strojů, užívá se dalekohledů o menším zvětšení a dosti často jen desetinásobného. Busola se staví buď na stůl jako stolní busola (obr. 119), nebo na stojan čepový nebo s vodorovnou deskou.

Někdy se busoly vyrábějí jako tacheometrické stroje se svislým kruhem nebo tvoří součást jiných úhloměrných strojů, u nichž lze odčítati jak směrníky na děleném kruhu (limbu), tak magnetické azimuty. U mnohých theodolitů slouží magnetka s malým výsekem děleného kruhu jako deklinační magnetka k usměrňování počátku děleného kruhu do polohy magnetického poledníku.

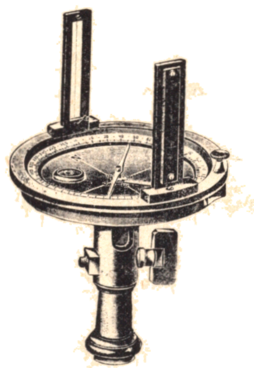
Přesnost čtení na busole je poměrně malá vzhledem k jiným úhloměrným strojům, avšak při pečlivém měřickém postupu lze docíliti dobrých výsledků, neboť různé druhy chyb se nepřenášejí se stanoviska na stanovisko. Musí se dbáti toho, aby v blízkosti magnetky nebylo železných předmětů a to i drobných železných předmětů v šatech měřiče a měření se nesmí provádět v době magnetických bouří nebo v území s vedením vysokého napětí, které ovlivňuje magnetku i s velké dálky.

Při měření busolou předpokládáme, že směry magnetických poledníků jsou spolu rovnoběžné, což lze říci jen pro území malého rozsahu a pro stejnou dobu měření. Postup při měření musí být proto rychlý.

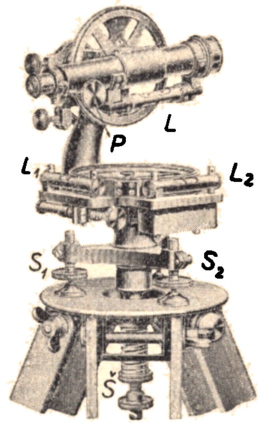
Busolních strojů je dnes dlouhá řada, neboť každá továrna vyrábí několik druhů a to buď čistě busolních strojů s průhledítky nebo s dalekohledem dostředným i mimostředným nebo jako kombinace busoly s jinými úhloměrnými stroji a v různých provedeních. Z různých druhů busol budou uvedeny pouze dvě, neboť postup měřický je stejný a urovnávání stroje je závislé na druzích a počtu libel.

Busola lesní (polní) (obr. 120) představuje busolu s průhledítky, které se někdy říká lesní, jindy polní. Je velmi jednoduchá a uplatní se v lese, kde pro šero se dává přednost průhledítkům před dalekohledem. Staví se na čepový stojan, který se musí dostředit nad bodem podle olovnice zavěšené v prodloužení čepu. Do vodorovné polohy se uvede nakláněním horní části busoly podle krabicové libely a podle magnetky. Horní část busoly spočívá na čepu s kulovým ořechem k naklánění. Vodorovným svěrným šroubem se zajistí vodorovná poloha busoly. Průhledítka mohou býti nahrazena též dalekohledem.

Tacheometrická busola s dostředným dalekohledem (obr. 121) znázorňuje busolu, která slouží k měření vodorovných i svislých úhlů. Dalekohledem se dá zaměřiti v obou polohách dalekohledu, před a po jeho proložení a proto je s dalekohledem pevně spojena dvojosá (reversní) libela L. Dalekohled je otočný kolem vodorovné osy a je upevněn na postranním ramenu tak, aby záměrná osa byla ve svislé rovině procházející nulo-



Obr. 120. Lesní busola.

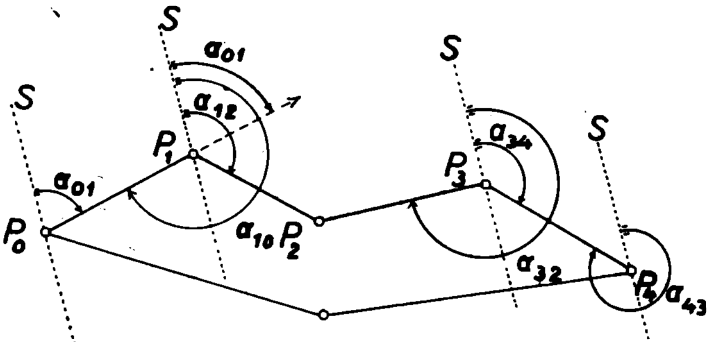


Obr. 121. Tacheometrická busola s dostředným dalekohledem.

vým směrem 0°—180°, vyznačené někdy též písmeny S — J (sever, jih) nebo N — S. K urovnání slouží dvě libely. Busola se staví na deskový stojan, na kterém se urovná třemi stavěcími šrouby S. Se stojanem se pevně spojí pérovaným středním šroubem $\check{S}$.

Délka magnetky je 8 cm, kruh je dělen na $\frac{1}{3}$°. Svislý kruh má průměr 10 cm a je dělen na $\frac{1}{3}$° s nonickým údajem 1′. Dalekohled zvětšuje 14kráte a má objektiv o průměru 2,2 cm s ohniskovou dálkou 15 cm. V téže úpravě, ale bez svislého kruhu, slouží busola jen k měření magnetických azimutů.

6,4. Měření úhlů busolou (obr. 122). Vodorovný úhel, který svírají ramena nebo směry se měří tak, že se změří magnetické azimuty obou směrů. Rozdíl získaných čtení dává sevřený úhel. Přesnost měřeného úhlu je menší než je tomu při měření theodolity, zato je postup pracovní rychlejší, neboť při měření po obvodě uzavřeného i otevřeného obrazce lze měřiti



Obr. 122. Měření úhlů busolou.

úhly ob jeden vrchol. Na př. při měření úhlů v uzavřeném šestiúhelníku postačí měřiti úhly jen ve třech vrcholech, neboť azimut strany P_0P_1 měřený v bodě P_0 se liší od azimutu téže strany, ale opačného směru P_1P_0, měřeného na bodě P_1, o 180°. Známe-li azimut strany, měřený v počátečním bodě, známe též azimut téže strany, který bychom měřili v koncovém bodě.

Měřené úhly málokdy zpracujeme počtářsky, neboť se zřetelem na přesnost výsledků je rychlejší grafický postup se stolní busolou. Některé busolní stroje mají k odčítání busolu, která se dá po měření sejmout a použít jako stolní busola ke grafickému zobrazování.

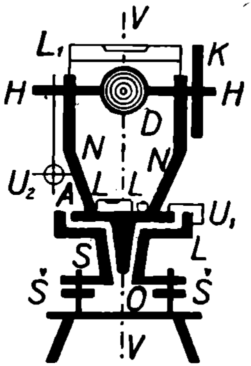
6,5. Theodolit. Nejdokonalejším strojem, který umožňuje měřiti vodorovné úhly libovolné velikosti s největší přesností, je theodolit. Mnohé z theodolitů slouží též k měření svislých úhlů, jsouce opatřeny svislým kruhem. Theodolit sloužící k měření vodorovných i svislých úhlů, opatřený ještě dálkoměrným zařízením a nivelační libelou na dalekohledu, se jmenuje universálním strojem.

Dnes je známa dlouhá řada theodolitů s různým provedením své stavby a jeden se liší od druhého hlavně rozměry jednotlivých částí jako kruhů, umístěním a úpravou os, ustanovek, odčítacích pomůcek a dalekohledů. Kromě toho se theodolity mezi sebou liší počtem a umístěním libel a úpravou svislého kruhu. Na počtu a druhu libel závisí zkouška theodolitu a jeho úprava před měřením.

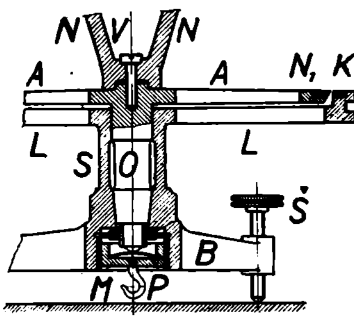
Podle stavby dělíme veškeré theodolity na jednoduché čili jednoosé (nesprávně zvané kompensační) a theodolity dvojosé (souosé) čili repetiční. Podle umístění dalekohledu dělíme theodolity na stroje s dostředným (centrickým) dalekohledem a mimostředným (excentrickým) dalekohledem. Dvojosé theodolity lze děliti dále podle způsobu otáčení děleného kruhu (limbu) na repetiční s ustanovkou pro jemný pohyb a na stroje s hrubým pohybem čili s postrkem.

Theodolity mohou být vyzbrojeny různými druhy trubkových libel, jako sázecí libelou na otáčecí ose dalekohledu nebo libelou na dalekohledu, jejíž osa musí být rovnoběžná se záměrnou osou. Kromě toho mohou být vybaveny jednou nebo dvěma libelami na alhidádě nebo na dalekohledové vidlici (nosníku dalekohledu), případně s jednou krabicovou libelou na alhidádě.

Jednoduchý (jednoosý) theodolit (obr. 123 a 124). Stavba theodolitu spočívá na třínožce se třemi stavěcími šrouby $\check{S}$, jež nesou sloupec S, rozšířený v horní části ve vodorovný dělený kruh čili limbus L. Tento kruh je pevný a prolamovaný nebo žebrovaný a má na svém obvodě rýhu pro ustanovku U_1. V okrajové drážce limbu (obr. 124) je za studena vtepán proužek z ušlechtilého kovu, do něhož je vyryta úhlová stupnice K_1. V sloupci S se otáčí čep O, s nímž je spojena alhidáda A, to je část kruhu nebo celý kruh rovněž žebrovaný, nesoucí buď jeden vernier (nonius) N_1 nebo dva verniery N_1 a N_2 přesně proti sobě na obvodě umístěné (protisměrně, diametrálně). Na alhidádě jsou dále dvě ramena nebo nosníky N v podobě vidlice, která mají na horních koncích ložiska pro vodorovnou otáčecí (točnou) osu dalekohledu H. Čep O nedoléhá v celé své ploše na stěny sloupce, nýbrž bývá vylehčen perem P (obr. 124), aby bylo možno alhidádou snadno otáčet.



Obr. 123. Schema jednoduchého theodolitu.

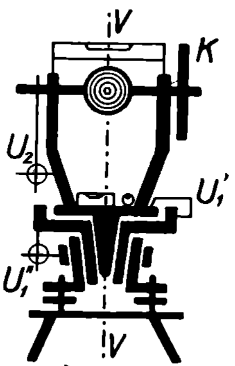


Obr. 124. Svislý řez jednoduchým theodolitem.

Přitažením nebo uvolněním matičky M ve spodní části sloupce S se zesílí nebo zeslabí tlak pera na alhidádový čep a tím se alhidáda nadlehčí nebo zapadne do sloupce tak, aby se docílilo žádoucího tření. Poněvadž alhidádový čep musí býti dosti dlouhý k bezvadnému chodu alhidády, zmírňuje se tření tím, že se při výrobě vybere na určitých místech ložisko ve sloupci i čep a tím se stěny sloupce a čepu dotýkají jen na dvou nebo několika kuželovitých, případně válcovitých plochách. Volí-li se válcový čep, musí býti ložisko i čep z téhož materiálu a tak vybroušeny, aby do sebe těsně zapadaly.

Je-li theodolit určen též k měření svislých úhlů, je na jednom konci točné osy dalekohledu nasazen svislý kruh K, jejž nazýváme výškovým. Otáčením theodolitu kolem svislé osy V ve směru vodorovném a skláněním (klopením, otáčením) dalekohledu kolem vodorovné osy ve směru svislém se dá zaměřiti na kterýkoliv bod v prostoru. Při tom užíváme ustanovek U_1 a U_2, jichž svěrné šrouby znemožňují po utažení hrubý pohyb alhidády a svislého kruhu a jemný pohyb je možný jen v mezích výřezů ustanovek.

Repetiční (dvojosý) theodolit (obr. 125). Tento stroj se liší od prvého tím, že má otáčivou alhidádu i limbus. Limbus musí míti též limbovou ustanovku, kterou označíme U''_1, kdežto alhidádovou označíme U_1'. Jak alhidáda, tak limbus má svoji svislou osu otáčecí a výrobní podmínkou je, aby se obě osy ztotožnily. Vhodnou úpravou se obě osy vylehčují péry, jichž tlak se dá podle potřeby měniti utahováním nebo povolováním matic na spodu sloupce S, jako je tomu u jednoduchého theodolitu. Utažením svěrného šroubu alhidádové ustanovky a povolením svěrného šroubu limbové ustanovky se dá otáčeti celým strojem kolem svislé osy. Upneme-li svěrný šroub limbové ustanovky a povolíme svěrný šroub alhidádové ustanovky, dá se otáčeti pouze alhidádou a limbus je při tom pevný.



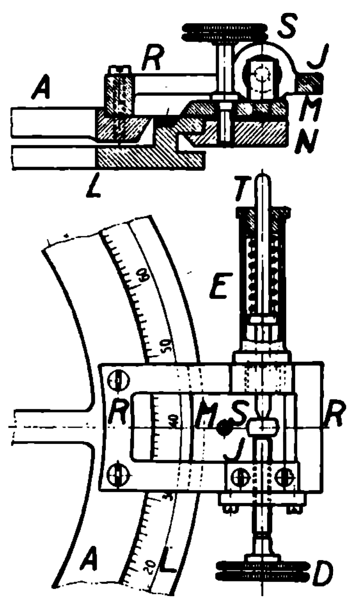
Obr. 125. Schema dvojosého theodolitu.

Výrobci theodolitů řeší různě úkol, aby čep alhidády a čep limbu byly soustředně uloženy ve společné objímce (sloupci S).

Theodolit s limbem na postrk. Repetiční theodolity mají mnohé výhody při měření úhlů methodami používanými v praktické geometrii, avšak poznalo se, že se nehodí pro přesné měření úhlové, zvláště při triangulaci bodů vyšších řádů. Otáčením alhidády kolem svislé osy je strhován částečně a nepravidelně upnutý limbus. Proto se užívá k přesným pracem měřickým výhradně theodolitů s limbem, který je ve své poloze udržován třením. Překonáváním tření rukou nebo pastorkem se limbus o určitou hrubou hodnotu pootočí nebo přesadí. Alhidádový čep, zvláštní ochranný kruh a třínožka tvoří spolu jeden celek. Ustanovka váže jen alhidádu s ochranným kruhem a limbu se nedotýká, takže se během měření nemůže poloha limbu měnit.

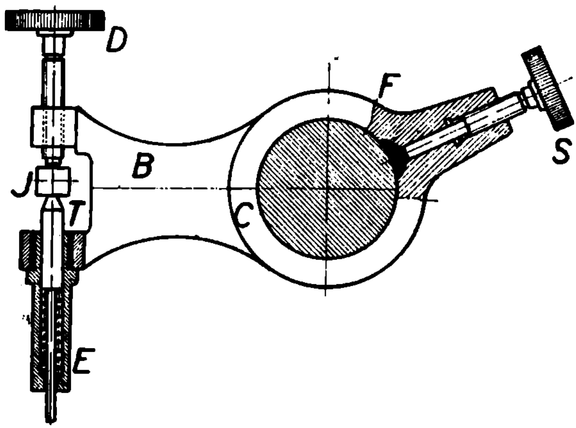
Velké theodolity, které jsou určeny k měření úhlů mezi velmi vzdálenými body, nemívají vždy výškových kruhů, neboť měření svislých úhlů není zde na místě. Některé takové stroje mají malý výškový kruh, který slouží jen k snazšímu vyhledání bodu při opakovaném měření.

Ustanovky (obr. 126 a 127). Zaměřování dalekohledem a otáčení alhidádou kolem svislé osy do žádoucí polohy lze vykonati rukou jen hrubě. K přesnému zakrytí předmětu svislou nití kříže, případně též vodorovnou nití, užívá se ustanovek s jemným šroubem. Dnes se užívá ustanovek obvodových a osových. Obvodovou ustanovku znázorňuje obr. 126, dávající pohled se strany i shora. Dvě destičky *M* a *N* tvoří čelist ustanovky, která svírá okraj limbu. Oběma prochází svěrný šroub *S*, opatřený v dolní destičce *N* závitem. Limbus *L* má na obvodě drážku, do níž zasahuje destička *N* a v níž se



Obr. 126. Obvodová ustanovka.

může volně pohybovati při uvolněném svěrném šroubu. Utažením svěrného šroubu se čelist sevře a tím je zabráněno volnému pohybu alhidády. Alhidáda *A* má na své horní části připevněn rámeček *R*, kterým prochází na jedné straně drobnoměrný šroub *D* a na druhé straně roubík *T*, který se pohybuje v pouzdře *E*. Roubík *T* je přitlačován směrem ke šroubu *D* pružným spirálovým perem. Roubík i drobnoměrný šroub se opírají každý se své strany o výstupek *J*, který je



Obr. 127. Osová ustanovka.

pevně spojen s horní čelistí. Je-li svěrný šroub přitažen, je možný pohyb alhidády jen v rozsahu rámečku *R* a to otáčením drobnoměrného šroubu.

Pro repetiční theodolit je třeba ještě druhé ustanovky pro jemný pohyb limbu. U starších strojů bylo někdy použito pro limbus též obvodové ustanovky, jejíž svěrný šroub měl hlavu pod limbem. Drážka musela být dostatečně široká, aby se mohly obě ustanovky minouti.

Osová ustanovka je upravena tak, jak ukazuje obr. 127. Na objímce alhidádové osy je osazena prstencem *C* osová ustanovka. Prstenec je z jednoho kusu a tvoří celek s destičkou *B*, která má dva výběžky. Jedním prochází drobnoměrný šroub *D* a proti němu působí roubík *T* se spirálovým perem v pouzdře *E*. Šroub i roubík působí na výstupek *J*, který je pevně spojen s rámečkem výše ležícím a upevněným na alhidádě. Na druhé straně je prstenec v místě *F* zesílen a provrtaným otvorem prochází tlačný šroub *S*, který působí na malý klínek polokruhového výřezu a tím způsobuje tření na obvodě objímky alhidádového čepu, takže při určitém tlaku znemožňuje hrubý otáčivý pohyb alhidády. Alhidáda se dá otáčeti též jen v mezích výřezu ustanovky drobnoměrným šroubem. Nestačí-li tato mez, je nutno tlačný šroub povoliti a pootočiti hrubě alhidádou, až se zaměřovaný předmět objeví v zorném poli dalekohledu. Drobnoměrný šroub se přiměřeně vytočí nebo zašroubuje, aby byl možný pohyb na obě strany.

Pro repetiční theodolity se užívá buď obou ustanovek nebo se pro alhidádu užije obvodové a pro limbus osové ustanovky. Osové ustanovky se výhradně užívá pro jemný pohyb dalekohledu ve směru svislém. Ustanovka je umístěna na druhém konci otáčecí osy než je výškový kruh. Drobnoměrný šroub je zpravidla upevněn na jednom nosníku dalekohledového ložiska.

Výškový kruh. Dělení kruhu je provedeno obdobně jako u vodorovného kruhu na stupně nebo na grady. Číslování je rozmanitě provedeno. U některých kruhů je nula dělení nahoře a číslování je průběžné do 360° od levé ruky k pravé nebo je nula pod vodorovnou a číslování je opět průběžné. U mnohých strojů je nula na výškovém kruhu sice nahoře, ale číslování je provedeno oběma směry do 180° (k odčítání zenitových vzdáleností) nebo jsou na vodorovné dvě nuly a číslování jde ve směru nahoru i dolů po obou stranách do 90°. Podle toho, jak je výškový kruh dělen a číslován, je nutno čísti úhly a rozeznávati případně úhly výškové a hloubkové. Výškovým (hloubkovým) úhlem je ten, který svírá záměrná přímka s vodorovnou rovinou.

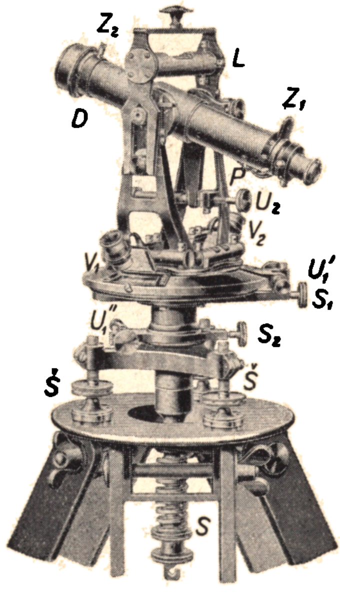
Zvedání ložisek. Otáčecí osa dalekohledu má býti při měření přesně vodorovná a proto musí míti nosníky otáčecí osy zařízení, aby se dala ložiska osy zvyšovati nebo snižovati a tak mohlo být docíleno kolmosti otáčecí osy k ose alhidády. Zařízení ke zvedání a snižování ložisek záleží hlavně ze štěrbin vypracovaných v ložiskové vidlici a pod ložiskem tak, aby přitahováním nebo opět povolováním šroubků se štěrbina zúžovala nebo rozšiřovala. Tím se ložisko snižuje nebo zvyšuje.

Stojan čili stativ. Měřický stroj se při měření staví na nějaký vhodný a vysoký podstavec, kterým je obecně třínohý stojan čili stativ. Pro různé měřické přístroje se užívá stojanů čepových (dřevěné i kovové) a stojanů deskových, s dřevěnou i kovovou deskou a pérovaných i nepérovaných. Pro theodolity se užívá deskových stojanů pérovaných, jichž je mnoho druhů a mezi sebou se liší zvláště připojením noh k desce a tvarem desky. Dřevěná i kovová deska může býti tvaru kruhového, trojúhelníkového a pod., plná nebo žebrovaná. Každá má uprostřed výřez, kterým prochází střední (spojný) šroub k upevňování theodolitu k desce stojanu. Výřez je kruhový a musí býti přiměřeně veliký, aby bylo možno strojem po desce posouvati za účelem dostředění (centrace) stroje nad bodem. Nohy deskových stojanů jsou dřevěné, silné a často dvojramenné, aby bylo dosaženo lepší stálosti, pružnosti a lepšího vzdorování kroucení. Některé stojany se vyrábějí jako skládací nebo zasouvací; tyto se zvláště hodí pro měření v kopcovitém území, když je nutno měřiti úhly na svazích. Zasunutím jedné nebo dvou noh lze rychle najíti správnou polohu stojanu při centrování a urovnávání desky do vodorovné polohy.

Stroj se staví na desku nebo hlavu stojanu a pevné spojení stroje se stojanem je různé. Nejčastější spojení je středním šroubem, jak ukazuje obr. 128. Dolní část theodolitové třínožky (sloupec *O* v obr. 123 a 124) je prodloužena dolů a opatřena závity uvnitř nebo vně, na něž se zašroubuje roubík svým horním šroubovým závitem. Roubík je na spodní části opatřen závity a matičkou, o niž se opírá pružinové pero navlečené na roubík. V horní části nad pružinou je kruhová nebo třícípá destička, která po otočení matičkou je pružinovým perem přitlačována k dolní části hlavy stojanu. Tím se stroj spojí pevně se stojanem. Roubíku říkáme střední šroub. Před urovnáváním a dostřeďováním stroje musí býti pružinové pero uvolněno a přitáhne se až po skončeném dostředění a urovnání stroje.

Nohy stojanu jsou spojeny šrouby pevně s deskou. Stojanové šrouby je nutno před složením stojanu vždy povolit a přitáhnou se až po postavení stojanu nad bodem a hrubém urovnání stojanové desky. U mnohých stojanů utahování a povolování šroubů odpadá.

Popis stroje. Z dlouhé řady theodolitů budiž zde popsán stručně jen jeden stroj, theodolit s krytým vodorovným kruhem firmy Otto Fennel v Casselu (obr. 128). Základní stavba stroje je stejná jako u jiných úhloměrných strojů a poznáním jednoho popisu se snadno seznámíme s jinými stroji a jejich rozdíly. Obraz představuje repetiční theodolit bez výškového kruhu. Úhly se odčítají na vernierech V_1 a V_2. Stroj má dvě osové ustanovky pro vodorovný pohyb a to ustanovku U'_1 pro alhidádu a U''_1 pro limbus. Jemné zaměření dalekohledem ve směru výškovém se provádí ustanovkou U_2. Stroj se urovnává třemi stavěcími šrouby $Š$, napřed podle dvou trubkových libel na alhidádě a nakonec podle sázecí libely L na točné ose dalekohledu. Pro hrubé zaměření na bod má dalekohled



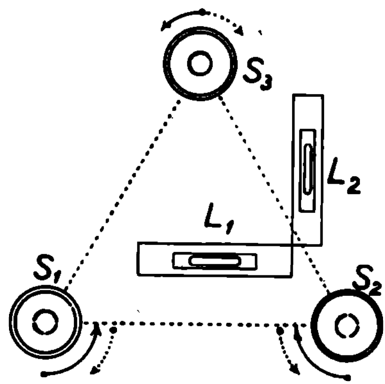
Obr. 128. Fennelův dvojosý theodolit.

průhledítko Z_1 a mušku Z_2. Jemné zaměření dalekohledem se provede otáčením drobnoměrných šroubů příslušných ustanovek. Dalekohled má zvětšení 21násobné a ohniskovou dálku 23,5 cm. Vodorovný kruh má průměr 14,5 cm a je dělen po $\frac{1}{3}$° a vernierový rozdíl činí 20″.

Úprava stroje na stanovisku. Na stanovisku, to je nad bodem, na němž se mají měřit úhly, se stroj dostředí (centruje) a urovná do vodorovné polohy čili se horizontuje; pak prochází svislá otáčecí osa theodolitu (alhidády) daným bodem. Nejdříve postavíme stojan tak, aby jeho deska byla přibližně vodorovná a výřez byl nad bodem. Stojanové nohy se řádně zarazí do půdy při uvolněných šroubech stojanových noh a po hrubém urovnání od oka a dostředění výřezu nad bodem se stojanové nohy přitáhnou šrouby. Nebyl-li již při tom stroj spojen se stojanem, postaví se theodolit na stojan a spojí se s ním středním šroubem. Pružinové pero se jen slabě přitáhne, aby bylo možno provésti hrubou centraci posouváním stroje a jeho urovnání stavěcími šrouby. Správnost dostředění se posuzuje podle olovnice zavěšené na háčku středního šroubu. Nato se stroj urovnává stavěcími šrouby, předem jen přibližně a podle nejhrubší libely na alhidádě. Tím se uvede osa alhidády do svislé polohy a točná osa dalekohledu do vodorovné polohy. Tento úkon se jmenuje horizontací nebo urovnáváním stroje. Oba úkony dostředění i urovnávání stroje se postupně za sebou opakují. Znovu se stroj dostředí podle olovnice a nyní již přesně, neboť jde již jen o malou změnu v poloze dostředění a přistoupí se k nové horizontaci. Posléze se stroj urovná podle sázecí libely na točné ose dalekohledu.

Podle alhidádových libel se provádí horizontace takto: Je-li na alhidádě krabicová libela, uvedeme bublinu do středu libely soustředně s vyznačenými kroužky stavěcími šrouby. Otáčíme nejdříve dvěma stavěcími šrouby proti sobě tak, aby se bublina posunovala do středu mezi šrouby. Jakmile se dostane doprostřed své dráhy, otáčíme třetím šroubem tak dlouho, až bublina přejde do středu kruhů. Postup se opakuje. Jsou-li dvě trubkové libely na alhidádě, jsou umístěny vždy k sobě kolmo (obr. 129). Jednu libelu uvedeme do směru rovnoběžného se spojnicí dvou stavěcích šroubů otočením alhidády a druhá libela je k této spojnici kolmá a směřuje nad třetí stavěcí šroub. Urovnáváme napřed libelu ve směru dvou stavěcích šroubů tím, že otáčíme šrouby vždy protisměrně (jedním šroubem snižujeme a druhým zvyšujeme polohu třínožky), při čemž palec levé ruky ukazuje směr otáčení levého šroubu. Je-li bublina příliš vlevo, ukazuje palec směr pohybu bubliny doprava a obráceně. Když bublina je přesně mezi značkami, otáčíme třetím šroubem, aby se urovnala též druhá libela.

Je-li na alhidádě jen jedna libela trubková, pak se urovná nejdříve nad dvěma stavěcími šrouby, nato se alhidádou otočí o 90° tak, že libela přijde do směru nad třetí stavěcí šroub a jím se urovná. Postup se opakuje, až libela zůstane urovnána v každé poloze otočení alhidádou.



Obr. 129. Schema urovnávání theodolitu.

Stejný postup se opakuje při urovnávání podle sázecí libely. Chybí-li sázecí libela a libela na alhidádě je hrubá, zato je na dalekohledu nivelační libela, uvede se po urovnání hrubé libely na alhidádě osa nivelační libely do polohy kolmé k ose alhidády. Alhidádou otočíme tak, aby nivelační libela přešla do směru dvou stavěcích šroubů. Zhruba ji urovnáme tím, že indexy na svislém kruhu nastavíme na 0° a 180°. V této poloze libelu urovnáme dvěma stavěcími šrouby a pak otočíme o 180°. Libela by měla býti urovnána. Není-li, odstraníme odchylku v poloze bubliny tak, že polovinu odstraníme stavěcími šrouby a druhou polovinu jemným šroubem svislé ustanovky. Stroj otočíme o 90° a urovnáme třetím stavěcím šroubem. Postup se opakuje, neboť velikost posunů odhadujeme a šrouby nestejnoměrně otáčíme.

Zkoušky theodolitů. Theodolity musí vyhovovati podmínkám:

1. točná osa H dalekohledu musí být kolmá k záměrné přímce čili k ose kolimační Z, t. j. $H \perp Z$;
2. otáčecí osa alhidády V musí býti při měření skutečně svislou a točná osa H dalekohledu přesně vodorovnou a to je splněno jen když obě osy jsou k sobě kolmé, $H \perp V$;
3. osa libely sázecí nebo jiné libely na alhidádě nebo na dalekohledové vidlici musí býti kolmá k alhidádové ose, $L \perp V$.

Podmínka 2 a 3 žádá, aby točná osa dalekohledu byla rovnoběžná s osou libely, $H \parallel L$.

Třebaže lze theodolity děliti podle různých význačných součástí a úprav, dělíme je nejvýhodněji podle způsobu seřízení čili rektifikace na

a) stroje s libelou sázecí, která je nejcitlivější;
b) stroje bez sázecí libely, ale s citlivou libelou na alhidádě;
c) stroje universální s citlivou nivelační libelou na dalekohledu.

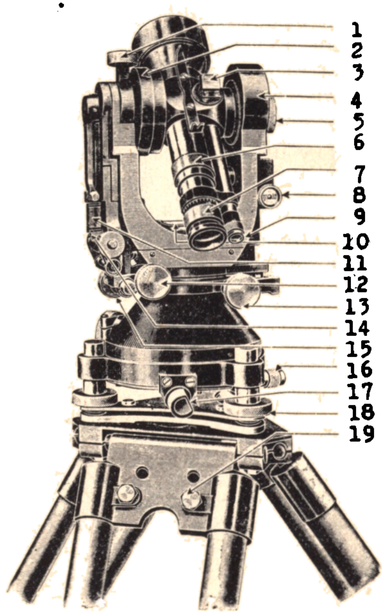
Seřizování (rektifikace) se začíná vždy zkouškou nejcitlivější libely, podle níž se ostatní libely opraví. Je to opačný postup než je žádán při urovnávání stroje.

Seřizovati čili rektifikovati úhloměrné stroje může prováděti jen zkušený měřič a to jen v míře přiměřené. Je-li stroj příliš rozrektifikován (špatně seřízen), je lépe zaslati jej do továrny pro výrobu geodetických strojů a zvláště té továrně, která stroj vyrobila. Ta má všechny pomůcky k správnému seřízení stroje. Menší opravy v seřízení stroje provede měřič ještě doma před odchodem do pole, neboť jakékoliv seřizování stroje teprve v poli spíše stroj poškodí než závady odstraní. Doma se rektifikace provede buď na stojanu postaveném na pevném místě (dvorku, zahradě) nebo ve sklepě na pevném stojanu.

Úhloměrný stroj nejlépe seřízený bude po dopravě drahou a pod. vykazovati vlivem otřesů odchylky. Tu není na místě stroj rektifikovati, nýbrž odchylky pozorovati a s nimi při měření počítati. Vhodnou volbou měřického postupu se odstraní téměř všechny závady, které po seřízení stroje se ještě projevují.

Jak se rektifikační postup provádí, záleží na druhu užitého stroje a čtenář jej najde v každé větší příručce nižší geodesie.

Theodolity se skleněnými limby (obr. 130). Velké zdokonalení theodolitů nastalo nahrazením mosazného kotouče limbového skleněným kotoučem se stupňovým (gradovým) dělením. U těchto strojů odpadá čtení úhlů podle vernierů a pod., jak bylo vpředu uvedeno, nýbrž optickým (hranolovým) převodem pozoruje měřič stupňové dělení kruhu na obou protilehlých místech limbu přímo v zorném poli jediného mikroskopu, upevněného po straně dalekohledu. Okulár mikroskopu je upevněn hned vedle dalekohledového okuláru. Tím se usnadňuje odčítání úhlů s jednoho místa při měření a odpadá obíhání kolem stroje jako je tomu u úhloměrných strojů s verniery a pod. V zorném poli odčítacího mikroskopu je hned pod obrazem pro-



Obr. 130. Wildův theodolit se skleněným limbem.

1 Svěrný šroub svislé ustanovky; *2* svislý kruh; *3* osvětlovací hranol svislého kruhu; *4* komora mikrometru; *5* koincidenční kotouček; *6* zaostřovací objímka dalekohledu; *7* zaostřovací objímka nitkového kříže; *8* přeřaďovací kotouček hranolový; *9* okulár odčítacího mikroskopu; *10* libela k urovnání stroje; *11* libelový hranol svislého kruhu; *12* drobnoměrný šroub svislé ustanovky; *13* drobnoměrný šroub ustanovky limbové; *14* indexová libela (svislého kruhu); *15* drobnoměrný šroub indexové libely; *16* okulár optického dostřeďování; *17* osvětlovací hranol limbu; *18* stavěcí šrouby; *19* svěrné šrouby stojanových noh.

tilehlých konců limbu optický mikrometr s indexem, podle něhož se minuty a vteřiny odčítají. Pro správné úhlové odečtení je nutno provésti tak zvanou koincidenci, t. j. otáčí se koincidenčním šroubem, až protilehlé dílky stupňového dělení na limbu se ztotožní. Přitom se otáčí též optický mikrometr a po provedené koincidenci se podle indexu odečtou stupně a desítky minut na limbu, jednotky minut a vteřiny (případně i desetiny vteřin) podle indexu na optickém mikrometru. Téhož odčítacího mikroskopu se užije k čtení svislých úhlů. Po prvé užil tohoto zařízení H. Wild a stroje tohoto druhu vyrábí firma H. Wild ve Švýcarsku a firma C. Zeiss v Jeně. Podrobnosti o těchto strojích lze najíti v novějších učebnicích geodesie nebo v publikacích, jež zmíněné firmy dodávají.

7. MĚŘENÍ VODOROVNÝCH ÚHLŮ

(Obr. 131.) Při měření úhlů si musíme být vědomi úkonů jednotlivých částí theodolitu, abychom se vystříhali různých chyb nebo je omezili na nejmenší míru. Je nutno si pamatovat, že stroj:

1. má dvě odčítací pomůcky (verniery, mikroskopy) označené čísly *I* a *II*, proti sobě na alhidádě umístěné (diametrálně), aby se v průměru obou čtení vyloučila chyba plynoucí z mimostředné (excentrické) polohy alhidády vzhledem k limbu. U strojů se skleněnými limby se táž chyba vylučuje koincidencí protilehlých dílků limbu. Nediametrálnost obou odčítacích pomůcek se odstraňuje prokládáním dalekohledu;

2. má míti prokladný dalekohled, jehož proložením se odstraňují chyby

a) z mimostředné polohy záměrné přímky (svislé roviny) vzhledem k otáčecí ose alhidády,

b) z nekolmosti záměrné přímky k vodorovné otáčecí (točné) ose dalekohledu,

c) z nevodorovnosti otáčecí osy dalekohledu,

d) z nediametrálnosti odčítacích pomůcek, jak bylo již pod 1 zmíněno;

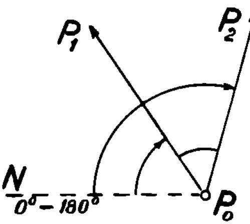
3. má nebo může míti nestejnoměrné dělení limbu a chyba tím vznikající se dá odstraniti nebo aspoň zmenšiti podle jistých pravidel při měření vhodným měřickým postupem jako na př. měřením ve skupinách a řadách;

4. má býti při měření dobře urovnán (horizontován), neboť chyba v nesprávné poloze otáčecí osy alhidády se nedá odstranit. Konečnou horizontaci je nutno před měřením provésti urovnáním stroje podle nejcitlivější libely. Jestliže během měření vykazuje libela menší vychýlení, nesmí se již stroj urovnávat. Jsou-li odchylky větší, nutno celé měření začít znovu;

5. se při měření otáčí jen v jeho vrchní části a to držením některé z ustanovek za hlavu drobnoměrného šroubu a za konec roubíku, který působí proti šroubu. Nikdy se nesmí otáčeti alhidádou tlakem na dalekohled. Dalekohledem se otáčí jen v rovině svislé.

Pokud jde o nestejnoměrné dělení limbu, je možno říci, že dnešní stroje jsou velmi dokonale děleny a případné menší odchylky mají význam jen při měření úhlů mezi směry na větší vzdálenosti.

Úhloměrný stroj se postaví v bodě P_0 způsobem, jak bylo již na str. 118 uvedeno. Při měření jednoduchým theodolitem má nula limbu libovolný směr a měřené směrníky jsou vztaženy k tomuto nulovému směru (v obr. 131 je označen N).



Obr. 131. Měření vodorovných úhlů.

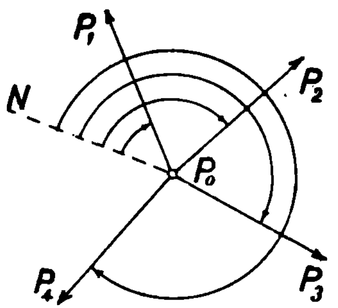
K zaměření na bod P_1 se uvolní svěrný šroub alhidádové ustanovky a ustanovky svislé. Držením za hlavu drobnoměrného šroubu a konec roubíku na př. alhidádové ustanovky se otočí alhidádou s dalekohledem ve směru vodorovném tak, aby záměrná přímka se dala nařídìti na bod P_1, nejdříve hrubě podle průhledítka na dalekohledu. Proto musí být dalekohled uvolněn, aby se jím dalo otáčet ve svislé rovině. Jakmile se zaměřovaný bod objeví v zorném poli dalekohledu poblíže nitkového kříže, upnou se oba svěrné šrouby ustanovky alhidádové a svislé. Otáčením drobnoměrnými šrouby obou ustanovek se dalekohledem jemně otáčí ve směru vodorovném i svislém tak dlouho, až střed nitkového kříže přesně kryje záměrný bod, čili až svislá i vodorovná niť půlí záměrný terč. Nato se odečte úhlový údaj podle obou odčítacích pomůcek. Na I. vernieru se čtou stupně, minuty a vteřiny, na II. vernieru jen minuty a vteřiny. Oba úhlové údaje se zapíší do zápisníku. Stupně (grady) II. vernieru se jen kontrolují a nezapisují, neboť čtení se musí lišit o 180° nebo 200^g. Nato se uvolní svěrné šrouby ustanovek alhidádové a svislé, otočí se alhidádou doprava (ve směru chodu ručiček hodinových) a zaměří se na bod P_2 stejně jako na bod P_1. Označíme-li úhel čtený pro bod P_1 znakem α_1 a pro bod P_2 znakem α_2, dává jejich rozdíl velikost sevřeného úhlu

$$\omega = \alpha_2 - \alpha_1.$$

Takto získaný úhel je zatížen všemi chybami, které plynou ze závad nedokonale seřízeného stroje. K odstranění chyb použije se způsobu měření úhlů ve skupinách a řadách, případně měření úhlů násobením čili repeticí.

Měření úhlů (směrníků) ve skupinách a řadách (obr. 132). Tohoto způsobu měření se užívá v podrobné triangulaci, polygonování a ve všech případech v praktické geometrii. Úhly se měří buď od nahodilého směru, užije-li se k měření jednoduchého theodolitu nebo od zvoleného směru, užije-li se dvojosého stroje. Úhlům měřeným od určitého směru říkáme směrníky nebo osnova směrníková. Postup měření na dva nebo na více bodů je stejný. Při měření dvojosým strojem se volí nulový (počáteční) směr na bod, který je jasně osvětlen a asi ve střední vzdálenosti zaměřovaných bodů.

a) *Měření jednoduchým theodolitem* (obr. 132). Po dostředění a urovnání stroje na stanovisku P_0 zaujme nulový směr limbového dělení 0°—180° nebo 0g—200g nahodilou polohu N. Nejdříve se zaměří na bod P_1 způsobem dříve podaným, odečtou se oba verniery a čtení se zapíše do zápisníku. Stejně se zaměří na bod P_2 otočením alhidády doprava a odečte se úhlový



Obr. 132. Měření úhlů ve skupinách.

údaj. Obdobně se zaměří na body P_3, P_4 atd. a otočením alhidády v tomtéž směru se znovu zaměří na bod P_1. Úhlový údaj odečtený při zaměření na bod P_1 se musí shodovat se čtením obdrženým na počátku měření. Vyskytne-li se rozdíl, musí být úměrný vernierovému rozdílu a nesmí překročit 3 až 4násobnou hodnotu vernierového rozdílu. Je-li chyba větší, stala se nějaká chyba; buď bylo chybně zaměřeno, odečteno, nebo bylo strojem hnuto. Celé měření se musí nato opakovat. Zaměření směrů od bodu P_1 ve směru doprava s uzavřením celého kruhu zpět na bod P_1 se říká 1. řada.

Po dokončení 1. řady se dalekohled proloží, verniery tím vymění svá místa a opět se zaměří na bod P_1 otočením alhidády doleva a odečte se úhlový údaj. Zaměření na další body se vykoná otáčením alhidády doleva čili proti směru chodu ručiček hodinových. Celému kruhu od počátečního bodu ve směru doleva zpět k počátečnímu bodu se říká 2. řada. Čtení stupňů na I. vernieru v 2. řadě se liší od údaje stupňů I. vernieru v 1. řadě o 180° nebo 200^g u každého směru. Aby údaje stupňů byly shodné, bylo by možno v 2. řadě čísti napřed II. vernier, avšak to by vedlo často k různým omylům a proto se zásadně čte v obou řadách napřed I. vernier a pak II. Výsledky se zapisují do zápisníku a to v 1. řadě shora dolů a u 2. řady zdola nahoru, jak ukazuje schema:

1. řada	bod	2. řada
│	P_1	↑
│	P_2	│
│	P_3	│
│	P_4	│
↓	P_1	│

Obě řady tvoří skupinu. Otáčení alhidády doprava v 1. řadě a doleva v 2. řadě je odůvodněno tím, že otáčením je strhován limbus o nepravidelné hodnoty, jichž průměr označme v. Jejich vliv se uplatňuje podle následujícího schema:

Stanovisko	Bod	1. řada	2. řada	Průměr skupiny
P_0	P_1	O_1	$O_1 + 8v$	$O_1 + 4v$
	P_2	$O_2 + v$	$O_2 + 7v$	$O_2 + 4v$
	P_3	$O_3 + 2v$	$O_3 + 6v$	$O_3 + 4v$
	P_4	$O_4 + 3v$	$O_4 + 5v$	$O_4 + 4v$
	P_1	$O_1 + 4v$	$O_1 + 4v$	$O_1 + 4v$

Schema ukazuje, že průměr každého čtení je zatížen stejnou nebo skoro stejnou chybou a rozdíly mezi jednotlivými průměry poskytují správné hodnoty mezi zaměřenými směry.

Pro každý směr se ze čtyř čtení utvoří skupinový průměr. Ten se vypočte jen z minut a vteřin, čili z hodnot, v nichž se čtení liší. Za stupně se užije údaj I. vernieru.

Pro získání přesnějších výsledků je nutno měřiti úhly v několika skupinách. To se děje tak, že se pro každou skupinu stanoví nulový směr na limbu podle počtu skupin. Měří-li se v n skupinách úhloměrným strojem se dvěma odčítacími pomůckami, rovná se posun nulového směru

$$x = \frac{180^\circ}{s} = \frac{200^g}{s},$$

kde s je počet skupin. Volí-li se počátek 1. skupiny 0°, činí posun u 2. skupiny x, u 3. skupiny $2x$, atd. Na př. při měření ve třech skupinách činí posun $x = 180^\circ : 3 = 60^\circ$. Volí se proto za počátek 1. skupiny 0°, 2. skupiny 60° a 3. skupiny 120°. Podobně je tomu u gradového stroje. Není nutné otočit limbem přesně o hodnotu x, ale o úhel x zvětšený nebo zmenšený o několik minut, aby se přihlíželo též k chybě v minutovém dělení.

Tomuto požadavku se dá dobře vyhověti u strojů dvojosých, repetičních nebo s postrkem. U jednoduchého theodolitu je třeba postupovat jen v hrubých rysech. Místo otočení limbem je nutno před každou skupinou otočiti celým strojem na stojanu. Postup je tento: Nula I. vernieru se zastaví na 0° limbu a alhidádová ustanovka se upne. Povolí se spirálové pero na středním (spojném) šroubu a celým strojem i s třínožkou se na stojanu otočí až je dalekohled zhruba ve směru na počáteční (prvý) bod skupiny. Nato se stroj dostředí a urovná, spirálové pero se přitáhne a při urovnaném stroji se začne s měřením úhlů. Před 2. skupinou se opět nastaví nula I. vernieru na dílek x, na př. 60° a při upjaté alhidádové ustanovce se povolí spirálové pero, otočí se celým strojem na stojanu tak, jako u 1. skupiny. Podobně je tomu u každé další skupiny.

Při měření úhlů v několika skupinách se utvoří v každé skupině skupinové průměry a z nich pak průměr skupin.

b) *Měření dvojosým theodolitem.* Měření se provádí stejně s tím rozdílem, že nulový směr se dá otočit do žádané polohy přesně u strojů repetičních a hruběji u strojů s postrkem. Nulový směr lze dáti do směru rovnoběžného k jižní větvi osy X katastrální zobrazovací soustavy, při čemž je nutno znáti jižník některé strany procházející stanoviskem nebo lze nulový směr zaříditi do směru magnetického poledníku nebo směrem na kterýkoliv bod. U repetičních strojů se nastaví nula I. vernieru v prvé poloze dalekohledu na příslušný dílek limbu, odpovídající počátku (nulovému směru) skupiny. Nato zůstane svěrný šroub alhidádové ustanovky upjat a veškeré pohyby ve vodorovném směru při zaměřování na počáteční bod se konají limbovou ustanovkou. Svěrný šroub limbové ustanovky se povolí a strojem se otočí tak, aby bylo možno zaměřiti na počáteční bod hrubě průhledítkem přes dalekohled (při uvolněné ustanovce limbové i svislé). Jakmile se zaměřovaný bod objeví v zorném poli dalekohledu poblíže nitkového kříže, upnou se svěrné šrouby ustanovky limbové i svislé a pracuje se jen s drobnoměrnými šrouby obou ustanovek. Jimi se zaměří přesně na bod a po zaměření se odečtou oba verniery. Limbová ustanovka zůstane nato upjata a na další body se zaměřuje jen při uvolněné alhidádové a svislé ustanovce. V 1. řadě se otáčí alhidádou doprava a v 2. řadě doleva, jak bylo již vysvětleno. Po skončení každé řady se proloží dalekohled.

Po skončení I. skupiny se uvolní ustanovka alhidádová i svislá a nula I. vernieru se nastaví otočením alhidády o úhel x. Alhidádová ustanovka se nato upne a na počáteční bod se zaměří při uvolněné ustanovce limbové a svislé tak, jak bylo popsáno u I. skupiny. Podobně je tomu u dalších skupin.

Při měření ve skupinách se užívá limbové ustanovky jen při zaměřování na počáteční bod a v 1. řadě. Jinak se užívá při měření úhlů v 1. i 2. řadě jen ustanovky alhidádové a svislé.

Během měření se musí dávat na ustanovky pozor. Sebe-menší pohyb limbovou ustanovkou místo alhidádové může znehodnotit měření a je nutno opakovat celou skupinu.

U strojů s postrkem lze otočit limbem o úhel x s přesností asi 1 minuty. Je-li postrkový šroub chráněn víčkem, nelze se ho během měření dotknout a tím odpadá nebezpečí nahodilého pohybu limbu. Zaměřování se děje jen alhidádovou a svislou ustanovkou.

Stane-li se během měření ve skupině, že stroj vykazuje chyby v urovnání nebo bylo strojem hnuto nějakým nárazem, je nutno stroj znovu urovnat a dostředit a začíti celé měření úhlů ve skupině znovu.

Úhlové zápisníky. Zápisník č. 3. Po každém zaměření na bod se odečtou oba verniery (mikroskopy) a čtení se zapíše do zápisníku. Zápisníky jsou různě uspořádány a pro účely triangulační a katastrální se užívá několik druhů. V zápisníku č. 3 je uveden nejjednodušší druh pro měření úhlů v polygonové síti. Polygonové úhly se měří jen v jedné skupině a měří-li se na stanovisku úhly jen mezi dvěma směry, neprovede se celá řada s uzavřením na počáteční bod, nýbrž se dalekohled proloží po zaměření na druhý bod a druhá řada se měří opačným směrem. Tato výjimka je učiněna z důvodu, aby pracovní postup byl rychlejší. Při více než dvou směrech na stanovisku se měří celá řada s uzavřením na počáteční bod. V zápisníku jsou zapsány úhlové hodnoty získané repetičním theodolitem firmy J. a J. Frič v Praze s odhadovými mikroskopy s nejmenším odhadem dílku 6″.

V tomto zápisníku se utvoří v každé řadě průměr z obou čtení mikroskopů čili průměr řady a z průměrů řad se obdrží průměr skupiny. Odečte-li se průměr skupiny prvého směru ode všech dalších, obdrží se redukované průměry skupinové.

V mnohých případech se čtení na počáteční bod na konci řady považuje za kontrolní a nepočítá se s ním dále. Uvažuje-li se, je průměr ze všech čtení utvořen z dvojnásobného počtu a tím má dvojnásobnou váhu než ostatní průměry. V tomto případě se ostatní redukované průměry též opraví. Rozdíl mezi redukovaným průměrem na 1. a poslední řádce se stejnoměrně rozdělí na všechny redukované průměry, při čemž je nutno přihlížeti ke znaménku. Nazveme-li rozdíl x a dělíme jej počtem zaměřovaných bodů, obdržíme opravu x', kterou se zřetelem k znamení připočítáváme takto: Redukovaný průměr prvého směru je $0° 00' 00''$. Redukovaný průměr druhého směru se opraví o x', třetího o $2x'$, čtvrtého o $3x'$ atd. Průměr na poslední řádce se

Zápisník č. 3.

Zápisník měřených vodorovných úhlů v polygonové síti.

Stanovisko	Směr na bod číslo	Poloha dalekohledu: I. řada °	I. řada ′	I. řada ″	I. řada průměr ′	I. řada průměr ″	II. řada °	II. řada ′	II. řada ″	II. řada průměr ′	II. řada průměr ″	Průměr $\frac{I+II}{2}$ °	′	″	Redukovaný průměr °	′	″	Poznámka
1	2	3					4					5			7			
	△ *55*	0	00 00	48 48	00	48	180	00 00	54 54	00	54	0	00	51	0	00	00	1)
	250	22	35 35	04 18	35	11	202	35 35	06 12	35	09	22	35	10	22	34	19	
	80	179	06 06	54 48	06	51	359	06 06	54 42	06	48	179	06	50	179	05	59	
△ *535*	*1*	252	06 06	48 42	06	45	72	06 06	45 45	06	45	252	06	45	252	05	54	
	226	335	46 46	06 06	46	06	155	45 46	54 00	45	57	335	46	02	335	45	11	2)
	△ *55*	0	00 00	48 54	00	51	180	01 00	00 54	00	57	0	00	54				

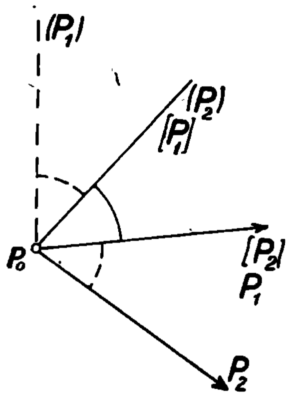
	△ *535*	0	01 01	00 00	01	00	180	01 01	00 06	01	03	0	01	02	0	00	00	[3])
1	*2*	188	52 52	18 18	52	18	8	52 52	18 18	52	18	188	52	18	188	51	16	
	1	0	02 02	00 00	02	00	180	02 02	18 18	02	18	0	02	09	0	00	00	
2	*3*	175	11 11	12 18	11	15	355	11 11	24 24	11	24	175	11	20	175	09	11	
	5	0	00 01	54 00	00	57	180	01 01	00 00	01	00	0	00	59	0	00	00	
	6	128	23 24	54 06	24	00	308	23 24	52 00	23	56	128	23	58	128	22	59	
	225	263	37 38	52 00	37	56	83	37 38	54 06	38	00	263	37	58	263	36	59	
△ *145*	△ *535*	359	45 45	30 36	45	33	179	45 45	30 24	45	27	359	45	30	359	44	31	
	5	0	01 00	00 54	00	57	180	00 00	48 54	00	51	0	00	54				
							atd.											

[1]) Měřil dne… repetičním 6″ theodolitem s odhadovými mikroskopy č… firmy J. a J. Frič v Praze; [2]) podpis… [3]) Počasí: Slunečno.

opraví o $nx' = x$ a musíme dospět k nulové hodnotě jako na prvé řádce.

Jak se vedou zápisníky pro měření úhlů v několika skupinách a jak se počítají, nutno poukázat na odbornou literaturu.

Měření úhlů násobením (repeticí) (obr. 133). Před nedávnem se užívalo ještě methody měření úhlů násobením, žádala-li se větší přesnost pro některý úhel. Touto methodou se měří velikost vždy jen jednoho úhlu. Měření se provádí jen repetičním strojem a obdržíme úhlovou hodnotu dvoj-, čtyr- atd. n-násobnou. Postup měření je následující:



Obr. 133. Měření úhlů násobením.

Na stanovisku P_0 se stroj urovná a dostředí. Limbová ustanovka se upne, povolí se alhidádová a otočí se alhidádou, aby nula I. vernieru souhlasila s nulou limbu nebo s některým dílkem blízko nuly. Přitáhne se alhidádová, povolí se limbová ustanovka a na bod P_1 se zaměří nejdříve hrubě a pak jemně drobnoměrným šroubem limbové ustanovky a ustanovky svislé. Čtení na obou vernierech se zapíše. Limbová ustanovka zůstane upjata, povolí se alhidádová a zaměří se na bod P_2 alhidádovou ustanovkou. Tím byl změřen jednoduchý úhel α, který se odečte jen ve stupních pro kontrolu, kolikrát se při měření překročí 360°. K vyloučení chyb se proloží dalekohled, uvolní se limbová ustanovka, alhidádová zůstane upjata a zaměří se na bod P_1 limbovou ustanovkou. Nyní zůstane limbová ustanovka upjata a povolí alhidádová a touto se zaměří na bod P_2. Odečte se úhlový údaj na obou vernierech a to je dvojnásobná hodnota úhlová. Obdobně se zaměří čtyrnásobná a několikanásobná hodnota. Na levý bod se zaměřuje vždy limbovou a na pravý alhidádovou ustanovkou.

K vyloučení chyb zbylých ve stroji se podle starších katastrálních předpisů prokládá dalekohled při každém lichém zaměření na bod P_2, tudíž při α, 3α, 5α atd. Čtení úhlů se koná při 2α, 4α, 6α atd.

Při počítání úhlů je nutno dbáti toho, kolikrát byla při měření překročena hodnota 0° (360°).

V zápisníku č. 4 je uveden číselný postup při měření úhlů násobením.

Zápisník č. 4.

Stanovisko	Visura	Čtení			Průměr		Hodnota			Poznámka
		°	′	″	′	″	°	′	″	
P_0	P_1	0	00	20 10		15				
	P_2 (2nás.)	189	45	50 40		45	189	45	30	$2\alpha_1$
	P_2 (2nás.)	(+360) 19	31	30 20		25	189	45	40	$2\alpha_2$
	P_2 (2nás.)	209	16	50 40		45	189	45	20	$2\alpha_3$

$$2\alpha = 189°45' + \frac{30 + 40 + 20}{3} = 189°\,45'\,30'',$$

$$\alpha = 94°\,52'\,45''.$$

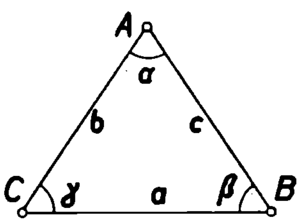
Měření úhlů násobením se dnes zřídka užívá. Proti theoretické přesnosti v měřených úhlech, která je u měření násobením větší než při měření ve skupinách a řadách, ukázala zkušenost, že strhováním limbu se obdrží horší výsledky než při měření ve skupinách. To je důvod, proč se tak málo užívá.

Při měření úhlů v triangulacích vyšších řádů se užívá ještě jiných způsobů měření, o nichž se lze dočísti v učebnicích vyšší geodesie.

Při řešení trigonometrických úloh vycházíme od měřených délek a úhlů. Někdy je třeba vypočítati délky (příp. úhly) předem ze souřadnic daných bodů. K řešení se užívá základních i upravených vzorců pro goniometrické funkce. Výpočetní postup musí být přesný, přehledný a ryohlý, aby se dal provésti snadno logaritmicky nebo počítacím strojem. Úhly se počítají na jednotky vteřin a délky na centimetry. Proto se užívá k výpočtu šestimístných logaritmických tabulek nebo šestimístných tabulek přirozených hodnot úhlových funkcí. Při výpočtu polygonových pořadů postačí tabulky přirozených hodnot s pěti desetinnými místy nebo jiné tabulky a pomůcky, určující souřadnicové rozdíly s přesností na centimetry.

Nejjednodušším geometrickým obrazcem je trojúhelník a způsob jeho řešení se dá užíti i u složitějších obrazců. Probereme proto řešení trojúhelníka s hlediska praktické geometrie podrobněji.

8,1. Řešení trojúhelníka (obr. 134). Podle toho, které určovací prvky (veličiny) jsou dány, volí se početní postup. Trojúhelník je určen buď



Obr. 134. Řešení trojúhelníka.

1. jednou stranou a dvěma úhly, na př. c, α a β, nebo
2. dvěma stranami a sevřeným úhlem, na př. a, b a γ, nebo
3. třemi stranami a, b a c.

Mezi určovacími prvky musí býti dána vždy aspoň jedna strana, aby trojúhelník byl řešitelný.

Případ 1. Je-li trojúhelník dán jednou stranou a dvěma úhly, použije se k výpočtu dalších stran sinové věty

$$\sin\alpha : \sin\beta : \sin\gamma = a : b : c,$$

odtud

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}.$$

Z rovnic plyne

$$a = c\,\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma}, \qquad b = c\,\frac{\sin\beta}{\sin\gamma},$$

$$\gamma = 180° - (\alpha + \beta),\ \sin\gamma = \sin(\alpha + \beta).$$

Sinové věty se užije též v případě, kdy je trojúhelník dán dvěma stranami a úhlem proti jedné z nich.

Případ 2. V praktické geometrii se vyskytuje velmi často případ, kdy trojúhelník je dán dvěma stranami a sevřeným úhlem. Před výpočtem třetí strany je nutno určiti oba neznámé úhly. Je-li trojúhelník dán na př. stranami a, b a sevřeným úhlem γ, platí pro neznámé (hledané) úhly jediný vztah:

$$\alpha + \beta = 180° - \gamma.$$

Ve shodě s pozdějším výkladem budeme neznámé úhly nazývati φ a ψ, a v našem případě je $\varphi = \alpha$, $\psi = \beta$. Výpočet neznámých úhlů lze provésti mnoha způsoby, z nichž nejužívanější budou uvedeny.

Řešení 1. K výpočtu užijeme tangentové věty. Známe a, b a γ, hledáme φ, ψ a c. Postupujeme takto:

$$\varphi + \psi = 180° - \gamma,\ \text{z čehož}\ \tfrac{1}{2}(\varphi + \psi) = \tfrac{1}{2}(180° - \gamma) = p.$$

Utvoříme součet a rozdíl daných stran $a + b = \ldots$, $a - b = \ldots$, a použijeme tangentové věty ve tvaru

$$\operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(\varphi - \psi) = \frac{a - b}{a + b} \cdot \operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(\varphi + \psi).$$

V posledním výrazu neznáme jen levou stranu, na pravé straně jsou všechny veličiny známé a výpočet lze provésti logaritmicky i počítacím strojem. Tak obdržíme

$$\tfrac{1}{2}(\varphi - \psi) = q,$$

kde q je vypočtená hodnota,

$$\tfrac{1}{2}(\varphi + \psi) = p,$$

tento výraz je dán shora.

Sečtením obou výrazů určíme

$$\varphi = p + q$$

a odečtením dostaneme

$$\psi = p - q.$$

Kontrolou je $\varphi + \psi + \gamma = 180°$.

Neznámou stranu c vypočteme podle sinové věty dvakráte:

$$c = a \frac{\sin \gamma}{\sin \varphi} = b \frac{\sin \gamma}{\sin \psi}.$$

Oba výsledky musí být stejné; vznikne-li nějaký rozdíl v posledním desetinném místě, je to zaviněno zaokrouhlováním míst logaritmické mantisy nebo přirozené hodnoty goniometrické funkce.

Řešení 2. Poměr daných stran položíme rovný tangentě neznámého úhlu, který ve shodě s označováním v geodesii nazveme μ, takže $\frac{a}{b} = \operatorname{tg} \mu$. Podle pouček platných o úměrách, lze poslední výraz psáti takto:

$$\frac{a-b}{a+b} = \frac{\operatorname{tg} \mu - 1}{\operatorname{tg} \mu + 1} = \frac{\operatorname{tg} \mu - \operatorname{tg} 45°}{\operatorname{tg} \mu \operatorname{tg} 45° + 1} = \operatorname{tg} (\mu - 45°).$$

Dosadíme-li za $\frac{a-b}{a+b}$ do tangentové věty uvedené v řešení 1, obdržíme

$$\operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(\varphi - \psi) = \operatorname{tg} (\mu - 45°) \,.\, \operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(\varphi + \psi).$$

Z posledního výrazu vypočteme

$$\tfrac{1}{2} (\varphi - \psi) = \ldots;$$

další postup je stejný jako v řešení 1.

Řešení 3. Poměr obou daných stran položíme rovný určitému číslu k;

$$k = \frac{a}{b} = \frac{\sin \varphi}{\sin \psi}.$$

Úpravou obdržíme

$$\frac{\sin \varphi - \sin \psi}{\sin \varphi + \sin \psi} = \frac{k-1}{k+1},$$

čili

$$\frac{2 \sin \frac{1}{2}(\varphi - \psi) \cos \frac{1}{2}(\varphi + \psi)}{2 \sin \frac{1}{2}(\varphi + \psi) \cos \frac{1}{2}(\varphi - \psi)} = \frac{k-1}{k+1}$$

a po zjednodušení

$$\operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(\varphi - \psi) = \operatorname{cotg} \tfrac{1}{2}(\varphi + \psi) = \frac{k-1}{k+1}.$$

Výsledni rovnice zní

$$\operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(\varphi - \psi) = \frac{k-1}{k+1} \cdot \operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(\varphi + \psi).$$

Pro výpočet hledaných úhlů máme pak dvě rovnice

$$\begin{array}{l} \tfrac{1}{2}(\varphi - \psi) = \ldots, \\ \tfrac{1}{2}(\varphi + \psi) = \ldots, \end{array} \text{ z nichž plyne } \begin{array}{l} \varphi = \ldots \\ \psi = \ldots \end{array}$$

Řešení 4. Poměr sinů obou úhlů φ a ψ položme rovný kotangentě úhlu μ. Pro výpočet máme dáno

$$\tfrac{1}{2}(\varphi + \psi) = \tfrac{1}{2}(180^\circ - \gamma) = p,$$

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \psi} = \frac{a}{b} = \operatorname{cotg} \mu.$$

Odečteme-li od posledního výrazu jednou jednotku a po druhé ji přičteme, nato vytvoříme podíl obou, obdržíme

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \psi} - 1 = \operatorname{cotg} \mu - 1,$$

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \psi} + 1 = \operatorname{cotg} \mu + 1;$$

$$\frac{\sin \varphi - \sin \psi}{\sin \varphi + \sin \psi} = \frac{\operatorname{cotg} \mu - 1}{\operatorname{cotg} \mu + 1}.$$

Upravíme-li levou stranu rovnice jako v řešení 3 a na pravé straně rovnice vložíme $\operatorname{cotg} 45^\circ = 1$, dostaneme

$$\operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(\varphi - \psi) \cdot \operatorname{cotg} \tfrac{1}{2}(\varphi + \psi) = \frac{\operatorname{cotg} \mu \operatorname{cotg} 45^\circ - 1}{\operatorname{cotg} 45^\circ + \operatorname{cotg} \mu} = \operatorname{cotg} (\mu + 45^\circ),$$

z toho

$$\operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(\varphi - \psi) = \operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(\varphi + \psi) \cdot \operatorname{cotg} (\mu + 45^\circ).$$

Další postup je stejný jako v řešení 1.

Řešení 5. Položíme-li poměr sinů obou úhlů roven tangentě úhlu μ, obdržíme stejným postupem jako v řešení 4 výrazy

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \psi} = \frac{a}{b} = \operatorname{tg} \mu,$$

$$\operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(\varphi - \psi) = \operatorname{tg} (\mu - 45^\circ) \operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(\varphi + \psi),$$

což je výraz shodný s výsledkem v řešení 2.

Jiná řešení nejsou pro výpočet pohodlná a nebude o nich pojednáno.

Případ 3. Je-li trojúhelník dán třemi stranami, určíme velikost úhlů ze vzorců

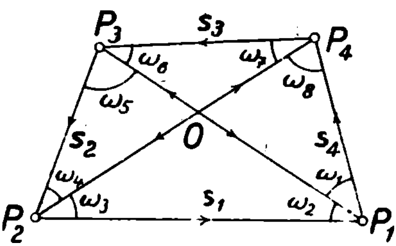
$$\operatorname{tg} \tfrac{1}{2}\alpha = \frac{r}{s-a}, \quad \operatorname{tg} \tfrac{1}{2}\beta = \frac{r}{s-b}, \quad \operatorname{tg} \tfrac{1}{2}\gamma = \frac{r}{s-c},$$

kde

$$s = \tfrac{1}{2}(a+b+c) \text{ a } r = \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)(s-c)}{s}},$$

při čemž r je poloměr vepsané kružnice.

8,2. Řešení čtyrúhelníka a složitějších obrazců (obr. 135). Před řešením složitějších obrazců se musíme přesvědčiti, jsou-li danými prvky určeny, t. j. byl-li změřen potřebný počet veličin k určení obrazce. Každý p-úhelník je jak známo určen $n = 2p - 3$ nezávislými veličinami délkovými a úhlovými. Mezi určujícími prvky musí být aspoň jedna délka a nesmí mezi nimi být geometrické vztahy.



Obr. 135. Řešení čtyrúhelníka.

Ve skutečnosti se měří více veličin než je nezbytně nutno, jednak pro kontrolu, jednak proto, aby bylo lze měření vyrovnati a tak stanoviti přesnější výsledky.

V složitějším obrazci, ve kterém nejsou měřeny všechny veličiny, vyskytnou se úhly, které je nutno vypočísti. K tomu užíváme velmi často upravené věty sinové ve znění: „Součin sinů úhlů stejnosměrných rovná se součinu sinů úhlů protisměrných.“ K snadnému psaní této věty zvolíme si v obrazci jeden bod za pól, z něhož vedeme paprsky ke všem vrcholům obrazce. Pólem může být kterýkoliv bod, ale někdy je jeho volba omezena polohou neznámých úhlů, jež je třeba určiti.

Paprsky vedené z pólu ke všem bodům (vrcholům obrazce) orientujeme kladně od pólu k vrcholům a nato zvolíme kladný smysl po obvodě obrazce. Stejnosměrným úhlem je ten, jehož obě ramena mají kladný smysl směřující k vrcholu nebo od vrcholu; úhel s jinými rameny je protisměrný. Na př. v obr. 135 byl za pól O zvolen průsečík úhlopříček. Smysl oběhu po obvodě byl zvolen proti chodu ručiček hodinových; stejnosměrné úhly jsou: $\omega_2, \omega_4, \omega_6, \omega_8$ a protisměrné jsou: $\omega_1, \omega_3, \omega_5$ a ω_7. Sinová věta zní

$$\sin\omega_1 \sin\omega_3 \sin\omega_5 \sin\omega_7 = \sin\omega_2 \sin\omega_4 \sin\omega_6 \sin\omega_8$$

čili

$$\frac{\sin\omega_1 \sin\omega_3 \sin\omega_5 \sin\omega_7}{\sin\omega_2 \sin\omega_4 \sin\omega_6 \sin\omega_8} = 1.$$

Správnost věty sinové v tomto případě dokážeme užitím věty sinové na trojúhelníky $P_1P_4P_3$, $P_4P_3P_2$, $P_3P_2P_1$, $P_2P_1P_4$; dostaneme

$$\frac{\sin\omega_1}{\sin\omega_6} = \frac{s_3}{s_4}, \quad \frac{\sin\omega_7}{\sin\omega_4} = \frac{s_2}{s_3}, \quad \frac{\sin\omega_5}{\sin\omega_2} = \frac{s_1}{s_2}, \quad \frac{\sin\omega_3}{\sin\omega_8} = \frac{s_4}{s_1}.$$

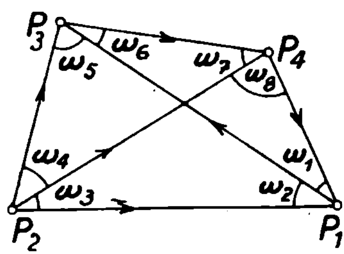
Vynásobíme-li levé i pravé strany rovnic mezi sebou, obdržíme

$$\frac{\sin\omega_1 \sin\omega_3 \sin\omega_5 \sin\omega_7}{\sin\omega_2 \sin\omega_4 \sin\omega_6 \sin\omega_8} = \frac{s_1s_2s_3s_4}{s_1s_2s_3s_4} = 1.$$

V obr. 136 je čtyrúhelník se zvoleným pólem v bodě P_2, jak ukazuje směr šipek. Zbývající strany je možno označiti buď ve směru nebo proti směru chodu ručiček hodinových. Rovnice vyjadřující větu sinovou zní:

$$\frac{\sin\omega_2 \sin(\omega_5 + \omega_6) \sin\omega_8}{\sin(\omega_1 + \omega_2) \sin\omega_5 \sin\omega_7} = 1.$$

V rovnici nejsou přímo zastoupeny úhly ω_3 a ω_4 u pólu P_2.



Obr. 136. Jiné řešení čtyrúhelníka.

Plyne-li z obrazců možnost výpočtu neznámých dvou úhlů

φ a ψ, pro něž známe jejich součet a poměr $\dfrac{\sin\varphi}{\sin\psi}$, je početní postup stejný jako při řešení trojúhelníka. Známe-li vedle součtu dvou neznámých úhlů ještě jejich násobek sinů, zvolíme tento postup:

$$\begin{aligned}\varphi + \psi &= p\\ \sin\varphi\sin\psi &= k\\ \cos(\varphi - \psi) &= \cos\varphi\cos\psi + \sin\varphi\sin\psi\\ \cos(\varphi + \psi) &= \cos\varphi\cos\psi - \sin\varphi\sin\psi,\end{aligned}$$

odečteme-li poslední rovnici od předposlední, dostaneme

$$\begin{aligned}\cos(\varphi - \psi) - \cos(\varphi + \psi) &= 2\sin\varphi\sin\psi = 2k\\ \cos(\varphi - \psi) &= 2k + \cos(\varphi + \psi)\end{aligned}$$

a z toho vypočteme

$$\varphi - \psi = q,$$

mimo to platí

$$\varphi + \psi = p$$

a konečně

$$\varphi = \tfrac{1}{2}(p + q), \quad \psi = \tfrac{1}{2}(p - q).$$

Obecné věty sinové lze použíti při řešení mnohých trigonometrických úloh, jak bude ještě ukázáno.

8,3. Řešení dalších trigonometrických úloh. Řešení složitějších obrazců se dá často převésti na řešení trojúhelníka nebo se s výhodou užije obecné věty sinové. Obecně řešíme trigonometricky čtyrúhelník nebo pětiúhelník a složitější úlohy řešíme souřadnicově.

Nepřístupná vzdálenost (obr. 137). Na břehu řeky byla změřena délka (základna) $a = \overline{AB}$. V bodech A a B byly změřeny theodolitem úhly ω_1, ω_2, ω_3 a ω_4. Je určiti nepřístupnou vzdálenost mezi body C a D (hroty věží a pod.).

Při řešení volíme ten postup, který je nejkratší a početně nejjednodušší. V našem případě bude postup tento:

Z $\triangle ADB$ vypočteme

$$\omega_5 = 180° - (\omega_1 + \omega_2 + \omega_3),$$

$$d = a\,\frac{\sin(\omega_1 + \omega_2)}{\sin\omega_5}.$$

Z $\triangle ABC$ plyne

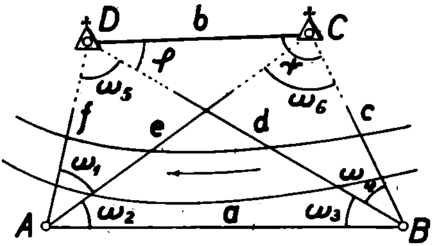
$$c = a\,\frac{\sin \omega_2}{\sin (\omega_2 + \omega_3 + \omega_4)},$$

kde

$$\omega_6 = 180° - (\omega_2 + \omega_3 + \omega_4)$$

a z $\triangle BCD$ obdržíme

$$\varphi + \psi = 180° - \omega_4 = p.$$



Obr. 137. Nepřístupná vzdálenost.

Úhly φ a ψ volíme vždy tak, aby byly v jednom trojúhelníku, v němž je možno určiti dvě strany. V $\triangle BCD$ známe dvě strany c a d a naproti nim zvolené polohy neznámých úhlů φ a ψ. K výpočtu užijeme tangentové věty:

$$\operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(\varphi - \psi) = \frac{c - d}{c + d} \cdot \operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(\varphi + \psi).$$

Z poslední rovnice vypočteme

$$\tfrac{1}{2}(\varphi - \psi) = q$$

k tomu

$$\tfrac{1}{2}(\varphi + \psi) = p,$$

takže

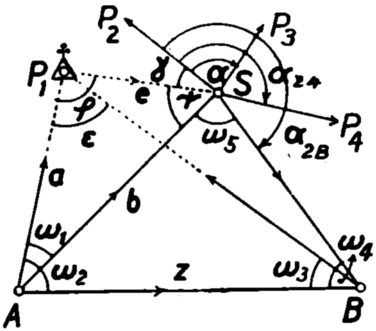
$$\varphi = p + q,\ \psi = p - q.$$

Ve čtyrúhelníku známe nyní všechny úhly a nepřístupnou vzdálenost b vypočteme sinovou větou

$$\overline{CD} = b = c\,\frac{\sin \omega_4}{\sin \varphi} = d\,\frac{\sin \omega_4}{\sin \psi}.$$

Chceme-li vypočísti délku e, vypočteme ji z $\triangle ABC$ a délku f z $\triangle ABD$.

Určení dostřeďovacích (centračních) prvků (obr. 138). Trigonometrický bod P_1 je dán středem makovice věže a tím je nepřístupný. Směrníková osnova na okolní body P_2, P_3 až P_n byla měřena na mimostředném stanovisku (excentru) S a to v okně věže. Z bodu S není vidět na bod P_1. Pro převedení úhlů měřených mimostředně na střed (jako by byly měřeny přímo na bodu P_1) je třeba určiti dostřeďovací prvky a to délku e (excentricitu, výstřednost), která je tu nepřístupnou vzdáleností a úhel γ. K určení dostřeďovacích prvků byla zvolena pod věží základna z tak, aby její délka byla rovna přibližně vzdálenosti od věže a z jejích koncových bodů bylo vidět na bod P_1 i na stanovisko S. V bodě A byly změřeny úhly ω_1 a ω_2, v bodě B úhly ω_3, ω_4 a v bodě S úhel ω_5. Základna z byla měřena několikráte a pro výpočet bylo užito aritmetického průměru.



Obr. 138. Určení centračních prvků.

Ve čtyrúhelníku je třeba znáti k řešení $n = 2p - 3 = 5$ veličin a bylo jich měřeno šest. Přebytečná veličina byla měřena v $\triangle ABS$ a to úhel ω_5. Úhly v trojúhelníku musí vyhověti podmínce

$$(\omega_2 - \omega_1) + \omega_4 + \omega_5 - 180^\circ = 0.$$

Místo nuly však obdržíme určitou odchylku, jejíž velikost musí být omluvitelna pouze nevyhnutelnými chybami při měření úhlů. Je-li omluvitelná, rozdělí se stejnoměrně na všechny měřené úhly daného trojúhelníka. Nato se vypočte vrcholový úhel

$$\varepsilon = 180^\circ - (\omega_2 + \omega_3).$$

Další postup výpočtu je:

$$a = z\,\frac{\sin \omega_3}{\sin \varepsilon} = z\,\frac{\sin \omega_3}{\sin (\omega_2 + \omega_3)}, \quad b = z\,\frac{\sin \omega_4}{\sin \omega_5},$$

$$\tfrac{1}{2}(\varphi + \psi) = \tfrac{1}{2}(180^\circ - \omega_1).$$

Úhly φ a ψ vypočteme některým ze způsobů uvedených při řešení trojúhelníka. V použitém vzorci dosadíme za a a b:

$$\frac{\sin\varphi}{\sin\psi} = \frac{b}{a} = \frac{\sin(\omega_2 + \omega_3)\sin\omega_4}{\sin\omega_3 \sin\omega_5} = \operatorname{cotg}\mu,$$

odtud určíme

$$\mu = \ldots \text{ a } \mu + 45° = \ldots$$

Potom platí

$$\operatorname{tg}\tfrac{1}{2}(\varphi - \psi) = \operatorname{tg}\tfrac{1}{2}(\varphi + \psi)\operatorname{cotg}(\mu + 45°);$$

odtud plyne

$$\tfrac{1}{2}(\varphi - \psi) = q$$

a mimo to je

$$\tfrac{1}{2}(\varphi + \psi) = p.$$

Sečtením a odečtením dostáváme

$$\varphi = p + q, \quad \psi = p - q.$$

Excentricita (výstřednost)

$$e = a\frac{\sin\omega_1}{\sin\psi} = b\frac{\sin\omega_1}{\sin\varphi}.$$

Hledaný úhel

$$\gamma = 360° - (\alpha_{2B} + \omega_5 + \psi).$$

Tím jsou určeny všechny prvky pro přepočtení směrníkové osnovy měřené na stanovisku S do směrníkové osnovy, kterou bychom měřili na stanovisku P_1.

Úloha se dá řešit též obecnou větou sinovou. Zvolme za pól na př. bod A. (Pólem nesmí být bod, v jehož vrcholu je neznámý úhel.) Obdržíme:

$$1 = \frac{\sin\varphi \sin\omega_3 \sin\omega_5}{\sin\psi \sin\omega_4 \sin\varepsilon}$$

čili

$$\frac{\sin\varphi}{\sin\psi} = \frac{\sin\varepsilon \sin\omega_4}{\sin\omega_3 \sin\omega_5} = \frac{\sin(\omega_2 + \omega_3)\sin\omega_4}{\sin\omega_3 \sin\omega_5}.$$

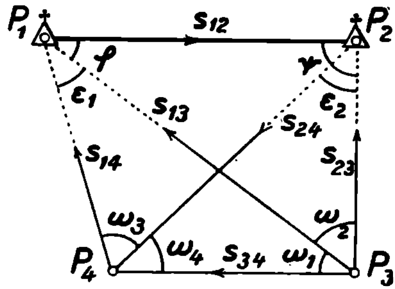
Výsledek je shodný s prvým řešením.

8,4. Hansenova úloha. Je známa vzdálenost dvou nepřístupných bodů a úhly, které byly měřeny v bodech, jichž vzdálenost určujeme. Je to obrácená úloha k určení nepřístupné vzdálenosti. V podstatě je to opět řešení čtyrúhelníka, v němž známe jednu stranu a čtyři úhly. Početní postup je závislý na poloze strany dané i hledané.

Řešení 1 (obr. 139). Je dána strana $s_{12} = \overline{P_1P_2}$ a úhly ω_1, ω_2 měřené v bodě P_3 a úhly ω_3, ω_4 měřené v bodě P_4. Je určiti vzdálenost $s_{34} = P_3P_4$.

Podle obrazce vypočteme další dva úhly

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= 180° - (\omega_1 + \omega_3 + \omega_4) \\ \varepsilon_2 &= 180° - (\omega_1 + \omega_2 + \omega_4). \end{aligned}$$



Obr. 139. Hansenova úloha 1.

V bodě P_3 se sbíhají strany tří trojúhelníků a v nich platí věty sinové:

$$\begin{aligned} &(\triangle\, P_1P_2P_3) \quad s_{23} : s_{13} = \sin\varphi : \sin\psi \\ &(\triangle\, P_1P_3P_4) \quad s_{13} : s_{34} = \sin(\omega_3 + \omega_4) : \sin\varepsilon_1 \\ &(\triangle\, P_2P_3P_4) \quad s_{34} : s_{23} = \sin\varepsilon_2 : \sin\omega_4. \end{aligned}$$

Vynásobením obdržíme

$$\frac{s_{13}s_{23}s_{34}}{s_{13}s_{23}s_{34}} = \frac{\sin\varphi\,\sin(\omega_3 + \omega_4)\,\sin\varepsilon_2}{\sin\psi\,\sin\omega_4\,\sin\varepsilon_1} = 1.$$

Poznámka. Tutéž rovnici obdržíme z obecné věty sinové, zvolíme-li si za pól bod P_3. Kdybychom zvolili za pól bod P_4, měli bychom v $\triangle\, P_1P_2P_4$ jiné neznámé úhly. Kdybychom zvolili za pól průsečík úhlopříček, byla by volba neznámých úhlů opět jiná.

Z rovnice vypočteme

$$\frac{\sin\varphi}{\sin\psi} = \operatorname{tg}\mu = \frac{\sin\omega_4\,\sin\varepsilon_1}{\sin(\omega_3 + \omega_4)\,\sin\varepsilon_2}$$

a tedy

$$\mu = \ldots,$$

a dále

$$\mu - 45° = \dots$$

Potom

$$\tfrac{1}{2}(\varphi + \psi) = \tfrac{1}{2}(180° - \omega_2) = p$$

a

$$\operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(\varphi - \psi) = \operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(\varphi + \psi) \operatorname{tg} (\mu - 45°).$$

Dostaneme tedy

$$\tfrac{1}{2}(\varphi - \psi) = q \text{ a } \tfrac{1}{2}(\varphi + \psi) = p;$$

odtud

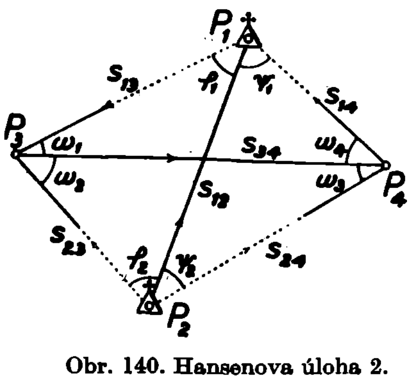
$$\varphi = p + q, \; \psi = p - q.$$

Výpočtem φ a ψ známe v daném čtyrúhelníku všechny úhly a podle sinové věty stanovíme délky stran:

$$s_{13} = s_{12} \frac{\sin \psi}{\sin \omega_2}, \quad s_{23} = s_{12} \frac{\sin \varphi}{\sin \omega_2}, \quad s_{24} = s_{12} \frac{\sin (\varphi + \varepsilon_1)}{\sin \omega_3},$$

$$s_{14} = s_{12} \frac{\sin (\psi - \varepsilon_2)}{\sin \omega_3}, \quad s_{34} = s_{14} \frac{\sin \varepsilon_1}{\sin \omega_1} = s_{13} \frac{\sin \varepsilon_1}{\sin (\omega_3 + \omega_4)}$$

$$= s_{24} \frac{\sin \varepsilon_2}{\sin (\omega_1 + \omega_2)} = s_{23} \frac{\sin \varepsilon_2}{\sin \omega_4}.$$



Obr. 140. Hansenova úloha 2.

Délku s_{34} je možno vypočísti čtyřmi způsoby a výsledky se musí ovšem shodovat. Případné odchylky mohou vzniknout jen vlivem zaokrouhlování posledních míst logaritmické mantisy nebo přirozených hodnot. Za správnou délku považujeme tu, která je vypočtena z větších číselných hodnot, ostatní považujeme za kontrolu. Proto postačí, když uvažovanou délku vypočteme z toho trojúhelníka, který je tvarově pro výpočet nejvhodnější.

Řešení 2 (obr. 140). Je dána strana $s_{12} = \overline{P_1P_2}$ a měřené úhly ω_1, ω_2, ω_3 a ω_4 v bodech P_3 a P_4. Strana daná i určovaná se protínají a tak vznikají čtyři neznámé úhly φ_1, ψ_1, φ_2 a ψ_2.

Postup výpočtu:

Nejdříve se vypočtou úhly φ_1 a ψ_1. Předně platí

$$\tfrac{1}{2}(\varphi_1 + \psi_1) = \tfrac{1}{2}[180° - (\omega_1 + \omega_4)] = p.$$

Z $\triangle P_1P_2P_3$, $\triangle P_3P_1P_4$ a $\triangle P_1P_4P_2$ plynou úměry

$$s_{12} : s_{23} = \sin(\omega_1 + \omega_2) : \sin \varphi_1,$$
$$s_{23} : s_{24} = \sin \omega_3 : \sin \omega_2,$$
$$s_{24} : s_{12} = \sin \psi_1 : \sin(\omega_3 + \omega_4);$$

vynásobením dostaneme

$$\frac{s_{12}s_{23}s_{24}}{s_{12}s_{23}s_{24}} = 1 = \frac{\sin(\omega_1 + \omega_2)\sin \omega_3 \sin \psi_1}{\sin \omega_2 \sin(\omega_3 + \omega_4)\sin \varphi_1}.$$

Poznámka. Týž výsledek obdržíme, zvolíme-li za pól bod P_2 a směr, jak je vyznačeno na obr. 140 a dle něho sestavíme obecnou větu sinovou.

Vypočteme poměr sinů neznámých úhlů:

$$\frac{\sin \varphi_1}{\sin \psi_1} = \frac{\sin(\omega_1 + \omega_2)\sin \omega_3}{\sin \omega_2 \sin(\omega_3 + \omega_4)} = \operatorname{tg} \mu;$$

poslední rovnice dává

$$\mu = \ldots,$$

a tedy známe

$$\mu - 45° = \ldots$$

Potom

$$\operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(\varphi_1 - \psi_1) = \operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(\varphi_1 + \psi_1) \,.\, \operatorname{tg}(\mu - 45°).$$

Odtud

$$\tfrac{1}{2}(\varphi_1 - \psi_1) = \ldots,$$

k tomu připojíme

$$\tfrac{1}{2}(\varphi_1 + \psi_1) = \ldots \text{ atd.}$$

Úhly φ_2 a ψ_2 vypočteme potom jako výplňky

$$\varphi_2 = 180° - (\omega_1 + \omega_2 + \varphi_1), \quad \psi_2 = 180° - (\omega_3 + \omega_4 + \psi_1),$$

nebo je lze vypočísti z $\triangle P_1P_2P_3$, $\triangle P_3P_1P_4$ a $\triangle P_1P_4P_2$ užitím úměr

$$s_{12} : s_{13} = \sin(\omega_1 + \omega_2) : \sin \varphi_2,$$
$$s_{13} : s_{14} = \sin \omega_4 : \sin \omega_1,$$
$$s_{14} : s_{12} = \sin \psi_2 : \sin(\omega_3 + \omega_4).$$

Vynásobením jich dostaneme

$$\frac{s_{12}s_{13}s_{14}}{s_{12}s_{13}s_{14}} = \frac{\sin \psi_2 \sin \omega_4 \sin(\omega_1 + \omega_2)}{\sin \varphi_2 \sin \omega_1 \sin(\omega_3 + \omega_4)} = 1.$$

Týž výraz dostaneme, zvolíme-li za pól bod P_1 a použijeme-li obecné věty sinové. Z posledního výrazu obdržíme

$$\frac{\sin \varphi_2}{\sin \psi_2} = \frac{\sin \omega_4 \sin (\omega_1 + \omega_2)}{\sin \omega_1 \sin (\omega_3 + \omega_4)} = \operatorname{tg} \mu',$$

z poslední rovnice plyne $\mu' = \ldots$, takže $\mu' - 45° = \ldots$

Dále platí

$$\tfrac{1}{2}(\varphi_2 + \psi_2) = \tfrac{1}{2}[180° - (\omega_2 + \omega_3)]$$

a konečně

$$\operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(\varphi_2 - \psi_2) = \operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(\varphi_2 + \psi_2) \operatorname{tg} (\mu' - 45°)$$

z toho

$$\tfrac{1}{2}(\varphi_2 - \psi_2) = \ldots$$

atd.

Kontrolou vypočtených úhlů je uzávěr na 360°:

$$\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_4 + \varphi_1 + \psi_1 + \varphi_2 + \psi_2 = 360°.$$

Znajíce všechny úhly, vypočteme sinovou větou strany; pro hledanou stranu s_{34} obdržíme čtyři výsledky, jež se musí opět shodovati:

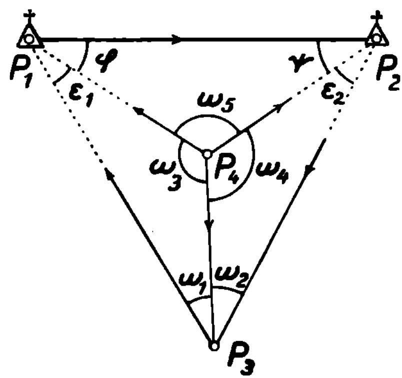
$$s_{13} = s_{12} \frac{\sin \varphi_2}{\sin (\omega_1 + \omega_2)}, \quad s_{24} = s_{12} \frac{\sin \psi_1}{\sin (\omega_3 + \omega_4)},$$

$$s_{14} = s_{12} \frac{\sin \psi_2}{\sin (\omega_3 + \omega_4)}, \quad s_{23} = s_{12} \frac{\sin \varphi_1}{\sin (\omega_1 + \omega_2)},$$

$$s_{34} = s_{13} \frac{\sin (\varphi_1 + \psi_1)}{\sin \omega_4} = s_{14} \frac{\sin (\varphi_1 + \psi_1)}{\sin \omega_1} =$$

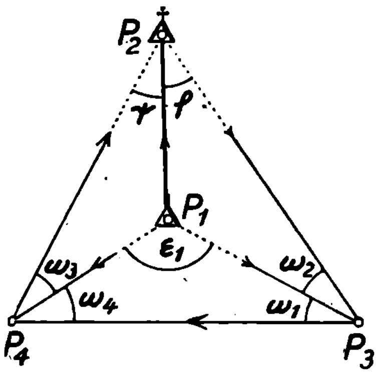
$$= s_{24} \frac{\sin (\varphi_2 + \psi_2)}{\sin \omega_2} = s_{23} \frac{\sin (\varphi_2 + \psi_2)}{\sin \omega_3}.$$

V obr. 141 a 142 jsou znázorněny případy, kdy se strana daná a určovaná neprotínají, jsou k sobě buď kolmé nebo kosé. Postup řešení je úplně stejný jako v případě předešlém. Podle toho, který z bodů zvolíme za pól, je třeba vyznačiti neznámé úhly φ a ψ, aby byly oba v jednom trojúhelníku a dal se určiti jejich součet i jejich poměr. V obr. 141 je možno zvolit za pól bod P_3 i P_4, kdežto v obr. 142 může být pólem bod P_1, P_3 i P_4.

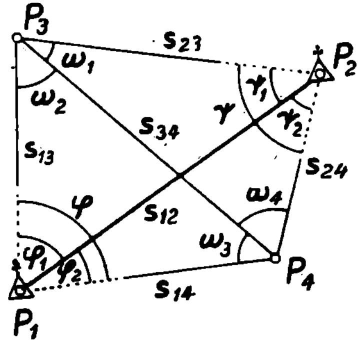


Obr. 141. Hansenova úloha 3.

Řešení 3 (obr. 143). Jiný způsob řešení Hansenovy úlohy. Je dána strana $s_{12} = \overline{P_1P_2}$ a úhly ω_1, ω_2, ω_3 a ω_4 měřené v bodech P_3 a P_4. Určiti délku strany $s_{34} = \overline{P_3P_4}$.



Obr. 142. Hansenova úloha 4.



Obr. 143. Hansenova úloha.

Postup výpočtu. Vyjdeme od strany s_{34}, kterou máme určiti a její délku zvolíme rovnou jednotce, na př. 100 nebo 1000 m. Na rozdíl od skutečné délky ji označíme S_{34}. V jednotce této délky vypočteme délky ostatních stran užitím věty sinové a měřených úhlů. V $\triangle\, P_1P_3P_4$ známe délku S_{34}, úhly ω_2 a ω_3, vypočteme $\varphi = 180° - (\omega_2 + \omega_3)$ a ostatní strany

$$S_{14} = S_{34}\,\frac{\sin\omega_2}{\sin\varphi}, \quad S_{13} = S_{34}\,\frac{\sin\omega_3}{\sin\varphi}.$$

V $\triangle\, P_2P_4P_3$ známe tutéž stranu, přilehlé úhly ω_1, ω_4 a vypočteme $\psi = 180° - (\omega_1 + \omega_4)$, strany

$$S_{23} = S_{34}\,\frac{\sin\omega_4}{\sin\psi}, \quad S_{24} = S_{34}\,\frac{\sin\omega_1}{\sin\psi}.$$

V $\triangle\, P_1P_2P_3$ známe nyní jednotkové délky S_{13} a S_{23} a sevřený úhel $\omega_1 + \omega_2$. Pro neznámé úhly φ_1 a ψ_1 známe jejich součet

$$\varphi_1 + \psi_1 = 180° - (\omega_1 + \omega_2).$$

Podle tangentové věty vypočteme poloviční rozdíl obou úhlů φ_1 a ψ_1

$$\operatorname{tg}\tfrac{1}{2}(\varphi_1 - \psi_1) = \frac{S_{23} - S_{13}}{S_{23} + S_{13}}\,.\,\operatorname{tg}\tfrac{1}{2}(\varphi_1 + \psi_1);$$

odtud

$$\tfrac{1}{2}(\varphi_1 - \psi_1) = \ldots$$

Z polovičního součtu a rozdílu těchže úhlů vypočteme úhly φ_1 a ψ_1.

V dalším trojúhelníku $P_1P_2P_4$ známe dvě strany S_{14} a S_{24} a sevřený úhel $\omega_3 + \omega_4$. Pro úhly φ_2 a ψ_2 známe jejich součet

$$\varphi_2 + \psi_2 = 180^\circ - (\omega_3 + \omega_4).$$

Podle tangentové věty vypočteme opět poloviční rozdíl obou úhlů φ_2 a ψ_2

$$\operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(\varphi_2 - \psi_2) = \frac{S_{24} - S_{14}}{S_{24} + S_{14}} \cdot \operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(\varphi_2 + \psi_2);$$

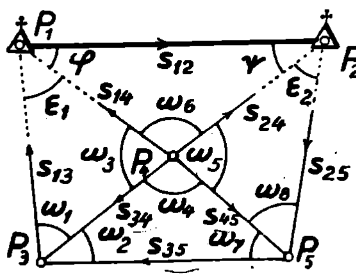
z toho

$$\tfrac{1}{2}(\varphi_2 - \psi_2) = \ldots$$

Ze známého součtu a vypočteného rozdílu polovičních úhlů stanovíme hledané úhly φ_2 a ψ_2. Kontrolou výpočtu je $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$, $\psi = \psi_1 + \psi_2$.

Znajíce nyní danou stranu s_{12} a všechny úhly, vypočteme podle sinové věty skutečné délky $s_{13}, s_{23}, s_{14}, s_{24}$ a s_{34}. Vynásobíme-li délky $S_{13}, S_{23}, \ldots, S_{34}$ poměrem $\dfrac{s_{12}}{S_{12}}$, obdržíme též skutečné délky $s_{13}, \ldots, s_{34}$.

Složená úloha Hansenova (obr. 144). Je známa vzdálenost $\overline{P_1P_2} = s_{12}$ nepřístupných bodů P_1, P_2 a úhly $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \ldots, \omega_8$ v bodech P_3, P_4 a P_5. Určiti je vzdálenosti s_{34}, s_{35} a s_{45}.



Obr. 144. Složená úloha Hansenova.

Pětiúhelník je určen, známe-li pro něho

$$n = 2 \cdot 5 - 3 = 7$$

nezávislých veličin. V našem případě je jich dáno 8 (úhel ω_6 se nepočítá, je závislý na ostatních dávaje s nimi součet 360°) a přebytečné hodnoty užijeme k vyrovnání měřených hodnot

$$\omega_2 + \omega_4 + \omega_7 - 180^\circ = U.$$

Je-li odchylka U malá a vyplývá z nevyhnutelných chyb při měření, rozdělí se stejnoměrně na všechny úhly v daném trojúhelníku. Nato určíme úhly ε_1 a ε_2

$$\varepsilon_1 = 180° - (\omega_1 + \omega_3), \quad \varepsilon_2 = 180° - (\omega_5 + \omega_6).$$

Z $\triangle\, P_1P_2P_4$ stanovíme součet neznámých úhlů φ a ψ:

$$\varphi + \psi = 180° - \omega_6,$$

nebo ze čtyrúhelníka $P_1P_2P_5P_3$

$$\varphi + \psi = 360° - (\omega_1 + \omega_2 + \omega_7 + \omega_8 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2)$$

a poloviční součet

$$\tfrac{1}{2}(\varphi + \psi) = \ldots$$

Zvolíme-li za pól bod P_4, obdržíme podle obecné věty sinové

$$1 = \frac{\sin\varphi \sin\varepsilon_2 \sin\omega_1 \sin\omega_7}{\sin\psi \sin\varepsilon_1 \sin\omega_2 \sin\omega_8},$$

z čehož

$$\frac{\sin\varphi}{\sin\psi} = \frac{\sin\varepsilon_1 \sin\omega_2 \sin\omega_8}{\sin\varepsilon_2 \sin\omega_1 \sin\omega_7} = \operatorname{tg}\mu;$$

odtud určíme $\mu = \ldots$ a $\mu - 45° = \ldots$

Konečně vypočteme

$$\operatorname{tg}\tfrac{1}{2}(\varphi - \psi) = \operatorname{tg}\tfrac{1}{2}(\varphi + \psi)\operatorname{tg}(\mu - 45°).$$

Po výpočtu polovičního rozdílu neznámých úhlů vypočtou se známým způsobem oba úhly φ a ψ. Z dané strany a úhlů měřených i vypočtených se sinovou větou vypočtou všechny strany daného pětiúhelníka.

8,5. Protínání zpětné.*) Úloha Snelliova (Pothenotova) (obr. 145). Jsou dány dvě strany s_{12} a s_{23} a úhel jimi sevřený γ; v bodě P_4,

---

*) Protínání zpětného se užívá při určování souřadnic bodů. Rozeznáváme protínání vpřed, zpět a kombinované. Při protínání vpřed se měří úhly jen v daných bodech, při zpětném v bodě hledaném a při protínání kombinovaném se měří úhly v bodě určovaném i v bodech daných.

jehož polohu hledáme, byly změřený úhly ω_1 a ω_2. Je určiti délky stran s_{14}, s_{24} a s_{34}.

Postup výpočtu je tento: Vnitřní úhly čtyrúhelníka $P_1P_2P_3P_4$ u bodů P_1 a P_3 nazveme φ a ψ. Jejich součet je dán výrazem

$$\tfrac{1}{2}(\varphi + \psi) = \tfrac{1}{2}[360° - (\omega_1 + \omega_2 + \gamma)] = p.$$

Z $\triangle\, P_1P_2P_4$ plyne

$$\sin\varphi = s_{24}\,\frac{\sin\omega_1}{s_{12}}.$$

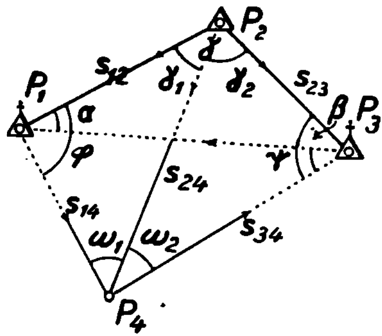
Z $\triangle\, P_2P_3P_4$ plyne

$$\sin\psi = s_{24}\,\frac{\sin\omega_2}{s_{23}}.$$

Poměr obou výrazů dává

$$\frac{\sin\varphi}{\sin\psi} = \frac{s_{23}\sin\omega_1}{s_{12}\sin\omega_2} = \operatorname{tg}\mu;$$

poslední rovnice určuje $\mu = \ldots$, takže můžeme vypočísti $\mu - 45° = \ldots$



Obr. 145. Snelliova úloha 1.

Poloviční rozdíl obou neznámých úhlů vypočteme opět tangentovou větou

$$\operatorname{tg}\tfrac{1}{2}(\varphi - \psi) = \operatorname{tg}\tfrac{1}{2}(\varphi + \psi)\operatorname{tg}(\mu - 45°);$$

odtud

$$\tfrac{1}{2}(\varphi - \psi) = \ldots$$

a známým způsobem vypočteme úhly φ a ψ. Potom dostaneme úhly γ_1 a γ_2 z rovnic

$$\gamma_1 = 180° - (\varphi + \omega_1),\quad \gamma_2 = 180° - (\psi + \omega_2),$$

při čemž musí

$$\gamma_1 + \gamma_2 = \gamma,$$

což je kontrolou.

Strany určíme rovnicemi

$$s_{14} = s_{12}\,\frac{\sin\gamma_1}{\sin\omega_1},\quad s_{34} = s_{23}\,\frac{\sin\gamma_2}{\sin\omega_2},$$

$$s_{24} = s_{12}\,\frac{\sin\varphi}{\sin\omega_1} = s_{23}\,\frac{\sin\psi}{\sin\omega_2}.$$

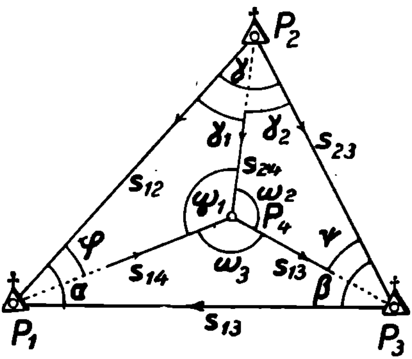
Poznámky. 1. Poměr $\frac{\sin \varphi}{\sin \psi}$ lze obdržeti též z obecné věty sinové. Bod P_2 zvolíme za pól a pro úplnost spojíme bod P_1 s bodem P_3, abychom mohli vyznačiti úhly α a β. Obdržíme

$$1 = \frac{\sin \varphi \sin \omega_2 \sin \beta}{\sin \psi \sin \omega_1 \sin \alpha}, \quad \text{kde poměr } \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{s_{12}}{s_{23}}$$

a po dosazení a úpravě máme

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \psi} = \frac{s_{23} \sin \omega_1}{s_{12} \sin \omega_2},$$

což je výraz shodný s rovnicí získanou prvým postupem.



Obr. 146. Snelliova úloha 2.

2. V obr. 146 je hledaný bod uvnitř trojúhelníka $P_1P_2P_3$. Pro řešení je nutno znáti 5 veličin na sobě nezávislých a skutečně bylo jich dáno 5, dvě strany, sevřený úhel γ a měřené úhly ω_1, ω_2. Úhly α a β a měřený úhel ω_3 se nesmí tudíž bráti v počet. Postup výpočtu je jinak stejný jako v předešlém případě.

3. Úloha Snelliova se stává neřešitelnou, jsou-li všechny body — dané i určovaný — na kružnici. Početně se dá o tom provést důkaz tím, že součet úhlů $\varphi + \psi = 180°$ a tím pomocný úhel $\mu = 45°$. V důsledku toho $\operatorname{tg}(\mu - 45°) = \operatorname{cotg}(\mu + 45°) = 0$ a výraz na pravé straně rovnice

$$\operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(\varphi - \psi) = \operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(\varphi + \psi) \operatorname{tg}(\mu - 45°)$$

se stává neurčitý. Tento případ se vyskytne sice ojediněle, avšak úloha se stává nejistou, jakmile se určovaný bod blíží opsané kružnici a součet úhlů φ a ψ se blíží 180°. Ve skutečnosti se zaměřuje na více známých bodů a pro výpočet se použije těch, které zaručují dobré výsledky. Ostatních měřených veličin se použije k vyrovnání souřadnic podle methody nejmenších čtverců.

V případě, kdy určovaný bod je uvnitř trojúhelníka, jehož vrcholy tvoří dané body, může se státi, že tg μ dává úhel, který může být stejně μ jako $180° + \mu$. Pomocný úhel μ považujeme vždy za kladný ostrý úhel a hodnota tg $\frac{1}{2}(\varphi - \psi)$ podrží znaménko, které vyjde na pravé straně rovnice. Obdržíme-li pro hledané úhly φ a ψ dvojí hodnoty, podržíme ty, které poskytují kladné délky.

Protínání zpětné při zvláštním zaměření úhlů (obr. 147). Jsou dány strany s_{12}, s_{23} a sevřený úhel γ. V bodě P_1 byl změřen pouze úhel ω_1 a v bodě P_4 úhel ω_2. Vypočísti délky ostatních stran čtyrúhelníka $P_1P_2P_3P_4$. Úloha je určitá, neboť známe 5 veličin na sobě nezávislých. Zvolme za pól bod P_2 a podle obecné věty sinové pišme

$$1 = \frac{\sin\varphi \sin\psi \sin\alpha}{\sin\omega_1 \sin\omega_2 \sin\beta}$$

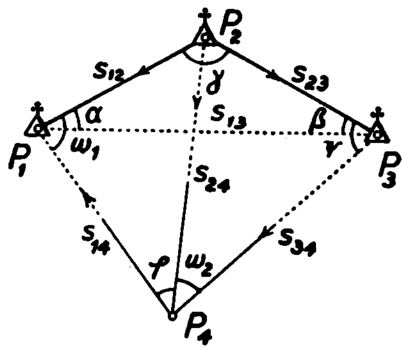
čili

$$\sin\varphi \sin\psi = \frac{\sin\omega_1 \sin\omega_2 \sin\beta}{\sin\alpha} = k.$$

Za

$$\frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{s_{12}}{s_{23}}$$

dosadíme do výrazu pro k. Součet obou neznámých úhlů φ a ψ je určen rovnicí



Obr. 147. Snelliova úloha 3.

$$\varphi + \psi = 360° - (\omega_1 + \omega_2 + \gamma),$$

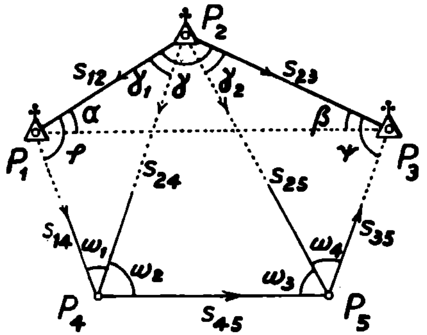
takže podle výkladu na str. 140 obdržíme

$$\cos(\varphi - \psi) = \cos(\varphi + \psi) + 2k,$$

z toho $\varphi - \psi = \ldots$, a k tomu $\varphi + \psi = \ldots$; odtud vyplývá φ a ψ.

Další postup je stejný jako v předešlých případech.

(Obr. 148.) Úplně stejně postupujeme, máme-li z daných dvou stran P_1P_2, P_2P_3 a sevřeného úhlu $P_1P_2P_3$ vypočísti strany P_1P_4, P_4P_5, P_5P_3 směřující k dalším dvěma bodům P_4, P_5, v nichž byly měřeny potřebné úhly. Vždy se předem přesvědčíme, je-li obrazec určitý. V tomto případě jde o pětiúhelník, pro který potřebujeme znáti 7 veličin; vskutku dvě dané strany, sevřený úhel jimi a 4 měřené úhly v bodech P_4, P_5, jak k určení postačují, ukazuje obr. 148.



Obr. 148. Složená úloha Snelliova.

Složený případ protínání zpětného (obr. 149). Mezi danými třemi body P_1, P_2 a P_3 jsou známy délky stran s_{12}, s_{23} a sevřený úhel γ. Na vložených bodech P_4, P_5 a P_6 byly změřeny úhly $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ až ω_6. Určiti délky stran s_{14}, s_{45} až s_{36} polygonu vloženého mezi body P_1 a P_3.

V šestiúhelníku je nutno znáti 9 veličin nezávislých a známe jich vskutku 9. V obrazci vyznačíme úhly α a β a neznámé úhly φ a ψ u bodů P_1 a P_3; pro jejich součet platí

$$\begin{aligned}\varphi + \psi &= 720^\circ - (\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_4 + \omega_5 + \omega_6 + \gamma) = \\ &= 720^\circ - ([\omega] + \gamma).\end{aligned}$$

Z věty sinové, užité na vzniklé trojúhelníky, vyplývá

$$\begin{aligned} s_{24} : s_{12} &= \sin\varphi \;: \sin\omega_1, \\ s_{25} : s_{24} &= \sin\omega_2 : \sin\omega_3, \end{aligned}$$

$$s_{26} : s_{25} = \sin \omega_4 : \sin \omega_5,$$
$$s_{23} : s_{26} = \sin \omega_6 : \sin \psi;$$

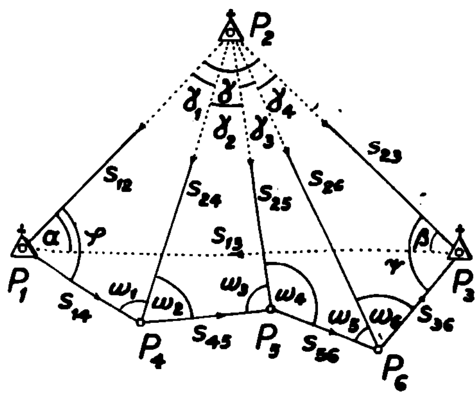
vynásobením obdržíme

$$\frac{s_{23}s_{24}s_{25}s_{26}}{s_{12}s_{24}s_{25}s_{26}} = \frac{\sin \varphi \sin \omega_2 \sin \omega_4 \sin \omega_6}{\sin \psi \sin \omega_1 \sin \omega_3 \sin \omega_5} = \frac{s_{23}}{s_{12}},$$

z toho

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \psi} = \frac{s_{23} \sin \omega_1 \sin \omega_3 \sin \omega_5}{s_{12} \sin \omega_2 \sin \omega_4 \sin \omega_6} = \operatorname{tg} \mu;$$

poslední rovnice poskytuje $\mu = \dots$.



Obr. 149. Složené protínání zpětné.

Poznámka. Poměr $\frac{\sin \varphi}{\sin \psi}$ obdržíme též podle obecnější věty sinové, zvolíme-li za pól bod P_2. Obdržíme

$$1 = \frac{\sin \varphi \sin \omega_2 \sin \omega_4 \sin \omega_6 \sin \beta}{\sin \psi \sin \omega_1 \sin \omega_3 \sin \omega_5 \sin \alpha}$$

a po dosazení za

$$\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{s_{12}}{s_{23}}$$

vypočteme

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \psi} = \frac{s_{23} \sin \omega_1 \sin \omega_3 \sin \omega_5}{s_{12} \sin \omega_2 \sin \omega_4 \sin \omega_6}.$$

Známým způsobem vypočteme dále

$$\tfrac{1}{2}(\varphi - \psi) = q, \quad \tfrac{1}{2}(\varphi + \psi) = p,$$

odkud dostaneme konečně $\varphi = p + q$, $\psi = p - q$.

Z vypočtených a daných úhlů a stran lze vypočísti podle sinové věty všechny délky stran v šestiúhelníku.

LITERATURA

1. *Černoch M.* a *Hejda J.:* Nauka o terénu a jeho znázorňování. Praha 1927.
2. *Čuřík František:* Počet vyrovnávací. Praha 1936.
3. *Fiala František:* Geodetické počtářství II. běh. Praha 1930, litog.
4. *Hlídek Antonín:* Topografické měření. Praha 1932, litogr. — Sbírka praktických úkolů v topografických mapách. Praha 1933.
5. *Návod A*, jak vykonávati katastrální měřické práce pro obnovení pozemkového katastru novým katastrálním řízením. Praha 1940. Vydalo ministerstvo financí.
6. *Novotný-Müller:* Kompendium geodesie a sférické astronomie, 3 díly, Praha 1910—1913.
7. *Petřík J.:* Geodetické počtářství I. Praha 1932. — Vyrovnání technických nivelací. Praha 1928. — Základy nižší geodesie. Praha 1921. — Měření délek a úhlů. Praha, litogr.
8. *Ryšavý J.:* Geodesie nižší, 2 díly, Praha 1925—1926, litogr. — Praktická geometrie (nižší geodesie). Praha 1941. — Měření podzemních prostor. Praha 1928, litogr.
9. *Semerád A.:* Příručka praktické geometrie. Praha 1921. — Tabulky strojů a pomůcek geodetických. Brno 1912.
10. *Adamczik J.:* Kompendium der Geodäsie. Leipzig 1919.
11. *Bosshardt R.:* Optische Distanzmessung und Polarkoordinatenmethode. Stuttgart 1930.
12. *Doležal-Hartner-Wastler:* Hand- und Lehrbuch der niederen Geodäsie. Wien 1922.
13. *Eggert O.;* Einführung in die Geodäsie. Leipzig 1907.
14. *Jordan-Reinhertz-Eggert:* Handbuch der Vermessungskunde, Stuttgart, Bd. I, 1935 (8. vyd.); Bd. II/1, 1931 (9. vyd.); Bd. II/2, 1939 (8. vyd.).
15. *Bourgeois-Noirel:* Géodesie élémentaire. Paris 1922.
16. *Prévot E.:* Topographie. Paris 1925.
17. *Prévot E.-Cottinet P.:* Traité théorique et pratique de topométrie. Paris 1922.
18. *Klužniak St.:* Geodezja nižsza. Warszawa 1928.
19. *Weigel K.:* Geodezja (Miernictvo). Warszawa 1938.

OBSAH

Spisovatel	*Ing. Dr techn. Pavel Potužák*
Název díla	*Praktická geometrie, část první*
Vydala	*Jednota československých matematiků a fysiků*
roku	*1945*
V edici	*Cesta k vědění, svazek 30*
Za redakce	*Dra R. Brdičky, Dra M. A. Valoucha, Dra F. Vyčichla*
Stran	*160*
Obrazců	*149*
Vytiskla	*knihtiskárna Prometheus v Praze VIII*
Vydání	*první*
Cena	*38 K*