Eduard Čech

Aritmetika pro II. třídu středních škol

Státní nakladatelství, Praha, 1949, 96 s.

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/501355

EDUARD ČECH

ARITMETIKA

PRO II. TŘÍDU STŘEDNÍCH ŠKOL

STÁTNÍ NAKLADATELSTVÍ V PRAZE

ARITMETIKA

PRO II. TŘÍDU STŘEDNÍCH ŠKOL

NAPSAL

PROF. DR EDUARD ČECH

Schváleno výnosem ministerstva školství ze dne 14. května 1943, čís. 44784/43—II/2.
Částečně změněný dotisk pro školní rok 1949/50 povolen výnosem ministerstva školství, věd a umění ze dne 13. ledna 1949, čís. 11010/49—I/1.

CENA Kčs 11,—

1949

STÁTNÍ NAKLADATELSTVÍ V PRAZE

VYTISKLA KNIHTISKÁRNA „PROMETHEUS" V NÁRODNÍ SPRÁVĚ, PRAHA VIII - 94

Nová učebnice aritmetiky pro 2. třídu střední školy se připravuje až na školní rok 1950—51. Proto se ve školním roce 1949—50 pracuje ještě podle této upravené učebnice.

I podle této učebnice je třeba plnit vzdělávací a výchovný úkol matematiky, jak jej stanoví učební osnovy: „Vychovávat k správnému hodnocení produktivní práce a probouzet zájem a pochopení pro účelnou a plánovitou hospodářskou výstavbu naší republiky a pro její brannost. Vychovávat k přesnosti, k hospodárnosti a k správnému hodnocení hospodářských statků. Učit logicky myslit a své myšlenky přesně vyjadřovat.

Učit řešit praktické úkoly zejména z oborů hospodářských a společenských a dát takové vědomosti, znalosti a dovednosti, jakých je třeba k jejich řešení.

Vést k poznání a k pochopení významu funkčních vztahů a jejich vyjadřování; seznámit se základy algebry.

Rozvíjet prostorovou představivost přesným pozorováním a vnímáním rovinných i prostorových útvarů a systematickým studiem jejich vlastností.

Seznámit s důležitými úseky z vývoje matematiky."

V aritmetice se mají ve 2. třídě střední školy „docvičit základní početní výkony s čísly celými i desetinnými, naučit počítat se zlomky. Objasnit vztahy veličin ve tvaru poměru, z něho vyvodit pojem úměrnosti a procenta. Řešit úkoly s procenty a s užitím úroku. (Po celý rok se řeší složitější slovní úlohy s užitím všech výkonů i se zlomky, zejména z oboru výstavby státu; tyto úlohy se rozbírají a postupy jejich řešení se zapisují.)"

V učebnici byly provedeny tyto úpravy: Z I. dílu byla sem přeřazena stať „Dělitelnost". Na začátku učebnice byla přidána stať „Procvičení učiva z I. třídy". Do 3. dílu byly přesunuty stati o odmocninách. Zredukovány byly stati o pojišťovnách, úrocích, směnkách. V dělitelnosti se probírají jen znaky dělitelnosti čísly uvedenými v osnovách. Proto se ostatní odstavce (dělitelnost čísly 25, 8, atd.) v dělitelnosti uvedené vynechají.

Příklady, v nichž se hovoří o soukromém zisku, kupní a prodejní ceně, úroku a pod., zastaraly, a proto byly, pokud to bylo technicky možné, vypuštěny.

Na zbývající příklady je se třeba většinou dívat jako na doklad liberalistického období, v němž převládala honba za ziskem. Učitelé je v tomto smyslu žákům vysvětlují.

Také ceny, mzdy a daně neodpovídají cenám, mzdám a daním dnešním. Konfrontují se proto s cenami, mzdami a daněmi dnešními, při čemž učitel vysvětluje cenovou, mzdovou a daňovou politiku našeho státu.

Učebnici je třeba doplnit časovými příklady z výstavby a přestavby našeho hospodářství v duchu socialismu. Učivo 2. třídy je obzvláště vhodné k řešení příkladů z úkolů a plnění pětiletého plánu.

Jako methodický průvodce prospějí „Poznámky k učebnicím aritmetiky" (Jednota čsl. matematiků a fysiků) a časopis „Matematika a fysika ve škole".

AI. Procvičení učiva I. třídy.

A1. Sečtěte tři čísla: první je 2375, druhé je o 298 větší než první číslo, třetí o 947 menší než druhé číslo.

A2. Jak se změní součet dvou čísel, jestliže

a) se zvětší jeden sčítanec o 10 a druhý zůstane beze změny,
b) první sčítanec se nezmění a druhý se zmenší o 5,
c) se první sčítanec zvětší o 6, druhý o 4,
d) se první sčítanec zmenší o 4, druhý o 6,
e) se první sčítanec zvětší o 8, druhý zmenší o 3,
f) se první sčítanec zmenší o 5, druhý zvětší o 10.

A3. Jak se změní rozdíl dvou čísel, jestliže

a) se zvětší menšenec o 5, menšitel zůstane beze změny,
b) se zmenší menšenec o 7 a menšitel zůstane beze změny,
c) se zvětší menšenec i menšitel o totéž číslo,
d) se zmenší menšenec i menšitel o stejné číslo?

Ověřte si odpovědi na zvolených příkladech.

A4. Bratr má o 8 Kčs víc než sestra. Kolik musí dát sestře, aby

a) měli oba stejně,
b) sestra měla o 2 Kčs více než bratr,
c) bratr měl jen o 6 Kčs více než sestra?

A5. Jak se změní součin, jestliže

a) se jeden činitel zvětší dvakrát, druhý zůstane beze změny,
b) jeden činitel zůstane beze změny a druhý se zmenší pětkrát,
c) se zvětší jeden činitel dvakrát a druhý třikrát,
d) se zvětší jeden činitel desetkrát a druhý zmenší dvakrát?

A6. Jeden traktor může obdělat ročně 250 ha půdy. Kolik ha půdy obdělají traktory vyrobené ve Stalinových závodech v SSSR za jeden den (145 traktorů), za jeden rok (1 rok = 270 pracovních dní)?

A7. Z tyče dlouhé 8,76 m jsou odděleny její čtyři desetiny. Kolik váží tato část, váží-li 1 m 35,6 kg?

A8. Vynásobte a proveďte zkoušku:

a) $3,75 \times 9,08$, b) $2,017 \times 0,906$, c) $6,09 \times 2,07$, d) $4,57 \times 14,3$.

A9. Rozložte všemi možnými způsoby na součin dvou činitelů a určete všechny dělitele daných čísel: a) 24, b) 36, c) 63.

A10. Vypočítejte: a) $6 \times 8 + 3$, b) $6 \times (8 + 3)$, c) $3 \times 8 - 2 \times 3$, d) $3 \times (8 - 2) \times 3$, e) $3 \times (8 - 2 \times 3)$, f) $(3 \times 8 - 2) \times 3$.

A11. Neznámé číslo dělené číslem 3,455 dá podíl 7,89 beze zbytku. Určete ho.

A12. K jakému číslu musíme přičíst 27,42, abychom dostali číslo 3,5krát větší než číslo 18,4?

A13. V basenu jsou dvě roury. Jednou vyteče za 1 minutu 328,8 l vody, druhou 0,75 množství vody první rourou natečené. Celý basen se vyprázdní za 8 h 27 min. Kolik vody obsahoval?

A14. Dva vlaky vyjely současně ze dvou stanic proti sobě. Setkaly se za 7 hodin. První vlak ujel za 1 hod. 27,4 km, druhý 35,6 km. Jak byly stanice od sebe vzdáleny?

A15. Čtverec má stranu dlouhou 29,2 dm; druhý čtverec má stranu 3,5krát delší, strana třetího je 0,7 strany prvního čtverce. Srovnejte obsahy všech tří čtverců.

A16. Uhlí se ukládá do vozu o rozměrech: 64 dm, 274 cm, 0,76 m. 1 dm^3 uhlí váží 1,3 kg. Kolik q uhlí se vejde do vagonu?

A17. Jak se změní součin, zvětší-li se jeden činitel o 2 jednotky? Vyložte na příkladě: 3×7; $(3 + 2) \times 7 = 3 \times 7 + 2 \times 7$.

Jak říkáme tomuto zákonu?

Odvoďte z něho a) násobení víceciferných čísel,

b) výhody násobení:

$$39 \times 9 = 39 \times (10 - 1) = 39 \times 10 - 39 = 390 - 39,$$
$$46 \times 11 = 46 \times (10 + 1) = 46 \times 10 + 46 = 460 + 46.$$

A18. Odvoďte pravidlo pro násobení desetinných čísel desetinnými čísly ze zákona asociativního: Kolikrát se zvětší jeden činitel, tolikrát se zvětší součin.

A19. Dělte a proveďte zkoušku správnosti:

a) 896 : 32, b) 2322 : 43, c) 3726 : 54, d) 4688 : 52.

A20. Dělte (až k nulovému zbytku) a proveďte zkoušku správnosti:

a) 3752,54 : 74, b) 1724,25 : 57, c) 506,25 : 25, d) 45458,84 : 907.

A21. Dělte na dvě platné cifry:

a) 127,2 : 21, b) 632 : 207, c) 1,645 : 35,

d) 0,72 : 204, e) 0,97 : 105, f) 1,559 : 31.

A22. Dělte výhodně:

a) 6800 : 40, b) 406400 : 400, c) 342 : 900, d) 24,8 : 800, e) 48,3 : 30.

A23. Najděte a) tři sedminy čísla 749, b) čtyři pětiny čísla 895.

A24. Jedna sedmina čísla je 396. Určete to číslo.

A25. Součin dvou čísel je 396; jeden jeho činitel je 36. Určete druhého činitele.

A26. Podíl dvou čísel je 63; dělitel 11. Určete dělence.

A27. Které číslo a) děleno číslem 27 dá podíl 15 beze zbytku,
b) děleno číslem 123 dá podíl 9 se zbytkem 4?

A28. Je dán a) dělitel 19, podíl 15, zbytek 17, určete dělence,
b) dělenec 648, podíl 36; určete dělitele,
c) dělenec 2100, podíl 67, zbytek 23; určete dělitele.

A29. Určete, kolikrát se změní (při zbytku 0)
a) podíl, zvětší-li se dělenec pětkrát, dělitel zůstane beze změny,
b) podíl, zmenší-li se dělenec třikrát a dělitel zůstane beze změny,
c) podíl, zvětší-li se dělitel dvakrát a dělenec zůstane beze změny,
d) podíl, zmenší-li se dělitel desetkrát a dělenec zůstane beze změny,
e) zvětší-li se dělenec i dělitel desetkrát, stokrát.
Ověřte si výsledky na příkladech, které si sami volíte.

A30. a) Turista ušel denně 27 km. Kolik ušel za týden (6 dní)?
b) Turista ušel za 9 dní 315 km. Kolik ušel denně?
c) Turista ušel za den 40 km, celkem 210 km; kolik dní šel a kolik ušel za poslední den.

Všimněte si všech obměn příkladů a početních výkonů, na které příklady vedou.

A31. Sestrojte podobné příklady jako v předchozím příkladu na čísla: 49, 17, 833; 9, 13, 117.

A32. Délku 3744 jednotek rozdělte na tři části tak, aby druhá část byla třikrát větší než první, třetí dvakrát větší než druhá.

A33. Povoz ujel 403 km za 13 hodin.
a) Trať z města A do města B ujede tento povoz za 7 hodin. Jak daleko jsou obě města od sebe?
b) Kdyby tuto dráhu ujel povoz za 5 hodin, kolik km za 1 hod. by musel ujet?

A34. Voda z nádrže se vypumpuje za 24 hodiny. Za kolik hodin se vypumpuje dvakrát tolik vody, pumpuje-li pumpa čtyřikrát rychleji?

A35. V SSSR bylo v roce 1914/15 7 800 000 žáků škol národních a středních, v roce 1935/36 již 17 715 000 žáků. Kolikrát stoupl počet žáků?

A36. Ze známého poznatku: $3 \times 2 = 6$, $3 \times 20 = 60$ a obráceného výkonu: $6 : 2 = 3$, $60 : 20 = 3$ plyne věta: Podíl se nemění, násobíme-li dělence a dělitele stejným číslem (také nulou?).

Jak budeme tedy dělit $653 : 2{,}5$? Číslem desetinným?

Dělitele znásobíme deseti, stem, tisícem tak, aby byl číslo celé, týmž číslem znásobíme i dělence. Tím se podíl nezmění.

Tedy: Podíl: $653 : 2{,}5$ je týž jako podíl: $6530 : 25$ (čím jsme násobili?, proč deseti?). Přesvědčte se o tom: podíl 261,2. $261{,}2 \times 25 = 6530$, $261{,}2 \times 2{,}5 = 653$.

Jak tedy dělíme číslem desetinným?

A37. Dělte: a) 6,9 : 0,3, b) 32,4 : 0,4, c) 0,036 : 0,9 d) 20,3 : 0,7, e) 14,7 : 0,07, f) 0,0049 : 0,09, g) 19,8 : 0,09. (Zkouška správnosti.)

A38. Dělte až na dvě desetinná místa:

a) 6,84 : 0,36, b) 34 : 0,085, c) 16 : 0,016,
d) 61,44 : 2,56, e) 3,5088 : 0,408, f) 14,805 : 0,021,
g) 3,034 : 8,2. (Zkouška správnosti.)

A39. Dělte na dvě desetinná místa a proveďte zkoušku správnosti:

a) 0,1519 : 0,893, b) 19,93 : 6,87, c) 1,175 : 0,78,
d) 144,7 : 47,9, e) 0,335 : 1,09, f) 1,72 : 2,53,
g) 2,789 : 0,0045.

A40. Ze součinu 12,5 dvou čísel a jednoho činitele 0,8 určete činitele druhého.

A41. Čím musíte dělit 5, abyste dostali podíl 0,025?

A42. Jakým čslem musíme násobit 0,03, máme-li dostat číslo 0,01713?

A43. Devět desetin výroby plátna činilo 387 m. Kolik činila celá výroba?

A44. Délka kolejnice je 20 m. Trať je dlouhá 32,4 km; kolik kolejnic je zapotřebí k položení trati?

A45. Z kusu látky se prodalo nejprve 0,5 kusu, potom ještě 0,4 zbytku a zůstalo 15,2 m. Jak dlouhý byl kus látky?

A46. Tři dělníci dostali 6375 Kčs mzdy. První dělník dostal 0,75 výplaty třetího dělníka, druhý dělník 2,5krát více než třetí dělník. Kolik dostal každý?

A47. Přední kolo vykoná 17 obrátek v témže čase jako zadní kolo jedenáct. Kolikrát se otočí přední kolo, otočí-li se zadní 231krát?

A48. Čtverec má stranu 4,5 cm dlouhou. Kolikrát se zvětší jeho obsah, zvětší-li se strana 2,5krát? Je zvětšení obsahu závislé na délce strany prvního čtverce?

A49. Hrana krychle je dlouhá 3,5 cm. Kolikrát se zvětší objem krychle, zvětšíme-li hranu 3,5krát?

A50. Obvod ozubeného kola je 135,6 cm, šířka zubu je 2,3 cm. Kolik zubů je na kole?

A2. Dělitelnost.

I. Násobky. Napište si do řady za sebou (ne příliš hustě!) čísla

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, ...,

kde tečky naznačují, že bychom mohli pokračovat dál a dál. Teď si zvolme určité číslo, třeba osm. Násobte všecka čísla z prvního řádku osmi a součiny pište do druhého řádku. Pište dobře pod sebe! Zvolme si ještě jedno číslo, třeba šedesát. Násobte všecka čísla z prvního řádku šedesáti a součiny pište do třetího řádku. Část toho, co máte napsáno, vypadá takto:

9,	10,	11,	12,	13,	14,	15,	16,	17,	...
72,	80,	88,	96,	104,	112,	120,	128,	136,	...
540,	600,	660,	720,	780,	840,	900,	960,	1020,	...

Čísla ve druhém řádku jsou **násobky** osmi. Čísla ve třetím řádku jsou násobky šedesáti. Jmenujte několik násobků jedenácti! Jmenujte několik násobků dvou set!

Násobků daného čísla si můžeme napsati libovolné množství. Máme-li už napsán nějaký násobek osmi, třeba 80 nebo 104, dostaneme následující násobek osmi, tedy 88 nebo 112, přičteme-li osm. Předcházející násobek osmi, tedy 72 nebo 96, dostaneme, odečteme-li osm. 260 je násobek dvacetišesti; který je následující násobek dvacetišesti? 1800 je násobek osmnácti; který je předcházející násobek osmnácti?

Abychom se přesvědčili, zdali nějaké číslo je třeba násobek osmi, dělíme to číslo osmi. Vyjde-li dělení beze zbytku, je dané číslo násobek osmi. Na př. 512 je násobek osmi, neboť dělením se najde $512 : 8 = 64$, tedy $512 = 64 \times 8$. Násobky osmi jsou ta čísla, která se dají beze zbytku děliti osmi. Proto se jim také říká čísla **dělitelná** osmi. Podobně třeba výrok, že nějaké číslo je dělitelné šedesáti, znamená totéž, jako výrok, že to číslo je násobek šedesáti.

Číslo 268 není násobek sedmi, neboť při dělení $268 : 7$ vyjde podíl 38 a zbytek 2. 38×7 není 268, nýbrž o 2 méně, tedy 266. Nejblíže menší násobek sedmi k číslu 268 dostaneme, když od 268 odečteme zbytek při dělení sedmi. 346 není násobek devíti, neboť při dělení $346 : 9$ vyjde podíl 38 a zbytek 4. Jak najdeme nejblíže větší násobek devíti? Kdybychom od 346 odečtli 4, dostali bychom násobek devíti, ale my hledáme následující, tedy o devět větší, násobek devíti. Ten dostaneme, když ke 346 přičteme 5. Nejblíže větší násobek devíti k číslu 346 dostaneme, když ke 346 přičteme tolik, oč je zbytek menší než 9; dostaneme 351.

Chceme-li najít všecky násobky čtyř mezi 301 a 321, najdeme si nejdříve nejblíže větší násobek čtyř k číslu 301. To je 304. Další násobky dostaneme, když postupně přičítáme 4. Tedy hledané násobky jsou 304, 308, 312, 316, 320 a dost. 324 už je číslo příliš velké.

A51. Najděte nejblíže menší násobky

a) sedmi k číslům 1000, 2000, 3483,

b) devíti k číslům 238, 527, 3000.

A52. Najděte nejblíže větší násobky

a) šesti k číslům 1300, 1705, 3129,

b) osmi k číslům 754, 1213, 2790.

A53. Napište za sebou všecky násobky

a) tří mezi čísly 4000 a 4040,

b) sedmi mezi čísly 8000 a 8100.

Čísla 72 (devětkrát 8) a 56 (sedmkrát 8) jsou násobky osmi. Když je sečteme, dostaneme 128 (šestnáctkrát 8); když je odečteme, dostaneme 16 (dvakrát 8). To jsou zase násobky osmi. Čísla 780 (třináctkrát 60) a 240 (čtyřikrát 60) jsou násobky šedesáti. Když je sečteme, dostaneme 1020 (sedmnáctkrát 60), když je odečteme, dostaneme 540 (devětkrát 60). To jsou zase násobky šedesáti.

Jsou-li **oba sčítanci** dělitelní nějakým číslem, je také součet dělitelný tím číslem.

Jsou-li **menšenec i menšitel** dělitelní nějakým číslem, je také rozdíl dělitelný tím číslem.

Také součet tří nebo více násobků nějakého čísla je násobek téhož čísla. Na př. 72 (osmkrát 9), 45 (pětkrát 9), 63 (sedmkrát 9) jsou násobky devíti. Jejich součet 180 (dvacetkrát 9) je zase násobek devíti. 72 (osmkrát 9) je násobek devíti. Proto také $72 + 72 = 72 \times 2$, $72 + 72 + 72 = 72 \times 3$, $72 + 72 + 72 + 72 = 72 \times 4$ jsou násobky devíti.

Jakmile **třeba jen jediný činitel** je dělitelný nějakým číslem, je také součin dělitelný tím číslem.

Totéž pravidlo můžeme vysloviti stručně takto: Násobek násobku nějakého čísla je zase násobek téhož čísla. Na př. $432 = 72 \times 6$ je násobek 72, 72 je násobek devíti, tedy 432 je násobek devíti.

A54. a) Proveďte násobení 2325×7, 6483×7, sečtěte oba součiny a přesvědčte se dělením, že součet je násobek sedmi.

b) Násobte 3845×38, 2694×38 a pokračujte jako při a).

A55. a) Proveďte násobení 7563 × 9, 5428 × 9, odečtěte druhý součin od prvního a přesvědčte se dělením, že rozdíl je násobek devíti.

b) Násobte 8463 × 64, 2395 × 64 a pokračujte jako při a).

A56. a) Proveďte násobení 3495 × 7, součin násobte číslem 43 a přesvědčte se dělením, že také nový součin je násobek sedmi.

b) Násobte (3963 × 57) × 814 a přesvědčte se dělením, že jste dostali násobek čísla 57.

Poznámka o zkoušce při násobení. Všimněme si třeba násobení 367849 × 32684 provedeného v I. třídě. Pod násobencem máme napsány jeho násobky, a to v daném případě jeho trojnásobek, dvojnásobek, šestinásobek, osminásobek, čtyrnásobek. Mezi těmito násobky jsou rozmanité vztahy, kterých můžeme užíti ke kontrole. Na př. součet napsaného násobence a jeho napsaného dvojnásobku musí dáti jeho napsaný trojnásobek, z napsaného čtyrnásobku dostaneme násobením dvěma napsaný osminásobek atd.

II. Dělitelnost desíti, dvěma a pěti. Čísla dělitelná desíti mají na základním místě nulu. Proč?

Protože 10 = 2 × 5, 10 je násobek dvou i násobek pěti. Tedy také každý násobek deseti je násobek dvou i násobek pěti. Je-li nyní dáno třeba číslo 2364, můžeme je psáti jako součet 2360 + 4. První sčítanec je násobek dvou i násobek pěti; druhý sčítanec je násobek dvou, ale není násobek pěti; proto 2364 je násobek dvou, ale není to násobek pěti. Podobně 1735 = 1730 + 5 není násobek dvou, ale je to násobek pěti. Z toho soudíme:

Čísla dělitelná dvěma mají na základním místě 0, 2, 4, 6 nebo 8.

Čísla dělitelná pěti mají na základním místě 0 nebo 5.

Čísla dělitelná dvěma se jmenují **sudá.** Ostatní čísla se jmenují **lichá.** Nula je číslo sudé.

A57. Napište si do tří řádků všecka čtyrciferná čísla, která mají stejné číslice (třeba v jiném pořádku) jako číslo 7453. Do prvního řádku napište násobky dvou (je jich šest). Do druhého řádku napište násobky pěti (je jich zase šest). Ostatní čísla pište do třetího řádku (i s číslem 7453 je jich dvanáct). V každém řádku pište čísla od nejmenšího k největšímu.

Tentýž cvik opakujte s číslem

a) 5823, b) 6549, c) 7045, d) 8645.

A58. Součet dvou čísel sudých je číslo .... Doplňte správně slovem liché nebo sudé. Napište příklad s dvojcifernými sčítanci. Napište ještě jeden příklad, ale ať se ve druhém příkladě neopakuje žádná cifra, kterou jste měli v prvním příkladě!

Tentýž cvik proveďte s větou

a) součet dvou lichých čísel je číslo ...,
b) součet sudého čísla s lichým je číslo ...,
c) rozdíl dvou sudých čísel je číslo ...,
d) rozdíl dvou lichých čísel je číslo ...,
e) je-li menšenec sudý a menšitel lichý, je rozdíl číslo ...,
f) je-li menšenec lichý a menšitel sudý, je rozdíl číslo ...,

A59. a) Vyhledejte si cvič. 59 a říkejte u každé úlohy (bez počítání), zdali vyjde číslo sudé či liché (z I. třídy).

b) Opakujte s cvič. 61 I. třídy.

A60. Doplňte správně slovy lichý a sudý:

Součet několika sčítanců je sudý, když počet ... sčítanců je ...
Součet několika sčítanců je lichý, když počet ... sčítanců je ...
Potom si vyhledejte cvič. 63 a říkejte u každé úlohy (bez počítání), zdali vyjde číslo liché či sudé.

III. Dělitelnost stem, čtyřmi, dvaceti, padesáti a dvacetipěti. Čísla dělitelná stem mají poslední dvojčíslí 00. Proč?

Protože $100 = 4 \times 25$, je 100 násobek čtyř. Tedy také každý násobek sta je násobek čtyř. Je-li nyní dáno třeba číslo 2364, můžeme je psáti jako součet $2300 + 64$. První sčítanec je násobek čtyř; protože také $64 = 16 \times 4$ je násobek čtyř, je 2364 násobek čtyř. Ale $1738 = 1700 + 38$ není násobek čtyř, protože 38 není násobek čtyř. Z toho soudíme:

Číslo je dělitelné čtyřmi, je-li jeho poslední dvojčíslí dělitelné čtyřmi.

Sto není jen násobek čtyř; je to také násobek dvaceti, padesáti a dvacetipěti. Proto:

Číslo dělitelné dvaceti má poslední dvojčíslí 00, 20, 40, 60 nebo 80.

Číslo dělitelné padesáti má poslední dvojčíslí 00 nebo 50.

Číslo dělitelné dvacetipěti má poslední dvojčíslí 00, 25, 50 nebo 75.

A61. Udejte nejblíže nižší násobky

a) padesáti k číslům 2347; 1296; 1084; 376;
b) dvaceti k číslům 666; 888; 1236; 1352;
c) dvacetipěti k číslům 333; 444; 1083; 1297.

A62. Udejte nejblíže vyšší násobky

a) padesáti k číslům 713; 268; 523; 555;

b) dvaceti k číslům 729; 283; 1265; 1533;

c) dvacetipěti k číslům 697; 312; 1064; 1236.

A63.*Všímejte si v tabulce pouze řádku IV. Ke každé číslici, kterou v něm čtete, řekněte dvojciferné násobky čtyř, které začínají čtenou číslicí.

Tentýž cvik opakujte

a) s řádkem VI, b) s řádkem IX. tab. I. třídy.

IV. Dělitelnost devíti a třemi. Proveďte dělení 10 : 9, 100 : 9, 1000 : 9, 10000 : 9; pokaždé vyjde zbytek 1. Tedy každé z čísel 10, 100, 1000, 10000 atd. je o jedničku větší než jakýsi násobek devíti. Nyní si zvolme libovolné číslo, třeba 7368, a pátrejme, jaký zbytek vyjde při dělení 7368 : 9. Mysleme si, že máme 7 pytlů po 1000 ořechů, 3 velké hromady po 100 ořechů, dále 6 hromádek po 10 ořeších a konečně ještě 8 ořechů zvlášť. Můžeme všecky ty ořechy rovnoměrně rozdělit mezi 9 lidí? Dáme-li z každého pytle jeden ořech stranou a stejně z každé hromady po stu i z každé hromádky po desíti, zůstane v každém pytli, v každé hromadě i v každé hromádce takový počet ořechů, jaký lze rovnoměrně rozdělit mezi 9 lidí. K rozdílení zbude ještě

$$7 + 3 + 6 + 8 = 24$$

ořechů; číslo 24 se jmenuje **ciferný součet** čísla 7368. Protože při dělení 24 : 9 vyjde zbytek 6, vyjde týž zbytek také při dělení 7368 : 9. Číslo 2871 má ciferný součet $2 + 8 + 7 + 1 = 18$, tedy 2871 je násobek devíti.

Každé číslo dá při dělení devíti týž zbytek, jaký dá jeho ciferný součet. Zejména:

Číslo je dělitelné devíti, je-li jeho ciferný součet dělitelný devíti.

Proveďte dělení 10 : 3, 100 : 3, 1000 : 3, 10000 : 3; zase vyjde pokaždé zbytek 1. Proto úsudek podobný dřívějšímu vede k výsledku:

Číslo je dělitelné třemi, je-li jeho ciferný součet dělitelný třemi.

A64. Řekněte zbytek při dělení 83756 : 9 a potom dělení proveďte.

Opakujte s dělením

a) 254685 : 9, b) 1234567 : 9, c) 7777777 : 9.

A65. Všecka čísla 253867, 538672, 586327, 723685 dají stejný zbytek při dělení devíti. Proč? Přesvědčte se dělením.

A66. Nahraďte * takovou cifrou, aby 4*735 byl násobek devíti.

Stejně zkoumejte: a) 23*507, b) 487*64.

A67. Nahraďte * takovou lichou cifrou, aby 535*74 byl násobek tří.

Stejně zkoumejte: a) 74*85, b) 565*273.

A68. Nahraďte obě * stejnou cifrou tak, aby 2*2*2 byl násobek devíti.

V. Dělitelnost osmi, šesti a sedmi. Jest $1000 = 8 \times 125$, takže 1000 je násobek osmi. Proto každý násobek tisíce je násobek osmi. Jest $73232 = 73000 + 232$ a první sčítanec je násobek osmi; protože také $232 = 29 \times 8$ je násobek osmi, je 73232 násobek osmi.

Číslo je dělitelné osmi, je-li jeho poslední trojčíslí dělitelné osmi.

A69. Že tří čísel 73372, 35452, 53584 jediné je dělitelné osmi. Najděte je a jako zkoušku dělte všecka tři čísla osmi.

a) Opakujte s čísly 54628, 56428, 25648.

Šest je násobek tří, takže každý násobek šesti je násobkem tří. Napište si za sebou asi patnáct prvých násobků tří a podtrhněte ty, které jsou násobky šesti:

3, <u>6</u>, 9, <u>12</u>, 15, <u>18</u>, 21, <u>24</u>, 27, <u>30</u>, 33, <u>36</u>, 39, <u>42</u>, 45.

Číslo je dělitelné šesti, je-li sudé a je-li mimoto dělitelné třemi.

A70. Nahraďte * takovou cifrou, aby 32582* byl násobek šesti.

A71. Můžete u některého z čísel 4827, 9271 přemístit cifry tak, abyste dostali číslo dělitelné šesti? Kolik je takových násobků šesti?

a) Opakujte s čísly 5348, 4575.

O dělitelnosti sedmi rozhodneme nejsnáze přímo dělením. Protože se zajímáme pouze o to, vyjde-li dělení beze zbytku, je zbytečné zapisovati cifry podílu a je také zbytečné je vyslovovati. Máme-li rozhodnouti na př. o čísle 3336, je-li to násobek sedmi, nepíšeme nic a vyslovujeme: ve třicetitřech, v padesátitřech, ve čtyřicetišesti, zbudou čtyři. Číslo 3336 není dělitelné sedmi.

A72. Nahraďte * takovou cifrou, aby 3258* byl násobek sedmi.

Opakujte s čísly: a) 12345*, b) 88765*.

VI. Dělitelnost jedenácti. Proveďte dělení 100 : 11, 1000 : 11. 10000 : 11, 100000 : 11, 1000000 : 11; vycházejí zbytky 1, 10, 1, 10, 1, Z čísel 10, 1000, 100000 atd. dostaneme násobky jedenácti, přičteme-li jedničku; z čísel 100, 10000, 1000000 atd. dostaneme násobky jedenácti, odečteme-li jedničku. Zvolme si nyní libovolné číslo, třeba 71632, a pátrejme, je-li toto číslo násobek jedenácti. Mysleme si, že máme 7 velkých balíků po 10000 pohlednic, jeden menší balík s 1000 pohlednicemi, 6 svazků po 100 pohlednic, 3 svazečky po 10 a ještě 2 pohlednice zvlášť. Můžeme všecky ty pohlednice rovnoměrně rozdělit mezi 11 známých? Představme si, že máme v kapse ještě další pohlednice. Přidejme z kapsy po jedné pohlednici do každého svazečku po 10, jakož i do balíčku s 1000 pohlednicemi. Naproti tomu odložme na stůl po jedné pohlednici z každého svazku po 100, jakož i z každého balíku s 10000 pohlednicemi; také dvě pohlednice, které byly zvlášť, odložme na stůl. Nyní máme v každém balíku, balíčku, svazku a svazečku takový počet pohlednic, jaký lze rovnoměrně rozdělit mezi našich 11 známých. Z kapsy jsme vyndali $3 + 1 = 4$ pohlednice. Na stole leží $2 + 6 + 7 = 15$ pohlednic; z těch dáme 4 do kapsy zpět a ostatních 11 rovnoměrně rozdělíme. 71632 je násobek jedenácti.

Kdyby počet pohlednic byl 8492, vzali bychom z kapsy $9 + 8 = 17$ pohlednic, na stole by zbylo $2 + 4 = 6$ pohlednic. Každý známý by jednu pohlednici vrátil, to by se 6 pohlednicemi na stole bylo 17 pohlednic, které bychom dali do kapsy zpět. Také 8492 je násobek jedenácti.

O dělitelnosti jedenácti rozhodneme takto: Předně sečteme cifru na základním místě se všemi ciframi, které jsou od ní o sudý počet míst vlevo. Za druhé sečteme ty cifry, které jsou od základního místa o lichý počet míst vlevo. Jsou-li oba ty součty stejné nebo je-li mezi nimi rozdíl 11, 22 atd., je dané číslo dělitelné jedenácti.

A73. Je některé z čísel 83545, 92346 násobek jedenácti? Rozhodněte zpaměti a potom se přesvědčte dělením.

a) Opakujte s čísly 76329, 36942.

A74. Nahraďte * takovou cifrou, aby 53*72 byl násobek jedenácti.

Opakujte s číslem: a) 758*6, b) 2*391.

A75. Je právě osm čísel dělitelných jedenácti, která se liší jen pořádkem cifer od čísla 1234. Určete je!

VII. Prvočísla. Je-li jedno číslo násobkem čísla druhého, říkáme, že druhé číslo je **dělitelem** prvního. Tedy dělitelé daného čísla jsou ta čísla, kterými lze dané číslo děliti beze zbytku, neboli ta čísla, kterými je dané číslo dělitelné.

Napište si do čtyř svislých sloupců všecka čísla od jedné do dvaceti. (Pět do každého sloupce.) Začněte vlevo a dělejte větší mezery mezi sloupci. Za každý sloupec udělejte svislou čáru a za ni napište vedle každého čísla všecky jeho dělitele. Výsledek:

1	1	6	1, 2, 3, 6	11	1, 11	16	1, 2, 4, 8, 16
2	1, 2	7	1, 7	12	1, 2, 3, 4, 6, 12	17	1, 17
3	1, 3	8	1, 2, 4, 8	13	1, 13	18	1, 2, 3, 6, 9, 18
4	1, 2, 4	9	1, 3, 9	14	1, 2, 7, 14	19	1, 19
5	1, 5	10	1, 2, 5, 10	15	1, 3, 5, 15	20	1, 2, 4, 5, 10, 20

Jednička má jen jednoho dělitele. Každé větší číslo má aspoň dva dělitele. **Samozřejmými děliteli** čísla rozumíme jedničku a to číslo samo.

Číslo, které má právě dva dělitele, jmenuje se **prvočíslo.** Tedy prvočíslo má jen samozřejmé dělitele, ale jedničku nepočítáme mezi prvočísla. Prvočísla od jedné do dvaceti jsou

2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19.

Čísla, která mají mimo samozřejmé dělitele ještě aspoň jednoho dělitele, jmenují se **čísla složená.** Složené číslo je součin dvou menších čísel, na př. $18 = 6 \times 3$, $25 = 5 \times 5$. Slovo menších je důležité: také prvočíslo je součin dvou čísel, na př. $13 = 1 \times 13$.

Cvičte se v tom, abyste uměli rychle říci všecky dělitele daného malého čísla. Která čísla od 1 do 20 mají nejvíce dělitelů? Které má o jednoho méně?

A76.* Všímejte si v tabulce jen čísel ze sloupce I, ale 0 a 1 vynechte. U každého čísla buďto řekněte, že je to prvočíslo, nebo jmenujte jeho dělitele. Samozřejmé dělitele neříkejte. Tab. z I. třídy.

Tentýž cvik opakujte

a) se sloupcem II, b) se sloupcem VIII, c) se sloupcem IX.

A77.* Proberte za sebou deset dvojciferných čísel, která mají prvou číslici 1 a druhou tu, kterou čtete v řádku I. U každého čísla buďto řekněte, že je to prvočíslo, nebo jmenujte jeho dělitele. Samozřejmé dělitele neříkejte.

Tentýž cvik opakujte

a) s řádkem II, b) s řádkem III, c) s řádkem IV,
d) s řádkem V, e) s řádkem VI, f) s řádkem VII,
g) s řádkem VIII, h) s řádkem IX, i) s řádkem X.

A78. Číslo 12 je v násobilce dvěma podstatně různými způsoby: jednak $12 = 2 \times 6 = 6 \times 2$, jednak $12 = 3 \times 4 = 4 \times 3$. Najděte všecka čísla, která jsou v násobilce dvěma podstatně různými způsoby.

Chceme-li u dvojciferného čísla poznat, zda je to prvočíslo či číslo složené, můžeme se řídit těmito pravidly:

(1) Známe-li je z násobilky, je složené.

(2) Je-li druhá cifra sudá nebo 5, je složené.

(3) Je-li ciferný součet násobek tří, je složené.

(4) $77 = 7 . 11$ a $91 = 7 . 13$ jsou čísla složená.*)

---

*) Vedle $\times$ se užívá jako znaku pro násobení také tečky dole. Při písemném násobení několikaciferných čísel dáváme přednost výraznějšímu znaku $\times$. V následujících odstavcích budeme užívati tečky.

Každé dvojciferné složené číslo se pozná podle našich čtyř pravidel. Neboť složené číslo je součin dvou menších čísel. Součin dvou jednociferných čísel poznáme podle pravidla (1). Součin dvou dvojciferných čísel není dvojciferný. Proč? Zbývá poznati součin jednociferného čísla s dvojciferným. Je-li jednociferný činitel sudý nebo roven pěti, poznáme součin podle pravidla (2). Je-li jednociferný činitel 3 nebo 9, poznáme součin podle pravidla (3). Zbývají součiny

$$7 . 10;\quad 7 . 11;\quad 7 . 12;\quad 7 . 13;\quad 7 . 14$$

a dost, neboť $7 . 15 = 105$ je už trojciferné číslo. Z těchto pěti součinů poznáme prvý, třetí a pátý podle pravidla (2), druhý a čtvrtý podle pravidla (4).

A79. Najděte všecka prvočísla

a) od 20 do 30, b) od 30 do 40, c) od 40 do 50,
d) od 50 do 60, e) od 60 do 70, f) od 70 do 80,
g) od 80 do 90, h) od 90 do 100.

VIII. Rozklad na prvočinitele. Rozložit číslo na činitele znamená udat jemu rovný součin dvou nebo i více menších čísel. Je-li některý činitel číslo složené, můžeme jej zase rozložit a tím jej nahradit několika menšími činiteli. Takovým postupem dospějeme k rozkladu, ve kterém je každý činitel prvočíslo; říkáme mu **rozklad na prvočinitele.** Na př. jest $42 = 6 . 7$; zde činitel $6 = 2 . 3$ je číslo složené; rozložíme-li jej, dostaneme rozklad na prvočinitele $42 = 2 . 3 . 7$. Jiný příklad; jest $96 = 6 . 16$; oba činitelé se dají rozložit, $6 = 2 . 3$, $16 = 4 . 4$, což dá rozklad $96 = 2 . 3 . 4 . 4$ na čtyři činitele. Rozložíme-li ještě $4 = 2 . 2$, dostaneme rozklad na prvočinitele $96 = 2 . 3 . 2 . 2 . 2 . 2$. Obyčejně píšeme prvočinitele podle velikosti od nejmenšího, tedy

$$96 = 2 . 2 . 2 . 2 . 2 . 3.$$

A80. Kdo umí zpaměti rozložit na prvočinitele všecka složená čísla od jedné do dvaceti?

Abychom složené číslo uměli rozložit na prvočinitele, potřebujeme jen umět pokaždé uhodnout jednoho dělitele (ovšem ne samozřejmého). Jakmile známe takového dělitele, umíme dané číslo rozložit na dva menší činitele, které stejnou cestou rozkládáme dál. Při tom jsou užitečná pravidla o dělitelnosti, která jsme poznali v předcházejících odstavcích. Obyčejně začneme tak, že zkoumáme poslední cifry, z čehož usoudíme na dělitele 2 nebo 5, po případě 4, 8, 10, 20, 25, 50 nebo 100. Takto dospějeme k číslu, které není dělitelné ani dvěma ani pěti. Potom pomocí ciferného součtu poznáme dělitele 3 (nebo 9) a dospějeme k číslu, které není dělitelné ani dvěma ani třemi ani pěti. U takového čísla zkoumáme dále dělitelnost sedmi a jedenácti. Ve složitějších případech je nutné zkoumat dělitelnost vyššími prvočísly (13, 17, 19, 23, 29 atd.); ale takové složitější případy v primě zkoumat nebudeme. Můžeme si práci ulehčit postupem, který si naznačíme na dvou příkladech:

$$\begin{array}{r|l} 594 & 2 \\ 297 & 3\,.\,3 \\ 33 & 3\,.\,11 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r|l} 53361 & 3\,.\,3 \\ 5929 & 11 \\ 539 & 11 \\ 49 & 7\,.\,7 \end{array}$$

$$594 = 2\,.\,3\,.\,3\,.\,3\,.\,11 \qquad\qquad 53361 = 3\,.\,3\,.\,7\,.\,7\,.\,11\,.\,11.$$

Popis. Za číslo, které chceme rozložit, si uděláme svislou čáru. Za ni napíšeme dělitele, kterého najdeme podle známých pravidel. Tímto dělitelem dělíme a podíl zapíšeme do druhého řádku nalevo od svislé čáry. Potom pokračujeme stejně dál. Napravo od svislé čáry máme posléze všecky prvočinitele.

A81. Rozložte na prvočinitele všecka složená čísla
a) od 50 po 59, b) od 60 po 69, c) od 70 po 79,
d) od 80 po 89, e) od 90 po 99.

A82. Rozložte na prvočinitele
a) 360, b) 450, c) 300, d) 540,
e) 198, f) 648, g) 528, h) 438,
i) 3003, j) 3432, k) 1496, l) 3773.

IX. Určení všech dělitelů čísla. Známe všecky dělitele čísla 20. Jsou to samozřejmí dělitelé 1 a 20, dále 2, 4, 5, 10. Z nich 2 a 5 jsou prvočísla. Jsou to právě ta prvočísla, která se vyskytnou v rozkladu na prvočinitele $20 = 2\,.\,2\,.\,5$. Také ostatní dva dělitele 4 a 10 vyčteme snadno z tohoto rozkladu. Dostaneme je, vynecháme-li jednoho činitele v součinu $2\,.\,2\,.\,5$. Jiný příklad; jest $36 = 2\,.\,2\,.\,3\,.\,3$. Vedle samozřejmých dělitelů 1 a 36 má číslo 36 tyto dělitele. Předně prvočísla

$$2,\ 3,$$

za druhé součiny dvou prvočísel

$$2\,.\,2 = 4,\quad 2\,.\,3 = 6,\quad 3\,.\,3 = 9,$$

za třetí součiny tří prvočísel

$$2 \cdot 2 \cdot 3 = 12, \quad 2 \cdot 3 \cdot 3 = 18.$$

Všech dělitelů čísla 36 i s oběma samozřejmými je devět. Jsou podle velikosti

$$1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 6;\ 9;\ 12;\ 18;\ 36.$$

A83. Najděte všecky dělitele čísla

a) 56, b) 375, c) 100, d) 135, e) 64.

Určení všech dělitelů čísla si můžeme zkrátit, uvážíme-li, že ke **každému děliteli patří ještě jeden dělitel tak, že původní číslo je součin obou dělitelů.** Jeden takový **pár dělitelů** tvoří samozřejmí dělitelé. Oba dělitelé v témž páru se obyčejně od sebe liší, na př. dělitelé 12 a 15 čísla 180, mohou však oba dělitelé téhož páru splynout, na př. s dělitelem 12 čísla 144 tvoří pár týž dělitel 12.

Jako příklad mějme číslo 180. Jest

$$180 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5.$$

Jeden pár dělitelů tvoří samozřejmí dělitelé 1 a 180. Ostatní dělitele dostaneme, když vezmeme ze součinu 2 . 2 . 3 . 3 . 5 buďto jediného činitele nebo dva nebo tři nebo čtyři. Při tom s každým dělitelem tvoří pár dělitel, který je součinem prvočinitelů při tvoření prvého dělitele vynechaných. To nám ulehčí počet. Když vezmeme jediného prvočinitele, máme dělitele

$$2;\ 3;\ 5.$$

Pod každého z nich napíšeme dělitele, který s ním tvoří pár, tedy

$$90;\ 60;\ 36.$$

(Můžeme je hledat bez užití rozkladu dělením 180 : 2; 180 : 3; 180 : 5.)

Dále napíšeme součiny dvou prvočinitelů

4 (t. j. 2 . 2); 6 (t. j. 2 . 3); 9 (t. j. 3 . 3); 10 (t. j. 2 . 5); 15 (t. j. 3 . 5);

doplněním párů dostaneme další dělitele

$$45;\ 30;\ 20;\ 18;\ 12.$$

(Posledního dostaneme z rozkladu na prvočinitele, ostatní pohodlněji dělením.)

Teď jsme už hotovi, neboť součiny tří a čtyř prvočinitelů máme už všecky napsány. Proč? Celkem má číslo 180 osmnáct dělitelů, kteří podle velikosti jsou

1; 2; 3; 4; 5; 6; 9; 10; 12; 15; 18; 20; 30; 36; 45; 60; 90; 180.

Číslo 180 lze psáti osmerým způsobem jako součin dvou menších čísel:

$$2 . 90; \ 3 . 60; \ 4 . 45; \ 5 . 36; \ 6 . 30; \ 9 . 20; \ 10 . 18; \ 12 . 15.$$

A84. Najděte všecky dělitele čísla 200 a napište 200 všemi možnými způsoby jako součin dvou menších čísel.

Opakujte s číslem

a) 120, b) 700, c) 360, d) 400, e) 240.

X. Největší společný dělitel. Číslo 3 je dělitelem čísla 12. Totéž číslo 3 je také dělitelem čísla 30. Říkáme, že 3 je **společným dělitelem** čísel 12 a 30. Číslo 12 má šest dělitelů, totiž 1, 2, 3, 4, 6, 12. Dva z nich, totiž 4 a 12, nejsou děliteli čísla 30. Tedy čísla 12 a 30 mají čtyři společné dělitele. Jsou to čísla 1, 2, 3, 6.

A85. Jmenujte všecky společné dělitele čísel

a) 10; 15; b) 21; 49; c) 9; 54; d) 20; 27;
e) 12; 30; 40; f) 6; 10; 16; g) 40; 60; 70; h) 6; 14; 21.

Jednička je *samozřejmý* společný dělitel libovolných čísel. Říkáme, že dvě čísla jsou **nesoudělná**, je-li jednička jejich jediný společný dělitel. Říkáme, že dvě čísla jsou **soudělná**, mají-li nějakého společného dělitele většího než jedna.

A86. a) Dvě čísla, která se liší o jedničku, na př. 70 a 71, jsou jistě nesoudělná. Proč?

b) Dvě lichá čísla, která se liší o 2 nebo o 4 nebo o 8, na př. 67 a 69 nebo 53 a 57 nebo 99 a 107, jsou jistě nesoudělná. Proč?

c) Ze dvou nesoudělných čísel je aspoň jedno liché. Proč?

Rozkladem na prvočinitele poznáme snadno, jsou-li dvě daná čísla soudělná či nesoudělná. *Rozložíme-li dvě nesoudělná čísla na prvočinitele, jsou prvočinitelé jednoho rozkladu vesměs různí od prvočinitelů druhého rozkladu.* Na př. $21 = 3 . 7$ a $50 = 2 . 5 . 5$ jsou dvě nesoudělná čísla.

Nyní zkoumejme dvě soudělná čísla, na př.

$$72 = 2 . 2 . 2 . 3 . 3, \quad 60 = 2 . 2 . 3 . 5.$$

Společní dělitelé obou čísel jsou

$$1, 2, 3, 2 . 2, 2 . 3, 2 . 2 . 3$$

neboli

$$1, 2, 3, 4, 6, 12.$$

Největší z nich je 12. Ostatní společní dělitelé jsou dělitelé dvanácti. Jiný příklad

$$80 = 2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 5, \quad 150 = 2 \,.\, 3 \,.\, 5 \,.\, 5.$$

Společní dělitelé jsou 1, 2, 5, $10 = 2 \,.\, 5$. Jsou to právě všichni dělitelé největšího společného dělitele 10.

Stejně je tomu vždy. **Stačí, umíme-li najít největšího společného dělitele. V jeho dělitelích máme už všecky společné dělitele.**

Největší společný dělitel se často značí D; jednotlivá čísla při tom oddělujeme středníkem, na př.

$$D\,(21;\, 25) = 1, \quad D\,(72;\, 60) = 12, \quad D\,(8;\, 10;\, 12) = 2.$$

Rozkladem na prvočinitele se najde největší společný dělitel dvou čísel takto: Rozložíme obě čísla na prvočinitele. Není-li společného prvočinitele, jsou ta čísla nesoudělná. Je-li nějaký prvočinitel oběma rozkladům společný, podtrhneme jej v obou rozkladech. Potom hledáme společného prvočinitele v nepodtržených částech rozkladů, zase jej podtrhneme atd. Součin všech podtržených prvočinitelů jednoho rozkladu dává největšího společného dělitele (a to rozloženého na prvočinitele). Na př. pro čísla

$$72 = \underline{2} \,.\, \underline{2} \,.\, 2 \,.\, \underline{3} \,.\, \underline{3}, \quad 108 = \underline{2} \,.\, \underline{2} \,.\, \underline{3} \,.\, \underline{3} \,.\, 3$$

jest

$$D\,(72;\, 108) = 2 \,.\, 2 \,.\, 3 \,.\, 3 = 36.$$

A87. Najděte rozkladem na prvočinitele

a) $D\,(54;\, 126)$, b) $D\,(147;\, 168)$, c) $D\,(392;\, 504)$, d) $D\,(273;\, 455)$.

Stejně postupujeme, je-li dáno více čísel. Zase jsou společní dělitelé děliteli největšího společného dělitele. Rozkladem na prvočinitele najdeme největšího společného dělitele jako v případě dvou čísel. Není-li žádný prvočinitel společný všem rozkladům, je jednička největším (dokonce jediným) společným dělitelem. Jinak zase podtrhneme ve všech rozkladech společného prvočinitele atd. Na př.

$$42 = 2 \,.\, 3 \,.\, 7, \quad 132 = 2 \,.\, 2 \,.\, 3 \,.\, 11, \quad 180 = 2 \,.\, 2 \,.\, 3 \,.\, 3 \,.\, 5,$$

tedy $D\,(42;\, 132;\, 180) = 2 \,.\, 3 = 6$.

A88. Najděte rozkladem na prvočinitele

a) $D\,(28;\, 42;\, 91)$, b) $D\,(36;\, 48;\, 78)$, c) $D\,(45;\, 75;\, 105;\, 65)$.

Není vždycky nutné hledat **úplné** rozklady na prvočinitele. Hledejme na př. D (715; 900; 845). Číslo 900 rozložíme snadno:

$$900 = 2 . 2 . 3 . 3 . 5 . 5.$$

Dále je zřejmě $715 = 5 . 143$, $845 = 5 . 169$ a je zbytečné dále rozkládat, neboť žádný z prvočinitelů 2, 3, 5 čísla 900 není dělitelem ani čísla 143 ani čísla 169. Jest

$$D\,(715;\ 900;\ 845) = 5.$$

Jakmile se **aspoň jedno** z daných čísel dá pohodlně rozložit na prvočinitele, hledá se největší společný dělitel naší cestou snadno. Pro případ, že se všecka daná čísla nesnadno rozkládají, jsou početní obraty, jimiž se dá hledání největšího společného dělitele značně ulehčit. Ale v II. třídě se těmto obratům učit nebudeme.

A89. Najděte

a) D (420; 959; 819), b) D (1100; 3729; 2849),
c) D (8100; 4449; 3258).

XI. Nejmenší společný násobek. Jsou-li dána dvě čísla nebo i více čísel, mají tato čísla vždycky nějaký **společný násobek,** t. j. vždy lze nalézti číslo, které je násobkem **každého** z daných čísel. Neboť na př. součin všech daných čísel je jistě takový společný násobek. Na př. $2 . 3 . 6 = 36$ je společný násobek čísel 2, 3 a 6.

Společných násobků je vždy nesčíslně mnoho, neboť násobíme-li nějaký společný násobek libovolným číslem, dostaneme zase společný násobek původních čísel. Na př. $5 . 4 = 20$ je společný násobek čísel 5 a 4, tedy také 40, 60, 80, 100 jsou společné násobky těchto čísel.

Často se vyskytuje v matematice úloha, najíti **nejmenší společný násobek** dvou nebo více čísel. Jsou-li daná čísla malá, můžeme jej hledati **zkusmo**; vyjdeme od největšího z daných čísel a tvoříme zpaměti postupně jeho dvojnásobek, trojnásobek atd., až dojdeme k číslu, které je násobkem také všech ostatních daných čísel. Jsou-li na př. dána čísla 40 a 50, zkoumáme postupně čísla 50, 100, 150, 200; teprve 200 je násobek čtyřiceti, tedy n (40; 50) = 200; písmenem n se totiž značí nejmenší společný násobek. Jsou-li dána čísla 12, 18, 30, zkoumáme postupně čísla 30, 60, 90, 120, 150, 180; teprve 180 je násobkem obou čísel 12 a 18; tedy n (12; 18; 30) = 180.

A90. Určete zkusmo

a) $n\,(4;\,10)$, b) $n\,(8;\,10)$, c) $n\,(20;\,8)$,
d) $n\,(9;\,6)$, e) $n\,(7;\,14)$, f) $n\,(12;\,9)$,
g) $n\,(12;\,10)$, h) $n\,(8;\,12)$, i) $n\,(12;\,15)$,
j) $n\,(15;\,10)$, k) $n\,(10;\,25)$, l) $n\,(40;\,30)$,
m) $n\,(2;\,3;\,4)$, n) $n\,(5;\,3;\,4)$, o) $n\,(6;\,9;\,4)$,
p) $n\,(30;\,60;\,40)$, q) $n\,(20;\,12;\,10)$, r) $n\,(8;\,7;\,14)$,
s) $n\,(5;\,15;\,6;\,12)$, t) $n\,(20;\,30;\,24;\,15)$.

Nejmenší společný násobek se snadno určí pomocí rozkladu na prvočinitele. Proberme si to nejprve pro dvě čísla. Mějme na př. čísla

$$80 = 2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 5, \qquad 150 = 2 \,.\, 3 \,.\, 5 \,.\, 5.$$

Rozklad na prvočinitele násobku osmdesáti musí míti tvar

$$2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 5 \,\ldots,$$

kde tečky znamenají další činitele. Podobně musí rozklad na prvočinitele násobku stopadesáti míti tvar

$$2 \,.\, 3 \,.\, 5 \,.\, 5 \,\ldots$$

Tedy rozklad na prvočinitele společného násobku obou čísel má tvar

$$2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 3 \,.\, 5 \,.\, 5 \,\ldots$$

Z toho vychází, že nejmenší společný násobek je

$$2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 3 \,.\, 5 \,.\, 5 = 1200$$

a každý jiný společný násobek vznikne připojením dalších činitelů. Tedy všecky společné násobky čísel 80 a 150 jsou 1200, 2400, 3600, 4800, 6000 atd. Jsou to prostě všecky násobky čísla $1200 = n\,(80;\,150)$.

Jakmile známe nejmenší společný násobek dvou nebo více čísel, známe všecky společné násobky: jsou to násobky nejmenšího společného násobku.

Při hledání nejmenšího společného násobku dvou čísel pomocí rozkladu na prvočinitele si můžeme podtrhnout společné činitele obou rozkladů jako při hledání největšího společného dělitele. Na př.

$$80 = \underline{2} \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, \underline{5}, \qquad 150 = \underline{2} \,.\, 3 \,.\, \underline{5} \,.\, 5,$$

kde v každém rozkladě je podtržena jedna dvojka a jedna pětka. Nejmenší společný násobek dostaneme ve tvaru rozloženém na prvočinitele, opíšeme-li všecky činitele, i podtržené i nepodtržené. Podtržení činitelé se vyskytují v obou rozkladech a opíší se jen z jednoho rozkladu. Nepodtržené činitele musíme opisovat z obou rozkladů.

Pořádek, ve kterém prvočinitele opisujeme, můžeme si libovolně zvolit. Můžeme na př. psát nejdříve podtrženou (tedy společnou) část, potom nepodtrženou část prvního rozkladu a na konec nepodtrženou část druhého rozkladu. V našem případě by to bylo

$$(2 \,.\, 5) \,.\, (2 \,.\, 2 \,.\, 2) \,.\, (3 \,.\, 5),$$

kde závorky naznačují tři skupiny činitelů.

Výpočet nejmenšího společného násobku v nerozloženém tvaru se může provésti tak, že znásobíme nejdříve mezi sebou prvočinitele z prvních dvou skupin, potom zase mezi sebou prvočinitele třetí skupiny, a na konec znásobíme oba součiny. Ale když se na to podíváme, vidíme, že prvý součin známe předem: je to první z daných čísel. Pomocí rozkladu na prvočinitele se dostane nejmenší společný násobek dvou čísel jako součin jednoho z nich s nepodtrženou částí druhého. Na př. pro $1200 = n\,(80;\ 150)$ platí $1200 = 80 \,.\, 15$, kde $15 = 3 \,.\, 5$ je nepodtržená část rozkladu čísla 150 a ovšem také $1200 = 150 \,.\, 8$, kde $8 = 2 \,.\, 2 \,.\, 2$ je nepodtržená část rozkladu čísla 80. To je důležité, neboť při úlohách, při kterých je potřeba určit nejmenší společný násobek, je zpravidla také potřeba najít, čím se musí daná čísla znásobit, aby vyšel jejich nejmenší společný násobek.

Jsou-li daná dvě čísla nesoudělná, na př. $30 = 2 \,.\, 3 \,.\, 5$, $49 = 7 \,.\, 7$, odpadne podtrhovaná část. **Nejmenší společný násobek dvou nesoudělných čísel je jejich součin.** Na př. $n\,(30;\ 49) = 30 \,.\, 49 = 1470$.

Stejně jako při hledání největšího společného dělitele není ani při hledání nejmenšího společného násobku vždycky nutné, rozkládati úplně na prvočinitele. Hledejme na př. $n\,(720;\ 1105)$. Jest

$$720 = 2 \,.\, 5 \,.\, 72, \quad 1105 = 5 \,.\, 221.$$

72 bychom snadno rozložili; jest $72 = 2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 3 \,.\, 3$. Ale rozložit 221 je obtížnější a pro náš účel zbytečné, neboť je na první pohled patrné, že se v rozkladu nevyskytne ani 2 ani 3. Tedy „podtržená část“ rozkladů je 5 a

$$n\,(720;\ 1105) = 720 \,.\, 221 = 159120,$$
$$n\,(720;\ 1105) = 1105 \,.\, 144 = 159120.$$

Ve cvič. A91 máte také napsati, čím se musí daná čísla znásobit, aby vyšel jejich nejmenší společný násobek.

A91. Najděte

a) $n\,(64;\ 112)$, b) $n\,(135;\ 144)$, c) $n\,(243;\ 252)$,
d) $n\,(49;\ 315)$, e) $n\,(560;\ 343)$, f) $n\,(781;\ 1870)$,
g) $n\,(882;\ 1071)$.

Při hledání nejmenšího společného násobku více než dvou čísel se omezíme na případy, kdy se všecka daná čísla snadno rozkládají na prvočinitele. Podtrhování zde není účelné. Hledejme na př. $n\,(12;\ 18;\ 30)$. Jest

$$12 = 2 \,.\, 2 \,.\, 3, \quad 18 = 2 \,.\, 3 \,.\, 3, \quad 30 = 2 \,.\, 3 \,.\, 5.$$

V těchto rozkladech dohromady se vyskytují prvočinitelé 2, 3, 5. To jsou také prvočinitelé v rozkladu nejmenšího společného násobku a každý z nich přijde do tohoto rozkladu tolikrát, kolikrát se nanejvýš vyskytuje v některém z rozkladů daných čísel. Vyložte sami proč! V našem případě jest

$$n\,(12;\ 18;\ 30) = 2 \,.\, 2 \,.\, 3 \,.\, 3 \,.\, 5 = 180.$$

Porovnáním s rozklady daných čísel se najde bez dělení

$$180 = 12 \,.\, 15 = 18 \,.\, 10 = 30 \,.\, 6.$$

V tom je také kontrola správnosti.

Hledání nejmenšího společného násobku si můžeme ulehčit, je-li některé z daných čísel dělitelem jiného z daných čísel. Takového dělitele můžeme totiž při hledání nejmenšího společného násobku prostě vynechat. Hledejme na př. $n\,(21;\ 33;\ 63;\ 66;\ 121)$. Zdé 21 je dělitel čísla 63 a 33 je dělitel čísla 66. Proto hledáme $n\,(63;\ 66;\ 121)$. Jest $63 = 3 \,.\, 3 \,.\, 7$, $66 = 2 \,.\, 3 \,.\, 11$, $121 = 11 \,.\, 11$, tedy $n\,(63;\ 66;\ 121) = 2 \,.\, 3 \,.\, 3 \,.\, 7 \,.\, 11 \,.\, 11 = 15246$. Protože 15246 je násobek čísla 63, které je násobkem čísla 21, je 15246 jistě také násobkem čísla 21 a podobně i násobkem čísla 33. Tedy $n\,(21;\ 33;\ 63;\ 66;\ 121) = 15246$. Porovnáním rozkladů vyjde

$$15246 = 63 \,.\, 242 = 66 \,.\, 231 = 121 \,.\, 126.$$

Protože $15246 = 63 \,.\, 242$ a protože $63 = 21 \,.\, 3$, je $15246 = 21 \,.\, 726$ a podobně se najde $15246 = 33 \,.\, 462$.

Ve cvič. A92 zase máte napsati, čím se musí daná čísla znásobit, aby vyšel jejich nejmenší společný násobek.

A92. Najděte

a) n (39; 65; 91), b) n (132; 165; 220),
c) n (39; 117; 169), d) n (36; 64; 96; 100),
e) n (21; 45; 63; 81), f) n (22; 24; 28; 32; 44; 48).

XII. Další cvičení na dělitelnost.

A93. Určete, která z daných čísel jsou dělitelna číslem udaným v závorce:

a) 712, 822, 14780, 59376, 716834, 26308 (čtyřmi),
b) 67344, 89020, 95752, 4567128 (osmi),
c) 852, 1435, 687930, 4182806, 2793485 (pěti),
d) 261, 705, 1433, 2655, 101001 (třemi),
e) 432, 873, 606, 7857, 8427, 30708, 54669 (devíti),
f) 744, 543, 7134, 9258, 8060, 51234 (šesti),
g) 3267, 814, 6425, 7282, 1001, 33333, 909183 (jedenácti),
h) 71850, 34685, 107075, 418255 (dvacetipěti).

A94. Nahraďte * takovou cifrou, aby vzniklo číslo dělitelné číslem udaným v závorce:

a) 7*3, 1*43, 60*18 (třemi),
b) 83*, 95*2, 70*4 (čtyřmi),
c) 8*7, 4*75, 7123*5 (devíti),
d) 6*2, 7*81, 919*8 (jedenácti),
e) 396*5, 4875*, 2948** (dvacetipěti).

A95. Ze všech trojciferných čísel mají nejvíce dělitelů čísla 840 (32 dělitelů), 720 (30 dělitelů), 960 (28 dělitelů) a 900 (27 dělitelů). Najděte všecky ty dělitele.

A96. Najděte

a) D (96; 144), b) D (108; 450),
c) D (102; 138), d) D (256; 300),
e) D (729; 189), f) D (720; 3000),
g) D (2475; 5445), h) D (216; 625),
i) D (65; 78; 104), j) D (108; 162; 270),
k) D (546; 882; 924), l) D (84; 144; 264; 360; 420),
m) D (105; 147; 231; 252; 294).

A97. Najděte

a) n (576; 432), b) n (960; 1344),
c) n (840; 1155), d) n (324; 720),
e) n (26; 40; 104), f) n (36; 63; 77),
g) n (720; 1260; 1350), h) n (12; 18; 24; 30; 36; 42),
i) n (14; 22; 24; 28; 32; 34).

A98. Určete dvě čísla, obě větší než 100 a obě menší než 150 tak, aby jejich největší společný dělitel byl 14. (Dvoje řešení!)

A99. Určete co největší číslo tak, aby, dělíte-li jím čísla 90, 146 a 230, pokaždé vyšel zbytek 6.

A100. Nahraďte * takovým číslem, aby bylo
$D(3240; 3600; *) = 36$, $n(3240; 3600; *) = 16 \,.\, 243 \,.\, 25 \,.\, 49$.

A101. Obdélník 20 cm dlouhý a 12 cm široký se má rozdělit na čtverce. Jak velké budou nejvýš ty čtverce a kolik jich pak bude?

A102. Najděte nejmenší částku peněz, kterou je možno rozděliti na rovné díly i po 6 Kčs i po 8 Kčs i po 15 Kčs i po 20 Kčs.

A103. Kruhovou dráhu stadia objede jeden cyklista za 8 minut, druhý za 10 minut, třetí za 12 minut. Od startu vyjedou zároveň. Za kolik minut projedou zase všichni zároveň startem? Kolikrát zatím každý z nich objede stadion?

Již v první třídě jsme krátili zlomek. Ukázali jsme si, že zlomek můžeme krátit tenkrát, jsou-li čitatel a jmenovatel čísla soudělná. Zlomek krátíme společným dělitelem čitatele a jmenovatele. Zkraťme zlomek $\frac{36}{90}$. Krátíme, jak říkáme postupně. To znamená: Vidíme na první pohled, že dělitelem je číslo 2. Máme $\frac{36}{90} = \frac{18}{45}$. Můžeme krátit dál třemi: $\frac{18}{45} = \frac{6}{15}$ a ještě jednou třemi: $\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$.

Čím jsme tedy krátili? Dvěma, třemi a ještě jednou třemi. Měli jsme $\frac{36}{90} = \frac{2}{5}$. Čitatel 2 je v čitateli 36 obsažen beze zbytku a to osmnáctkrát. Také jmenovatel 5 je v jmenovateli 90 obsažen beze zbytku osmnáctkrát. Krátili jsme tedy zlomek $\frac{36}{90}$ osmnácti. Osmnáct je součin: $2 \,.\, 3 \,.\, 3$, t. j. součin čísel, kterými jsme krátili.

Určeme: $D(36,90)$; $36 = 2 \,.\, 2 \,.\, 3 \,.\, 3$ $\quad 90 = 2 \,.\, 3 \,.\, 3 \,.\, 5$.
$D(36,90) = 18$.

Výsledek: Krátíme-li zlomek postupně, je součin všech čísel, kterými zlomek krátíme, největší společný dělitel čitatele a jmenovatele. Zlomek krátíme tak dlouho, až čitatel a jmenovatel jsou čísla nesoudělná. Takovému zlomku říkáme, že je v *základním tvaru*.

Jak bychom mohli určit snadno největšího společného dělitele dvou čísel?

Určete $D(20,48)$. Čísla daná napišme jako čitatele a jmenovatele zlomku a kraťme zlomek: $\frac{20}{48} = \frac{10}{24} = \frac{5}{12}$. Zlomek jsme krátili dvakrát dvěma. Součin $2 \,.\, 2$ je největší společný dělitel obou daných čísel.

§ 1. Zlomky.

1. Rozšiřování a krácení. Čísla smíšená. Napřed si zopakujeme, co už známe z I. třídy. V jaké výši se píše zlomková čára? Kam píšeme jmenovatele? Kam čitatele? Čitatele i jmenovatele pište velmi zřetelně.

Vyložte název jmenovatel. Vyložte název čitatel. Při výkladu udávejte příklady.

Dále jste poznali **rozšiřování a krácení zlomků.** Pravidlo o rozšiřování zní: Hodnota zlomku se nezmění, když násobíme čitatele i jmenovatele týmž číslem. Na př. zlomek $\frac{11}{18}$ můžeme rozšiřováním uvésti na tvary

$$\frac{11}{18}, \frac{22}{36}, \frac{33}{54}, \frac{44}{72}, \frac{55}{90}, \frac{66}{108} \text{ atd.}$$

Jmenovatelem může býti libovolný násobek původního jmenovatele.

1. Rozšiřte:

a) zlomek $\frac{2}{3}$ na zlomek o jmenovateli: 12, 15, 21, 36, 48.

b) zlomek $\frac{3}{4}$ na zlomek o jmenovateli: 12, 24, 32, 52, 68.

c) zlomek $\frac{5}{9}$ na zlomek o jmenovateli: 27, 36, 54, 72, 81.

d) zlomek $\frac{7}{12}$ na zlomek o jmenovateli: 36, 72, 96, 108, 144.

2. Rozšiřte zlomky

a) $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ na zlomky o jmenovatelích: 24, 36, 48, 72.

b) $\frac{1}{3}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{8}$ na zlomky o jmenovatelích: 24, 72, 120, 168.

c) $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{5}{6}$ na zlomky o jmenovatelích: 60, 180, 240, 300.

d) $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{7}{16}$ na zlomky o jmenovatelích: 48, 144, 240, 288.

3. Ze zlomků

$$\frac{1}{3}, \frac{4}{5}, \frac{3}{8}, \frac{5}{9}, \frac{7}{12}, \frac{8}{15}, \frac{5}{18}$$

rozšiřte ty, u kterých je to možné, na zlomky o jmenovatelích:

a) 16; b) 27; c) 36; d) 60; e) 72.

4. Ze zlomků

$$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{5}{8}, \frac{7}{10}$$

uveďte ty, u kterých je to možné, na nový tvar se jmenovatelem

a) 12; b) 16; c) 18; d) 30.

Pravidlo o krácení zlomků zní: Hodnota zlomku se nezmění, když dělíme čitatele i jmenovatele týmž číslem.

Když na př. zlomek $\frac{16}{24}$ uvedeme na tvar $\frac{2}{3}$, krátili jsme osmi, t. j. dělili jsme čitatele i jmenovatele osmi. Krátiti můžeme pouze společným dělitelem čitatele i jmenovatele. Naproti tomu můžeme zlomek rozšířiti libovolným číslem.

Když zkrátíme zlomek největším společným dělitelem čitatele a jmenovatele, dostaneme takový tvar zlomku, ve kterém jsou čitatel a jmenovatel nesoudělná čísla. Takto psaný zlomek se už krátit nedá. Říkáme, že je psán v **základním tvaru.** Když uvedeme zlomek krácením na základní tvar, říkáme, že jsme jej **úplně zkrátili.** Na př. jsme před chvilkou úplně zkrátili zlomek $\frac{16}{24}$ a tím jej uvedli na základní tvar $\frac{2}{3}$.

5. Zpaměti zkraťte (úplně):

a) $\frac{2}{4}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{8}{6}$.

b) $\frac{2}{8}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{6}{8}$, $\frac{10}{8}$, $\frac{12}{8}$.

c) $\frac{2}{12}$, $\frac{3}{12}$, $\frac{4}{12}$, $\frac{6}{12}$, $\frac{8}{12}$, $\frac{10}{12}$.

d) $\frac{14}{12}$, $\frac{15}{12}$, $\frac{16}{12}$, $\frac{18}{12}$, $\frac{20}{12}$, $\frac{21}{12}$, $\frac{22}{12}$.

e) $\frac{6}{10}$, $\frac{8}{10}$, $\frac{5}{10}$, $\frac{12}{10}$.

f) $\frac{4}{20}$, $\frac{2}{20}$, $\frac{10}{20}$, $\frac{15}{20}$, $\frac{16}{20}$, $\frac{24}{20}$, $\frac{56}{20}$.

Ve složitějších případech nemusíme krátit najednou. Můžeme **krátit postupně.** Na př. u zlomku $\frac{18}{108}$ si můžeme napřed všimnout, že čitatel a jmenovatel mají společného dělitele 2. Tedy krátíme dvěma a dostaneme nový tvar $\frac{9}{54}$, u kterého si všimneme, že čitatel je dělitelem jmenovatele, takže dalším krácením vyjde $\frac{1}{6}$, což je už základní tvar. Píšeme

$$\frac{18}{108} = \frac{9}{54} = \frac{1}{6}.$$

Krátíme pokaždé takovým společným dělitelem čitatele a jmenovatele, kterého zpozorujeme. Čím větším dělitelem dovedeme najednou zkrátit, tím lépe.

U zlomku $\frac{108}{18}$ bychom stejným postupem jako výše dostali

$$\frac{108}{18} = \frac{54}{9} = \frac{6}{1}.$$

Ale píšeme
$$\frac{108}{18} = \frac{54}{9} = 6.$$

Neboť $\frac{6}{1}$ je totéž, co celé číslo 6. **Zlomek se jmenovatelem 1 je číslo celé (rovná se čitateli). Žádný zlomek nemá jmenovatele 0.** (Naproti tomu zlomky $\frac{0}{1}$, $\frac{0}{2}$, $\frac{0}{3}$, $\frac{0}{6}$ atd. s čitatelem 0 znamenají vesměs číslo 0.)

6. Písemně zkraťte úplně (najednou!):

a) $\frac{6}{18}$, $\frac{9}{18}$, $\frac{10}{18}$, $\frac{12}{18}$, $\frac{14}{18}$, $\frac{30}{18}$, $\frac{33}{18}$, $\frac{36}{18}$.

b) $\frac{5}{20}$, $\frac{16}{20}$, $\frac{15}{20}$, $\frac{24}{20}$, $\frac{30}{20}$, $\frac{20}{15}$, $\frac{18}{15}$, $\frac{30}{25}$.

c) $\frac{15}{30}$, $\frac{24}{30}$, $\frac{28}{30}$, $\frac{14}{30}$, $\frac{28}{36}$, $\frac{30}{36}$, $\frac{100}{36}$, $\frac{16}{80}$, $\frac{40}{80}$, $\frac{45}{80}$.

d) $\frac{15}{90}$, $\frac{15}{95}$, $\frac{15}{99}$, $\frac{18}{90}$, $\frac{18}{92}$, $\frac{18}{93}$, $\frac{18}{94}$, $\frac{18}{96}$, $\frac{18}{100}$.

7. Písemně zkraťte (postupně nebo najednou, ale úplně):

a) $\frac{28}{44}$, $\frac{96}{144}$, $\frac{108}{128}$, $\frac{48}{60}$. b) $\frac{1280}{6400}$. $\frac{350}{1250}$, $\frac{4860}{9990}$.

c) $\frac{270}{990}$, $\frac{1122}{9900}$. d) $\frac{484}{660}$, $\frac{363}{990}$, $\frac{48}{528}$.

e) $\frac{486}{378}$, $\frac{704}{576}$, $\frac{4752}{396}$. f) $\frac{144}{360}$, $\frac{252}{70}$, $\frac{3080}{3300}$.

Víte, že zlomek, který má čitatele menšího než jmenovatele, jmenuje se zlomek pravý. Víte, že hodnota pravého zlomku je menší než jedna celá.

Jak se pozná zlomek nepravý? Jak velká je hodnota nepravého zlomku?

U nepravého zlomku může čitatel býti násobkem jmenovatele. Víte, že takový zlomek, na př. $\frac{15}{5}$, se jmenuje zlomek nevlastní a víte, že hodnota nevlastního zlomku je číslo celé (na př. $\frac{15}{5} = 3$). Když čitatel nepravého zlomku není násobkem jmenovatele, jako na př. u zlomku $\frac{17}{5}$, je ten zlomek roven smíšenému číslu (na př. $\frac{17}{5} = 3\frac{2}{5}$). Smíšené číslo je součet čísla celého a pravého zlomku, ale znamení plus se u smíšených čísel obyčejně nepíše; místo $3 + \frac{2}{5}$ se píše krátce $3\frac{2}{5}$.

8. a) Převeďte na celá nebo smíšená čísla: $\frac{9}{2}$, $\frac{11}{3}$, $\frac{72}{6}$, $\frac{47}{10}$, $\frac{65}{13}$.

b) Převeďte na zlomky nepravé: $9\frac{3}{4}$, $7\frac{5}{6}$, $21\frac{2}{3}$, $13\frac{5}{6}$.

9. Převeďte na celá nebo smíšená čísla:

a) $\frac{19}{3}$, $\frac{21}{4}$, $\frac{43}{6}$, $\frac{63}{7}$, $\frac{53}{8}$, $\frac{27}{9}$, $\frac{53}{12}$, $\frac{32}{13}$, $\frac{64}{15}$, $\frac{31}{18}$.

b) $\frac{33}{20}$, $\frac{71}{30}$, $\frac{21}{3}$, $\frac{48}{4}$, $\frac{57}{5}$, $\frac{96}{8}$, $\frac{156}{12}$, $\frac{420}{30}$, $\frac{28}{9}$, $\frac{75}{25}$.

10. Převeďte na zlomky nepravé:

a) $3\frac{2}{3}$, $5\frac{3}{4}$, $7\frac{2}{5}$, $6\frac{5}{6}$, $8\frac{3}{7}$, $9\frac{7}{8}$. $12\frac{5}{9}$, $14\frac{3}{11}$.

b) $2\frac{1}{4}$, $12\frac{3}{5}$, $13\frac{5}{6}$, $4\frac{2}{7}$, $12\frac{5}{8}$, $8\frac{2}{9}$, $13\frac{2}{5}$, $7\frac{6}{13}$.

2. Sčítání a odčítání zlomků. Jako 5 jablek a 2 jablka dá dohromady 7 jablek, tak 5 devítin a 2 devítiny dá dohromady 7 devítin, t. j. $\frac{5}{9} + \frac{2}{9} = \frac{7}{9}$. Nemají-li zlomky, které máme sečíst, stejného jmenovatele, pomůžeme si tím, že je napřed uvedeme na společného jmenovatele.

Uváděti zlomky na společného jmenovatele jste se učili už v I. třídě a teď máte příležitost se v tom důkladně cvičit. Víte, že za společného jmenovatele můžete volit kterýkoli společný násobek daných jmenovatelů. Víte také, že je nejlépe volit nejmenší společný násobek daných jmenovatelů.

Příklad 1.

$$\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{30}=\left(\frac{6}{30}+\frac{5}{30}+\frac{1}{30}=\right)\frac{6+5+1}{30}=\frac{12}{30}=\frac{2}{5}.$$

Co je tištěno v závorce, to obyčejně nepíšeme. **Po provedení sčítání vždycky krátíme** (je-li to možno).

11. Sečtěte zpaměti

a) $\frac{2}{7}+\frac{3}{7}$. b) $\frac{2}{9}+\frac{5}{9}$. c) $\frac{4}{11}+\frac{5}{11}$. d) $\frac{1}{8}+\frac{1}{8}$.
e) $\frac{1}{8}+\frac{3}{8}$. f) $\frac{2}{15}+\frac{8}{15}$. g) $\frac{9}{16}+\frac{3}{16}$. h) $\frac{7}{20}+\frac{1}{20}$.
i) $\frac{10}{21}+\frac{4}{21}$. j) $\frac{1}{24}+\frac{1}{21}$. k) $\frac{7}{27}+\frac{11}{27}$. l) $\frac{1}{12}+\frac{5}{12}$.

12. Sečtěte písemně

a) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$. b) $\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$. c) $\frac{1}{5}+\frac{3}{10}$. d) $\frac{13}{18}+\frac{1}{9}$.
e) $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$. f) $\frac{2}{5}+\frac{1}{7}$. g) $\frac{2}{11}+\frac{3}{5}$. h) $\frac{4}{9}+\frac{1}{18}$.

13. Sečtěte písemně

a) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}$. b) $\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{2}{9}$. c) $\frac{1}{4}+\frac{3}{8}+\frac{1}{12}$.
d) $\frac{2}{5}+\frac{3}{10}+\frac{4}{15}$. e) $\frac{5}{12}+\frac{1}{4}+\frac{3}{10}$. f) $\frac{2}{9}+\frac{1}{5}+\frac{3}{10}$.
g) $\frac{1}{4}+\frac{11}{48}+\frac{3}{16}$. h) $\frac{2}{9}+\frac{1}{36}+\frac{3}{8}$. i) $\frac{11}{32}+\frac{1}{6}+\frac{11}{96}$.
j) $\frac{3}{10}+\frac{1}{12}+\frac{9}{20}$. k) $\frac{5}{12}+\frac{7}{18}+\frac{7}{36}$. l) $\frac{2}{21}+\frac{1}{14}+\frac{5}{42}$.

Příklad 2.

$$\frac{3}{5}+\frac{5}{6}+\frac{9}{10}=\frac{18+25+27}{30}=\frac{70}{30}=\frac{7}{3}=2\frac{1}{3}.$$

Je-li součet zlomek nepravý, převeďte jej na číslo smíšené.

Příklad 3.

$$\frac{8}{7}+\frac{7}{12}+2\frac{5}{14}+\frac{15}{4}=1\frac{1}{7}+\frac{7}{12}+2\frac{5}{14}+3\frac{3}{4}=$$
$$=6+\frac{12+49+30+63}{84}=6\frac{154}{84}=7\frac{70}{84}=7\frac{5}{6}.$$

Popis. Nejprve převedeme každý nepravý zlomek na číslo smíšené. Potom sečteme celky a všecky pravé zlomky uvedeme na společného jmenovatele.

14. Sečtěte zpaměti

a) $\frac{3}{4}+\frac{3}{4}$. b) $2\frac{1}{2}+1\frac{1}{4}$. c) $\frac{3}{7}+\frac{4}{7}$. d) $\frac{7}{10}+\frac{3}{10}$.
e) $\frac{7}{8}+\frac{5}{8}$. f) $1\frac{5}{12}+\frac{11}{12}$. g) $\frac{1}{4}+2\frac{1}{12}$. h) $1\frac{2}{3}+1\frac{5}{6}$.
i) $\frac{3}{4}+3\frac{1}{4}$. j) $1\frac{7}{18}+1\frac{11}{18}$. k) $\frac{13}{24}+\frac{27}{24}$. l) $2\frac{2}{9}+1\frac{11}{18}$.

15. Sečtěte písemně

a) $\frac{3}{4} + \frac{5}{8} + \frac{1}{2}$. b) $\frac{2}{3} + \frac{5}{6} + \frac{3}{4}$. c) $1\frac{1}{2} + 2\frac{5}{8} + \frac{3}{20}$.
d) $\frac{3}{7} + 3\frac{1}{2} + \frac{5}{14}$. e) $\frac{5}{4} + \frac{5}{6} + \frac{4}{9}$. f) $\frac{5}{8} + \frac{21}{10} + \frac{13}{20}$.
g) $1\frac{3}{4} + \frac{4}{5} + 2\frac{7}{10}$. h) $2\frac{1}{8} + 3\frac{5}{12} + 1\frac{2}{9}$. i) $\frac{11}{6} + \frac{16}{15} + \frac{47}{20}$.
j) $5\frac{4}{9} + \frac{8}{15} + 1\frac{11}{20}$. k) $\frac{19}{21} + 1\frac{3}{28} + 2\frac{5}{6}$. l) $\frac{19}{15} + \frac{28}{25} + \frac{7}{30}$.
m) $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{19}{20}$. n) $\frac{2}{3} + \frac{1}{6} + \frac{5}{9} + \frac{11}{12} + \frac{17}{18}$.

Odčítání zlomků se provádí podobně jako sčítání.

Příklad 4.

$$3\frac{7}{10} - 1\frac{8}{15} = \left(2 + \frac{7}{10} - \frac{8}{15} =\right) 2 + \frac{21 - 16}{30} = 2\frac{5}{30} = 2\frac{1}{6}$$

Co je tištěno v závorce, to obyčejně nepíšeme.

Popis. Odečteme celky od celků a uvedeme zlomky na společného jmenovatele.

Příklad 5.

$$8\frac{1}{3} - 2\frac{3}{4} = 6 + \frac{4 - 9}{12} = 5 + \frac{16 - 9}{12} = 5\frac{7}{12}.$$

Popis. Od 4 odečísti 9 je nemožné. Proto od 6 celých ubereme 1 celou a tu uvedeme na tvar $\frac{12}{12}$.

Příklad 6.

$$\frac{77}{12} - \frac{32}{21} = 6\frac{5}{12} - 1\frac{11}{21} = 5 + \frac{35 - 44}{84} = 4 + \frac{119 - 44}{84} = 4\frac{75}{84} = 4\frac{25}{28}.$$

Popis. Nepravé zlomky převedeme na smíšená čísla. Odečteme celky a zlomky uvedeme na společného jmenovatele. 1 celou převedeme na tvar $\frac{84}{84}$.

16. Odečtěte zpaměti

a) $\frac{5}{6} - \frac{1}{6}$. b) $\frac{7}{8} - \frac{3}{8}$. c) $\frac{8}{9} - \frac{5}{9}$. d) $\frac{7}{12} - \frac{1}{12}$.
e) $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$. f) $\frac{5}{6} - \frac{1}{3}$. g) $\frac{7}{8} - \frac{3}{4}$. h) $\frac{7}{10} - \frac{1}{5}$.
i) $\frac{9}{14} - \frac{1}{7}$. j) $\frac{11}{5} - \frac{2}{5}$.

17. Odečtěte zpaměti

a) $1 - \frac{1}{2}$. b) $1 - \frac{1}{3}$. c) $1 - \frac{3}{4}$. d) $1 - \frac{2}{7}$.
e) $2 - \frac{1}{4}$. f) $2 - \frac{5}{8}$. g) $3 - \frac{4}{7}$. h) $4 - \frac{3}{10}$.

18. Odečtěte zpaměti

a) $3 - 1\frac{4}{7}$. b) $6 - 4\frac{7}{20}$. c) $2\frac{3}{4} - \frac{1}{4}$. d) $4\frac{7}{8} - 1\frac{1}{4}$.
e) $5\frac{7}{10} - 1\frac{2}{5}$. f) $4\frac{9}{10} - 4\frac{2}{5}$. g) $1\frac{1}{4} - \frac{3}{4}$. h) $1\frac{1}{6} - \frac{5}{6}$.
i) $2\frac{3}{8} - \frac{5}{8}$. j) $3\frac{1}{5} - \frac{3}{5}$. k) $3\frac{1}{3} - 1\frac{5}{6}$. l) $5\frac{1}{8} - 2\frac{1}{2}$.
m) $4\frac{3}{10} - 1\frac{4}{5}$. n) $5\frac{5}{12} - 3\frac{3}{4}$.

19. Odečtěte písemně

a) $\frac{1}{3} - \frac{1}{4}$. b) $\frac{1}{4} - \frac{1}{6}$. c) $\frac{2}{3} - \frac{1}{4}$. d) $\frac{4}{5} - \frac{2}{3}$.
e) $\frac{2}{3} - \frac{1}{2}$. f) $\frac{7}{8} - \frac{3}{10}$. g) $\frac{5}{8} - \frac{1}{12}$. h) $\frac{7}{12} - \frac{9}{16}$.
i) $\frac{2}{15} - \frac{1}{30}$. j) $\frac{5}{12} - \frac{1}{21}$. k) $\frac{11}{12} - \frac{4}{15}$. l) $\frac{7}{10} - \frac{12}{35}$.

20. Odečtěte písemně

a) $2\frac{4}{7} - \frac{5}{7}$. b) $3\frac{2}{11} - \frac{8}{11}$. c) $4\frac{3}{10} - \frac{7}{10}$. d) $6\frac{3}{14} - 2\frac{11}{14}$.
e) $4\frac{1}{6} - 1\frac{2}{3}$. f) $3\frac{1}{6} - 1\frac{4}{9}$. g) $6\frac{7}{12} - 3\frac{5}{8}$. h) $5\frac{3}{16} - 1\frac{7}{12}$.
i) $5\frac{3}{10} - 4\frac{7}{15}$. j) $8\frac{2}{3} - 5\frac{4}{5}$. k) $\frac{51}{14} - \frac{38}{21}$. l) $\frac{97}{30} - \frac{17}{12}$.
m) $\frac{99}{16} - \frac{107}{24}$. n) $\frac{187}{45} - \frac{34}{25}$. o) $3\frac{1}{42} - \frac{23}{21}$. p) $\frac{335}{81} - \frac{25}{18}$.

21. Proveďte postupně:

a) $\frac{3}{4} + \frac{2}{3} - \frac{1}{5}$. b) $2\frac{1}{3} + 3\frac{1}{2} - 1\frac{2}{5}$.
c) $\frac{4}{5} + 1\frac{1}{2} - \frac{2}{3}$. d) $\frac{3}{5} + 2\frac{1}{6} - \frac{1}{15} - 1\frac{1}{12}$.
e) $11\frac{2}{3} - 3\frac{2}{5} + 1\frac{3}{4} - 2\frac{5}{6}$. f) $2\frac{1}{4} + 3\frac{1}{5} - 2\frac{1}{6} + 1\frac{1}{2}$.
g) $4\frac{1}{5} + 2\frac{2}{3} - 1\frac{5}{6} + 3\frac{1}{4} - 1\frac{3}{8}$. h) $3\frac{2}{7} - 1\frac{3}{4} + 3\frac{5}{8} - 2\frac{1}{2} + 4\frac{1}{6}$.

22. Oč je větší

a) součet $3\frac{2}{5} + 4\frac{5}{6}$ než $3\frac{2}{3}$;
b) rozdíl $7\frac{2}{4} - 1\frac{3}{3}$ než $3\frac{5}{12}$.

23. Oč je menší

a) součet $2\frac{1}{6} + 3\frac{3}{4}$ než $7\frac{8}{15}$;
b) rozdíl $3\frac{5}{8} - 2\frac{3}{5}$ než $2\frac{1}{6}$.

3. Slovní úlohy.

Příklad 1. Ušel jsem $\frac{5}{9}$ své cesty. Jaký zlomek cesty mi ještě zbývá ujíti?

Ušel jsem $\frac{5}{9}$ cesty, zbývá $(1 - \frac{5}{9})$ cesty, t. j. $\frac{4}{9}$ cesty.

Příklad 2. Přečetl jsem $\frac{2}{9}$ knihy v pátek, $\frac{1}{3}$ knihy v sobotu a na neděli mi zbylo ke čtení 160 stran. Kolik stran má ta kniha?

V pátek a v sobotu jsem přečetl $(\frac{2}{9} + \frac{1}{3})$ knihy, t. j. $\frac{5}{9}$ knihy. Na neděli zbývá $(1 - \frac{5}{9})$ knihy, t. j. $\frac{4}{9}$ knihy. Tedy:

4 devítiny knihy mají 160 stran.

1 devítina knihy má 160 : 4 stran, t. j. 40 stran.

Celá kniha má 40 × 9 stran, t. j. 360 stran.

24. Snědli jsme $\frac{7}{12}$ dortu. Jaký zlomek dortu nám zbyl?

25. Koupil jsem 18 pomerančů, ale $\frac{2}{9}$ z nich bylo zkažených. Kolik pomerančů bylo dobrých?

26. Jeden balík váží $2\frac{1}{2}$ kg, druhý $1\frac{1}{4}$ kg, třetí $\frac{3}{8}$ kg. Co váží všecky tři balíky dohromady?

27. Kousek flanelu dlouhý $8\frac{3}{10}$ cm se po praní srazil na délku $7\frac{1}{2}$ cm. Oč je nyní kratší?

28. Dvoulitrová nádoba je plná vody. Kolik vody musíme vylíti, aby zbylo $\frac{5}{6}$ l vody v nádobě?

29. Spotřebujeme 20 q paliva (uhlí a koksu) ročně. $\frac{3}{10}$ z toho připadá na koks. Kolik uhlí spotřebujeme?

30. Když jsme ušli 6 km, vykonali jsme $\frac{2}{7}$ své cesty. Kolik km máme ještě ujíti?

31. Spotřebovali jsme $\frac{3}{8}$ koupeného uhlí a 15 q nám zůstalo. Kolik q uhlí jsme koupili?

32. Obdélník má obvod 15 cm. Jeho délka je $4\frac{3}{4}$ cm. Určete jeho šířku.

33. Přičtěte $\frac{2}{3}$ k rozdílu čísel $3\frac{1}{2}$ a $1\frac{1}{6}$.

34. Odečtěte $1\frac{3}{4}$ od součtu čísel $2\frac{1}{6}$ a $3\frac{5}{8}$.

35. $\frac{2}{5}$ diváků v kině jsou muži. Žen je 165. Kolik mužů je v kině?

36. Chlapec utratil $\frac{4}{9}$ svých peněz a zbylo mu 15 Kčs. Kolik měl původně?

37. Čtyři rodiny si objednaly společně 60 q uhlí. Na první rodinu z toho připadlo $\frac{1}{3}$, na druhou a na třetí po $\frac{4}{15}$. Kolik q uhlí připadlo na čtvrtou rodinu?

38. Čtyři obce platily úpravu silnice. První obec zaplatila $\frac{1}{3}$ nákladu, druhá a třetí po $\frac{1}{4}$ nákladu. Čtvrtá obec zaplatila 80000 Kčs. Kolik stála úprava silnice?

39. Nádoba byla do třetiny naplněna vodou. Když se odlilo 7 l vody, zůstala naplněna právě do čtvrtiny. Kolik l vody se vejde do plné nádoby?

40. Závodník uběhl prvních 100 m za $12\frac{1}{5}$ vteřiny, dalších 100 m za 14 vt. a posledních 100 m za $13\frac{1}{5}$ vt. Za jak dlouho proběhl celých 300 m?

41. Kůl vězí čtvrtinou své délky v zemi, $\frac{2}{5}$ kolu je ve vodě a nad vodu vyčnívá 14 dm. Jak dlouhý je celý kůl?

4. Násobení zlomků. Než přistoupíme k vlastnímu úkolu tohoto odstavce, bude účelné provésti malou úvahu. Všimněme si určitého zlomku, třeba $\frac{3}{4}$. Tento zlomek znamená zajisté tři čtvrtiny jednoho celku, ale můžeme týž zlomek chápati také poněkud jinak, totiž jako jednu čtvrtinu ze tří celků. Neboť čtvrtina z jednoho celku je zřejmě $\frac{1}{4}$; a protože tři celky jsou třikrát víc než jeden celek, je čtvrtina ze tří celků zase třikrát víc než čtvrtina z jednoho celku, tedy třikrát víc než $\frac{1}{4}$, a to je zřejmě $\frac{3}{4}$. Podobně na př. $\frac{7}{5}$ je pětina ze sedmi celků, $\frac{6}{13}$ je třináctina ze 6 celků atd.

Rozdělíme-li dort na 4 stejné díly, je každý díl $\frac{1}{4}$ dortu; rozdělíme-li dort na třikrát větší počet stejných dílů, tedy na $4 . 3$ neboli na 12 stejných dílů, je každý díl $\frac{1}{12}$ dortu. Ale protože nových dílů je třikrát tolik jako starých, je každý nový díl třikrát menší než díl starý, tedy nový díl je třetina starého, t. j. $\frac{1}{12}$ neboli $\frac{1}{4 . 3}$ je třetina z $\frac{1}{4}$. Podobně $\frac{1}{60} = \frac{1}{10 . 6}$ je šestina z $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{40} = \frac{1}{8 . 5}$ je pětina z $\frac{1}{8}$ atd.

Protože třetina z $\frac{1}{4}$ je $\frac{1}{4 \cdot 3}$ neboli $\frac{1}{12}$ a protože $\frac{5}{4}$ je pětkrát víc než $\frac{1}{4}$, bude třetina z $\frac{5}{4}$ pětkrát víc než třetina z $\frac{1}{4}$ neboli pětkrát víc než $\frac{1}{12}$, tedy třetina z $\frac{5}{4}$ je $\frac{5}{12} = \frac{5}{4 \cdot 3}$. Podobně šestina ze $\frac{7}{10}$ je $\frac{7}{10 \cdot 6}$ neboli $\frac{7}{60}$, pětina z $\frac{9}{8}$ je $\frac{9}{8 \cdot 5}$ neboli $\frac{9}{40}$ atd.

Výsledek: **Znásobíme-li jmenovatele zlomku nějakým číslem** (ponechávajíce čitatele beze změny), **zmenší se hodnota zlomku tolikrát, kolik udává číslo, kterým jsme jmenovatele násobili.** Podle tohoto pravidla je

$$\frac{1}{3} \text{ z } \frac{5}{4} = \frac{5}{4 \cdot 3} = \frac{5}{12};$$
$$\frac{1}{6} \text{ ze } \frac{7}{10} = \frac{7}{10 \cdot 6} = \frac{7}{60};$$
$$\frac{1}{5} \text{ z } \frac{9}{8} = \frac{9}{8 \cdot 5} = \frac{9}{40},$$

ale také na př.

$$\frac{1}{5} \text{ ze } \frac{7}{1} = \frac{7}{1 \cdot 5} \text{ neboli } \frac{1}{5} \text{ ze } 7 = \frac{7}{5};$$
$$\frac{1}{13} \text{ ze } \frac{6}{1} = \frac{6}{1 \cdot 13} \text{ neboli } \frac{1}{13} \text{ ze } 6 = \frac{6}{13}.$$

Po této přípravě přistoupíme k násobení zlomků. Užijeme téhož pravidla, které nám poskytlo klíč pro násobení desetinných čísel: **Kolikrát se zmenší jeden činitel, tolikrát se zmenší součin.**

Abychom seznali, co jest rozuměti na př. součinem $\frac{4}{3} \times \frac{2}{5}$, stačí užíti dvakrát za sebou tohoto pravidla. Vyjdeme od známého součinu

$$4 \times 2 = 8. \qquad (*)$$

Činitele 4 necháme beze změny, ale místo činitele 2 vezmeme činitele pětkrát menšího, tedy pětinu ze dvou neboli $\frac{2}{5}$; protože jsme jednoho činitele v součinu (*) pětkrát zmenšili, zmenší se pětkrát také součin, tedy nový součin bude $\frac{1}{5}$ z 8 neboli $\frac{8}{5}$. Tedy

$$4 \times \frac{2}{5} = \frac{8}{5} \text{ (t. j. } \frac{4 \cdot 2}{5}).$$

V tomto součinu necháme činitele $\frac{2}{5}$ beze změny, kdežto místo činitele 4 vezmeme činitele třikrát menšího, tedy činitele $\frac{4}{3}$; hodnota nového součinu bude třikrát menší než $\frac{8}{5}$, tedy to bude $\frac{1}{3}$ z $\frac{8}{5}$ neboli $\frac{8}{5 \cdot 3} = \frac{8}{15}$. Tedy

$$\frac{4}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{8}{15} \left(\text{t. j. } \frac{4 \cdot 2}{3 \cdot 5}\right).$$

Podobně je na př.

$$\frac{5}{6} \times \frac{7}{9} = \frac{5 \cdot 7}{6 \cdot 9} = \frac{35}{54},$$

neboť náš součin vznikne ze součinu $5 \times 7 = 35$ tím, že nejprve zmenšíme jednoho činitele šestkrát a potom zmenšíme druhého činitele devětkrát, takže nový součin je

$$\tfrac{1}{6} \text{ z } (\tfrac{1}{9} \text{ ze } 35) = \tfrac{1}{6} \text{ ze } \tfrac{35}{9} = \tfrac{35}{54}.$$

Výsledek: součin dvou zlomků je zlomek, jehož čitatel je součin daných čitatelů a jehož jmenovatel je součin daných jmenovatelů.

Tohoto pravidla můžeme užívati i tehdy, když některý činitel je číslo celé. Je na př.

$$\frac{4}{5} \times 3 = \frac{4}{5} \times \frac{3}{1} = \frac{4 \,.\, 3}{5 \,.\, 1},$$

ale obyčejně píšeme kratčeji

$$\frac{4}{5} \times 3 = \frac{4 \,.\, 3}{5} = \frac{12}{5}.$$

Příklad 1.

$$\frac{2}{3} \times \frac{6}{7} = \frac{2 \,.\, 6}{3 \,.\, 7} = \frac{2 \,.\, 2}{7} = \frac{4}{7}.$$

Součin dvou zlomků dříve krátíme, než provedeme násobení v čitateli a ve jmenovateli.

Příklad 2.

$$1\frac{2}{3} \times \frac{3}{7} = \frac{5}{3} \times \frac{3}{7} = \frac{5 \,.\, 3}{3 \,.\, 7} = \frac{5}{7}.$$

Před násobením převedeme smíšená čísla na nepravé zlomky.

Příklad 3.

$$1\frac{5}{7} \times 1\frac{1}{3} = \frac{12}{7} \times \frac{4}{3} = \frac{12 \,.\, 4}{7 \,.\, 3} = \frac{4 \,.\, 4}{7} = \frac{16}{7} = 2\frac{2}{7}.$$

Je-li součin nepravý zlomek, převedeme jej na číslo smíšené.

Příklad 4.

$$1\frac{1}{5} \times 2\frac{1}{3} \times \frac{5}{14} = \frac{6}{5} \times \frac{7}{3} \times \frac{5}{14} = \frac{6 \,.\, 7 \,.\, 5}{5 \,.\, 3 \,.\, 14} = \frac{6 \,.\, 7}{3 \,.\, 14} = \frac{6}{3 \,.\, 2} = \frac{6}{6} = 1.$$

Krátíme-li postupně, vyhneme se chybám.

Důležitá poznámka. Předložka z mezi dvěma zlomky znamená krát. Na př.

$$\frac{4}{3} \text{ ze } \frac{2}{5} = \frac{4}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{4 \,.\, 2}{3 \,.\, 5} = \frac{8}{15}.$$

Neboť víme, že $\frac{1}{3}$ ze $\frac{2}{5}$ je $\frac{2}{5 \,.\, 3} = \frac{2}{15}$, takže $\frac{4}{3}$ ze $\frac{2}{5}$ je čtyřikrát více než 2 patnáctiny, ale to je zřejmě 8 patnáctin.

42. Počítejte zpaměti

a) $\frac{3}{4} \times 2$. b) $\frac{3}{4} \times 3$. c) $\frac{3}{4} \times 4$. d) $\frac{2}{3} \times 4$.
e) $\frac{1}{2}$ ze 7. f) $\frac{1}{4}$ z 5. g) $\frac{1}{9}$ z 15. h) $\frac{1}{6}$ z 15.
i) $\frac{2}{3} \times \frac{1}{7}$. j) $\frac{7}{4} \times \frac{1}{5}$. k) $2\frac{1}{3} \times \frac{1}{10}$. l) $2\frac{1}{4} \times \frac{1}{6}$.

43. Počítejte písemně

a) $\frac{3}{7} \times \frac{2}{5}$. b) $\frac{2}{5} \times \frac{3}{4}$. c) $\frac{4}{9} \times \frac{3}{5}$. d) $\frac{4}{7} \times \frac{5}{8}$.
e) $\frac{5}{8}$ z 8. f) $\frac{5}{6}$ ze $\frac{2}{7}$. g) $\frac{5}{6}$ ze $\frac{3}{7}$. h) $\frac{4}{5}$ ze $\frac{7}{8}$.
i) $\frac{4}{9} \times \frac{7}{20}$. j) $\frac{3}{7} \times \frac{2}{3}$. k) $\frac{3}{4} \times \frac{6}{7}$. l) $\frac{5}{12} \times \frac{8}{9}$.
m) $\frac{13}{15} \times \frac{25}{26}$. n) $\frac{5}{12} \times \frac{20}{21}$. o) $\frac{10}{27}$ z $\frac{9}{35}$. p) $\frac{3}{10}$ z $\frac{5}{12}$.

44. Počítejte písemně

a) $2\frac{1}{4} \times 5\frac{1}{3}$. b) $2\frac{4}{7} \times 4\frac{2}{3}$. c) $2\frac{5}{8} \times 2\frac{2}{7}$. d) $3\frac{8}{9} \times 3\frac{6}{7}$.
e) $\frac{8}{15}$ z $1\frac{5}{12}$. f) $1\frac{1}{3} \times 7\frac{3}{4}$. g) $6\frac{2}{3} \times 1\frac{2}{5}$. h) $3\frac{1}{3} \times \frac{12}{25}$.
i) $\frac{2}{45}$ ze $3\frac{3}{4}$. j) $1\frac{1}{14} \times 3\frac{14}{15}$. k) $3\frac{1}{9} \times 1\frac{1}{7}$. l) $3\frac{2}{3} \times 1\frac{1}{11}$.
m) $12\frac{1}{4} \times 8\frac{2}{9}$. n) $2\frac{2}{3} \times 1\frac{3}{8}$. o) $4\frac{1}{16} \times 2\frac{6}{13}$. p) $7\frac{3}{4} \times 1\frac{1}{3}$.

45. Počítejte písemně

a) $\frac{7}{12} \times 26$. b) $\frac{4}{9} \times 12$. c) $\frac{5}{8} \times 14$. d) $\frac{9}{13} \times 26$.
e) $2\frac{1}{6} \times 9$. b) $3\frac{3}{8} \times 20$. g) $2\frac{2}{9} \times 15$. h) $3\frac{5}{12} \times 30$.
i) $4\frac{\text{[illegible]}}{5} \times 6$. k) $6\frac{2}{5} \times 18$. l) $4\frac{5}{12} \times 8$. m) $3\frac{2}{9} \times 6$.
n) $3\frac{5}{12} \times 8 \times 3$. o) $2\frac{5}{18} \times 24 \times 3$. p) $2\frac{5}{14} \times 21 \times 1\frac{2}{3}$.

46. Počítejte písemně

a) $\frac{1}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$. b) $\frac{2}{5} \times \frac{4}{9} \times \frac{15}{16}$. c) $\frac{6}{5} \times \frac{10}{27} \times \frac{9}{4}$.
d) $\frac{3}{5} \times \frac{10}{11} \times \frac{22}{25}$. e) $\frac{6}{7} \times \frac{21}{32} \times \frac{11}{12} \times \frac{3}{7}$. f) $\frac{3}{7} \times \frac{5}{9} \times \frac{21}{5}$.
g) $\frac{4}{15} \times \frac{7}{12} \times \frac{25}{21}$. h) $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{9} \times \frac{6}{7}$. i) $\frac{3}{5} \times \frac{4}{5} \times \frac{15}{16} \times \frac{5}{6} \times \frac{3}{2}$.

47. Počítejte písemně

a) $2\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{4} \times \frac{8}{75}$. b) $1\frac{1}{3} \times 1\frac{2}{7} \times 1\frac{1}{4}$.
c) $3\frac{1}{16} \times \frac{14}{25} \times 2\frac{1}{7}$. d) $2\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{2} \times 1\frac{3}{5}$.
e) $\frac{2}{5} \times 1\frac{1}{4} \times 1\frac{1}{4}$. f) $4\frac{1}{8} \times \frac{14}{17} \times 1\frac{13}{21}$.
g) $6\frac{1}{9} \times \frac{8}{13} \times 1\frac{17}{22}$. h) $2\frac{3}{4} \times 1\frac{3}{5} \times 2\frac{1}{6} \times \frac{3}{13}$.
i) $2\frac{2}{5} \times 2\frac{2}{3} \times \frac{5}{8} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$.

5. Slovní úlohy.

48. Stojí-li 1 kg masa 54 Kčs, co stojí

a) $\frac{3}{4}$ kg? b) $1\frac{1}{4}$ kg? c) $1\frac{3}{4}$ kg? d) $2\frac{1}{2}$ kg? e) $3\frac{1}{2}$ kg?

49. Váží-li 1 hl pšenice 80 kg, co váží

a) $\frac{3}{4}$ hl? b) $\frac{1}{8}$ hl? c) $4\frac{1}{2}$ hl? d) $5\frac{3}{8}$ hl?
e) $\frac{2}{5}$ hl?

50. Ujede-li rychlík za minutu 960 m, kolik ujede za

a) $\frac{3}{5}$ min.? b) $\frac{1}{6}$ min.? c) $3\frac{1}{2}$ min.? d) $2\frac{1}{4}$ min.?
e) $5\frac{1}{10}$ min.?

51. Krychlový centimetr korku váží $\frac{1}{4}$ g. Co váží

a) $\frac{1}{2}$ cm³? b) $\frac{2}{5}$ cm³? c) $5\frac{1}{4}$ cm³? d) $6\frac{2}{3}$ cm³?
e) $40\frac{2}{5}$ cm³?

52. (Jest 1 minuta $= \frac{1}{60}$ hodiny.) Poutník ujde za hodinu $4\frac{3}{4}$ km. Kolik ujde za

a) 10 minut? b) 20 minut? c) 45 minut? d) 16 minut?
e) 25 minut?

53. Najděte obsah obdélníka s rozměry

a) $\frac{2}{3}$ cm a $1\frac{1}{4}$ cm. b) $2\frac{1}{4}$ cm a $\frac{2}{3}$ cm. c) $2\frac{2}{5}$ cm a $1\frac{1}{4}$ cm.
d) $4\frac{9}{10}$ cm a $1\frac{3}{7}$ cm.

54. Najděte objem kvádru s rozměry

a) $5\frac{1}{2}$ dm, $2\frac{1}{4}$ dm, $3\frac{1}{3}$ dm. b) $1\frac{7}{10}$ dm, $3\frac{3}{4}$ dm, $4\frac{2}{5}$ dm.
c) $6\frac{1}{4}$ cm, $13\frac{1}{2}$ cm, $28\frac{1}{3}$ cm.

55. Najděte povrch kvádrů ze cvič. **54.**

56. 1 cm³ železa váží $7\frac{1}{2}$ g. Co váží železný kvádr s rozměry

a) $1\frac{1}{2}$ cm, $2\frac{2}{3}$ cm, $3\frac{1}{2}$ cm? b) $6\frac{2}{3}$ dm, $3\frac{1}{3}$ dm, $7\frac{1}{2}$ dm?

6. Převrácená hodnota zlomku. Čitatel zlomku $\frac{3}{7}$ je jmenovatelem zlomku $\frac{7}{3}$. Jmenovatel zlomku $\frac{3}{7}$ je čitatelem zlomku $\frac{7}{3}$. O takových zlomcích řekneme, že jeden z nich je **převrácenou hodnotou** druhého.

Protože $3 = \frac{3}{1}$, je $\frac{1}{3}$ převrácená hodnota čísla 3 a 3 je převrácená hodnota čísla $\frac{1}{3}$.

Převrácená hodnota celého čísla je pravý zlomek s čitatelem 1. Převrácená hodnota pravého zlomku s čitatelem 1 je číslo celé. Převrácená hodnota pravého zlomku je zlomek nepravý. Převrácená hodnota nepravého zlomku je zlomek pravý. Převrácená hodnota čísla 1 je zase číslo 1. K číslu 0 nemáme žádnou převrácenou hodnotu.

Jest $\frac{3}{7} \times \frac{7}{3} = \frac{3 \times 7}{7 \times 3} = 1$. Součin zlomku a jeho převrácené hodnoty je vždy roven jedničce.

Když hledáme převrácenou hodnotu smíšeného čísla, převedeme si je napřed na tvar nepravého zlomku.

57. Najděte zpaměti převrácenou hodnotu čísla

a) 7. b) $\frac{4}{3}$. c) $\frac{2}{5}$. d) $\frac{1}{6}$. e) $1\frac{1}{2}$. f) $3\frac{1}{3}$.

58. Najděte písemně převrácenou hodnotu čísla

a) $12\frac{5}{7}$. b) $32\frac{3}{4}$. c) $18\frac{5}{13}$. d) $21\frac{1}{19}$. e) $37\frac{1}{37}$.

59. Ve tvaru smíšeného čísla napište převrácenou hodnotu zlomku

a) $\frac{37}{100}$. b) $\frac{42}{335}$. c) $\frac{27}{121}$. d) $\frac{14}{325}$. e) $\frac{16}{875}$.

7. Dělení zlomků. Provésti dělení $\frac{3}{7} : \frac{2}{5}$ znamená najíti číslo, které znásobeno číslem $\frac{2}{5}$ dá součin $\frac{3}{7}$. Takové číslo je

$$\frac{3}{7} \times \frac{5}{2} = \frac{3 \times 5}{7 \times 2} = \frac{15}{14},$$

neboť
$$\frac{3}{7} \times \frac{5}{2} \times \frac{2}{5} = \frac{3 \times 5 \times 2}{7 \times 2 \times 5} = \frac{3}{7}.$$

Zlomkem dělíme tak, že násobíme jeho převrácenou hodnotou.

Příklad 1.

$$3\tfrac{1}{3} : 5 = \frac{10}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{10}{3 \times 5} = \frac{2}{3}.$$

Příklad 2.

$$1\tfrac{5}{6} : \frac{1}{4} = \frac{11}{6} \times 4 = \frac{11 \times 4}{6} = \frac{11 \times 2}{3} = \frac{22}{3} = 7\tfrac{1}{3}.$$

Příklad 3.

$$\frac{12}{35} : \frac{3}{14} = \frac{12}{35} \times \frac{14}{3} = \frac{12 \times 14}{35 \times 3} = \frac{4 \times 14}{35} = \frac{4 \times 2}{5} = \frac{8}{5} = 1\tfrac{3}{5}.$$

60. (Zpaměti.)

a) $\frac{1}{2}$ dělte: třemi, čtyřmi, pěti.
b) $\frac{1}{3}$ dělte: dvěma, třemi, šesti.
c) $\frac{3}{4}$ dělte: třemi, čtyřmi, pěti.
d) $\frac{4}{9}$ dělte: dvěma, třemi, dvanácti.
e) $\frac{12}{25}$ dělte: čtyřmi, pěti, osmi.
f) $1\frac{1}{2}$ dělte: třemi, čtyřmi, šesti.
g) $2\frac{1}{4}$ dělte: třemi, šesti, devíti.

61. (Zpaměti.)

a) $3 : \frac{1}{2}$. b) $2 : \frac{1}{3}$. c) $5 : \frac{1}{4}$. d) $7 : \frac{1}{6}$.
e) $1 : \frac{1}{3}$. f) $1 : \frac{1}{10}$. g) $1 : \frac{2}{3}$. h) $1 : 1\frac{1}{2}$.
i) $\frac{1}{3} : \frac{1}{2}$. j) $\frac{1}{3} : \frac{1}{6}$. k) $\frac{1}{12} : \frac{1}{9}$. l) $\frac{1}{2} : \frac{1}{2}$.
m) $\frac{2}{3} : \frac{2}{5}$. n) $\frac{3}{4} : \frac{4}{5}$. o) $\frac{2}{9} : \frac{4}{3}$.

62. (Písemně.)

a) $1\frac{1}{3} : \frac{2}{5}$. b) $\frac{2}{3} : 1\frac{1}{6}$. c) $1\frac{1}{9} : 2\frac{1}{12}$. d) $\frac{5}{16} : 2\frac{1}{12}$.
e) $1 : 2\frac{3}{4}$. f) $3\frac{3}{14} : 1\frac{4}{21}$. g) $1\frac{11}{25} : 7\frac{4}{5}$. h) $1\frac{11}{45} : 10\frac{1}{9}$.
i) $2\frac{1}{3} : 1\frac{3}{4}$. j) $1\frac{5}{7} : 1\frac{1}{7}$. k) $3\frac{1}{7} : 11$. l) $1\frac{1}{5} : \frac{2}{3}$.
m) $\frac{4}{7} : \frac{7}{4}$. n) $2\frac{7}{10} : 7\frac{1}{5}$. o) $100 : 3\frac{1}{3}$. p) $9 : \frac{5}{9}$.

63. (Písemně.)

a) $12 : 2\frac{2}{7}$. b) $\frac{10}{41} : 35$. c) $\frac{16}{13} : 24$.
d) $2\frac{5}{22} : 56$. e) $64 : 2\frac{2}{5}$. f) $10 : 5\frac{1}{3}$.
g) $24 : 1\frac{1}{11}$. h) $42 : 4\frac{2}{5}$. i) $3\frac{2}{3} : 2\frac{1}{5}$.
j) $3\frac{3}{4} : 3\frac{1}{8}$. k) $4\frac{2}{7} : 2\frac{2}{3}$. l) $2\frac{1}{14} : 3\frac{1}{7}$.
m) $4\frac{7}{8} : 2\frac{1}{6}$. n) $3\frac{1}{4} : 2\frac{1}{6}$. o) $2\frac{1}{9} : 3\frac{1}{6}$.
p) $3\frac{3}{14} : 1\frac{4}{21}$. r) $2\frac{1}{12} : 4\frac{3}{8}$. s) $3\frac{5}{9} : 3\frac{1}{6}$.

64. (Písemně.)

a) $3\frac{2}{9} : 4\frac{1}{7}$. b) $2\frac{5}{6} : \frac{34}{55}$. c) $3\frac{5}{11} : \frac{19}{22}$.
d) $2\frac{5}{12} : 1\frac{1}{6}$. e) $4\frac{1}{6} : 1\frac{7}{8}$. f) $2\frac{8}{9} : 3\frac{5}{12}$.
g) $3\frac{3}{4} : 4\frac{1}{6}$. h) $1\frac{11}{15} : 1\frac{19}{20}$. i) $1\frac{7}{8} : 1\frac{11}{14}$.
j) $\frac{7}{15} : 1\frac{3}{25}$. k) $1\frac{1}{15} : \frac{32}{45}$. l) $1\frac{9}{16} : 1\frac{17}{18}$.
m) $1\frac{15}{16} : 4\frac{13}{20}$. n) $\frac{17}{18} : 3\frac{15}{22}$. o) $1\frac{3}{14} : 1\frac{13}{21}$.

8. Slovní úlohy. **65.** Za 540 Kčs bylo koupeno

a) $4\frac{1}{2}$ m, b) $2\frac{1}{4}$ m, c) $3\frac{3}{5}$ m, d) $5\frac{2}{5}$ m

látky. Co stál metr?

66. $\frac{2}{3}$ m látky stálo

a) 60 Kčs. b) $60\frac{1}{2}$ Kčs. c) $60\frac{3}{4}$ Kčs. d) $70\frac{1}{5}$ Kčs.

Zač byl metr?

67. Ušel jsem jednou 400 m za 5 minut, jindy 37 m za $\frac{1}{2}$ minuty a ještě jindy 70 m za $\frac{3}{4}$ minuty. Kdy jsem šel nejrychleji? [V každém případě vypočtěte, kolik m jsem ušel za minutu.]

68. Obsah obdélníka je $8\frac{2}{5}$ cm². Jeden rozměr je

a) $1\frac{1}{5}$ cm. b) $2\frac{1}{4}$ cm. c) 6 cm. d) 7 cm.
e) $7\frac{1}{5}$ cm.

Určete druhý rozměr.

69. Objem kvádru je $15\frac{5}{8}$ m³. Dva rozměry jsou

a) $2\frac{1}{2}$ m, $\frac{1}{2}$ m. b) $3\frac{3}{4}$ m, $1\frac{2}{3}$ m. c) $2\frac{1}{2}$ m, $2\frac{1}{2}$ m.
d) 5 m, $1\frac{1}{4}$ m.

Určete třetí rozměr.

9. Složené zlomky. Když počítáme třeba 3 : 7 podle pravidla o dělení zlomků, dostaneme

$$3 : 7 = 3 \times \frac{1}{7} = \frac{3 \times 1}{7} = \frac{3}{7}.$$

Tedy zlomek můžeme pokládati za podíl, jehož dělenec je čitatel zlomku a jehož dělitel je jmenovatel zlomku.

Když se držíme tohoto významu zlomků, můžeme psáti také zlomky, které mají buďto v čitateli nebo ve jmenovateli (nebo na obou místech) čísla lomená. Takové zlomky se jmenují **zlomky složené.** Mezi čitatelem a jmenovatelem složeného zlomku je **hlavní zlomková čára;** v čitateli a ve jmenovateli mohou býti **vedlejší zlomkové čáry.** Při psaní složených zlomků musíme býti velmi pečliví! Hlavní zlomková čára musí býti v té výši, ve které je rovnítko. Hlavní zlomková čára se píše delší než vedlejší zlomkové čáry. Až na nutnou opatrnost při psaní není při složených zlomcích nic, co byste už neuměli: složený zlomek je podíl

čitatel : jmenovatel

neboli součin

čitatel × (převrácená hodnota jmenovatele).

Příklad 1.

$$\frac{7}{\frac{3}{4}} = 7 \times \frac{4}{3} = \frac{7\times 4}{3} = \frac{28}{3} = 9\frac{1}{3}.$$

Příklad 2.

$$\frac{\frac{2}{5}}{10} = \frac{2}{5} \times \frac{1}{10} = \frac{2}{5\times 10} = \frac{1}{5\times 5} = \frac{1}{25}.$$

Příklad 3.

$$\frac{\frac{5}{6}}{\frac{3}{8}} = \frac{5}{6} \times \frac{8}{3} = \frac{5\times 8}{6\times 3} = \frac{5\times 4}{3\times 3} = \frac{20}{9} = 2\frac{2}{9}.$$

Ve složitějších případech si upravíme zvlášť čitatele a jmenovatele, ale krátíme až na konec.

Příklad 4. Zjednodušte

$$\frac{3\frac{1}{3} \times 2\frac{1}{4}}{3\frac{1}{3} - 2\frac{1}{4}}.$$

Čitatel $= \frac{10}{3} \times \frac{9}{4} = \frac{10\times 9}{3\times 4}$.

Jmenovatel $= 1 + \frac{4-3}{12} = 1\frac{1}{12} = \frac{13}{12}$.

Zlomek $= \frac{10\times 9}{3\times 4} \times \frac{12}{13} = \frac{10\times 9\times 12}{3\times 4\times 13} = \frac{10\times 9}{13} = \frac{90}{13} = 6\frac{12}{13}$.

70. Zjednodušte

a) $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{5}}$. b) $\frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{5}}$. c) $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{6}}$. d) $\frac{\frac{3}{10}}{1\frac{1}{5}}$.

e) $\frac{4}{\frac{3}{5}}$. f) $\frac{\frac{1}{4}}{5}$. g) $\frac{\frac{5}{6}}{2}$. h) $\frac{3\frac{2}{3}}{4\frac{4}{5}}$.

i) $\frac{3\frac{3}{5}}{4\frac{4}{5}}$. j) $\frac{5\frac{1}{3}}{2\frac{1}{12}}$. k) $\frac{1-\frac{2}{5}}{2-1\frac{1}{4}}$.

l) $\frac{4\frac{1}{5}+3\frac{2}{5}+1\frac{3}{5}}{2\frac{3}{8}+1\frac{5}{8}+1\frac{3}{4}}$. m) $\frac{1\frac{3}{4}+2\frac{1}{3}+3\frac{1}{2}}{3\frac{1}{4}+3\frac{5}{6}+5\frac{1}{6}}$.

n) $\frac{\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}}{1\frac{1}{2}\times\frac{5}{9}}$. o) $\frac{1\frac{1}{2} : \frac{3}{4}}{\frac{5}{2}\times 2\frac{1}{2}}$. p) $\frac{2\times\frac{3}{4}\times 1\frac{1}{5}}{3\frac{1}{4} : 1\frac{1}{20}}$.

10. Desetinná čísla a zlomky. Víte, že desetinná čísla jsou vlastně zlomky, a to zlomky se jmenovateli 10, 100, 1000 atd. Na př. $0{,}7 = \frac{7}{10}$; $0{,}17 = \frac{17}{100}$; $0{,}017 = \frac{17}{1000}$. Proto se někdy desetinným číslům říká také **desetinné zlomky.** Potom se pro jasnost říká **obyčejné zlomky** tam, kde my říkáme prostě zlomky.

Krácením můžeme někdy desetinné číslo upravit na tvar zlomku s jiným jmenovatelem než 10, 100, 1000 atd.

71. Napište jako obyčejné zlomky a úplně zkraťte

a) 0,5.	b) 0,6.	c) 0,8.	d) 0,05.
e) 0,35.	f) 0,006.	g) 0,25.	h) 0,75.
i) 0,025.	j) 0,4.	k) 0,04.	l) 0,08.
m) 0,008.	n) 0,125.	o) 0,375.	p) 0,625.
q) 0,16.	r) 0,016.		

Některé z výsledků cvič. **71** je dobře si pamatovati. Pamatujte si aspoň, že

$$0{,}5 = \tfrac{1}{2};\ 0{,}25 = \tfrac{1}{4};\ 0{,}75 = \tfrac{3}{4};\ 0{,}125 = \tfrac{1}{8}.$$

Daná čísla ve cvič. **71** mají vesměs před desetinnou čárkou pouze nulu, jsou to tedy čísla menší než 1, která se rovnají pravým zlomkům. Máme-li napsati ve tvaru zlomku na př. 3,75, převedeme napřed 0,75 na pravý zlomek, který úplně zkrátíme, tedy $0{,}75 = \frac{3}{4}$. Potom je ovšem $3{,}75 = 3\frac{3}{4}$. Žádá-li se výslovně upraviti 3,75 na tvar nepravého zlomku (tedy ne smíšeného čísla), vypočteme ještě $3\frac{3}{4} = \frac{15}{4}$ a máme $3{,}75 = \frac{15}{4}$. Mohli bychom ovšem také psáti $3{,}75 = \frac{375}{100}$ a tento nepravý zlomek zkrátiti, ale přechod přes smíšené číslo je pohodlnější.

72. Napište jako nepravý zlomek (v základním tvaru)

a) 5,56.	b) 9,325.	c) 2,35.	d) 12,08.
e) 3,016.	f) 1,056.	g) 9,315.	h) 7,216.

Zlomky se jmenovateli 10, 100, 1000 atd. můžeme hned psáti jako desetinná čísla. Zlomky, jejichž jmenovatel je **dělitelem** některého z čísel 10, 100, 1000 atd., můžeme upraviti rozšířením na tvar, od kterého přejdeme k desetinnému číslu.

Příklad. $3\frac{2}{5} = 3\frac{4}{10} = 3{,}4.$

Bylo by zbytečné převáděti smíšené číslo $3\frac{2}{5}$ na nepravý zlomek $\frac{17}{5}$.

73. Rozšiřováním uveďte na tvar desetinného čísla

a) $7\frac{1}{2}$.	b) $6\frac{3}{5}$.	c) $8\frac{3}{4}$.	d) $2\frac{1}{8}$.	e) $3\frac{7}{8}$.	f) $\frac{4}{20}$.
g) $\frac{3}{25}$.	h) $5\frac{7}{40}$.	i) $\frac{39}{200}$.	j) $\frac{117}{250}$.	k) $\frac{7}{125}$.	l) $37\frac{31}{400}$.

Můžeme takový převod prováděti také dělením (místo rozšiřováním), na př.

$$\tfrac{3}{8} = 3 : 8 = 0{,}375.$$

74. Zlomky ze cvič. **73** převeďte na desetinná čísla dělením.

Jest

$$
\begin{aligned}
10 &= 2 \times 5,\\
100 &= 10 \times 10 = 2 \times 2 \times 5 \times 5,\\
1000 &= 100 \times 10 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 \text{ atd.}
\end{aligned}
$$

Tedy čísla 10, 100, 1000 atd. mají pouze prvočinitele 2 a 5 (a žádné jiné). Proto také dělitelé těchto čísel nemají jiné prvočinitele než 2 a 5. Tedy na př. číslo 7 není dělitelem žádného z čísel 10, 100, 1000 atd., takže zlomek $\tfrac{5}{7}$ se nedá psáti se jmenovatelem 10 ani 100 ani 1000 atd. Žádné desetinné číslo není přesně rovné zlomku $\tfrac{5}{7}$. Ale je možné zaokrouhliti $\tfrac{5}{7}$ na předepsaný počet desetinných míst. To se provede dělením. Jest

$$5 : 7 \doteq 0{,}71428 \doteq 0{,}7143,$$

takže $\tfrac{5}{7} \doteq 0{,}7143$ přesně na 4 desetinná místa.

75. Převeďte na desetinná čísla přesně na tisíciny

a) $\tfrac{7}{26}$. b) $\tfrac{3}{14}$. c) $\tfrac{9}{41}$. d) $2\tfrac{6}{37}$. e) $4\tfrac{12}{17}$. f) $5\tfrac{11}{13}$.

U zlomků $\tfrac{1}{3}$ a $\tfrac{2}{3}$ si zapamatujte zaokrouhlené hodnoty na libovolný počet desetinných míst. Je to velmi snadné. Dělením dostaneme

$$1 : 3 \doteq 0{,}3333\ldots, \quad 2 : 3 \doteq 0{,}6666\ldots,$$

takže $\tfrac{1}{3}$ má zaokrouhlené hodnoty

$$0{,}3;\ 0{,}33;\ 0{,}333 \text{ atd.}$$

a $\tfrac{2}{3}$ má zaokrouhlené hodnoty

$$0{,}7;\ 0{,}67;\ 0{,}667 \text{ atd.}$$

V obou případech se v podílu táž cifra stále opakuje. Píšeme proto (s čárkou nad opakující se cifrou)

$$\tfrac{1}{3} = 0{,}\overline{3}; \qquad \tfrac{2}{3} = 0{,}\overline{6}.$$

$0{,}\overline{3}$ čteme žádná celá 3 periodické. Slovo perioda je řeckého původu (peri = okolo, hodos = cesta, tedy periodos = cesta kolem dokola). Znamená ve hvězdářství dobu, za kterou se určité postavení objeví znovu, na př. otáčení země kolem její osy má periodu 24 hodiny, otáčení země kolem slunce má periodu $365\frac{1}{4}$ dne. Dá se ukázati, že když se nějaký zlomek nedá psáti přesně jako desetinné číslo, vždycky se objeví perioda. Periodou zde rozumíme pravidelně se opakující skupinu cifer. Ta skupina může obsahovat více než jednu cifru a také může začínat později nežli hned za desetinnou čárkou. Na př. se snadno vypočte, že

$\frac{21}{74} = 0,2\overline{837}$ (žádná celá dvě desetiny 837 periodických).

Je tedy na př. na 10 desetinných míst

$$\frac{21}{74} \doteq 0,2837837838.$$

Praktický význam tohoto pravidelného opakování cifer není příliš veliký. Když zaokrouhlujeme zlomek desetinným číslem, potřebujeme znát pouze několik prvých cifer a u těch se opakování projeví jen zřídka.

Protože desetinná čísla můžeme porovnávati co do velikosti velmi snadno, můžeme na otázku, který z daných zlomků je větší, hledati odpověď tím, že převedeme dané zlomky s dostatečnou přesností na desetinná čísla. U zlomků $\frac{3}{7}$ a $\frac{5}{9}$ stačí počítati na desetiny; jest

$$\frac{3}{7} \doteq 0,4; \qquad \frac{5}{9} \doteq 0,6; \qquad \text{tedy } \frac{3}{7} < \frac{5}{9}.$$

U zlomků $\frac{7}{15}$ a $\frac{6}{13}$ musíme počítati na tisíciny; jest

$$\frac{7}{15} \doteq 0.467; \qquad \frac{6}{13} \doteq 0,462; \qquad \text{tedy } \frac{7}{15} > \frac{6}{13}.$$

To je už druhý způsob, jak rozhodnouti o velikosti dvou daných zlomků. V I. třídě jsme poznali první způsob: uvésti oba zlomky na nový tvar se společným jmenovatelem.

76. Rozhodněte obojím způsobem, který z obou daných zlomků je větší:

a) $\frac{4}{9}, \frac{5}{11}$. b) $\frac{5}{12}, \frac{7}{17}$. c) $\frac{3}{11}, \frac{5}{18}$. d) $\frac{9}{37}, \frac{10}{41}$.

Často se vyskytuje úkol, počítati ve tvaru desetinného čísla součin, jehož jeden činitel je zlomek a druhý je číslo celé nebo desetinné. Na př. $6\frac{2}{7} \times 25,64$ vypočteme přesně na dvě desetinná místa takto:

25,64 × 6	25,64 × 2	51,28 : 7	153,84	$6\frac{2}{7} \times 25,64 \doteq 161,17$
153,84	51,28	7,325	7,325	
			161,165	

Popis. Počítáme nejdříve 6 × 25,64, potom $\frac{2}{7} \times 25,64$ a pak sečteme. Jest $\frac{2}{7} \times 25,64 = \frac{2}{7}$ z 25,64. Proto 25,64 násobíme dvěma a součin dělíme sedmi. Dělení provedeme na 3 desetinná místa. Výsledek 161,165 zaokrouhlíme na 2 desetinná místa.

77. Počítejte na tolik desetinných míst, kolik je udáno v závorce

a) $\frac{4}{9} \times 83{,}2$ (2). b) $\frac{11}{16} \times 375$ (1). c) $\frac{15}{17} \times 0{,}032$ (4).
d) $7\frac{3}{11} \times 2542$ (1). e) $10\frac{1}{3} \times 3{,}56$ (2). f) $17\frac{5}{8} \times 4{,}369$ (2).

11. Přehled nauky o zlomcích. Bude dobře, když si řekneme přehledně znovu nejdůležitější věci z nauky o zlomcích.

Věc, kterou musíme míti při zlomcích stále na paměti, jest, že každý zlomek se dá psáti v rozmanitých tvarech, které mají všecky stejnou číselnou hodnotu. Přechod od jednoho tvaru ke druhému se děje pomocí pravidel, která známe už z primy. Jeden tvar je základní. To je ten tvar, ve kterém jsou čitatel a jmenovatel nesoudělná čísla. Když odpověď na nějakou otázku je dána zlomkem, uvádíme ten zlomek vždycky na základní tvar. Od jiného tvaru se dojde k základnímu tvaru krácením. Krácení se provádí v jednoduchých případech najednou, ve složitějších postupně. Od základního tvaru se dojde k jiným tvarům rozšiřováním. Krácení a rozšiřování zlomku nejsou vlastně početní výkony, protože se jimi mění pouze vnější tvar zlomku, ne jeho hodnota.

Nyní si zopakujme pravidla, podle kterých se u zlomků provádějí základní výkony početní. Tyto výkony jsou celkem čtyři, ale je dobře si je sestaviti do dvou párů; první pár základních početních výkonů je sčítání a odčítání; druhý pár je násobení a dělení. U čísel celých jsou sčítání a odčítání výkony velmi jednoduché, které vám nedělají žádné potíže. Násobení je už přece jen trochu složitější a dělení je u čísel celých rozhodně nejtěžší početní výkon, zejména při větším děliteli.

U zlomků je tomu však docela naopak. Nejobtížnější je tu vlastně sčítání a odčítání. To je proto, že se před provedením sčítání a odčítání obyčejně musí napřed změniti tvar daných zlomků. Při sčítání a odčítání zlomků se dělají tři věci za sebou: (1) dané zlomky se uvedou na společného jmenovatele, (2) provede se v čitateli sčítání nebo odčítání, (3) výsledek se uvede krácením na základní tvar.

Násobení a dělení zlomků je proto jednodušší, že se při tom tvar daných zlomků nemění. Neuvádějí se tedy na společného jmenovatele. Při násobení znásobíme čitatele mezi sebou a jmenovatele mezi sebou, ale tyto dva početní výkony napřed pouze naznačíme, potom krátíme a teprve na konec násobení provedeme.

Dělení zlomků se převede na násobení tím, že dělitele nahradíme jeho převrácenou hodnotou. Také celé číslo má převrácenou hodnotu; dostaneme ji, když si to celé číslo myslíme psáno jako zlomek se jmenovatelem 1. Obráceně zlomek s čitatelem 1 má za převrácenou hodnotu číslo celé.

Zlomky větší než 1 se mohou psáti ve dvou tvarech: (1) jako zlomky nepravé, (2) jako čísla smíšená. Je-li odpověď na nějakou otázku dána zlomkem větším než 1, uvedeme odpověď ve tvaru smíšeného čísla, protože je v tomto tvaru snazší představa o velikosti zlomku. Na př. váhu $3\frac{1}{5}$ kg si rychleji představíme než váhu $\frac{16}{5}$ kg, ač jsou ovšem obě váhy stejné.

Při sčítání a odčítání jsme převáděli dané nepravé zlomky na tvar čísel smíšených. Při násobení a dělení jsme naopak převáděli daná čísla smíšená na tvar nepravých zlomků.

12. Opakovací úlohy číselné.

78. Proveďte postupně (zpaměti):

a) $\frac{3}{4} \times 3$	b) $\frac{2}{3} \times 7$	c) $4\frac{3}{4} \times 4$	d) $\frac{1}{3} + \frac{1}{3}$
-2	$+\frac{2}{3}$	$:5$	$-\frac{1}{6}$
$\times 2$	$\times 3$	$+\frac{4}{5}$	$+\frac{1}{4}$
$\times 2$	$:8$	-4	$-\frac{1}{8}$
$+\frac{3}{4}$	$+\frac{1}{2}$	$\times 15$	$-\frac{1}{2}$
$-\frac{1}{2}$	$\times 4$	$-7\frac{3}{4}$	$+\frac{7}{8}$
$\times 3$	$-9\frac{3}{4}$	$\times 3$	$-\frac{3}{4}$
$+\frac{1}{4}$	$+\frac{1}{8}$	$\times 8$	$-\frac{1}{12}$
$-3\frac{9}{10}$	$\times 5$	-17	$+\frac{1}{3}$
$\times 10$	$-\frac{7}{8}$	$-12\frac{9}{10}$	$-\frac{1}{2}$
$\frac{2}{5} + 1$	f) $\frac{1}{6} + \frac{1}{12}$	g) $\frac{2}{5} \times 3$	h) $2 - \frac{1}{5}$
$-\frac{3}{10}$	$+\frac{3}{4}$	$+\frac{3}{5}$	$:3$
$-\frac{7}{10}$	$-\frac{5}{6}$	$:3$	$:5$
$-\frac{2}{5}$	$-\frac{1}{12}$	$\times 5$	$\times 10$
$+\frac{3}{10}$	$+\frac{1}{4}$	$:6$	$:6$
$+\frac{4}{5}$	$+\frac{4}{3}$	$:6$	$-\frac{1}{5}$
-1	$-\frac{1}{6}$	$:4$	$+\frac{3}{8}$
$+\frac{1}{5}$	-1	$+\frac{1}{6}$	$:3$
$+\frac{2}{5}$	$+\frac{1}{4}$	$\times 24$	$+\frac{1}{4}$
$+\frac{3}{10}$	$-\frac{3}{4}$	$+\frac{1}{2}$	$\times 8$

i)	j)	k)	l)
$\frac{2}{5} + \frac{3}{10}$	$4\frac{1}{2} : \frac{1}{2}$	$6\frac{2}{3} : 7$	$10\frac{1}{9} : 13$
$\times 2$	$: 10$	$: 20$	$+ \frac{1}{2}$
$: 3$	$: 6$	$: 3$	$: 23$
$: 7$	$\times 7$	$\times 9$	$\times 27$
$\times 12$	$- \frac{3}{10}$	$: 5$	$: 10$
$\times 10$	$: 15$	$\times 3$	$+ \frac{1}{2}$
$: 9$	$\times 2$	$+ \frac{3}{7}$	$: 13$
$: 16$	$\times 5$	$: 18$	$\times 15$
$\times 27$	$: 7$	$\times 7$	$: 3$
$- \frac{1}{2}$	$+ \frac{13}{14}$	$\times 10$	$\times 8$

79. Zjednodušte:

a) $\dfrac{\frac{2}{3} + \frac{3}{4}}{\frac{3}{4} + 3\frac{1}{2}}$. b) $\dfrac{3\frac{2}{3} - 2\frac{1}{5}}{1\frac{1}{2} - \frac{2}{5}}$. c) $\dfrac{2\frac{3}{5} \times 3\frac{1}{3}}{4\frac{2}{3} + 1\frac{5}{12} + 2\frac{1}{4}}$.

d) $\dfrac{1\frac{1}{2} + 2\frac{1}{3}}{2\frac{1}{2} + 1\frac{1}{3}}$. e) $\dfrac{6\frac{1}{4} - \frac{5}{6}}{5\frac{1}{3} + \frac{5}{8}}$. f) $\dfrac{3\frac{2}{5} + 1\frac{7}{12} + 1\frac{4}{15}}{26\frac{1}{4} : 4\frac{1}{5}}$.

80. Proveďte postupně:

a)	b)	c)	d)	e)
$\frac{1}{5} \times \frac{1}{2}$	$2\frac{1}{3} \times 4$	$5\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$	$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$	$\frac{1}{2} : 2$
$\times 2$	$: 2$	$: 9$	$\times \frac{3}{4}$	$\times 3$
$: 3$	$\times \frac{3}{4}$	$\times \frac{4}{11}$	$\times \frac{4}{5}$	$\times \frac{4}{3}$
$+ \frac{2}{15}$	$\times \frac{6}{7}$	$\times \frac{9}{2}$	$\times \frac{5}{6}$	$\times \frac{5}{2}$
$\times 10$	$: 2$	$: 7$	$\times \frac{6}{7}$	$: 7$
$: 6$	$\times \frac{10}{9}$	$\times \frac{7}{2}$	$\times \frac{7}{8}$	$+ \frac{4}{7}$
$\times \frac{3}{4}$	$\times \frac{3}{5}$	$+ \frac{1}{2}$	$\times 2$	$\times 2$
$\times \frac{2}{3}$	$: 1$	$\times \frac{9}{10}$	$\times 4$	$- \frac{6}{7}$

f)	g)	h)	i)	j)
$\frac{2}{3} : \frac{1}{3}$	$\frac{7}{30} : \frac{7}{9}$	$\frac{3}{10} \times \frac{10}{3}$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$	$\frac{1}{10} + \frac{1}{20}$
$: 4$	$: \frac{1}{5}$	$: \frac{4}{5}$	$\times \frac{6}{5}$	$: \frac{3}{5}$
$: 3$	$: 3$	$: \frac{1}{4}$	$: \frac{3}{4}$	$\times \frac{7}{9}$
$: \frac{5}{6}$	$: \frac{1}{3}$	$: 10$	$\times \frac{3}{4}$	$\times 12$
$: 3$	$: \frac{9}{10}$	$: 10$	$- \frac{5}{6}$	$: 1\frac{5}{9}$
$: \frac{1}{10}$	$: 25$	$: \frac{7}{20}$	$: 6$	$\times \frac{3}{2}$
$: \frac{2}{3}$	$: \frac{1}{5}$	$: \frac{1}{7}$	$\times 36$	$: \frac{4}{9}$

Už v I. třídě jste poznali smysl **závorek** v počtech. Víte, že závorky naznačují, v jakém pořádku se mají jednotlivé početní výkony provádět.

Víte, že když není závorkou jinak naznačeno, provádí se násobení dříve nežli sčítání a odčítání. Proto místo $10 - (2 \times 3)$ můžeme psáti

— a obyčejně také píšeme — stručněji $10 - 2 \times 3$, ale při úkolu $(10 - 2) \times 3$ nesmíme závorku vynechat.

V případech jako $4 + 2 + 3$ nebo $4 \times 2 \times 3$ se obyčejně závorka nepíše. Na pořádku výkonů zde nezáleží.

Jsou také jiné případy, ve kterých nezáleží na pořádku výkonů. Na př. $(6 \times 4) : 2$ dává týž výsledek jako $6 \times (4 : 2)$. Ale v takových řidčeji se vyskytujících případech budeme raději závorku psáti. Ale místo $6 \times (4 : 2)$ můžeme napsati bez závorky $6 \times \frac{4}{2}$, neboť **zlomková čára už má v sobě sjednocující význam závorky.** Na př. ve cvič. 79 a) závorka není. Můžeme napsati týž početní úkol ve tvaru $(\frac{2}{3} + \frac{3}{4}) : (\frac{3}{4} + 3\frac{1}{2})$, ale při tomto způsobu psaní musíme závorky psát.

81. Zjednodušte:

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$. b) $(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}) \times \frac{1}{4}$. c) $(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}) \times \frac{1}{8}$.
d) $(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}) \times \frac{2}{3}$. e) $\frac{2}{3} - \frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$. f) $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} \times \frac{1}{12}$.
g) $1\frac{3}{4} - (\frac{1}{2} : \frac{1}{3})$. h) $(\frac{3}{5} + \frac{1}{3}) : \frac{2}{3}$. i) $(\frac{3}{5} + \frac{2}{5}) : \frac{4}{5}$.

82. Zjednodušte:

a) $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{5}$. b) $\frac{1}{3} \times (\frac{1}{2} + \frac{1}{4}) \times \frac{1}{5}$.
c) $\frac{1}{3} \times (\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{5})$. d) $(\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{4}) \times \frac{1}{5}$.
e) $\frac{2}{3} \times \frac{1}{4} - (\frac{1}{12} : \frac{1}{2})$. f) $\frac{2}{3} \times [\frac{1}{4} - (\frac{1}{12} : \frac{1}{2})]$.
g) $\frac{2}{3} \times [(\frac{1}{4} - \frac{1}{12}) : \frac{1}{2}]$. h) $(\frac{2}{3} \times \frac{1}{4} - \frac{1}{8}) : \frac{1}{2}$.
i) ($\frac{1}{2}$ ze $4\frac{2}{5}$) — ($\frac{1}{3}$ ze $6\frac{1}{5}$).

83. Zjednodušte:

a) $\frac{1}{2} - [\frac{1}{3} : (\frac{1}{4} + \frac{5}{12})]$. b) $(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}) \times \frac{1}{5} - \frac{1}{6}$.
c) $3\frac{3}{4} : (2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{4})$. d) $1\frac{5}{6} \times$ [$\frac{1}{3}$ ze $(3\frac{1}{2} - 2\frac{1}{4})$].
e) $(1\frac{5}{6} + \frac{1}{3}) \times (3\frac{1}{2} - 2\frac{1}{4})$. f) $5\frac{1}{3} \times 4\frac{1}{2} - 2\frac{1}{4} \times 3\frac{1}{5}$.
g) $(3\frac{1}{4} - 1\frac{1}{2}) : (2\frac{5}{6} - \frac{1}{2})$. h) $(\frac{4}{5} + \frac{1}{7}) : (\frac{1}{5} - \frac{1}{8})$.
i) $(1\frac{2}{3} - 1\frac{1}{2}) : (3\frac{1}{2} - 2\frac{2}{3})$.

13. Opakovací úlohy slovní. Příklad 1. Chlapec měl 56 Kčs a z toho vydal 40 Kčs. Jaký zlomek původní částky mu zbyl?

Jest $56 - 40 = 16$. Zbylo mu 16 Kčs. Z původní částky 56 Kčs je to $\frac{16}{56} = \frac{2}{7}$. Zbyly mu dvě sedminy původní částky.

Příklad 2. Kolik balíčků po $\frac{3}{4}$ kg lze udělati ze 40 kg zboží a co zbude?

Hledaný počet balíčků najdeme, když počítáme, kolikrát je $\frac{3}{4}$ obsaženo ve 40. Jest

$$40 : \frac{3}{4} = 40 \times \frac{4}{3} = \frac{160}{3} = 53\frac{1}{3}.$$

Lze udělati 53 balíčky a ještě zbude tolik zboží, kolik by se vešlo do $\frac{1}{3}$ balíčku. Tedy zbude $\frac{1}{4}$ kg zboží, neboť

$$\frac{1}{3} \text{ ze } \frac{3}{4} = \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{3 \times 4} = \frac{1}{4}.$$

84. Jaký zlomek litru je $2\frac{1}{4}$ dl?

85. Které číslo musíme přičísti ke $\frac{2}{3}$, aby vyšlo $\frac{3}{4}$?

86. Jaký je obsah rohožky široké $2\frac{1}{4}$ dm a dlouhé $4\frac{1}{2}$ dm?

87. Součin dvou čísel je 10. Jeden činitel je $3\frac{3}{4}$. Najděte druhého činitele.

88. Muž spí denně $7\frac{1}{2}$ hodiny. Jaký zlomek dne bdí?

89. Kolik balíčků po $\frac{3}{4}$ kg lze udělati z 15 kg zboží?

90. Čím musíte násobiti $5\frac{1}{4}$, abyste dostali $3\frac{1}{2}$?

91. Dlažba se skládá z černých a bílých dlaždic. Obsah bílé plochy je $5\frac{1}{2}$ m^2; obsah černé plochy je $2\frac{3}{4}$ m^2. Jaký zlomek dlažby je bílý?

92. Určete objem kvádru dlouhého $3\frac{3}{4}$ dm, širokého $3\frac{1}{5}$ dm, vysokého $1\frac{1}{2}$ dm.

93. Pokoj je $5\frac{1}{3}$ m dlouhý. Obsah podlahy je 20 m^2. Jak široký je pokoj?

94. Co je větší, $\dfrac{3}{4\frac{1}{2}}$ nebo $\dfrac{2}{3\frac{1}{4}}$? Oč?

95. $\frac{3}{4}$ nádržky se naplní za $11\frac{1}{4}$ minuty. Za jak dlouho se naplní celá nádržka?

96. Někdo koupil stůl za 900 Kčs a prodal jej za 1050 Kčs. Jaký zlomek kupní ceny je zisk?

97. Chlapec utratil $\frac{5}{8}$ svých peněz a zbylo mu 54 Kčs. Kolik měl před tím?

98. $\frac{4}{9}$ mé cesty stály 700 Kčs. Nač mohu odhadovati vydání za celou cestu?

99. Kolik pruhů širokých $2\frac{3}{4}$ cm se dá nastříhnouti z kusu látky, který má tvar čtverce o straně 1 m? Jak široký pruh zbude?

100. Kolik předmětů po $6\frac{3}{4}$ Kčs lze nakoupit za 100 Kčs a co zbude?

101. Čtyři závody pořádaly nadílku. Jeden platil $\frac{1}{2}$ účtu a ostatní platily rovným dílem zbytek. Jaký zlomek účtu platil každý z nich?

102. Sedmadvacetiletý muž se oženil se čtyřiadvacetiletou ženou. Zemřel ve věku 81 let. Žena zemřela ve věku 91 let. Jaký zlomek svého života byl muž ženat? Jaký zlomek svého života byla žena vdovou?

103. Z kusu látky bylo prodáno nejdříve $\frac{2}{9}$ a potom $\frac{3}{8}$ (celého kusu). Na konec zbylo 8,7 m. Kolik m měl celý kus?

104. Z kusu látky bylo prodáno $\frac{3}{8}$ a potom ještě $\frac{2}{5}$ zbytku (ne $\frac{2}{5}$ celého kusu). Na konec zbylo 12 m. Kolik m měl celý kus?

105. Pustím pružný míč s výšky 16 m. Pokaždé se odrazí do $\frac{3}{4}$ výšky, se které dopadl. Jak vysoko se odrazí po třetí?

106. Rolník osil $\frac{2}{3}$ polí obilím, $\frac{1}{4}$ cukrovkou a *ostatek osázel bramborami*. Obilím měl oseto o 15 ha více než cukrovkou. Kolik ha polí měl celkem? Kolik osázel bramborami?

§ 2. Veličiny přímo a nepřímo úměrné.

14. Veličiny přímo úměrné. Nyní budeme probírati jeden velmi jednoduchý druh slovních úloh, který je velmi důležitý. Když litr vína stojí 56 Kčs, vypočteme snadno cenu 2 l, 3 l vína atd. Výsledky až po 12 l jsou sestaveny vedle v tabulce. Tabulka má dva sloupce a říkáme, že každý sloupec odpovídá jedné **veličině**. Veličina znázorněná prvním sloupcem je počet litrů vína; veličina znázorněná druhým sloupcem je cena vína v korunách. V každém řádku je jedna hodnota veličiny první a jedna hodnota druhé veličiny. Ty dvě hodnoty přísluší jedna k druhé; na př. hodnota 7 první veličiny a hodnota 392 druhé veličiny přísluší jedna k druhé. To znamená, že cena 7 l vína je 392 Kčs a že množství vína, které se dostane za 392 Kčs, je 7 l.

Počet litrů vína	Cena v Kčs
1	56
2	112
3	168
4	224
5	280
6	336
7	392
8	448
9	504
10	560
11	616
12	672

6 l vína stojí podle tabulky 336 Kčs. Jest $12 = 6 \times 2$, tedy 12 l vína stojí dvakrát 336 Kčs. Jest $336 \times 2 = 672$ a cena 12 l vína je podle tabulky opravdu 672 Kčs.

Za 224 Kčs se podle tabulky dostanou 4 l vína. Jest $672 = 224 \times 3$, tedy za 672 Kčs se dostane třikrát 4 l vína. Jest $4 \times 3 = 12$ a za 672 Kčs se podle tabulky dostane opravdu 12 l vína.

10 l vína stojí podle tabulky 560 Kčs. Jest $5 = 10 : 2$, tedy 5 l vína stojí polovinu z 560 Kčs. Jest $560 : 2 = 280$ a cena 5 l vína je podle tabulky opravdu 280 Kčs.

Za 504 Kčs se podle tabulky dostane 9 l vína. Jest $168 = 504 : 3$, tedy za 168 Kčs se dostane třetina z 9 l vína. Jest $9 : 3 = 3$ a za 168 Kčs se podle tabulky dostanou opravdu 3 l vína.

Kolikrát více vína, tolikrát více peněz. Kolikrát více peněz, tolikrát více vína. Kolikrát méně vína, tolikrát méně peněz. Kolikrát méně peněz, tolikrát méně vína. Říkáme, že *počet litrů vína a cena v korunách jsou veličiny přímo úměrné.*

Příklad 1. 6 l vína stojí 336 Kčs. Co stojí 7 l? Řešení provádíme zpaměti a říkáme asi toto:

6 l vína stojí 336 Kčs.

1 l vína stojí $\frac{1}{6}$ ze 336 Kčs, t. j. 56 Kčs.

7 l vína stojí sedmkrát 56 Kčs, t. j. 392 Kčs.

Příklad 2. 6 l vína stojí 336 Kčs. Co stojí 9 l vína? Od 6 l jsme přešli k 7 l přes 1 l. Stejně bychom mohli přejít od 6 l k 9 l přes 1 l. Ale jednodušší bude přechod přes 3 l.

6 l vína stojí 336 Kčs.

3 l vína stojí $\frac{1}{2}$ ze 336 Kčs, t. j. 168 Kčs.

9 l vína stojí třikrát 168 Kčs, t. j. 504 Kčs.

Místo **přechodu přes jednotku** jsme užili s výhodou **přechodu přes největšího společného dělitele.**

Příklad 3. 6 m látky stojí 720 Kčs. Kolik m takové látky bude za 1080 Kčs?

Za 720 Kčs je 6 m.

Za 360 Kčs je $\frac{1}{2}$ ze 6 m, t. j. 3 m.

Za 1080 Kčs jsou třikrát 3 m, t. j. 9 m.

Slovosled upravíme tak, aby veličina, po které se ptáme (zde počet metrů látky), přišla na konec.

Úlohy **107** až **117** řešte zpaměti. Při tom se vyjadřujte podle vzorů, které máte v hořejších příkladech.

107. Dělník vydělá 25 Kčs za hodinu. Kolik vydělá
a) za 3 hodiny? b) za 5 hodin?

108. Turista ujde 120 m za minutu. Kolik ujde
a) za 4 minuty? b) za 10 minut?

109. Vlak ujede 75 m za 5 vteřin. Kolik m ujede za 12 vteřin?

110. 6 výtisků časopisu stojí 49 Kčs. Co stojí 9 výtisků?

111. 5 pytlíků mouky váží celkem 35 kg. Kolika takových pytlíků je třeba na 56 kg mouky?

112. 12 tenisových míčků stojí 540 Kčs. Kolik míčků je za 675 Kčs?

113. Hodinky se zpožďují o 20 vteřin za 4 dni. Oč se zpozdí za týden?

114. Děti ušly 1 km za 20 minut. Za jak dlouho ujdou 2400 m?

115. 40 km ve skutečnosti je na mapě zobrazeno délkou 16 mm. Jakou délkou je na mapě znázorněna skutečná délka 25 km?

116. Někdo ušetřil 1200 Kčs za 40 týdnů, ukládaje každý týden stejně. Za jak dlouho ušetřil 900 Kčs?

117. Auto spotřebuje 12 l benzinu na 96 km. Na jakou vzdálenost vystačí s 8 l benzinu?

15. Veličiny nepřímo úměrné. Nyní přistoupíme k trochu jiným úlohám. Mysleme si, že určitý příkop vykope 1 dělník za 24 pracovní hodiny. Budou-li pracovati dva dělníci, každý 12 hodin, vykoná se tolik práce, kolik vykoná 1 dělník za dvakrát 12 hodin, t. j. za 24 hodiny. Tedy 2 dělníci vykopou ten příkop za 12 hodin. Podobně se přesvědčíme, že je ve vedlejší tabulce správně udán čas, za který vykopou příkop 3 dělníci, 4 dělníci, 6 dělníků, 8 dělníků, 12 dělníků.

Počet dělníků	Počet hodin
1	24
2	12
3	8
4	6
6	4
8	3
12	2

Zase máme v tabulce dvě veličiny, v každém sloupci jednu. Zase máme v každém řádku vedle sebe dvě příslušné hodnoty obou veličin. Ale ty dvě veličiny nejsou přímo úměrné. Když je dělníků více, je třeba méně pracovních hodin.

3 dělníci vykopou příkop podle tabulky za 8 hodin. Jest $6 = 3 \times 2$ a při 6 dělnících stačí polovina hodin. Jest $8 : 2 = 4$ a při 6 dělnících je podle tabulky třeba opravdu 4 hodin.

Za 4 hodiny vykope příkop podle tabulky 6 dělníků. Jest $12 = 4 \times 3$ a má-li se příkop vykopat za 12 hodin, stačí třetina dělníků. Jest $6 : 3 = 2$ a za 12 hodin vykopou příkop podle tabulky opravdu 2 dělníci.

Kolikrát více dělníků, tolikrát méně pracovních hodin. Kolikrát více pracovních hodin, tolikrát méně dělníků. Kolikrát méně dělníků, tolikrát více pracovních hodin. Kolikrát méně pracovních hodin, tolikrát více dělníků. Říkáme, že **počet dělníků a počet pracovních hodin jsou veličiny nepřímo úměrné.**

Příklad 1. 3 lidé posekou všecko obilí na určité výměře za 8 dní. Za kolik dní by je posekali 4 lidé?

3 sekáči pracují 8 dní.

1 sekáč pracuje třikrát 8 dní, t. j. 24 dni.

4 sekáči pracují $\frac{1}{4}$ ze 24 dní, t. j. 6 dní.

Příklad 2. Jakási peněžní částka právě stačí na výplatu mzdy pro 12 dělníků za 15 dní. Pro kolik dělníků stačí stejná částka na výplatu mzdy za 18 dní?

Za 15 dní lze vyplatiti 12 dělníků.

Za 3 dni lze vyplatiti pětkrát 12 dělníků, t. j. 60 dělníků.

Za 18 dní lze vyplatiti $\frac{1}{6}$ ze 60 dělníků, t. j. 10 dělníků.

Úlohy **118** až **135** řešte zase zpaměti. U některých platí úměrnost přímá, u některých úměrnost nepřímá. O tom musíte rozhodnouti vlastním úsudkem. Vyslovujte podle vzorů, které máte v hořejších příkladech. Mezi těmito úlohami jsou však také některé, u kterých neplatí ani úměrnost přímá ani úměrnost nepřímá. U těch úloh máte pouze vyložit, proč úměrnost neplatí; nemáte tedy ty úlohy řešit.

118. 4 dělníci vykopou příkop za 5 dní. Za jak dlouho vykope takový příkop

a) 1 dělník? b) 2 dělníci? c) 10 dělníků?

119. 2 dělníci vybílí strop za 120 minut. Za jak dlouho vykoná tu práci

a) 1 dělník? b) 3 dělníci? c) 120 dělníků?

120. Dělník vydělá 7000 Kčs za 10 týdnů. Za jak dlouho vydělá při stejné mzdě 11 200 Kčs?

121. Ubytování v hotelu stojí 540 Kčs za 10 dní. Kolik se zaplatí za týden?

122. 1 cestovatel vidí s vrcholu věže do vzdálenosti 24 km. Do jaké vzdálenosti vidí 5 cestovatelů?

123. Zahradník svázal 54 kytice po 10 květinách. Kolik by měl kytic, kdyby dával do každé po 12 květinách?

124. Určitá cesta se vykoná za 6 hodin vlakem, který jede rychlostí 45 km za hodinu. Jak dlouho trvá stejná cesta vlakem, který jede rychlostí 54 km za hodinu?

125. Zásoba krmiva stačí pro 12 koní na 15 dní. Pro kolik koní stačí na 9 dní?

126. Chlapci je 12 let a jeho výška je 150 cm. Jaká bude jeho výška, až mu bude 24 let?

127. 20 bedniček hroznů stojí 720 Kčs. Co stojí 2 tucty bedniček?

128. Zdviž unese nejvýš 6 lidí, váží-li každý 80 kg. Kolik lidí může nastoupit, váží-li každý 60 kg?

129. Ze 4 stejných otvorů se naplní nádržka za 12 minut. Za kolik minut se naplní ze 3 otvorů?

130. 30 dělníků spraví silnici za 24 dni. Kolik dělníků vykoná stejnou práci za 36 dní?

131. 6 stejnými otvory se vyprázdní nádržka za 28 minut. Kolik otvorů je třeba otevřít, aby se vyprázdnila za 42 minuty?

132. 6 ručníků se vysuší na slunci za 30 minut. Za jak dlouho se vysuší 8 ručníků?

133. Někdo má našetřeno dosti peněz, aby mohl cestovati šest neděl, spotřebuje-li 1400 Kčs týdně. Na jak dlouho si může vyjet, spotřebuje-li 2100 Kčs týdně?

134. Utratím-li 180 Kčs denně, vystačím 40 dní. Kolik mohu denně utratiti, abych vystačil 48 dní?

135. Ze 30 kg žitné mouky se napeče 40 kg chleba. Z kolika kg mouky se napeče 100 kg chleba?

16. Měrná váha. V tomto odstavci se stručně zmíníme o jednom důležitém případě přímé úměrnosti. Je patrné, že dva litry mléka váží dvakrát tolik co 1 l, 3 l váží třikrát tolik co 1 l atd. Tedy množství mléka a váha mléka jsou dvě veličiny přímo úměrné. Co platí o mléku, platí o každé jiné látce. **Množství látky a váha látky jsou dvě**

veličiny přímo úměrné. Známe-li tedy váhu určitého množství nějaké látky, můžeme vypočísti váhu jakéhokoli jiného množství té látky. Nejčastěji se udává pro jednotlivé látky váha 1 cm^3 té látky; váha 1 cm^3 nějaké látky se jmenuje měrná váha té látky. Na př. měrná váha mléka je asi 1,03 g; to znamená, že 1 cm^3 mléka váží asi 1,03 g. Protože 1 l neboli 1 dm^3 se rovná 1000 cm^3, váha 1 l mléka je tisíckrát více než 1,03 g, tedy 1 l mléka váží 1,03 kg. 3 l mléka váží třikrát více než 1 l, tedy 3 l mléka váží 3,09 kg. Víte, že 1 l vody váží 1 kg; protože 1 cm^3 je množství tisíckrát menší než 1 l, váží 1 cm^3 vody tisíckrát méně než 1 kg, t. j. 1 g, tedy měrná váha vody je 1 g. Ale to je měrná váha chemicky čisté, t. zv. destilované vody, a ani u destilované vody není měrná váha vždy rovna 1 g, nýbrž pouze při teplotě 4° Celsia, kdežto při jiných teplotách je poněkud menší. Stejně jako u vody je tomu i u jiných látek; proto nemůžeme měrnou váhu žádné látky udati přesně, nýbrž pouze přibližně.

136. Měrná váha benzinu je 0,7 g; co váží 25 l benzinu?

137. Měrná váha cukru je 1,6 g; co váží 15 cm^3 cukru?

138. 12 dm^3 železa váží 93,6 kg; určete měrnou váhu železa.

139. Čtvrtlitr mořské vody váží 256 g; určete měrnou váhu mořské vody.

140. Měrná váha skla je 2,5 g; co váží 1 m^2 skla tlustého 5 mm?

141. Ocelová deska má tvar kvádru s rozměry 3 dm, 6 dm, 8 mm; určete její váhu. (Měrná váha oceli je 7,8 g.)

142. Co váží vzduch v místnosti 4,5 m široké, 6 m dlouhé a 3 m vysoké? (Měrná váha vzduchu je 0,0013 g.)

143. Porculánová soška váží 84 dkg; určete její objem. (Měrná váha porculánu je 2,4 g.)

§ 3. Poměry. Trojčlenka.

17. Srovnávání pomocí poměru. Velikost dvou hodnot nějaké veličiny můžeme srovnávati dvojím způsobem. Na př. věk dvou dětí srovnáme tak, že řekneme, že jedno je o 9 měsíců starší než druhé. Nebo řekneme, že teplota nemocného je o 2 stupně vyšší nežli teplota normální. V těchto dvou případech srovnáváme tím, že utvoříme rozdíl. Ale je řada případů, ve kterých srovnávání pomocí rozdílu je nevhodné. Na př. řekneme, že plán pokoje byl zhotoven v měřítku 1 : 50, když 1 cm na plánu znamená 50 cm neboli $\frac{1}{2}$ m ve skutečnosti. Zde by nemělo smyslu počítat, že plán je o 49 dm kratší než pokoj. Zde srovnáváme pomocí **poměru**, t. j. udáme, jakým zlomkem délky pokoje je délka plánu. Je-li ve třídě 30 chlapců a 12 dívek, pak počet dívek je $\frac{2}{5}$ počtu chlapců a řekneme, že poměr počtu dívek k počtu chlapců je **dvě ku pěti,** psáno 2 : 5, a tento poměr se dá vyjádřiti zlomkem $\frac{2}{5}$.

Poměr se skládá ze dvou čísel, která se jmenují **prvý člen** a **druhý člen** poměru. Na př. poměr 1 : 50 má prvý člen 1 a druhý člen 50; poměr 2 : 5 má prvý člen 2 a druhý člen 5. Ale poměr se dá vyjádřit také jediným číslem, totiž zlomkem, který má v čitateli prvý člen poměru a ve jmenovateli druhý člen poměru. Na př. poměr 1 : 50 je vyjádřen zlomkem $\frac{1}{50}$, poměr 2 : 5 je vyjádřen zlomkem $\frac{2}{5}$.

Tedy poměr je vlastně totéž jako zlomek a tedy i poměry můžeme rozšiřovat nebo krátit: Hodnota poměru se nezmění, když oba členy násobíme týmž číslem. Hodnota poměru se nezmění, když oba členy dělíme týmž číslem.

Stejně jako zlomky uvádíme také poměry obyčejně v základním tvaru. Když jedno auto stojí 45000 Kčs a druhé 60000 Kčs, pak poměr ceny prvého k ceně druhého je

$$45000 : 60000 = 3 : 4$$

a poměr ceny druhého k ceně prvního je

$$60000 : 45000 = 4 : 3.$$

Členy poměru nemusí býti čísla celá, nýbrž také čísla desetinná nebo zlomky. Ale takový poměr můžeme převésti rozšiřováním na poměr dvou čísel celých. Na př. poměr 0,25 : 0,4 je týž jako poměr 25 : 40 nebo jako poměr 5 : 8. Jiný příklad. Poměr $\frac{2}{3} : \frac{5}{6}$ je týž jako poměr 4 : 5. K tomuto výsledku dospějeme buďto tak, že oba členy násobíme šesti, nebo tak, že počítáme podle odst. 15

$$\frac{2}{3} : \frac{5}{6} = \frac{2}{3} \times \frac{6}{5} = \frac{2 \times 6}{3 \times 5} = \frac{4}{5}.$$

Důležitá poznámka. Když tvoříme poměr dvou hodnot nějaké veličiny, musíme obě hodnoty vyjádřit ve stejné jednotce. Když na př. jedna tužka je dlouhá 2 dm a druhá 5 cm, pak poměr délky první tužky k délce druhé tužky není 2 : 5, nýbrž 20 : 5 neboli 4 : 1.

144. (Zpaměti.) Vyjádřete v nejjednodušším tvaru poměr první hodnoty ke druhé a řekněte také, jakým zlomkem druhé hodnoty je hodnota prvá:

a) 8 cm, 12 cm.	b) 5 kg, 10 kg.	c) 15 m, 10 m.
d) 14 kg, 18 kg.	e) 16 cm², 36 cm².	f) 20 dkg, 5 kg.
g) 50 h, 3 Kčs.	h) 2 m 5 dm, 1 m.	i) 4 cm, 25 mm.
j) 50 m, 1 km.	k) 1 kg, 5 g.	l) $1\frac{1}{2}$ hod., 50 min.

145. Vyjádřete v nejjednodušším tvaru poměr prvé hodnoty ke druhé:

a) 960 km, 1320 km, b) 1200 Kčs, 640 Kčs. c) $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{2}$.
d) $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$. e) $1\frac{1}{2}$, 2. f) 1650 m^2, 1320 m^2.
g) 2 t 8 q, 91 kg. h) 4 dm^3, 1 m^3.

146. Ve škole je 720 chlapců a 480 děvčat. Najděte poměr

a) počtu děvčat k počtu chlapců;
b) počtu chlapců k počtu všeho žactva.

147. Někdo má roční příjem 75000 Kčs a vydá ročně 63000 Kčs. Najděte

a) poměr příjmu k vydání;
b) poměr toho, co ušetří, k příjmu.

148. Auto jednoho typu stálo 63000 Kčs, druhého 37500 Kčs. Potom klesla u obou typů cena, a to o 4500 Kčs u každého typu. Jaký byl poměr jejich cen

a) při původních cenách? b) při snížených cenách?

149. Délka strany jednoho čtverce je 6 cm, druhého 8 cm. Určete poměr

a) jejich obvodů; b) jejich obsahů.

150. Muž spí $7\frac{1}{2}$ hodiny denně. Najděte poměr doby, kdy spí, k době, kdy bdí.

151. V hotelu se platí 100 Kčs denně mimo sezonu a 840 Kčs týdně v sezoně. Najděte poměr ceny mimosezonní k ceně sezonní.

Příklad. Měřítko plánu je 1 : 120. Jak velký je ve skutečnosti pokoj, který má na plánu délku 5 cm a šířku $3\frac{3}{4}$ cm?

1 cm na plánu znamená 12 dm.
5 cm na plánu znamená (5×12) dm neboli 60 dm = 6 m.
$3\frac{3}{4}$ cm na plánu znamená $(3\frac{3}{4} \times 12)$ dm neboli 45 dm = $4\frac{1}{2}$ m.
Pokoj je 6 m dlouhý a $4\frac{1}{2}$ m široký.

152. Měřítko mapy je 1 : 100000. Kolik km měří ve skutečnosti cesta, která je na mapě dlouhá 4,7 cm?

153. Měřítko mapy je 1 : 60000. Udejte přesně na desetiny mm, jakou délku má na mapě cesta, která je ve skutečnosti dlouhá $6\frac{1}{4}$ km.

154. Plán domu je zhotoven v měřítku 1 : 180.

a) Jak dlouhý a jak široký je na plánu pokoj, jehož skutečná délka je 6 m a skutečná šířka 4 m?

b) Jak velkou plochu znamená 1 cm^2 na plánu?

155. Na mapě v měřítku 1 : 75000 je zobrazen ostrov ploškou velkou 16 cm^2. Jak velký je ten ostrov ve skutečnosti?

156. Měřítko mapy je 1 : 250000. Najděte plošný obsah lesa, který je na mapě znázorněn ploškou velkou 5,4 cm^2.

157. Vlak jede rychlostí 33 km za hodinu po trati, která má stoupání 1 : 110. O kolik m stoupne za minutu?

Protože poměr se dá vyjádřiti zlomkem a protože zlomky umíme srovnávat co do velikosti, umíme také srovnávat poměry.

158. Jedna osoba má roční příjem 35000 Kčs a ušetří 4000 Kčs ročně; druhá má roční příjem 40000 Kčs a ušetří 5000 Kčs ročně. Která osoba ušetří poměrně více?

159. Obchodník zaplatil za první zboží 2500 Kčs, za druhé 3000 Kčs a za třetí 4000 Kčs. Při prodeji získal na prvním zboží 300 Kčs, na druhém 350 Kčs a na třetím 450 Kčs. Na kterém zboží získal poměrně nejvíce? Na kterém poměrně nejméně?

18. Vzrůst a pokles v daném poměru. Když roční nájemné z bytu se zvětší ze 6000 Kčs na 8000 Kčs, pak poměr nového nájemného ke starému je 8000 : 6000 = 4 : 3 a říkáme, že nájemné vzrostlo nebo stouplo v poměru 4 : 3. Nové nájemné je $\frac{4}{3}$ starého. Když roční nájemné z bytu se zmenší ze 6000 Kčs na 4800 Kčs, pak poměr nového nájemného ke starému je 4800 : 6000 = 4 : 5 a říkáme, že nájemné kleslo v poměru 4 : 5. Nové nájemné je $\frac{4}{5}$ starého.

Jest

$$8000 = \tfrac{4}{3} \times 6000; \quad 4800 = \tfrac{4}{5} \times 6000.$$

Nová hodnota se dostane, když se původní hodnota násobí zlomkem, který vyjadřuje poměr nové hodnoty ke staré. Tento zlomek je nepravý při vzrůstu hodnoty a pravý při poklesu hodnoty.

Příklad 1. Zvětšete $12\frac{1}{4}$ kg v poměru 10 : 7.

$$\frac{10}{7} \times 12\frac{1}{4} = \frac{10 \times 49}{7 \times 4} = \frac{35}{2} = 17\frac{1}{2}.$$

Zvětšená hodnota je $17\frac{1}{2}$ kg.

Příklad 2. Zmenšete 2 hodiny v poměru 5 : 6.

$$\frac{5}{6} \times 2 = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3} = 1\frac{40}{60}.$$

Zmenšená hodnota je 1 hod. 40 min.

Příklad 3. V jakém poměru musíme zvětšit 75 Kčs, abychom dostali 100 Kčs?

Jest 100 : 75 = 4 : 3.

Příklad 4. V jakém poměru musíme zmenšit 90 q, abychom dostali 63 q?

Jest 63 : 90 = 7 : 10.

160. (Zpaměti.)

a) Zmenšete 105 v poměru 3 : 5.
b) Zvětšete 15 Kčs v poměru 6 : 5.
c) Zmenšete 30 Kčs v poměru 5 : 6.

d) Zmenšete $2\frac{1}{2}$ m v poměru 7 : 10.

e) Zvětšete 144 v poměru 7 : 4.

f) Zvětšete $1\frac{1}{4}$ kg v poměru 4 : 1.

161. Po inventuře byly ceny sníženy v poměru 3 : 5. Co stálo potom zboží, jehož krámská cena byla

a) 120 Kčs? b) 7 Kčs 50 h?

162. Fotografie rozměrů $6\frac{3}{4}$ cm a $5\frac{1}{4}$ cm byla zvětšena v poměru 8 : 3. Najděte rozměry zvětšeniny.

163. Pán vážil 84 kg a po nemoci zhubl v poměru 5 : 7. Kolik vážil po nemoci?

164. a) V jakém poměru musíme zvětšiti 24, abychom dostali 32?

b) V jakém poměru musíme zmenšiti 100, abychom dostali 80?

c) V jakém poměru musíme zvětšiti 1 m, abychom dostali 1 m 2 dm?

d) V jakém poměru musíme zmenšiti $1\frac{1}{4}$ kg, abychom dostali 1 kg?

165. a) Čím musíme násobiti 72, aby vyšlo 96?

b) Čím musíme násobiti 60, aby vyšlo 48?

c) Čím musíme násobiti 2 tucty 6 kusů, aby vyšel 1 tucet 6 kusů?

d) Čím musíme násobiti 10 tuctů, aby vyšlo o 2 tucty 6 kusů více?

e) Čím musíme násobiti 1 kopu, aby vyšlo o 10 kusů méně?

166. a) Dvě peněžní částky jsou v poměru 4 : 5. Menší je 60 Kčs. Jaká je větší částka?

b) Dvě vzdálenosti jsou v poměru 7 : 12. Větší je 21 km. Jaká je menší vzdálenost?

167. a) Čím musíme číslo násobit, abychom dostali číslo o polovici větší?

b) Čím musíme číslo násobit, abychom dostali číslo o třetinu menší?

168. a) Číslo bylo zvětšeno o $\frac{3}{10}$ z něho. V jakém poměru bylo zvětšeno?

b) Číslo bylo zmenšeno o $\frac{2}{5}$ z něho. V jakém poměru bylo zmenšeno?

169. Obdélníková guma rozměrů 4 cm a 6 cm je napjata do rozměrů 6 cm a 9 cm. V jakém poměru se zvětší

a) šířka? b) délka? c) plošný obsah?

170. Dělník pracuje 8 hodin denně. Dříve dostával 20 Kčs za hodinu, nyní má 200 Kčs denně. V jakém poměru se zvýšila jeho mzda?

171. Cena stolu byla původně 2400 Kčs a byla snížena na 1650 Kčs. Ve stejném poměru byla snížena cena soupravy židlí, která stála původně 5600 Kčs. Najděte sníženou cenu soupravy.

172. Fotografie rozměrů $7\frac{1}{2}$ cm a 5 cm byla zvětšena tak, že delší strana zvětšeniny měří 18 cm. Kolik měří kratší strana zvětšeniny? V jakém poměru vzrostl plošný obsah?

Jako zlomek $\frac{4}{5}$ má převrácenou hodnotu $\frac{5}{4}$, tak poměr 4 : 5 má **převrácenou hodnotu** 5 : 4. Když dospějeme od jednoho čísla k druhému na př. zmenšením v poměru 4 : 5, dospějeme obráceně od druhého čísla k prvému zvětšením v poměru 5 : 4.

Příklad. Najděte číslo, z něhož $\frac{3}{7}$ dají číslo 42.

Od hledaného čísla dojdeme k číslu 42 zmenšením v poměru 3 : 7. Tedy od čísla 42 dojdeme k hledanému číslu zvětšením v poměru 7 : 3. Tedy hledané číslo je

$$\frac{7}{3} \times 42 = \frac{7 \times 42}{3} = 7 \times 14 = 98.$$

173. $\frac{2}{5}$ určitého čísla je 30. Najděte to číslo.

174. Někdo vydá $\frac{7}{9}$ svého ročního příjmu a ušetří ročně 8000 Kčs. Najděte jeho roční příjem.

175. $\frac{7}{12}$ pozemku je zoráno a zbývá zorat 15 ha. Jak velký je pozemek?

176. Z každého sta natištěných výtisků knihy bylo prodáno 85. Zbylo celkem 450 výtisků knihy. Kolik výtisků bylo natištěno?

19. Trojčlenka. Při úlohách, které jsme měli v § 2. aritmetiky pro druhou třídu, jsou v každé úloze tři daná čísla a na čtvrté číslo se ptáme. Proto se řešení takových úloh někdy nazývá **počet trojčlenný,** nebo krátce **trojčlenka.** Pomocí poměrů se dají takové úlohy řešiti snadno jak v případě úměrnosti přímé tak i v případě úměrnosti nepřímé.

Přímá úměrnost. Dejme tomu, že vlak jede stále stejnou rychlostí 48 km za hodinu.

Za 5 minut ujede vlak 4 km;
za 10 minut ujede vlak 8 km;
za 15 minut ujede vlak 12 km;

atd. Poměr dvou vzdáleností je vždycky týž jako poměr časů. Když vezmeme na př. vzdálenosti 12 km a 8 km, je jejich poměr 3 : 2; příslušné časy jsou 15 min. a 10 min. a jejich poměr je zase 3 : 2. **Jsou-li dvě veličiny přímo úměrné a změníme-li hodnotu jedné veličiny v určitém poměru, změní se hodnota druhé veličiny v témž poměru.**

Nepřímá úměrnost. Když se má vykonati cesta určité délky, třeba 120 km, pak čím větší je rychlost, tím kratší doba.

Při rychlosti 10 km za hod. trvá cesta 12 hod.;
při rychlosti 20 km za hod. trvá cesta 6 hod.;
při rychlosti 30 km za hod. trvá cesta 4 hod.;

atd. Poměr dvou časů je převrácená hodnota poměru rychlostí. Když vezmeme na př. rychlosti 20 km za hodinu a 30 km za hodinu, je jejich poměr 2 : 3; časy jsou 6 hodin a 4 hodiny a jejich poměr je 3 : 2, což je převrácený poměr k poměru 2 : 3. **Jsou-li dvě veličiny nepřímo**

úměrné a změníme-li hodnotu jedné veličiny v určitém poměru, změní se hodnota druhé veličiny v převráceném poměru.

Při řešení úloh trojčlenného počtu můžeme postupovati takto: Zapíšeme si úlohu ve stručném znění do dvou řádků pod sebe. Volíme takový slovosled, aby veličina, jejíž jedna hodnota se hledá, přišla na konec. V prvním řádku jsou obě hodnoty známé. Ve druhém řádku je hodnota první veličiny známá, ale hodnota druhé veličiny je neznámá. Místo neznámé hodnoty napíšeme písmeno x. Určíme si poměr „nové" hodnoty první veličiny ke „staré" hodnotě první veličiny. Podíváme se, zdali se hodnota prvé veličiny zvětšila či zmenšila. Usoudíme, zdali se hodnota druhé veličiny má zvětšit či zmenšit. Provedeme potřebnou změnu hodnoty druhé veličiny: je to buďto změna v témž poměru, jak se změnila veličina prvá nebo změna v poměru převráceném. Víme, který z obou případů nastane, protože víme, zda máme druhou veličinu zvětšit či zmenšit.

Příklad 1. 18 m látky stálo 1500 Kčs. Co bude státi 12 m téže látky?

18 m...... 1500 Kčs
12 m...... x Kčs.

Počet m klesl v poměru 12 : 18. (Na krácení je při písemném počítání dost času.) Počet Kčs klesne v témž poměru. Tedy

$$x = \frac{12}{18} \times 1500 = \frac{12 \times 1500}{18} = \frac{2 \times 1500}{3} = 2 \times 500 = 1000.$$

12 m látky stojí 1000 Kčs.

Příklad 2. 6 lidí vypleje pole za 12 hodin. Kolik času by potřebovalo na tu práci 9 lidí?

6 lidí...... 12 hodin
9 lidí...... x hodin.

Počet lidí vzrostl v poměru 9 : 6. Počet potřebných hodin klesne v poměru 6 : 9. Tedy

$$x = \frac{6}{9} \times 12 = \frac{6 \times 12}{9} = \frac{2 \times 12}{3} = 2 \times 4 = 8.$$

9 lidí vypleje pole za 8 hodin.

Při složitějších číslech je tento postup velmi výhodný.

Příklad 3. Cestující jde již $1\frac{3}{4}$ hodiny a ušel $8\frac{2}{5}$ km. Jak dlouho ještě půjde, má-li k cíli $27\frac{3}{5}$ km?

$8\frac{2}{5}$ km...... $1\frac{3}{4}$ hodiny
$27\frac{3}{5}$ km...... x hodin.

Délka vzrostla v poměru $27\frac{3}{5} : 8\frac{2}{5}$. Doba vzroste v témž poměru. Tedy

$$x = \frac{27\frac{3}{5}}{8\frac{2}{5}} \times 1\frac{3}{4} = \frac{138}{5} \times \frac{5}{42} \times \frac{7}{4} = \frac{138 \times 5 \times 7}{5 \times 42 \times 4} = \frac{138 \times 7}{42 \times 4} = \frac{138}{6 \times 4} = \frac{23}{4} = 5\frac{3}{4}.$$

Cestující půjde ještě $5\frac{3}{4}$ hodiny.

Příklad 4. Vlak jedoucí rychlostí 15 m za vteřinu projede určitou trať za $10\frac{1}{2}$ minuty. Při jaké rychlosti by projel touž trať za $9\frac{3}{4}$ minuty? (Zaokrouhlete na desetiny m.)

$10\frac{1}{2}$ minuty...... 15 m za vt.
$9\frac{3}{4}$ minuty...... x m za vt.

Doba klesla v poměru $9\frac{3}{4} : 10\frac{1}{2}$. Rychlost stoupne v poměru převráceném. Tedy

$$x = \frac{10\frac{1}{2}}{9\frac{3}{4}} \times 15 = \frac{21}{2} \times \frac{4}{39} \times 15 = \frac{21 \times 4 \times 15}{2 \times 39} =$$

$$= \frac{21 \times 2 \times 15}{39} = \frac{21 \times 2 \times 5}{13} = \frac{210}{13} = 210 : 13 \doteq 16{,}15 \doteq 16{,}2.$$

Potřebná rychlost je asi 16,2 m za vteřinu.

Z těchto příkladů vidíte, že se neznámá hodnota x dostane, když číslo nad ní napsané změníme v poměru, jehož členy jsou čísla napsaná nalevo. Takové poměry jsou dva (navzájem převrácené). Kterého poměru se má užít, si můžeme vyznačiti šipkou.

↑	18 m .... 1500 Kčs		6 lidí .... 12 hodin		
	12 m .... x Kčs	↓	9 lidí .... x hodin		
↑	$8\frac{2}{5}$ km...... $1\frac{3}{4}$ hodiny		$10\frac{1}{2}$ minuty...... 15 m za vt.		
	$27\frac{3}{5}$ km...... x hodin	↓	$9\frac{3}{4}$ minuty...... x m za vt.		

Při úměrnosti přímé jde šipka zdola nahoru, při úměrnosti nepřímé jde šipka shora dolů. Ale je názornější, když, jak jsme to v těch čtyřech příkladech provedli, napřed se podíváme, zda se veličina nalevo zvětšila či zmenšila a potom usoudíme, zda se má veličina napravo zvětšit či zmenšit. Má-li se zvětšit, jde šipka od většího k menšímu, má-li se zmenšit, jde šipka od menšího k většímu.

177. Na procházce jsem ušel za 3 minuty 150 m. Za jakou dobu jsem ušel 1 km?

178. Zvuk urazí za 3 vteřiny 1 km. Jak daleko je bouřka, uplyne-li mezi zablesknutím a zahřměním 8 vteřin? (Na desetiny km.)

179. Vlak vykoná jistou cestu za 50 minut, jede-li rychlostí 54 km za hodinu. Jakou rychlostí by musil jeti, aby se doba snížila na 45 minut?

180. Za 14 dní utratil někdo při cestování 2100 Kčs. Jak dlouho může ještě cestovati, zbývá-li mu 3150 Kčs?

181. Spotřebuje-li se denně 1,8 q uhlí, vystačí zásoba na 56 dní. Na jakou dobu vystačí stejná zásoba, spálí-li se 2,1 q denně?

182. Z kusu sukna dlouhého 56 m ušil krejčí 16 obleků.

a) Kolik obleků ušije z kusu dlouhého 21 m?
b) Kolik m sukna potřebuje na 28 obleků?

183. Chlapec přešel chodbu 24 kroky dlouhými po 45 cm.

a) Kolika kroky přejde tu chodbu muž, jehož krok je 72 cm dlouhý?
b) Jak dlouhý je můj krok, přejdu-li ji 18 kroky?

184. Za $\frac{1}{4}$ minuty přiteklo do nádržky 17 litrů vody.

a) Za jakou dobu by nateklo 10 hl? (Zaokrouhlete na minuty.)
b) Kolik by nateklo za $9\frac{1}{2}$ minuty? (Na desetiny hl.)

185. Nalije-li se do válcovité nádoby 0,35 l vody, naplní se do 3,7 cm výšky.

a) Jak vysoko vystoupí voda, nalijeme-li do nádoby 5,8 l? (Přesně na cm.)
b) Kolik l vody je v nádobě, je-li naplněna do výšky 5 dm? (Přesně na dl.)

186. Kolo parního stroje se otočilo za 20 vteřin 59krát.

a) Kolikrát se otočí za 8 hodin? (Zaokrouhlete na tisíce.)
b) Za jakou dobu se otočí 100000krát? (Přesně na minuty.)
c) Za jakou dobu se otočí jednou? (Na setiny vteřiny.)

187. 8 zedníků postavilo zeď za 15 dní. Kolik zedníků by postavilo takovou zeď

a) za 24 dní? b) za 20 dní? c) za 12 dní?
d) za 7 dní? e) za 9 dní?

Vyložte, jaký význam má lomený výsledek.

188. 12 kostek cukru váží 7 dkg. Kolik kostek je v 5 kg kostkového cukru? (Zaokrouhlete na desítky.)

189. 1 cm³ železa váží 7,6 g. 1 cm³ hliníku váží 2,6 g. Železný klíč váží 85 g. Co by vážil stejně velký klíč z hliníku? (Přesně na g.)

190. V továrně vypočítali, že by při 8hodinové denní práci byla provedena jakási zakázka za 35 pracovních dní.

a) Za kolik dní bude práce provedena, bude-li se denně pracovati 2 hodiny „přes čas“?

b) Kolik hodin denní práce je třeba přidati, aby mohla býti zakázka provedena již za 30 pracovních dní?

191. Hospodář vysel na pole $4\frac{3}{4}$ q žita a sklidil $54\frac{5}{8}$ q zrní. Kolik sklizně může očekávati na podobném poli, na které vysel 5,4 q žita?

192. Cukrovar zpracoval 291809 q cukrovky a vyrobil 54696 q cukru.

a) Kolika q cukrovky bylo toho roku průměrně třeba na 1 q cukru? (Přesně na setiny.)

b) Kolik kg cukru se vyrobilo ze 100 kg cukrovky? (Přesně na desetiny.)

193. Z jakéhosi množství příze se utká 347 m plátna šířky 90 cm. Kolik plátna širokého 70 cm by se utkalo z téhož množství příze? (Přesně na m.)

194. Ze 100 kg ostravského uhlí se vyrobí 66 kg plynárenského koksu, 6 kg dehtu, 10 kg čpavkové vody, 0,8 kg benzolu a 40 m^3 plynu. Kolika kg ostravského uhlí je při tom třeba

a) na 100 kg plynárenského koksu?
b) na 100 kg dehtu?
c) na 100 kg čpavkové vody?
d) na 100 kg benzolu?
e) na 100 m^3 plynu?

195. K stavbě bylo potřeba 55000 cihel.

a) Na kolika povozech byly odvezeny z cihelny, unese-li 1 povoz 350 cihel?
b) Na kolika nákladních autech byly odvezeny, unese-li 1 auto 800 cihel?

196. Hospodář má 36 měr půdy (1 míra = 0,1918 ha). Čistý výnos z 1 ha byl v jednom roce 3975 Kčs. Kolik Kčs byl toho roku celkový čistý výnos jeho půdy? (Zaokr. na Kčs.)

197. Na teploměru je 100° Celsiových rovno 80° Réaumurovým (čti Reomýrovým).

a) Převeďte na stupně Réaumurovy: 13°, 27°, 49°, 57° C.
b) Převeďte na stupně Celsiovy: 18°, 26°, 34°, 72° R.

198. Podél silnice má býti vysázeno stromořadí. Budou-li stromky 5,4 m od sebe, bude jich na každé straně 145.

a) Kolika stromků bude třeba při vzdálenosti 4,8 m?

b) Jak daleko musíme sázeti stromek od stromku, máme-li jich (pro obě řady dohromady) 242?

(První stromek nepočítejte! Proč?)

20. Složená trojčlenka. Složený počet trojčlenný, krátce **složená trojčlenka,** je řešení úloh, které se dají rozložit na dvě (nebo tři atd.) úlohy z obyčejné (t. zv. jednoduché) trojčlenky. Není to tedy vlastně nic nového.

Jako příklad si proberme tuto úlohu. 12 dělníků vydělalo 8100 Kčs za 10 dní. Kolik vydělá při stejné mzdě 14 dělníků za 8 dní?

V této úloze se vyskytují tři veličiny: počet dělníků, počet dní, počet Kčs. U prvních dvou veličin známe starou i novou hodnotu, u třetí veličiny starou hodnotu známe a novou hodnotu hledáme.

Můžeme si danou úlohu rozložiti ve dvě úlohy jednoduché trojčlenky dvojím způsobem.

První způsob. Při tomto způsobu ponecháme zatím u počtu dní starou hodnotu a měníme zprvu pouze počet dělníků. To je prvá část; ve druhé části změníme počet dní.

Prvá část je tedy tato úloha: 12 dělníků vydělalo za určitý čas (t. j. za 10 dní) 8100 Kčs. Kolik vydělá (za stejný čas) 14 dělníků? Počet dělníků vzrostl v poměru 14 : 12. Výdělek vzroste v témž poměru a bude 9450 Kčs, neboť

$$\frac{14}{12} \times 8100 = \frac{14 \times 8100}{12} = \frac{7 \times 8100}{6} = 7 \times 1350 = 9450.$$

Tedy 14 dělníků vydělá za 10 dní 9450 Kčs a můžeme přistoupiti ke druhé části: Za 10 dní vydělá určitý počet dělníků (14 dělníků) 9450 Kčs. Kolik vydělají ti dělníci za 8 dní? Počet dní klesl v poměru 8 : 10. Výdělek klesne v témž poměru a bude 7560 Kčs, neboť

$$\frac{8}{10} \times 9450 = \frac{8 \times 9450}{10} = 8 \times 945 = 7560.$$

Druhý způsob. Při tomto způsobu ponecháme zatím starý počet dělníků a měníme zprvu pouze počet dní. To je prvá část; ve druhé části změníme počet dělníků.

Prvá část: 12 dělníků vydělalo za 10 dní 8100 Kčs. Kolik vydělají ti dělníci za 8 dní? Počet dní klesl v poměru 8 : 10, výdělek klesne v témž poměru a bude 6480 Kčs, neboť

$$\frac{8}{10} \times 8100 = \frac{8 \times 8100}{10} = 8 \times 810 = 6480.$$

Tedy 12 dělníků vydělá za 8 dní 6480 Kčs. Druhá část: 12 dělníků vydělá (za 8 dní) 6480 Kčs. Kolik vydělá (za stejný čas) 14 dělníků? Počet dělníků vzrostl v poměru 14 : 12. Výdělek vzroste v témž poměru a bude 7560 Kčs, neboť

$$\frac{14}{12} \times 6480 = \frac{14 \times 6480}{12} = \frac{7 \times 6480}{6} = 7 \times 1080 = 7560.$$

Oba způsoby vedly ovšem k témuž výsledku 7560 Kčs. Když si prohlédneme počty, které jsme provedli, vidíme, že jsme: (1) při prvém způsobu číslo 8100 násobili zlomkem $\frac{14}{12}$ a potom součin zlomkem $\frac{8}{10}$; (2) při druhém způsobu číslo 8100 násobili zlomkem $\frac{8}{10}$ a potom součin zlomkem $\frac{14}{12}$. Při obou způsobech jsme tedy dostali výsledek 7560 jako součin tří čísel

$$\tfrac{8}{10} \times \tfrac{14}{12} \times 8100.$$

Že se součin tří čísel může dostati tak, že si vybereme kterékoli dva činitele, znásobíme je mezi sebou a součin znásobíme činitelem třetím, to víme. Můžeme tedy dojíti k výsledku 7560 také třetím způsobem, když nejdříve násobíme

$$\frac{8}{10} \times \frac{14}{12} = \frac{8 \times 14}{10 \times 12} = \frac{2 \times 14}{10 \times 3} = \frac{14}{5 \times 3} = \frac{14}{15}$$

a potom součin $\frac{14}{15}$ násobíme číslem 8100,

$$\frac{14}{15} \times 8100 = \frac{14 \times 8100}{15} = 14 \times 540 = 7560.$$

Nejlépe je, když si u takových úloh nejdříve celý počet jen naznačíme, a potom jej provedeme způsobem, který při daných číslech považujeme za nejlepší. Při tom postupujeme podobně jako u jednoduché trojčlenky. Vraťme se k hořejšímu příkladu. Napíšeme

12 dělníků...... 10 dní ...... 8100 Kčs,
14 dělníků...... 8 dní ...... x Kčs.

Veličina, která má jednu hodnotu neznámou, přijde pokaždé na konec. Všimneme si, že v prvním sloupci počet dělníků vzrostl v poměru 14 : 12; vzhledem k této změně počtu dělníků výdělek vzroste v poměru 14 : 12, což si vyznačíme šipkou, která ukazuje od 14 ke 12. Dále si všimneme, že ve druhém sloupci počet dní klesl v poměru 8 : 10; vzhledem k této změně počtu dní výdělek klesne v poměru 8 : 10, což si vyznačíme šipkou, která ukazuje od 8 k 10. Máme tedy zapsáno:

↑ 12 dělníků...... ↑ 10 dní ...... 8100 Kčs,
| 14 dělníků...... | 8 dní ...... x Kčs.

To znamená, že číslo x dostaneme, když provedeme s číslem 8100 dvě změny za sebou; změnu v poměru 14 : 12 a změnu v poměru 8 : 10. Jest

$$x = \frac{14}{12} \times \frac{8}{10} \times 8100 = \frac{14 \times 8 \times 8100}{12 \times 10} = \frac{14 \times 8 \times 810}{12} =$$

$$= \frac{14 \times 2 \times 810}{3} = 14 \times 2 \times 270 = 28 \times 270 = 7560.$$

199. 16 dělníků vyrobí 800 beden za 9 dní. Za jakou dobu vyrobí 15 dělníků 1000 beden?

200. Dělník vydělá 750 Kčs za 8 dní při 9 pracovních hodinách denně. Kolik dostane za 20 dní při 6 pracovních hodinách denně?

201. Koberec dlouhý $3\frac{1}{2}$ m a široký 3 m stojí 2520 Kčs. Co stojí koberec stejné jakosti dlouhý 5 m a široký 2 m?

202. Žací stroj poseče 4 ha za 6 hodin, jezdí-li rychlostí 6 km za hodinu. Za jak dlouho poseče 6 ha, jezdí-li rychlostí 5 km za hodinu?

203. Při sobotní výplatě vyplatil vedoucí 12 zedníkům za 6 dní práce po 9 hodinách denně celkem 9720 Kčs.

a) Kolik Kčs bude potřebovati k následující výplatě, pracovalo-li 13 zedníků jen 5 dní, ale po 10 hodinách denně?

b) Kolik zedníků měl zaměstnáno, platil-li 3562,50 Kčs za 5 dní po $9\frac{1}{2}$ hodinách?

c) Kolik dní po 10 hodinách se pracovalo, platil-li 16 zedníkům 7200 Kčs?

d) Kolik hodin denně se pracovalo, vyplácel-li 11 zedníkům za 5 dní 7425 Kčs?

204. Člověk, který udělá 120 kroků po 75 cm za minutu, ujde z města do blízké vsi za 55 minut.

a) Jak dlouho půjde touž cestou chlapec, který dělá za minutu 110 kroků po 60 cm?

b) Kolik kroků za minutu udělá chodec, který urazí tu cestu za $1\frac{1}{4}$ hodiny kroky 60 cm dlouhými?

c) Jak dlouhý krok má cestující, který ujde 110 kroků za minutu a vykoná tu cestu za hodinu?

205. Jakýsi spis byl vytištěn na 96 stranách po 41 řádcích $10\frac{1}{2}$ cm dlouhých.

a) Na kolik asi stran by se vytiskl týž spis, kdyby byly na stránce 42 řádky dlouhé 12 cm?

b) Kolik řádků délky 12,6 cm by musilo býti na stránce, aby kniha měla 82 strany?

206. Zedník položí za 5 dní 12 m^3 cihlového zdiva, pracuje-li 9 hodin denně.

a) Kolik hodin denně by musil pracovati, aby položil 84 m^3 zdiva za 36 dní?

b) Za kolik dní položí 48 m^3 zdiva, pracuje-li 10 hod. denně?

c) Kolik m^3 zdiva položí za 27 dní při $8\frac{1}{2}$ hodinách denní práce?

21. Postupné poměry. Výrok, že váhy tří chlapců jsou **v postupném poměru** 9 : 11 : 12 nebo krátce **v poměru** 9 : 11 : 12 znamená, že

poměr váhy prvního k váze druhého je 9 : 11,
poměr váhy prvního k váze třetího je 9 : 12 neboli 3 : 4,
poměr váhy druhého k váze třetího je 11 : 12.

Postupný poměr 9 : 11 : 12 má tři členy. Můžeme tvořiti také postupné poměry se čtyřmi (nebo i více) členy. Také u postupných poměrů je dovoleno: (1) všecky členy násobiti týmž číslem; (2) všecky členy děliti týmž číslem.

Příklad 1. Rozdělte 60 Kčs na dvě části v poměru 2 : 3. Máme rozdělit 60 Kčs na stejné díly tak, aby 2 z nich připadly na prvou z hledaných částí a 3 na druhou. Všech dílů bude $2 + 3 = 5$. Tedy poměr prvé části k 60 Kčs je 2 : 5, poměr druhé části k 60 Kčs je 3 : 5. Jest

$$\tfrac{2}{5} \times 60 = 24, \quad \tfrac{3}{5} \times 60 = 36.$$

Prvá část je 24 Kčs, druhá je 36 Kčs. Druhou část můžeme dostati z první odečtením $60 - 24 = 36$.

Příklad 2. Rozdělte 108 Kčs mezi 3 osoby tak, aby první měla 5 krát tolik co druhá, a třetí o polovici více než první.

Zvolíme-li podíl druhé osoby za jednotku, bude podíl první osoby vyjádřen číslem 5 a podíl třetí osoby číslem

$$5 + \tfrac{5}{2} = 7\tfrac{1}{2}.$$

Tedy postupný poměr podílů je

$$5 : 1 : 7\tfrac{1}{2} = 10 : 2 : 15$$

a postupný poměr podílů a celku je

$$10 : 2 : 15 : 27,$$

neboť $10 + 2 + 15 = 27$. Jest

$$\tfrac{10}{27} \times 108 = 40, \quad \tfrac{2}{27} \times 108 = 8, \quad \tfrac{15}{27} \times 108 = 60,$$

$$40 + 8 + 60 = 108.$$

První osoba dostane 40 Kčs, druhá 8 Kčs, třetí 60 Kčs.

Příklad 3. První číslo je k druhému v poměru 4 : 7, druhé k třetímu je v poměru 5 : 3. Určete postupný poměr všech tří čísel.

První poměr lze psáti ve tvarech

$$4 : 7, \ 8 : 14, \ 12 : 21 \text{ atd.}$$

a člen odpovídající druhému číslu je násobek sedmi. Druhý poměr lze psáti ve tvarech

$$5 : 3, \ 10 : 6, \ 15 : 9 \text{ atd.}$$

a člen odpovídající druhému číslu je násobek pěti. Potřebujeme napsati oba poměry v takových tvarech, aby člen odpovídající druhému číslu byl u obou poměrů stejný. Ten stejný člen bude společný násobek obou čísel 7 a 5. Nejlépe volíme nejmenší společný násobek 35. První poměr je 20 : 35, druhý je 35 : 21 a hledaný postupný poměr je 20 : 35 : 21.

Můžeme postupovati také jinak. První číslo je $\frac{4}{7}$ druhého; třetí číslo je $\frac{3}{5}$ druhého (neboť poměr třetího k druhému je převrácený k poměru druhého k třetímu). Tedy hledaný postupný poměr je $\frac{4}{7} : 1 : \frac{3}{5}$, což lze rozšiřováním upraviti na tvar 20 : 35 : 21.

207. Rozdělte 120 Kčs na dvě části v poměru

a) 1 : 3. b) 1 : 5. c) 3 : 5. d) 3 : 7. e) 7 : 8. f) 11 : 13.

208. Rozdělte

a) 8 Kčs na tři části v poměru 5 : 2 : 9.

b) 500 Kčs na tři části v poměru 7 : 4 : 9.

c) 3 m na tři části v poměru $\frac{1}{3} : \frac{1}{4} : \frac{1}{6}$.

d) 70 Kčs na čtyři části v poměru 2 : 4 : 5 : 9.

209. Napište v nejjednodušším tvaru postupný poměr pro

a) $2\frac{1}{2}$ m, 5 m, 1 m 2 dm. b) $1\frac{1}{4}$ kg, 2 kg, 60 dkg.

210. Tři rodiny se rozdělily o 120 q uhlí o poměru 2 : 5 : 9. Kolik dostaly jednotlivé rodiny?

211. Strany trojúhelníka jsou v poměru 1 : 1,5 : 2. Obvod je 3 dm. Určete délky stran.

212. Zisk 7500 Kčs byl rozdělen mezi tři osoby v poměru 3 : 4 : 8. Kolik kdo dostal?

213. Rozdělte 105 Kčs na dvě části tak, aby jedna byla o polovici větší než druhá.

214. Rozdělte 25 cm na dvě části tak, aby jedna byla $\frac{2}{3}$ druhé.

215. Tři ústavy zdědily dohromady 66000 Kčs. První dostal dvakrát tolik co druhý, druhý dostal o polovinu více než třetí. Kolik který zdědil?

216. Otec, syn a dcera nesou dohromady 95 kg. Syn nese $\frac{1}{3}$ toho co otec. Otec nese 4krát tolik co dcera. Kolik kdo nese?

217. Tři družstva se rozdělila o zisk 2415 Kčs takto: Na každé 4 Kčs, které připadnou prvnímu, připadne druhému 5 Kčs. Na každých 9 Kčs, které připadnou druhému, připadne třetímu 16 Kčs. Kolik které dostalo?

22. Úměry. Úlohy trojčlenného počtu se někdy řeší způsobem, který má trochu jiný vzhled nežli způsob, který jsme poznali v odst. **19**. Je to řešení pomocí t. zv. **úměr**. Napsati úměru znamená napsati, že dva poměry jsou stejné. Na př.

$$6 : 8 = 9 : 12$$

je správná úměra. Taková úměra se někdy čte slovy: 6 se má k 8 jako 9 ke 12. Číslům 6 a 12 se říká **vnější členy** úměry, číslům 8 a 9 se říká **vnitřní členy** úměry.

Že hořejší úměra je správná, znamená prostě, že $\frac{6}{8}$ a $\frac{9}{12}$ jsou dva tvary téhož zlomku, že tedy

$$\frac{6}{8} = \frac{9}{12}.$$

Rovnost obou zlomků zůstane ovšem zachována, když je oba násobíme číslem 8×12. Je tedy

$$\frac{6}{8} \times 8 \times 12 = \frac{9}{12} \times 8 \times 12$$

neboli

$$\frac{6 \times 8 \times 12}{8} = \frac{9 \times 8 \times 12}{12},$$

tedy

$$6 \times 12 = 9 \times 8.$$

Stejnou úvahu můžeme provésti u každé správné úměry. Tím dospějeme k poznatku: **Ve správné úměře je součin členů vnějších stejný jako součin členů vnitřních.** Obráceně: **Když je součin členů vnějších stejný jako součin členů vnitřních, je úměra správná.** Přesvědčme se o tom zase na příkladě. Jest

$$4 \times 20 = 8 \times 10.$$

Tedy také

$$\frac{4 \times 20}{8 \times 20} = \frac{8 \times 10}{8 \times 20}$$

neboli

$$\frac{4}{8} = \frac{10}{20}$$

a to znamená, že $4 : 8 = 10 : 20$ je správná úměra.

Pomocí právě získaného poznatku se dá řešiti tato úloha. V úměře jsou tři členy známé, ale čtvrtý se hledá. Na př.

$$x : 14 = 5 : 7.$$

Součin $7 \times x$ členů vnějších musí býti stejný jako součin 14×5 členů vnitřních, tedy

$$7 \times x = 14 \times 5 = 70,$$

takže

$$x = \frac{70}{7} = 10.$$

Nyní si povíme, jak se řeší úlohy trojčlenného počtu úměrou. Probereme si znovu třeba příklad 1 z odst. **19.** 18 m látky stálo

1500 Kčs. Co bude státi 12 m téže látky? Neznámý počet Kčs si označíme x. Počet m látky a cena látky jsou veličiny přímo úměrné. Proto poměr cen $x : 1500$ je stejný jako poměr množství $12 : 18$ a můžeme napsati úměru

$$x : 1500 = 12 : 18.$$

Součin členů vnějších se rovná součinu členů vnitřních, tedy

$$18 \times x = 12 \times 1500$$

a z toho plyne, že

$$x = \frac{12 \times 1500}{18} = 1000.$$

Vidíte, že řešení úměrou je vlastně úplně stejné jako řešení, které jsme poznali v odst. **19**. Proto stačí tato krátká zmínka, tím spíše, že každou úměru můžeme místo pravidla o součinu členů vnějších a vnitřních řešiti způsobem, který jsme poznali už v odst. **18**. Mějme na př. znovu úměru

$$x : 14 = 5 : 7.$$

To znamená, že číslo x dostaneme z čísla 14, když je zmenšíme v poměru 5 : 7 Tedy

$$x = 14 \times \frac{5}{7} = \frac{14 \times 5}{7} = 10$$

a to je vlastně týž počet, jakým jsme stejnou úměru výše řešili.

§ 4. Procenta. Úroky.

23. Procenta. Když v zásobě vajec je $\frac{1}{20}$ zkažených, pak 5 vajec z každého sta vajec je zkažených a říkáme, že **pět ze sta** neboli **pět procent** vajec je zkažených. Poměr počtu zkažených vajec k počtu všech vajec je 1 : 20 neboli 5 : 100. **Počet procent je poměr, jehož druhý člen je 100, a dá se vyjádřiti zlomkem, jehož jmenovatel je 100.**

Na př. 7 procent, psáno 7%, je poměr 7 : 100, který můžeme vyjádřiti zlomkem $\frac{7}{100}$.

Značka % povstala ze zkratky cto italského slova cento (čti čento).

V některých případech je zvykem za druhý člen poměru voliti 1000. Když na př. železniční trať má v nějakém úseku spád **12 promile**, psáno 12‰, znamená to, že poměr výšky, o kterou trať stoupne k vodorovné vzdálenosti je 12 : 1000, že tedy na každý km vodorovné vzdálenosti stoupne výška trati o 12 m. 12‰ je tedy totéž jako 1,2%.

Příklad. Vyjádřete v procentech: Ve škole mají tři žáci ze čtyř své kolo. ($\frac{3}{4}$ žactva mají své kolo.) Počet procent je

$$\frac{3}{4} \text{ ze } 100 = \frac{3}{4} \times 100 = 75.$$

75% žactva má své kolo.

218. (Zpaměti.) Vyjádřete v procentech:

a) Jeden den z pěti byl deštivý.
b) 3 žáci z 50 scházeli ve škole.
c) 7 lidí z 25 zemře ve stáří menším než 50 let.
d) Obilí ztratilo krupobitím $\frac{3}{4}$ své ceny.
e) Polovina mých spolužáků umí plavat.

219. Někdo vydá 70% svého příjmu. Kolik % příjmu ušetří?

220. Při železničním neštěstí zůstalo 85% cestujících bez pohromy. Zabit nebyl nikdo. Kolik % cestujících bylo raněno?

221. Brambory obsahují 55% vody. Kolik vody je v 50 kg brambor?

222. Ve městě tvoří dospělí muži 28% obyvatel a dospělé ženy 30%. Kolik % obyvatel tvoří děti?

223. Někdo vydá 10% svého příjmu na nájemné a 55% na domácnost. Kolik % zbude?

24. Procenta a zlomky. Procenta můžeme vyjádřiti ve tvaru zlomku. Na př. 40% znamená poměr 40 : 100, který můžeme vyjádřiti zlomkem $\frac{40}{100} = \frac{2}{5}$ neboli desetinným číslem 0,4.

Obráceně můžeme zlomek (nebo desetinné číslo) vyjádřiti procenty, když jej upravíme tak, aby jmenovatel byl 100. Na př. $\frac{3}{4} = \frac{75}{100}$, tedy zlomek $\frac{3}{4}$ vyjadřuje 75%.

Zlomek	Des. číslo	Procenta	Promile
$\frac{3}{8}$	0,375	37,5	375

Příklad 1. Vyjádřete v procentech: a) $\frac{2}{3}$; b) 0,225.

a) $\frac{2}{3} = \dfrac{\frac{2}{3} \times 100}{100} = \dfrac{66\frac{2}{3}}{100}$

nebo $\frac{2}{3} = (\frac{2}{3} \text{ ze } 100)\% = (\frac{2}{3} \times 100)\% = 66\frac{2}{3}\%$.

b) $0{,}225 = (0{,}225 \times 100)\% = 22{,}5\%$.

Příklad 2. Kolik je $62\frac{1}{2}\%$ ze 400 Kčs?

$$62\tfrac{1}{2}\% \text{ ze } 400 = \frac{62\frac{1}{2}}{100} \times 400 = \frac{125 \times 400}{200} = 125 \times 2 = 250.$$

$62\frac{1}{2}\%$ ze 400 Kčs je 250 Kčs.

Příklad 3. Povrch zeměkoule je asi 510 milionů km². Z toho připadá na souš asi 145 milionů km². Kolik je to %?

$$\tfrac{145}{510} = \left(\tfrac{145}{510} \times 100\right)\% = (1450 : 51)\% \doteq 28{,}4\%.$$

224. Vyjádřete jako zlomek i jako desetinné číslo:

a) 25%, 50%, 75%. b) 5%, 15%, 85%.
c) 2%, 4%, 300%. d) $12\frac{1}{2}$%, $37\frac{1}{2}$%, $112\frac{1}{2}$%.

225. Vyjádřete zlomkem i poměrem:

a) 150%, 200%, 275%. b) $33\frac{1}{3}$%, $6\frac{2}{3}$%, $9\frac{3}{8}$%.

226. Vyjádřete v procentech:

a) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{7}{5}$. b) $\frac{1}{20}$, $\frac{1}{25}$, $\frac{1}{30}$, $\frac{1}{40}$, $\frac{36}{25}$.
c) 0,35; 0,08; 1,4; 0,065. d) $1\frac{1}{2}$; 1,75; 4; $1\frac{1}{3}$; 2,3.
e) $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{8}$. f) poměry 1 : 2, 7 : 10, 3 : 8, 5 : 12

227. Vypočtěte

a) 60% ze 450 Kčs. b) 180% ze 25 Kčs.
c) 75% ze 312 Kčs. d) $33\frac{1}{3}$% ze 20 tuctů.
e) 235% z 50 Kčs. f) $12\frac{1}{2}$% ze 40 Kčs.
g) $66\frac{2}{3}$% z 1 kopy. h) 55% z 1 q.
i) 34% ze 2 m.

228. Vyjádřete první hodnotu v procentech druhé:

a) 2 Kčs, 8 Kčs. b) 9 Kčs, 12 Kčs. c) 4 cm, 1 dm.
d) 30 kg, 80 kg. e) 37 l, 1 m³. f) $27\frac{1}{2}$ g, 1 kg.

229. Cestující dostává $7\frac{1}{2}$% provise z ceny prodaného zboží. Jakou provisi dostane, prodá-li přijímač za 2400 Kčs?

230. Pracující s ročním příjmem 57600 Kčs vydá 3600 Kčs ročně za knihy. Kolik je to %?

231. Kolik kg je 8% ze $2\frac{1}{2}$ q?

232. Na celém světě žije asi 1800 milionů lidí, z toho asi 720 milionů v Evropě. Kolik je to %?

233. Vypočtěte přesně na pětihaléře:

a) 4% ze 378,90 Kčs. b) 7% ze 2150 Kčs.
c) $3\frac{1}{2}$% ze 4296 Kčs. d) $5\frac{1}{4}$% ze 4329 Kčs.
e) $2\frac{3}{4}$% ze 790,20 Kčs. f) $6\frac{3}{8}$% ze 275,40 Kčs.

234. V měsíci lednu 1947 mělo se vyrobit surového železa 114 tisíc tun, vyrobilo se 113, v lednu 1948 mělo se vyrobit 119 tisíc tun surového železa, vyrobilo se 130. Jak byl plán v obou měsících splněn? O kolik % se vyrobil v lednu 1948 víc než v lednu 1947? O kolik % bylo plánováno v lednu 1948 víc než v lednu 1947 (ze základu roku 1947).

235. Povrch zeměkoule měří 510 milionů km², Z toho připadá na Evropu 10, na Asii 44,6, na Afriku 30, na Ameriku 42, na Australii 9, na Tichý oceán 165,7, na Atlantický oceán 81,7 a na Indický oceán 73,4 milionů km². Vyjádřete v procentech! (Zaokrouhlujte na desetiny procenta.)

236. R. 1929 zahynulo v Brně mrazem z 19 350 okrasných stromů 1551, z 3 486 ovocných stromů 463, ze 4520 stromů u silnic 201. Vyjádřete v procentech! (Zaokrouhlujte na desetiny procenta.)

237. R. 1930 bylo v Čechách napočteno 256 943 koní, 2 280 554 kusy hovězího dobytka, 65 994 ovce, 600 843 kozy a 1 222 344 vepři. Kolik procent veškerého dobytka připadlo na vepře? (Zaokrouhlujte na desetiny procenta.)

238. R. 1920 bylo v ČSR 592 269 koní, r. 1930 747 650 koní.

a) O kolik procent stoupl stav koní od r. 1920 do r. 1930?

b) O kolik procent je stav koní v r. 1920 menší proti stavu z r. 1930?

(Zaokrouhlujte na desetiny procenta.)

239. Celková délka všech železničních tratí v ČSR r. 1933 byla 13 238 km. Z toho připadalo na ředitelství Praha 2100 km, Plzeň 2173 km, Hradec Králové 2232 km, Brno 1461 km, Olomouc 1469 km, Bratislava 2135 km, Košice 1668 km. Vyjádřete v procentech. (Zaokrouhlujte na desetiny procenta.)

25. Změny v procentech. Velikost změny peněžité hodnoty (nebo váhy a pod.) se často udává tak, že se vzrůst nebo pokles vyjádří v procentech **původní** hodnoty. Na př. když nové auto stojí 40000 Kčs a když se jeho cena po roce odhadne na 32000 Kčs, klesla cena o 8000 Kčs. Ale 8000 Kčs je 20% z původní částky 40000 Kčs; proto řekneme, že cena auta klesla po ročním užívání o 20%.

30% vzrůst hodnoty znamená, že na každých 100 jednotek původní hodnoty připadne vzrůst 30 jednotek, t. j. že každých 100 jednotek původní hodnoty dá 130 jednotek nové hodnoty.

Poměr vzrůstu k původní hodnotě je 30 : 100, tedy

$$\text{vzrůst} = \tfrac{30}{100} \times (\text{původní hodnota}).$$

Poměr nové hodnoty k původní hodnotě je 130 : 100, tedy

$$\text{nová hodnota} = \tfrac{130}{100} \times (\text{původní hodnota}).$$

Podobně poměr nové hodnoty ke vzrůstu je 130 : 30, tedy

$$\text{nová hodnota} = \tfrac{130}{30} \times \text{vzrůst atd.}$$

20% pokles hodnoty znamená, že na každých 100 jednotek původní hodnoty připadá pokles 20 jednotek, což dá 80 jednotek nové hodnoty.

Poměr nové hodnoty k původní je 80 : 100, tedy

$$\text{nová hodnota} = \tfrac{80}{100} \times (\text{původní hodnota}) \text{ atd.}$$

240. Čím se musí číslo násobit, aby se zvětšilo

a) o 17%? b) o 83%? c) o 70%? d) o 20%?
e) o 139%?

241. Čím se musí číslo násobit, aby se zmenšilo

a) o 9%? b) o 37%? c) o 61%? d) o 30%?
e) o 40%?

242. a) Zvětšete 300 o 8%. b) Zmenšete 400 o 20%.
c) Zmenšete 80 o 10%. d) Zvětšete 60 o 30%.

243. Cena zboží stoupla o 9%. Určete

a) poměr nové ceny ke staré ceně;
b) poměr nové ceny ke stoupnutí;
c) zlomek, kterým musíte násobiti novou cenu, abyste dostali starou cenu.

244. Cena zboží klesla o 7%. Určete

a) poměr nové ceny ke staré ceně;
b) poměr poklesu ceny k nové ceně;
c) zlomek, kterým musíte násobiti pokles ceny, abyste dostali novou cenu.

245. Opakujte cvič. **243** při vzrůstu o 10%.

246. Opakujte cvič. **244** při poklesu o 20%.

247. P znamená původní hodnotu, N znamená novou hodnotu. Doplňte:

a) při vzrůstu o 5% je $N = P \times \ldots$, $P = N \times \ldots$;
b) při poklesu o 12% je $N = P \times \ldots$, $P = N \times \ldots$;
c) při vzrůstu o 6% je $N - P = P \times \ldots$, $N - P = N \times \ldots$;
d) při poklesu o 8% je $P - N = P \times \ldots$, $P - N = N \times \ldots$;
e) při vzrůstu o 10% je $N = (N - P) \times \ldots$;
f) při poklesu o 10% je $N = (P - N) \times \ldots$;
g) při poklesu **na** 70% je $N = P \times \ldots$, $P = N \times \ldots$

Příklad 1. Úředník, který měl 37500 Kčs ročního příjmu, dostal 8% přídavek. Určete zvýšený plat.

Poměr nového platu ke starému je 108 : 100, tedy

$$(\text{nový plat}) = (\tfrac{108}{100} \times 37500) \text{ Kčs} = 40500 \text{ Kčs}.$$

Nebo: Přídavek $= (\frac{8}{100} \times 37500)$ Kčs $= 3000$ Kčs; $37500 + 3000 =$ $= 40500$; tedy nový plat je 40500 Kčs.

Příklad 2. Úředníkův plat stoupl ze 25000 Kčs ročně na 28000 Kčs. O kolik % mu byl plat zvýšen?

Zvýšení je 3000 Kčs. Tedy poměr zvýšení k původnímu platu je $3000 : 25000 = 3 : 25$. Zvýšení v procentech je $(\frac{3}{25} \times 100)\% = 12\%$.

Příklad 3. Ze kterého čísla 36% je 117?

Poměr hledaného čísla ke 117 je 100 : 36, tedy

$$\text{(hledané číslo)} = 117 \times \frac{100}{36} = 325.$$

Příklad 4. Družstvo slevilo obchodníkovi 5% z účtu a tento zaplatil 570 Kčs. Na kolik Kčs zněl účet?

Po slevě 5% zbývá zaplatit 95%. Tedy poměr účtu ke 570 Kčs je 100 : 95. Tedy účet zněl na $(\frac{100}{95} \times 570)$ Kčs $= 600$ Kčs.

248. a) Zvětšete 80 o 35%. b) Zmenšete 75 o 40%.
c) Zmenšete 216 o $37\frac{1}{2}\%$. d) Zvětšete 416 o 125%.

249. Najděte číslo, ze kterého

a) 25% je 7. b) 76% je 57. c) $37\frac{1}{2}\%$ je 84.
d) 30% je 15. e) $7\frac{1}{2}\%$ je 48. f) $16\frac{2}{3}\%$ je 100.

250. a) Které číslo musíme zvětšiti o 20%, abychom dostali 144?
b) Jakou částku peněz musíme zvýšiti o 35%, abychom dostali 2160 Kčs?
c) Které číslo musíme zmenšiti o 20%, abychom dostali 108?
d) Jakou částku peněz musíme snížiti o 35%, abychom dostali 1560 Kčs?

251. Úředníkův plat byl 38000 Kčs ročně. Dostal-li 15% přídavek, jaký je nyní jeho plat?

252. Úředník vydal za rok 44000 Kčs, t. j. 80% svého služného. Určete výši služného.

253. Obdélníková zahrada byla 80 m dlouhá a 25 m široká. Byla zvětšena tak, že každý rozměr vzrostl o 20%. O kolik m^2 se zvětšil plošný obsah zahrady? O kolik % se zvětšil?

254. Někdo vydá 88% svého ročního příjmu a ušetří ročně 8100 Kčs. Jaký je jeho roční příjem?

255. Z účtu bylo sleveno 10% a zůstalo k placení 2700 Kčs. Na kolik Kčs zněl účet?

256. 15% peněžní částky činí 2775 Kčs. Vypočtěte $16\frac{1}{2}\%$ téže částky.

257. Počet žactva školy stoupl o 5% na 714. Kolik žactva měla škola před tím?

26. Zisk a ztráta v procentech. Když obchodník koupí zboží za 1000 Kčs a prodá je za 1010 Kčs, má poměrně malý zisk. Ale když koupí zboží za 20 Kčs a prodá je za 30 Kčs, má poměrně velký zisk, ačkoli v obou případech získává stejnou částku 10 Kčs. Aby mohl provésti první obchod, musí napřed zaplatiti 1000 Kčs a jeho zisk je pouze 1% této částky. Při druhém obchodu zaplatí napřed jen 20 Kčs a jeho zisk je 50% této částky. Vhodný způsob, jak srovnávati zisky při prodeji různého zboží, je vyjádřiti zisk (někdy také ztrátu) v procentech **kupní ceny,** protože kupní cena je ta peněžní částka, kterou musil obchodník vložit do zboží, které doufá zase prodat.

Když jsme v odst. **25** vyjadřovali změny v procentech, činili jsme tak vždy v procentech **té hodnoty, která přišla dřív.** Obchodník napřed koupí a potom prodá. Proto vyjadřujeme zisk a ztrátu v procentech kupní ceny, ne v procentech prodejní ceny.

Pamatujte: **Zisk a ztráta v % znamená vždy zisk a ztrátu v procentech kupní ceny.**

Příklad. Někdo prodal kolo za 720 Kčs a získal 20%. Zač je koupil?

Na 100 Kčs kupní ceny připadá 20 Kčs zisku, tedy 120 Kčs prodejní ceny. Tedy poměr kupní ceny k prodejní ceně je 100 : 120. Jest

$$\tfrac{100}{120} \times 720 = 600.$$

Koupil kolo za 600 Kčs.

258. Určete prodejní cenu:

a) Kupní cena 200 Kčs, zisk 10%.
b) Kupní cena 200 Kčs, ztráta 10%.
c) Kupní cena 1000 Kčs, ztráta 20%.
d) Kupní cena 800 Kčs, zisk 18%.
e) Kupní cena 600 Kčs, zisk 25%.
f) Kupní cena 400 Kčs, ztráta 30%.

259. Určete kupní cenu:

a) Prodejní cena 1200 Kčs, zisk 20%.
b) Prodejní cena 1260 Kčs, zisk 5%.
c) Prodejní cena 800 Kčs, ztráta 20%.
d) Prodejní cena 1400 Kčs, ztráta 30%.
e) Prodejní cena 648 Kčs, zisk 8%.
f) Prodejní cena 1128 Kčs, ztráta 6%.

260. Určete zisk v % nebo ztrátu v %:

a) Kupní cena 5000 Kčs, zisk 600 Kčs.

b) Kupní cena 2000 Kčs, ztráta 400 Kčs.
c) Prodejní cena 1000 Kčs, zisk 200 Kčs.
d) Prodejní cena 600 Kčs, ztráta 200 Kčs.
e) Kupní cena 500 Kčs, prodejní cena 580 Kčs.
f) Kupní cena 150 Kčs, prodejní cena 120 Kčs.

261. Určete prodejní cenu:

a) Kupní cena 1500 Kčs, zisk 5%.
b) Kupní cena 60 Kčs, zisk $33\frac{1}{3}$%.
c) Kupní cena 75 Kčs, zisk 8%.
d) Kupní cena 840 Kčs, ztráta $17\frac{1}{2}$%.
e) Kupní cena 870 Kčs, ztráta $13\frac{1}{3}$%.
f) Kupní cena 2900 Kčs, zisk $4\frac{1}{2}$%.

262. Určete kupní cenu:

a) Prodejní cena 420 Kčs, zisk 5%.
b) Prodejní cena 120 Kčs, ztráta 4%.
c) Prodejní cena 165 Kčs, ztráta 12%.
d) Prodejní cena 640 Kčs, zisk $6\frac{2}{3}$%.
e) Prodejní cena 517 Kčs, ztráta $31\frac{1}{4}$%.
f) Prodejní cena 1020 Kčs, zisk $13\frac{1}{3}$%.

263. Určete zisk v % nebo ztrátu v %:

a) Kupní cena 45 Kčs, zisk 9 Kčs.
b) Kupní cena 24 Kčs, ztráta 3 Kčs.
c) Kupní cena 65 Kčs, prodejní cena 78 Kčs.
d) Kupní cena 90 Kčs, prodejní cena 110,70 Kčs.
e) Prodejní cena 21 Kčs, ztráta 3,50 Kčs.
f) Prodejní cena 215 Kčs, zisk 27,50 Kčs.

Všechny příklady je třeba konfrontovat s dnešní cenovou a daňovou politikou.

27. Procvičení počtu procentového.

264. Pracující dostal měsíční přídavek 352 Kčs, což je 8% původního měsíčního platu. Jaký byl původní plat a jaký je dnešní?

265. Dělník dostal měsíčně přidáno 420 Kčs, což je 8% zvýšeného platu. Jaký byl jeho původní plat, a jaký je dnešní?

266. Zaměstnanec měl dluh 2418 Kčs, což je 6% jeho ročního platu. Jaký je to plat?

267. Úředník vydal 87% svého platu a zbylo mu 2899 Kčs. Kolik má platu a kolik vydal?

268. Zahrada o rozměrech $a = 45$ m, $b = 36$ m byla zvětšena tak, že se délka zvětšila o 7%, šířka o 6%. Jaká byla rozloha zvětšené zahrady, a o kolik % se zvětšila zahrada?

269. Délka zahrady se zvětšila o 7%, což je 5,95 m, šířka o 5%, což je 3,2 m. Jaká byla původní rozloha zahrady, jaká je rozloha zvětšené zahrady, a o kolik % se zvětšila rozloha celé zahrady?

270. Účet stoupl připočtením $2\frac{1}{2}\%$ z prodlení na 3792,5 Kčs. Na kolik zněl původně?

271. Na škole bylo 184 chlapců, což je 46% všeho žactva. Kolik bylo na škole děvčat, a kolik dětí vůbec?

272. Na škole bylo 15% přespolního žactva a 238 žáků místních. Kolik bylo žáků celkem, a kolik přespolních?

273. V poslední třídě propadlo 8 žáků, 24% šlo dále na studie a 60% přímo do praktického života. Kolik bylo ve třídě žáků celkem, a kolik jich kam šlo?

274. Počet žáků na škole se zmenšil o 6% na 235 žáků. Kolik žáků bylo původně ve škole?

275. V Čechách a na Moravě a ve Slezsku je celkem 2329272 ha lesní půdy. Z toho připadá na Čechy 1540005 ha, na Moravu a Slezsko zbytek. Udejte kolik % připadá na jednotlivé země.

276. Lesnatost, t. j. počet % lesní půdy z celkové rozlohy pohybuje se v Čechách kolem 29,6%, na Moravě kolem 29,4%. Udejte z údajů předchozího příkladu v ha celkový výměr půdy v jednotlivých zemích.

277. Ve stavebních podnicích průmyslných i řemeslných (stavitelé, podniky stavební) bylo zaměstnáno v roce 1945 úředníků 11950, vyučených dělníků 34777, učňů 3416, pomocných dělníků 28002. Udejte kolik % ze všech zaměstnanců bylo úředníků, dělníků atd.

278. Železné rudy se dovezlo v měsíci červnu 1938 1369332 q za 26832000 Kčs. V téže době v roce 1946 1253285 q za 37082000 Kčs.

Vypočítejte v % poměr dovezených q i zaplacených obnosů.

Vypočítejte v % zdražení železné rudy v roce 1946.

279. V červnu 1946 bylo do republiky dovezeno zboží v ceně:

1. z Bulharska za 85734000 Kčs,
2. z Maďarska za 84805000 Kčs,
3. ze Švýcarska za 64191000 Kčs,
4. z Belgie za 56917000 Kčs,
5. ze Švédska za 56569000 Kčs,
6. z SSSR za 48099000 Kčs.

Srovnejte v téže době v roce 1948

V téže době bylo vyvezeno z republiky zboží

1. do Švýcarska za 139593000 Kčs,
2. do Rakouska za 111244000 Kčs,
3. do SSSR za 90425000 Kčs,

Srovnejte v téže době v roce 1948

4. do Švédska za 69631000 Kčs,
5. do USA za 90167000 Kčs,
6. do Dánska za 56799000 Kčs.

Udejte v % poměr vývozu a dovozu v uvedeném měsíci.

280. Nezaměstnanost v republice Československé v jednotlivých měsících a letech:

1930:	Leden	73 891 nezaměstn.	Prosinec	239 564 nezaměstn.
1931:	Leden	313 511 nezaměstn.	Prosinec	486 363 nezaměstn.
1932:	Leden	583 138 nezaměstn.	Prosinec	764 311 nezaměstn.
1933:	Leden	872 775 nezaměstn.	Prosinec	910 182 nezaměstn.
1934:	Leden	883 982 nezaměstn.	Prosinec	752 382 nezaměstn.
1935:	Leden	818 005 nezaměstn.	Prosinec	797 190 nezaměstn.

Vypočítejte pohyb v roce a v jednotlivých letech. Klaďte si sami otázky.

281. Těžba hnědého uhlí od ledna 1947 do srpna 1948 v některých měsících.

Rok	Měsíc	Plánovaná těžba	Skutečná
1947	Leden	1 794 000 t	1 835 000 t
	Duben	1 790 000 t	1 870 000 t
	Červenec	1 823 000 t	1 864 000 t
	Říjen	1 897 000 t	1 972 000 t
1948	Leden	2 004 000 t	2 065 000 t
	Duben	2 012 000 t	2 118 000 t
	Červenec	1 946 000 t	1 766 000 t

Vypočítejte, na kolik % byl splněn plán v jednotlivých měsících, a o kolik % byla těžba v roce 1948 větší nebo menší proti témuž měsíci v roce 1947.

282. Výroba svítiplynu od ledna 1947 do srpna 1948 (v tisících m^3)

1947:	Leden	29 480	plánovaná, skutečná	30 778.
1948:	Leden	57 181	plánovaná, skutečná	55 407.
1947:	Prosinec	38 840	plánovaná, skutečná	36 852.
1948:	Srpen	55 020	plánovaná, skutečná	46 889.

Vypočítejte, jak v každém měsíci byl plán splněn.

283. V roce 1945 studovalo v Praze na vysokých školách 35099 posluchačů, což je 75,1% všech posluchačů v zemích historických, v Brně 22,1%, v Hradci Králové 0,9%, v Plzni 0,5%, v Olomouci 0,3% a v Moravské Ostravě 1,1% posluchačů. Kolik posluchačů na každé škole? (Zaokrouhlete na čísla celá.)

284. Z abiturientů středních škol bylo zapsáno r. 1947 na školách vysokých:

z abit. v roce 1944/45 6240 posl., což je 25,2% všech posluchačů,
„ „ 1943/44 3967 posl.,
„ „ 1942/43 3358 posl.,
„ „ 1941/42 3417 posl.

Vypočítejte v % kolik abiturientů uvedených ročníků studovalo na vys. školách.

285. Z úhrnného počtu 47365 řádných posluchačů v roce 1945/46 škol vysokých studovalo na lékařské fakultě 18,4%, na právech 14,9%, na filosofii 13,3%, obchodní vědy 11,7%, strojní a elektrotechnické inženýrství 19,9%, zemědělství a lesnictví 6,9%.

Kolik posluchačů studovalo na uvedených studijních oborech? Kolik % a kolik posluchačů zbývá na nevyjmenované obory?

286. V roce 1931/32 bylo na vysokých školách 13994 posluchačů, v roce 1945/46 49339 posluchačů. Vypočítejte kolik % posluchačů přibylo?

287. Největší dovolené stoupání na trati je 20‰ (1 promile je 1 tisícina základu). Určete rozdíl výšek pro vodorovnou vzdálenost 2 míst 350 m, 2547 m při stoupání 14,5‰.

288. Vypočítej, kolik je ‰: 50 dkg z 1 q, 25 kg z 1 t, 6 Kčs z 1800 Kčs, 13,5 Kčs z 4500 Kčs.

289. Silnice stoupá o 5,8 m na 3486 m. Kolik je to ‰?

290. Anglie spotřebovala ročně 7,5 miliard vajec. Z toho dovezli 35% z Dánska, 18% z Holandska, 16% z jiných zemí.

Co všecko z těchto dat můžete vypočítat?

291. Z 365 dní v roce pršelo nebo sněžilo 225 dní, slunečních dní bylo 87. Vyjádřete v %.

292. Z 47 dětí ve třídě chybělo 8 žáků. Kolik to bylo %?

293. Vyjádřete jako zlomek základu: 25%, 45%, 70%, 67%. Naopak jako % určete: $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{50}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{63}{100}$ základu.

294. Ze 425 zrn bylo vyloučeno 23 zrn zkažených a ostatek zaseto. Vzešlo z nich 305 zrn. Kolik % zrn nevzešlo? (Zaokrouhlete.)

295. Za rok pršelo celkem 125 dní, a napadlo celkem 512 mm vody. Jednoho dne napršelo nejvíce, a to 45 mm.

Co všecko můžete vypočítat?

296. Obchodník prodal 1 čtvrtinu zboží s výdělkem 20% za 1620 Kčs, druhou čtvrtinu s výdělkem 10%, další čtvrtinu bez výdělku, a poslední čtvrtinu s prodělkem 5%.

Jaká byla kupní cena všeho zboží? Jaká prodejní a kolik % činil zisk?

297. Uvažujte o významu slov a vypočítejte částku ze základu, který si sami zvolíte:

95% líh,
6% roztok soli,
12% cukernatost,
90% klíčivost,
60% těžba uhlí,
35% zastoupení,
350% zvýšení cen,
97,8% voličů se dostavilo k urnám volebním,
3,7% tučnost mléka.

298. Při dávce z přírůstku z majetku v roce 1945 byly srážky:

5% z prvních 5000 Kčs,
10% z dalších 10000 Kčs,
20% z dalších 10000 Kčs,
30% z dalších 20000 Kčs,
40% z dalších 30000 Kčs,
60% z dalších 50000 Kčs.

Jaké jsou srážky z přírůstku: 17000 Kčs, 24000 Kčs, 39000 Kčs, 67000 Kčs, 95000 Kčs?

299. Jaká část kapitálu jest: $\frac{1}{4}\%$, $\frac{1}{3}\%$, $1\frac{1}{3}\%$, $3\frac{1}{8}\%$, $4\frac{1}{6}\%$, $16\frac{2}{3}\%$?

300. Majitel odstoupil obci pozemek ve výměře 20×35 m, při čemž 1 m² stál 350 Kčs. Od obce dostal za něj jiný pozemek o 28% větší a ještě doplaceno 64120 Kčs. Kolik počítá obec za 1 m² vyměněného pozemku?

301. Antikvář koupil knihu za $\frac{1}{2}$ krámské ceny a prodal ji za $\frac{3}{4}$ krámské ceny. Kolikaprocentní zisk má obchodník?

302. V knize jsou na 12 listech obrazy, což je asi 6,75% všech listů knihy. Kolik má kniha stran?

303. Ve vzduchu je podle objemu 78,06% dusíku, 21% kyslíku a zbytek jsou vodní páry, kysličník uhličitý a jiné plyny. Kolik m³ je ve vaší třídě dusíku a kolik kyslíku?

304. V továrně na celulosu zpracovali 265 vagonů smrkového dřeva a vyrobili 1197 t surové celulosy. Surová celulosa obsahuje $8\frac{1}{2}\%$ nečistoty. Kolik % celulosy se vyrobí ze smrkového dřeva? Kolik t čisté celulosy bylo vyrobeno?

305. Z 15500 představení v roce bylo 25,4% dramat, 24% veseloher, 2,2% pohádek, 1,6% operet a zbytek přírodních snímků. Kolik bylo kterých filmů?

306. Tržba družstva v roce se zvětšila proti loňské o 26%; pokladní obrat (součet tržby a vydání) se zvětšil letos proti loňsku o 45%. Tržba loni byla třikrát větší než vydání. Obrat loni byl 285400 Kčs. Vypočítejte obrat, tržbu a výdaje v letošním roce.

28. Úrok. Když vložíte peníze do peněžního ústavu, dáváte tomuto ústavu právo hospodařiti s vašimi penězi, a za toto právo vám peněžní ústav vyplácí poplatek, zvaný **úrok.** Peníze vložené do peněžního ústavu zůstávají vaším majetkem. Roční nájemné z bytu a roční úrok z peněžitého vkladu jsou oprávněné poplatky za právo užívati toho, co bylo na rok zapůjčeno.

Ten, kdo peníze půjčuje, jmenuje se **věřitel.** Ten, kdo si je vypůjčuje, je **dlužník.** Půjčená částka peněz se jmenuje **jistina** nebo **kapitál.** Můžeme tedy sestaviti srovnávací tabulku.

věřitel	dlužník	jistina	úrok

Roční úrok se obyčejně vyjadřuje v procentech jistiny. Když si na př. vypůjčíte 100 Kčs na 6%, platíte ročně 6 Kčs úroku, a když si vypůjčíte 1000 Kčs na 6%, platíte ročně 60 Kčs úroku. Platíte-li úrok pololetně, zaplatíte ze 100 Kčs pokaždé 3 Kčs a z 1000 Kčs pokaždé 30 Kčs. Platíte-li úrok čtvrtletně, zaplatíte ze 100 Kčs pokaždé 1,50 Kčs a z 1000 Kčs pokaždé 15 Kčs. Ve všech těchto případech mluvíme o 6% **úrokování** nebo řekneme, že **úroková míra** je 6%, neboť **když vyjadřujeme výši úroku v procentech, máme vždy na mysli úrok za jeden rok.**

Když vložíte peníze do peněžního ústavu, nemusíte si úrok pravidelně vybírat. Peněžní ústav vám úroky, které si nevyberete, připisuje ke vkladu, a to zpravidla jednou ročně. Proto když si vyberete úroky za delší čas, dostanete nejen úroky ze vložené jistiny, nýbrž také úroky z připisovaných úroků. Mluvíme pak o **složeném úrokování** na rozdíl od **jednoduchého úrokování,** při kterém dlužník vyplácí věřiteli úrok v pravidelných (předem smluvených) obdobích. My se budeme zabývati pouze jednoduchým úrokováním.

29. Výpočet úroku úsudkem. Při výpočtu ročního úroku není nic vám nového. Je-li jistina 2700 Kčs a úroková míra 4%, jest

$$4\% \text{ ze } 2700 = \tfrac{4}{100} \times 2700 = 108,$$

tedy roční úrok je 108 Kčs. Úrok za 2 roky je 216 Kčs ($108 \times 2 = 216$), úrok za 3 roky je 324 Kčs ($108 \times 3 = 324$). Úrok za $\frac{1}{2}$ roku je 54 Kčs ($108 : 2 = 54$), úrok za $\frac{1}{4}$ roku je 27 Kčs ($108 : 4 = 27$), úrok za měsíc neboli za $\frac{1}{12}$ roku je 9 Kčs ($108 : 12 = 9$). Kolikrát větší doba, tolikrát větší úrok. Kolikrát menší doba, tolikrát menší úrok. **Výše úroku je přímo úměrná době.**

Tedy úrok počítáme takto: **Napřed vypočteme roční úrok;** ten je 5% jistiny při úrokové míře 5%, 6% jistiny při úrokové míře 6% atd. Z ročního úroku vypočteme úrok za jinou dobu podle pravidla: **v jakém poměru se změnila doba, v takovém poměru se změní úrok.**

307. Vypočtěte zpaměti úrok, bylo-li půjčeno

a) 100 Kčs na 1 rok při 3%. b) 100 Kčs na 1 rok při $4\frac{1}{2}$%.
c) 100 Kčs na 3 roky při 4%. d) 100 Kčs na 4 roky při 5%.
e) 100 Kčs na 2 roky při $3\frac{1}{2}$%. f) 100 Kčs na 6 roků při $2\frac{1}{2}$%.
g) 100 Kčs na $\frac{1}{2}$ roku při 8%. h) 100 Kčs na 3 měsíce při 6%.

i) 200 Kčs na 1 rok při 4%. j) 300 Kčs na 1 rok při 7%.
k) 400 Kčs na 2 roky při 3%. l) 800 Kčs na 3 roky při 4%.
m) 200 Kčs na 4 roky při $2\frac{1}{2}\%$. n) 400 Kčs na 2 roky při $3\frac{1}{2}\%$.
o) 600 Kčs na $\frac{1}{2}$ roku při 5%.

308. Les, jehož cena byla odhadnuta na 1 250 000 Kčs, vynáší státu $1\frac{1}{2}\%$. Určete výnos lesa za 4 roky.

Příklad 1. Vypočtěte úrok z jistiny 4758 Kčs za 7 měsíců při úrokové míře $5\frac{3}{4}\%$.

Jest $$5\tfrac{3}{4}\% \text{ ze } 4758 = \frac{5\frac{3}{4} \times 4758}{100} = \frac{23 \times 4758}{100 \times 4}.$$

To je úrok za rok. Ten musíme zmenšit v poměru 7 : 12 a dostaneme
$$\frac{23 \times 4758 \times 7}{100 \times 4 \times 12}.$$

Nyní provedeme výpočet.

$23 \times 7 = 161$	4758×161	$766038 : 4800$
	28548	$7660{,}38 : 48$
$100 \times 4 \times 12 = 4800$	4758	$1276{,}73 : 8$
	766038	$159{,}59$
		$48 = 6 \times 8$

Hledaný úrok je 159,60 Kčs.

Počítáme na dvě desetinná místa; výsledek zaokrouhlíme na desetihaléře.

309. Vypočtěte písemně úrok

a) Ze 4160 Kčs za 16 měsíců při $4\frac{1}{2}\%$.
b) Ze 6320 Kčs za 14 měsíců při $5\frac{1}{4}\%$.
c) Z 1685 Kčs za $1\frac{1}{2}$ roku při 4%.
d) Ze 3426 Kčs za $2\frac{1}{2}$ roku při $3\frac{1}{2}\%$.
e) Ze 47114 Kčs za 4 roky při $2\frac{1}{2}\%$.
f) Ze 16935 Kčs za 2 roky při $4\frac{1}{4}\%$.
g) Ze 60413 Kčs za 5 měsíců při 4,75%.
h) Z 9461 Kčs za 11 měsíců při 3,87%.

Úrok se počítá zásadně tak, jakoby byl rok rozdělen na 12 stejně dlouhých měsíců po 30 dnech, tedy jakoby rok měl 360 dní. Nepočítá se ani den, kdy byl vklad učiněn, ani den, kdy byl vybrán. Úrok se počítá jen z celých korun a zaokrouhluje se na desetihaléře.

Příklad 2. Vypočtěte úrok z jistiny 7264,65 Kčs při úrokové míře $4\frac{1}{2}\%$ za dobu od 14. března do 12. října.

Máme $30 - 14 = 16$ dní za březen, potom $30 \times 6 = 180$ dní za duben až září, konečně 11 dní za říjen, celkem 207 dní, které považujeme za $\frac{207}{360} = \frac{23}{40}$ roku. Roční úrok v Kčs je

$$4\tfrac{1}{2}\% \text{ ze } 7264 = \frac{4\frac{1}{2} \times 7264}{100} = \frac{9 \times 7264}{100 \times 2}.$$

To zmenšíme v poměru 23 : 40 a dostaneme

$$\frac{9 \times 7264 \times 23}{100 \times 2 \times 40} = \frac{9 \times 23 \times 7264}{1000 \times 8} = \frac{9 \times 23 \times 908}{1000}.$$

Nyní provedeme výpočet.

$$\begin{array}{l} 23 \times 9 \\ \hline 207 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 908 \times 207 \\ \hline 1816.. \\ 6356 \\ \hline 187956 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 187956 : 1000 \\ \hline 187{,}956 \end{array}$$

Hledaný úrok je 188 Kčs.

310. Vypočtěte úrok

a) Ze 30000 Kčs od 5. února do 15. května při 6%.
b) Ze 45260 Kčs od 18. dubna do 23. června při $2\frac{1}{2}\%$.
c) Ze 3678,90 Kčs od 23. srpna do 8. září při $5\frac{1}{4}\%$.
d) Z 18946,45 Kčs od 1. ledna do 19. ledna při 4,23%.
e) Z 23658 Kčs od 17. května do 8. listopadu při 5,02%.

30. Výpočet úroku vzorcem. Způsob, jak se počítá úrok, si snadno zapamatujeme, když si jej naznačíme vhodnými zkratkami. Zavedeme si písmena *j*, *p*, *r*, *ú*.

j ..... znamená jistinu,
p ..... znamená úrokovou míru (počet procent),
r ..... znamená počet roků,
ú ..... znamená úrok.

Roční úrok ze 100 Kčs je dán prostě písmenem *p*. Na př. při **úrokové míře 5% roční úrok ze 100 Kčs je 5 Kčs. Úrok za 3 roky je 3 ×** (roční úrok), úrok za 7 roků je 7 × (roční úrok), úrok za $\frac{1}{2}$ roku je $\frac{1}{2}$ ×

(roční úrok) atd. Tedy úrok ze 100 Kčs za libovolný počet roků si můžeme vyznačit zkratkou

$$p \times r.$$

Na př. při úrokové míře 5% úrok ze 100 Kčs za 3 roky je (5×3) Kčs neboli 15 Kčs.

Úrok z jistiny 1 Kčs je stokrát menší než úrok z jistiny 100 Kčs. Proto při jistině 1 Kčs zkratka $p \times r$ neznamená úrok, nýbrž stonásobný úrok. Tedy při jistině 1 Kčs je

$$100 \times ú = p \times r,$$

t. j. stonásobný úrok z jistiny 1 Kčs se dostane, když se počet procent násobí počtem roků.

Když je jistina 4 Kčs, je úrok 4 × větší než z jistiny 1 Kčs. Když je jistina 735 Kčs, je úrok 735 × větší než z jistiny 1 Kčs. Proto při libovolné jistině je

$$\boxed{100 \times ú = j \times p \times r}$$

neboli slovy: **když úrok násobíme stem, dostaneme totéž, jako když znásobíme mezi sebou tři čísla, jistinu, úrokovou míru a počet roků.** Ve tvaru vyjádřeném pomocí písmen si to pravidlo velmi snadno zapamatujeme. Takové početní pravidlo zapsané pomocí písmen se jmenuje **vzorec.** Tedy to, co je vytištěno v rámečku, je vzorec úrokového počtu. Musíme ovšem nejen umět odříkat vzorec, ale také vědět, co které písmeno znamená. Ale písmena byla volena tak, že je jejich význam hned patrný.

Jak se úrok počítá pomocí vzorce, vysvětlíme si na příkladě. Je to velmi snadné.

Příklad 1. Vypočtěte úrok z jistiny 5200 Kčs za 8 měsíců při 5% úrokové míře.

Napíšeme si vzorec

$$100 \times ú = j \times p \times r.$$

Nyní do tohoto vzorce **dosadíme.** To znamená, že (1) místo písmene j napíšeme číslo 5200, (2) místo písmene p napíšeme číslo 5, (3) místo písmene r napíšeme $\frac{8}{12}$ nebo $\frac{2}{3}$, neboť 8 měsíců je $\frac{8}{12}$ roku. Naproti tomu písmeno $ú$ ponecháme, neboť úrok ještě neznáme; ten máme právě počítat. Tedy „dosazením do vzorce“ dostaneme

$$100 \times ú = 5200 \times 5 \times \tfrac{2}{3};$$

to nám říká, jak se dá počítati stonásobný úrok. Úrok sám dostaneme ovšem ze stonásobného úroku, když dělíme stem. Tedy

$$ú = \frac{5200 \times 5 \times \frac{2}{3}}{100} = 52 \times 5 \times \tfrac{2}{3} = \frac{52 \times 5 \times 2}{3} = \frac{520}{3} =$$

$$= 520 : 3 \doteq 173{,}33.$$

Úrok je 173,30 Kčs (neboť zaokrouhlujeme na desetihaléře).

Příklad 2. Vypočtěte úrok z jistiny 4768 Kčs za dobu od 14. ledna do 7. února při $3\frac{1}{2}\%$ úrokové míře.

Víme, že do vzorce máme dosaditi: za j číslo 4768, za p číslo $3\frac{1}{2}$. Co máme dosaditi za r? Ani 14. leden ani 7. únor nepočítáme. Tedy máme 16 dní v lednu (počítáme, jakoby měl leden 30 dní) a 6 dní v únoru; celkem 22 dní. Rok počítáme v úrokovém počtu za 360 dní. Tedy 22 dní považujeme za $\frac{22}{360}$ roku a do vzorce

$$100 \times ú = j \times p \times r$$

dosadíme za r číslo $\frac{22}{360}$. To nám dá

$$100 \times ú = 4768 \times 3\tfrac{1}{2} \times \tfrac{22}{360},$$

tedy

$$ú = \frac{4768 \times 3\frac{1}{2} \times \frac{22}{360}}{100} = \frac{4768 \times 7 \times 22}{100 \times 2 \times 360} = \frac{4768 \times 7 \times 11}{100 \times 360} =$$

$$= \frac{1192 \times 7 \times 11}{100 \times 90} = \frac{91784}{9000} = 91{,}784 : 9 \doteq 10{,}19.$$

Úrok je 10,20 Kčs.

811. Pomocí vzorce vypočtěte úrok

a) Z 8450 Kčs za $3\frac{1}{2}$ roku při 6%.
b) Ze 7650 Kčs za $2\frac{1}{2}$ roku při $5\frac{1}{3}\%$.
c) Ze 6250 Kčs za $2\frac{1}{4}$ roku při $3\frac{1}{5}\%$.
d) Ze 3750 Kčs za 2 roky 8 měs. při $4\frac{1}{2}\%$.
e) Z 8793 Kčs za 7 měs. při $5\frac{1}{4}\%$.
f) Ze 12796 Kčs za 5 měs. při $7\frac{3}{4}\%$.
g) Ze 25873 Kčs za 46 dní při 3%.
h) Ze 100000 Kčs za 17 dní při $2\frac{3}{4}\%$.
i) Z 18976 Kčs za dobu od 25. února do 4. dubna při 4%.
j) Ze 21734 Kčs za dobu od 17. června do 5. září při 5%.
k) Z 19683 Kčs za dobu od 17. října do konce roku při $6\frac{1}{2}\%$.

31. Obrácené úlohy úrokového počtu. Výpočet úroku je **základní úloha úrokového počtu.** Při této úloze musíme míti dány tři číselné údaje: jistinu, úrokovou míru a dobu. Úrok potom počítáme pohodlně vzorcem, ve kterém musíme vyjádřiti dobu v rocích způsobem, který jsme poznali a procvičili.

Při **obrácených úlohách úrokového počtu** známe ze zmíněných tří číselných údajů (jistina, úroková míra a doba) pouze dvě, kdežto třetí počítáme; za to výše úroku je také známa. Jsou tedy tři takové úlohy:

(1) výpočet jistiny, známe-li úrok, úrokovou míru a dobu;

(2) výpočet úrokové míry, známe-li jistinu, úrok a dobu;

(3) výpočet doby, známe-li jistinu, úrok a úrokovou míru.

Všecky tři úlohy se řeší snadno pomocí vzorce.

Příklad 1. Která jistina dá při $4\frac{1}{2}\%$ úrokové míře za 7 měsíců úrok 190,40 Kčs?

Do vzorce

$$100 \times ú = j \times p \times r$$

dosadíme: za $ú$ číslo 190,4; za p číslo $4\frac{1}{2}$; za r číslo $\frac{7}{12}$. Dostaneme

$$100 \times 190{,}4 = j \times 4\tfrac{1}{2} \times \tfrac{7}{12}.$$

Jest $100 \times 190{,}4 = 19040$. Dále

$$4\tfrac{1}{2} \times \frac{7}{12} = \frac{9 \times 7}{2 \times 12} = \frac{3 \times 7}{2 \times 4} = \frac{21}{8}.$$

Tedy

$$19040 = j \times \tfrac{21}{8}.$$

To znamená: kdybychom neznámou jistinu násobili číslem $\frac{21}{8}$, dostali bychom číslo 19040. Proto dojdeme k neznámé jistině, budeme-li číslo 19040 děliti číslem $\frac{21}{8}$. Tedy

$$j = 19040 : \frac{21}{8} = 19040 \times \frac{8}{21} = \frac{19040 \times 8.}{21}$$

Nyní počítáme

$$19040 \times 8 = 152320 \qquad 21 = 3 \times 7 \qquad 152320 : 21$$

$$152320 : 21 = 50773{,}3 : 7 = 7253{,}3$$

Hledaná jistina je 7253 Kčs.

Jistinu neudáváme ve výsledku přesněji než na Kčs, protože se úrok počítá pouze z celých korun. Ale dělení jsme podle zásady, kterou jsme si osvojili už v první třídě, provedli napřed na 1 des. místo a teprve výsledek jsme zaokrouhlili na celky.

Poznámka. Snadno se přesvědčíte, že nalezená odpověď je správná, neboť jistina 7253 Kčs dá při $4\frac{1}{2}\%$ úrokové míře za 7 měsíců opravdu přesně 190,40 Kčs úroku. (Při tom musíme úrok počítati tak, jak se opravdu počítá, t. j. zaokrouhliti na desetihaléře.) Ale nalezená odpověď není jediná správná odpověď, neboť jistina 7254 Kčs dá za touž dobu při téže úrokové míře také přesně 190,40 Kčs úroku.

Příklad 2. Jistina 3872 Kčs dala za 9 měsíců úrok 152,45 Kčs. Jaká byla úroková míra?

Ačkoli jsme v příkladě 1 hledali jistinu, kdežto nyní hledáme úrokovou míru, je postup při řešení docela stejný. Do vzorce

$$100 \times ú = j \times p \times r$$

dosadíme: za $ú$ číslo 152,45; za r číslo $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$; za j číslo 3872. Dostaneme

$$100 \times 152{,}45 = 3872 \times p \times \tfrac{3}{4}.$$

Jest $100 \times 152{,}45 = 15245$. Dále

$$3872 \times \tfrac{3}{4} = \frac{3872 \times 3}{4} = 968 \times 3 = 2904.$$

Tedy

$$15245 = 2904 \times p.$$

Kdybychom neznámý počet procent násobili číslem 2904, vyšlo by 15245. Tedy počet procent dostaneme dělením

$$p = 15245 : 2904 \doteq 5{,}24$$

$$\begin{array}{r} 7250 \\ 14420 \\ 2804 \end{array}$$

Hledaná úroková míra je $5\frac{1}{4}\%$.

Zaokrouhlíme na čtvrtiny procenta, protože právem očekáváme, že se hledaná úroková míra dá přesně vyjádřit ve čtvrtinách procenta.

Poznámka. Snadno se přesvědčíte, že nalezená odpověď je správná, neboť jistina 3872 Kčs dá při $5\frac{1}{4}\%$ úrokové míře za 9 měsíců opravdu úrok 152,45 Kčs. Za předpokladu, že se úroková míra dá přesně vyjádřit ve čtvrtinách procenta, je to jediná správná odpověď, neboť při úrokové míře 5% dostaneme úrok 145,20 Kčs a při úrokové míře $5\frac{1}{2}\%$ úrok 159,70 Kčs.

Příklad 3. Za jakou dobu dá jistina 3694 Kčs při $6\frac{1}{2}\%$ úrokové míře úrok 220,10 Kčs?

Postup je zase stejný jako u předešlých dvou příkladů. Do vzorce

$$100 \times ú = j \times p \times r$$

dosadíme: za $ú$ číslo 220,1; za j číslo 3694; za p číslo $6\frac{1}{2}$. Dostaneme

$$100 \times 220{,}1 = 3694 \times 6\tfrac{1}{2} \times r$$

neboli
$$22010 = 24011 \times r.$$

Tedy hledaný počet **roků** znásoben číslem 24011 by dal číslo 22010, takže k němu dojdeme dělením

$$r = 22010 : 24011.$$

Ale nebylo by vhodné, prováděti toto dělení obvyklým způsobem, protože rok nemáme rozdělen podle desítkové soustavy, nýbrž na 12 měsíců, které v úrokovém počtu si představujeme všecky stejně dlouhé. Proto budeme hledati místo počtu roků počet měsíců. Ten je dvanáctkrát větší než počet roků. Proto dělence 22010 znásobíme dvanácti, kdežto dělitele 24011 ponecháme beze změny, tedy provedeme dělení

$$\begin{array}{l} 264120 : 24011 \doteq 10{,}99 \\ 240100 \\ 24001 \end{array}$$

Výsledek se liší od 11 měsíců o méně než $\frac{1}{100}$ měsíce, tedy o méně než $\frac{1}{2}$ dne. Proto:

Hledaná doba je 11 měsíců.

Snadno se přesvědčíte, že jistina 3694 Kčs dá za 11 měsíců při $6\frac{1}{2}\%$ úrokové míře úrok přesně 220,10 Kčs.

312. Určete neznámou hodnotu:

	jistina	úrok	doba	úroková míra
a)	1200 Kčs	180 Kčs	3 roky	. . .
b)	6400 Kčs	560 Kčs	$2\frac{1}{2}$ roku	. . .
c)	2400 Kčs	270 Kčs	. . .	$4\frac{1}{2}\%$
d)	9600 Kčs	1980 Kčs	. . .	$5\frac{1}{2}\%$
e)	. . .	480 Kčs	$1\frac{1}{4}$ roku	$5\frac{1}{3}\%$
f)	. . .	420 Kčs	$1\frac{2}{3}$ roku	$4\frac{1}{2}\%$
g)	1560 Kčs	245,70 Kčs	$3\frac{1}{2}$ roku	. . .
h)	2050 Kčs	20,50 Kčs	144 dni	. . .
i)	2000 Kčs	422,50 Kčs	. . .	$3\frac{1}{4}\%$
j)	8400 Kčs	735 Kčs	. . .	$3\frac{1}{2}\%$
k)	8350 Kčs	125,25 Kčs	3 měsíce	. . .
l)	2800 Kčs	448 Kčs	4 roky	. . .
m)	. . .	341,25 Kčs	1 rok	5%

§ 5. Opakování a doplňky.

32. Zlomky. V nauce o zlomcích musíme míti stále na paměti, že se každý zlomek dá psáti v různých tvarech. To jste poznali už v prvé třídě a letos jsme si to zopakovali v odst. **1** této učebnice. Mimoto byla tato okolnost zdůrazněna i v přehledném odst. **11**, který byste si měli nyní znovu pročíst.

Jednotlivé početní výkony se zlomky byly probrány v odst. **2**, **4** a **7** této učebnice, kde jsou také příklady, podle nichž jste ty výkony procvičovali. Smíšené příklady k opakování jsou v odst. **12**.

Když se někdo učí nějaké práci, musí se především snažiti o to, aby v jeho výkonu nebyly chyby, které by celou práci znehodnotily. Teprve po překonání základních potíží může si s úspěchem všímati různých méně důležitých drobností, které mohou práci urychliti a při tom nesníží její hodnotu. O několika takových drobnostech při počítání se zlomky si promluvíme v tomto odstavci.

Při násobení a dělení zlomků jsme se dosud řídili všeobecně platným postupem, kterého jsme užívali i tehdy, když obě daná čísla jsou zlomky, i tehdy, když jedno z daných čísel je celé. Nyní si všimneme znovu pouze případu, kdy máme zlomek násobit nebo dělit číslem celým. Pro násobení platí pravidla:

I. Zlomek násobíme číslem celým, když jím násobíme čitatele a jmenovatele ponecháme beze změny.

II. Zlomek násobíme číslem celým, když jím dělíme jmenovatele a čitatele ponecháme beze změny.

Podle pravidla I je na př. $\frac{5}{8} \times 4 = \frac{20}{8}$ a krácením dojdeme k výsledku $\frac{5}{2}$. Podle pravidla II dostaneme $\frac{5}{8} \times 4 = \frac{5}{2}$ hned bez krácení. Odůvodnění pravidla I je zřejmé: toto pravidlo vlastně není nic jiného než obecné pravidlo pro násobení dvou zlomků, užité na ten zvláštní případ, kdy jeden činitel je číslo celé. Pravidlo II plyne z pravidla I podle zásady, že u zlomku je dovoleno dělit čitatele i jmenovatele týmž číslem. Pravidlo II je výhodnější, dá-li se ho užít, t. j. je-li jmenovatel daného zlomku dělitelný číslem, kterým máme zlomek násobit. Pravidla I se dá užít vždycky.

Nedá-li se užít pravidla II, můžeme si často pomoci tím, že celé číslo, kterým máme zlomek násobit, vhodně rozložíme na tvar součinu.

Příklad 1. $\frac{5}{18} \times 30$.

Rozložíme $30 = 6 \times 5$, násobíme šesti podle druhého pravidla a výsledek násobíme pěti podle prvního pravidla. Dostaneme nejprve $\frac{5}{18} \times 6 = \frac{5}{3}$, potom $\frac{5}{3} \times 5 = \frac{25}{3}$, tedy výsledek je $\frac{25}{3}$ neboli $8\frac{1}{3}$.

313. a) $\frac{5}{6} \times 8$. b) $\frac{2}{9} \times 6$. c) $\frac{9}{8} \times 12$. d) $\frac{3}{10} \times 15$. e) $\frac{3}{10} \times 75$.
f) $\frac{9}{20} \times 16$. g) $\frac{7}{30} \times 12$. h) $\frac{7}{30} \times 27$. i) $\frac{8}{25} \times 20$. j) $\frac{5}{24} \times 36$.

III. Zlomek dělíme číslem celým, když jím násobíme jmenovatele a čitatele necháme beze změny.

IV. Zlomek dělíme číslem celým, když jím dělíme čitatele a jmenovatele necháme beze změny.

Podle pravidla III je na př. $\frac{9}{8} : 3 = \frac{9}{24}$ a krácením dojdeme k výsledku $\frac{3}{8}$. Podle pravidla IV dostaneme $\frac{9}{8} : 3 = \frac{3}{8}$ hned bez krácení. Odůvodnění pravidla III je zřejmé, uvědomíme-li si, že $\frac{9}{8} : 3 = \frac{9}{8} \times \frac{1}{3}$ a počítáme-li tento součin podle obecného pravidla o násobení zlomků. Pravidlo IV vychází z pravidla III podle zásady, že zlomek lze beze změny jeho hodnoty krátit.

Příklad 2. $2\frac{7}{9} : 15$.

Nejprve převeďme smíšené číslo $2\frac{7}{9}$ na tvar nepravého zlomku $\frac{25}{9}$. Potom rozložíme $15 = \underline{5} \times 3$, dělíme pěti podle pravidla IV a výsledek dělíme třemi podle pravidla III. Dostaneme nejprve $\frac{25}{9} : 5 = \frac{5}{9}$, potom $\frac{5}{9} : 3 = \frac{5}{27}$. Tedy $2\frac{7}{9} : 15 = \frac{5}{27}$.

314. a) $\frac{12}{13} : 10$. b) $\frac{12}{13} : 15$. c) $\frac{12}{13} : 20$. d) $\frac{4}{7} : 16$. e) $\frac{8}{11} : 24$.
f) $2\frac{2}{3} : 6$. g) $2\frac{2}{3} : 16$. h) $3\frac{2}{11} : 14$. i) $3\frac{2}{11} : 40$. j) $3\frac{2}{11} : 105$.

Protože $\frac{4}{7}$ je totéž jako podíl $4 : 7$, sedmkrát $\frac{4}{7}$ je 4. **Zlomek násobený svým jmenovatelem dá jako výsledek čitatele.** To plyne také z pravidla II. Na př.

$$\frac{4}{7} \times 7 = 4; \quad \frac{9}{10} \times 10 = 9; \quad 3\frac{1}{2} \times 2 = \frac{7}{2} \times 2 = 7.$$

Když máme smíšené číslo násobiti číslem celým, je často výhodné nepřeváděti smíšené číslo na tvar nepravého zlomku.

Příklad 3. $9\frac{4}{15} \times 12$.

Počítáme nejprve 9×12, potom $\frac{4}{15} \times 12$ a oba výsledky sečteme. Jest $9 \times 12 = 108$. $\frac{4}{15} \times 12$ počítáme jako ve cvičení **384.** Jest $12 = \underline{3} \times 4$, $\frac{4}{15} \times 3 = \frac{4}{5}$, $\frac{4}{5} \times 4 = \frac{16}{5} = 3\frac{1}{5}$. Tedy $9\frac{4}{15} \times 12 = 108 + 3\frac{1}{5} = 111\frac{1}{5}$.

315. a) $3\frac{4}{5} \times 9$. b) $8\frac{2}{3} \times 7$. c) $5\frac{3}{11} \times 30$. d) $3\frac{3}{4} \times 25$.
e) $16\frac{3}{10} \times 9$. f) $3\frac{3}{4} \times 4$. g) $3\frac{2}{5} \times 5$. h) $7\frac{1}{8} \times 8$.
i) $4\frac{7}{10} \times 10$. j) $27\frac{2}{9} \times 9$. k) $2\frac{3}{4} \times 2$. l) $28\frac{4}{15} \times 5$.
m) $7\frac{3}{8} \times 28$. n) $9\frac{5}{6} \times 30$. o) $4\frac{5}{24} \times 60$.

Nauka o dělitelnosti, jejíž začátky jste poznali v I. třídě, je s naukou o zlomcích v souvislosti mnohem těsnější, nežli bylo možné vám vyložiti. Mějme na př. dva zlomky (v základním tvaru), jejichž jmenovatelé jsou nesoudělná čísla, třeba zlomky $\frac{8}{9}$ a $\frac{7}{10}$ (9 a 10 jsou nesoudělná čísla). Nejmenší společný násobek dvou nesoudělných čísel je jejich součin. Máme-li tedy dva takové zlomky sečíst (nebo odečíst), uvedeme je na nový tvar, jehož jmenovatel je součin daných jmenovatelů, potom sečteme čitatele a na konec pátráme, zdali se dá výsledek krátit. Toto pátrání je však zbytečné, neboť se dá ukázat, že v tomto případě se jistě výsledek krátit nedá. Odůvodnění by vás snad ani nezajímalo, ale sestavte si několik příkladů a přesvědčte se sami o správnosti učiněného tvrzení. Na př.

$$\frac{8}{9}+\frac{7}{10}=\frac{80+63}{90}=\frac{143}{90}=1\frac{53}{90},$$
$$\frac{8}{9}-\frac{7}{10}=\frac{80-63}{90}=\frac{17}{90}.$$

Ani $\frac{53}{90}$ ani $\frac{17}{90}$ se krátit nedá. Je mnohem více případů, ve kterých se dá při větší znalosti nauky o dělitelnosti předpovědět, že se výsledek sčítání nebo odčítání krátit nedá. Když na př. sčítáme dva zlomky (v základním tvaru), jejichž jmenovatelé mají největšího společného dělitele 4, a když si je uvedeme na nový tvar, jehož jmenovatel je nejmenší společný násobek daných jmenovatelů a potom čitatele sečteme, pak platí toto. Je-li jeden z daných jmenovatelů násobek osmi, potom se výsledek jistě krátit nedá; není-li žádný z daných jmenovatelů násobek osmi, dá se výsledek jistě krátit a to buďto dvěma nebo čtyřmi (ne větším číslem). Přesvědčte se o tom na nějakých příkladech.

Když jsme sčítali více než dva zlomky, převáděli jsme je hned všecky na společného jmenovatele. Ale je často možné zkrátiti počet tím, že sčítance vhodně seskupíme a sčítáme postupně.

Příklad 4. $\frac{7}{12}+\frac{4}{5}+\frac{3}{4}+\frac{1}{6}+\frac{7}{10}.$

Jest
$$\frac{7}{12}+\frac{1}{6}=\frac{7+2}{12}=\frac{9}{12}=\frac{3}{4},$$
$$\frac{4}{5}+\frac{7}{10}=\frac{8+7}{10}=\frac{15}{10}=\frac{3}{2}.$$

tedy
$$\frac{7}{12}+\frac{4}{5}+\frac{3}{4}+\frac{1}{6}+\frac{7}{10}=\frac{3}{4}+\left(\frac{7}{12}+\frac{1}{6}\right)+\left(\frac{4}{5}+\frac{7}{10}\right)=$$
$$=\left(\frac{3}{4}+\frac{3}{4}\right)+\frac{3}{2}=\frac{3}{2}+\frac{3}{2}=3.$$

To je jednodušší počet nežli
$$\frac{7}{12}+\frac{4}{5}+\frac{3}{4}+\frac{1}{6}+\frac{7}{10}=\frac{35+48+45+10+42}{60}=\frac{180}{60}=3.$$

Poznali jste v tomto odstavci, že si můžeme při počítání se zlomky často zkrátiti počet rozmanitými obraty. Ale na vás se žádá pouze, abyste uměli postupovati způsobem, který vám byl vyložen v § 1, a abyste při tom nedělali chyby.

33. Slovní úlohy.

Příklad 1. 15 dělníků, kteří pracují 8 hodin denně, mělo vykonati určitou práci za 27 pracovních dní. Po 10 pracovních dnech byla práce přerušena na 5 dní. Aby byla dokončena včas, byli přibráni další dělníci a všichni potom pracovali $8\frac{1}{2}$ hodiny denně. Kolik dělníků bylo třeba přibrati?

Tato úloha se zdá na první pohled těžká. Ale snadno si pomůžeme, rozdělíme-li si celou práci na dva úseky. První pracovní úsek trval 10 dní a nebude nás už zajímati. Druhý pracovní úsek měl býti podle původního plánu vykonán 15 dělníky při 8 hodinách denně za 17 dní (neboť 27 — 10 = 17). Podle změněného plánu má vykonati druhý pracovní úsek neznámý počet dělníků při $8\frac{1}{2}$ hodinách denně za 12 dní (neboť 17 — 5 = 12). To je složená trojčlenka. Jako v odst. 25 napíšeme

$$\begin{array}{l|l} \downarrow\ 8 \text{ prac. hodin} \ldots\ldots & \downarrow\ 17 \text{ dní} \ldots\ldots\ 15 \text{ dělníků} \\ \ 8\tfrac{1}{2} \text{ prac. hodin} \ldots\ldots & \ 12 \text{ dní} \ldots\ldots\ x \text{ dělníků} \end{array}$$

a vypočteme

$$x = \frac{8}{8\frac{1}{2}} \times \frac{17}{12} \times 15 = \frac{16 \times 17 \times 15}{17 \times 12} = \frac{16 \times 15}{12} = \frac{4 \times 15}{3} = 4 \times 5 = 20.$$

Jest 20 — 15 = 5. Tedy bylo přibráno 5 dělníků.

316. V městě bylo dosti potravy pro 10 000 lidí na 35 dní. Ale po 5 dnech přibylo do města 2500 přistěhovalců. Všichni potom dostávali jen poloviční dávku. Jak dlouho ještě mohli se zásobami vystačit?

317. V kanceláři svítili 11 lampami a měli zásobu petroleje na 100 dní. Ale po 35 dnech začali svítit ještě dvěma dalšími lampami. Na kolik dní jim celkem vystačila zásoba petroleje?

318. Na stavbě silnice bylo zaměstnáno 75 lidí pracujících 10 hodin denně. Stavba byla rozpočtena na 150 dní. Po 60 dnech odešlo 15 dělníků na jinou stavbu. Kolik hodin denně by musili ostatní potom pracovati, aby byla práce dokončena pouze o 10 dní později, nežli bylo zamýšleno původně?

Příklad 2. Z jednoho kohoutku se naplní vana za 12 minut, ze druhého za 15 minut. Plná vana se vyprázdní za 10 minut. Vana byla plněna z obou kohoutků najednou, ale odtok zůstal omylem otevřen. Za jak dlouho se naplnila vana?

Za jednu minutu nateče z prvního kohoutku $\frac{1}{12}$ vany. Za jednu minutu nateče z druhého kohoutku $\frac{1}{15}$ vany. Za jednu minutu vyteče otvorem $\frac{1}{10}$ vany. Tedy, když jsou otevřeny oba kohoutky a také odtok, přibude za jednu minutu vody do

$$\left(\frac{1}{12} + \frac{1}{15}\right) - \frac{1}{10} = \frac{1}{20}$$

vany. Tedy vana se naplní za 20 minut.

Příklad 3. Určitou práci by vykonal A za 3 dni, B za 9 dní a C za $4\frac{1}{2}$ dne. Za jak dlouho ji vykonají, budou-li pracovati všichni tři?

Za den vykoná A $\frac{1}{3}$ práce, B $\frac{1}{9}$ práce, C

$$\frac{1}{4\frac{1}{2}} = \frac{2}{9}$$

práce. Tedy všichni dohromady vykonají za den

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{2}{9} = \frac{2}{3}$$

práce. Práce jim bude trvati

$$\frac{1}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2}$$

dne.

319. Určitou práci by vykonal A za 30 dní, B za 6 dní. Za jak dlouho ji vykonají společně?

320. Vana se naplní z jednoho kohoutku za 10 minut, ze druhého za 15 minut. Za jak dlouho se naplní vana, jsou-li otevřeny oba kohoutky?

321. Ze dvou kohoutků najednou se naplní vana za 4 minuty. Z prvního se naplní za 7 minut. Za jak dlouho se naplní z druhého?

322. Vana se naplní za 15 minut. Plná vana se vyprázdní za 12 minut. Vana je plná a otevře se přítok i odtok. Za jak dlouho se vyprázdní?

323. Vodní nádrž má tři odtoky. Jsou-li otevřeny všecky tři, vyprázdní se za 3 hodiny. Prvním odtokem by se vyprázdnila za 6 hodin, druhým za 9 hodin. Za jakou dobu by se vyprázdnila třetím odtokem?

324. Určitá částka peněz stačí na výplatu mzdy u jednoho podniku na 21 dní, u druhého podniku na 28 dní. Na kolik dní stačí ta částka pro oba podniky dohromady?

325. A, B a C píší společně adresy a jsou hotovi za 30 minut. A a B by byli s touž prací hotovi za 40 minut, B a C by potřebovali 45 minut. Za jak dlouho by tu práci provedl

a) A sám? b) B sám? c) C sám?

Příklad 4. A by zoral pozemek za 60 hodin, B za 48 hodin, C za 50 hodin. Pracují takto: nejprve oře A 12 hodin, potom B 12 hodin, na konec C. Jak dlouho oře C?

Za hodinu zorá A $\frac{1}{60}$ pozemku, B $\frac{1}{48}$ pozemku. A pracoval 12 hodin, B také 12 hodin. Tedy zorali

$$\frac{12}{60} + \frac{12}{48} = \frac{1}{5} + \frac{1}{4} = \frac{9}{20}$$

pozemku. Zbývá zorati $1 - \frac{9}{20} = \frac{11}{20}$ pozemku. C zorá celý pozemek za 50 hodin, tedy $\frac{11}{20}$ pozemku za $(\frac{11}{20} \times 50)$ hodin $= 27\frac{1}{2}$ hodiny.

326. Vodní nádrž má tři přítoky. Z prvního by se naplnila za 24 minuty, ze druhého za 10 minut, ze třetího za 27 minut. Nádrž je prázdná, potom se na dobu $4\frac{1}{2}$ minuty otevrou všecky tři přítoky, načež se druhý a třetí uzavrou a zůstane otevřen jen první. Za jak dlouho se nádrž doplní?

327. Určitou práci by vykonal dělník A za 15 dní, dělník B za 18 dní. První 3 dni pracují A a B společně. Potom B odejde a další tři dni pracuje A sám. Potom se přibere dělník C a práci dokončí A s C dohromady za 4 dni. Za jak dlouho by C sám vykonal celou práci?

328. A má psáti adresy na 270 obálek. Kdyby mu pomáhal B, vykonali by to za hodinu. Kdyby tu práci konali B a C společně, provedli by to za 45 minut. A začne psáti, píše dvě hodiny a 50 obálek mu zbude. Práci dokončí C. Jak dlouhý čas potřebuje C?

Příklad 5. Když cena uhlí stoupla o 40%, někdo snížil svoji roční spotřebu o 20%. O kolik % stouplo jeho vydání na uhlí?

S jeho vydáním na uhlí se stala dvojí změna: předně stoupla cena a tím stouplo jeho vydání v poměru $140 : 100 = 7 : 5$; potom snížil spotřebu a tím kleslo jeho vydání v poměru $80 : 100 = 4 : 5$. Tedy nové vydání dostaneme z původního vydání tím, že původní vydání násobíme zlomkem $\frac{7}{5}$ a potom ještě výsledek zlomkem $\frac{4}{5}$. K témuž výsledku dojdeme najednou, když násobíme původní vydání zlomkem

$$\frac{7}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{28}{25}.$$

Tedy poměr nového vydání k původnímu je $28 : 25 = 112 : 100$. Vydání na uhlí stouplo o 12%.

329. Cena benzinu stoupla o 15%, ale automobilista spotřeboval méně benzinu o 15%. Stouplo nebo kleslo jeho vydání na benzin? O kolik procent?

330. O kolik procent se musí zvýšiti rychlost auta, aby se doba cesty zkrátila o 20%?

331. Z laťky bylo odříznuto 10% a tím se její délka zkrátila na 1,8 m. Nač by se byla zkrátila délka laťky, kdyby se bylo odřízlo 20%?

Příklad 6. Společnost pěti lidí má průměrný věk 46 roků. Průměrný věk prvých čtyř je 43 roky. Kolik let je pátému?

Průměrný věk 46 roků dostaneme, když součet věků všech pěti lidí dělíme pěti. Tedy tento součet je 46×5 roků neboli 230 roků. Podobně součet věků prvých čtyř je 43×4 roků neboli 172 roků. Protože $230 - 172 = 58$, je pátému 58 roků.

332. Hrubý příjem podniku za měsíce červenec až listopad byl

87750 Kčs; 78960 Kčs; 79070 Kčs; 85640 Kčs; 87530 Kčs.

Průměrný měsíční hrubý příjem za druhé pololetí byl 84720 Kčs. Jaký byl hrubý příjem za prosinec?

34. Násobení a dělení čísly 25 a 125. Již v odst. **10** jsme násobili desetinné číslo zlomkem tak, že jsme je napřed násobili čitatelem a co vyšlo, jsme dělili jmenovatelem (viz cvič. 77). Toho můžeme užíti k výhodnému násobení čísly 25 a 125. Neboť

$$25 = \frac{100}{4}, \quad 125 = \frac{1000}{8},$$

takže dvacetipěti lze násobiti tak, že nejprve násobíme stem a co vyjde, dělíme čtyřmi, stodvacetipěti lze násobiti tak, že nejprve násobíme tisícem a co vyjde, dělíme osmi. Dále víme, že děliti číslem 25 je totéž jako násobiti číslem

$$\frac{1}{25} = \frac{4}{100}$$

a že děliti číslem 125 je totéž jako násobiti číslem

$$\frac{1}{125} = \frac{8}{1000}.$$

Proto dvacetipěti lze děliti tak, že nejprve násobíme čtyřmi a co vyjde, dělíme stem; stodvacetipěti lze děliti tak, že nejprve násobíme osmi a co vyjde, dělíme tisícem.

333. a) 8763 × 25; b) 79,24 × 25; c) 0,8426 × 25; d) 0,0359 × 25.

334. a) 6491 × 125; b) 28,06 × 125; c) 0,7653 × 125; d) 0,00289 × 125.

335. a) 62825 : 25; b) 73,246 : 25; c) 0,8765 : 25; d) 0,02637 : 25.

336. a) 53875 : 125; b) 36513 : 125; c) 0,7428 : 125; d) 0,08375 : 125.

337. Přesvědčte se na příkladě, že při dělení dvacetipěti můžeme také postupovati obráceně, t. j. napřed děliti stem a potom násobiti čtyřmi! Podobně při dělení číslem 125!

Ve cvič. **335** a **336** jsme dělili beze zbytku, což je při dělitelích 25 a 125 v oboru desetinných čísel vždycky možné. Procvičíme si ještě trochu dělení těmito čísly v oboru čísel celých, kde zpravidla vyjde zbytek. Postup si vyložíme na příkladech.

$$\begin{array}{cc} 62384 : 25 & \qquad 62384 : 125 \\ \hline 2495 \text{ (zb. 9)} & \qquad 499 \text{ (zb. 9)} \end{array}$$

Popis prvého příkladu (u druhého je to podobné). Číslo 62384 si rozvedeme na tvar 62300 + 84. Provedeme napřed dělení 84 : 25

(zpaměti). Vyjde podíl 3 a zbytek 9. Zbytek zapíšeme, podíl 3 si pamatujeme. Teď musíme ještě dělit 62300 : 25, ale k podílu musíme přičísti 3 (t. j. podíl při dělení 84 : 25). Dělení 62300 : 25 provedeme tak, jak je naznačeno ve cvič. **337.** Napřed dělíme stem, vyjde 623, což si poznamenáme pouhým podtržením. Potom máme násobit čtyřmi a přičísti tři, tedy provedeme najednou $623 \times 4 + 3$, což dá žádaný podíl 2495.

Podle tohoto vzoru si počínejte ve cvič. **338** a **339.**

338. a) 8297 : 25; b) 89117 : 25; c) 64873 : 25.

339. a) 17328 : 125; b) 89117 : 125; c) 48736 : 125.

OBSAH.

[illegible] [illegible]