Eduard Čech

Geometrie pro I. třídu středních a měšťanských škol

Jednota československých matematiků a fysiků, Praha, 1947, 86 s.

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/501352

EDUARD ČECH

GEOMETRIE

PRO I. TŘ. MĚŠŤANSKÝCH A STŘEDNÍCH ŠKOL

155

CENA Kčs 17,—

JEDNOTA ČESKOSLOVENSKÝCH MATEMATIKŮ A FYSIKŮ V PRAZE

UČEBNICE A POMOCNÉ KNIHY VYDÁVANÉ JEDNOTOU
ČESKOSLOVENSKÝCH MATEMATIKŮ A FYSIKŮ

155

GEOMETRIE

pro I. třídu měšťanských a středních škol

Napsal

EDUARD ČECH

S 142 obrazci

Schváleno výnosem ministerstva školství a osvěty ze dne 28. února 1947,
čís. A-269 568/46-III/1 jako dotisk prvního vydání pro školní rok 1947/48
a dobu přechodnou

CENA Kčs 17,—

PRAHA 1947

NÁKLADEM JEDNOTY ČESKOSLOVENSKÝCH MATEMATIKŮ A FYSIKŮ

TISKEM KNIHTISKÁRNY „PROMETHEUS“, PRAHA VIII-94

§ 1. Rýsování přímek.

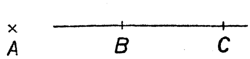
Myšlená **čára** nemá tloušťku. Proto čáry, které rýsujeme v sešitě, musí býti tenké. V geometrii pracujeme pouze tvrdou tužkou. Tužka musí býti stále dobře ořezána.

Čáry jsou **přímé** a **křivé.** Nás budou teď zajímati jen čáry přímé. Rýsujeme je podle **pravítka.** Pro geometrii je vhodné **pravítko trojúhelníkové.**

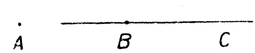
Slovem **přímka** označujeme celou neomezenou přímou čáru. Slovem **úsečka** označujeme přímou čáru na obou stranách omezenou.

Musíte se naučit správně užívat slov přímka a úsečka a řady jiných slov, se kterými se později seznámíte. Abyste měli dobrý přehled, pořiďte si malý sešitek, kterému budeme krátce říkati slovníček. U každého paragrafu této učebnice je skupina úloh ke cvičení. První úloha je vždy stejná: zapsati do slovníčka ta nová rčení, která se v tom paragrafu vyskytla. Každé rčení zapište do slovníčka perem a připojte vždycky na vysvětlenou malý obrázek tužkou a od ruky (bez pravítka). Jednotlivá rčení oddělujte zřetelnými mezerami.

Bod nemá velikost, jen určitou polohu. Body budeme značit velkými tiskacími písmeny. Dávejte si záležet na tomto **popisování bodů.** Umísťujte písmena právě tam, kam patří. Dělejte písmena právě tak velká, co stačí, aby byla hezky zřetelná. Navykněte si psát písmena pevné velikosti, pevného tvaru, pevného směru.



Obr. 1a.



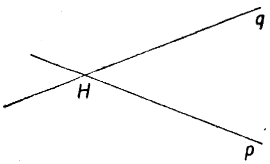
Obr. 1b.

Abychom si znázornili bod na dané přímce, přetneme přímku kratičkou úsečkou. (Děláme to od ruky, ale ať je přímá.) Bod, který není na dané přímce, znázorníme křížkem, t. j. dvěma kratičkými úsečkami, které se v něm protnou. Proč to děláme jako v obr. 1a a ne jako v obr. 1b?

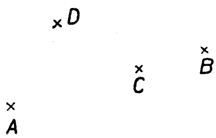
Říkáme: Bod **leží** na přímce. Přímka **prochází** bodem. Přímku **vedeme** nebo **sestrojujeme.**

Chceme-li si označit písmenem přímku nebo vůbec nějakou čáru, užíváme **malých písmen.** V obr. 2 máme narýsovány dvě přímky p a q. Všimněte si, jak jsou umístěna písmena p a q. Proč je píšeme až na kraj narýsované části přímky? Bod H v obr. 2 se jmenuje **průsečík** přímek p a q. Také můžeme říci: přímky p a q se **protínají** v bodě H.

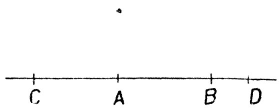
Jedním daným bodem procházejí rozmanité přímky. Ale dvěma danými body A a B už prochází právě jediná přímka. I když v obr. 3 není narýsována přímka, která prochází body A a B, můžeme si tu přímku představit a vidíme, že bod D na ní určitě neleží, kdežto bod C na ní asi leží. (Přesvědčte se přiložením pravítka.)



Obr. 2.



Obr. 3.



Obr. 4.

Říkáme: **Přímka je určena dvěma body.** Vyložte, co to znamená.

Místo, abychom označili přímku malým písmenem, označujeme ji velmi často tak, že napíšeme za sebou několik bodů, které na přímce leží. Na př. přímku v obr. 4 můžeme nazvati: přímka $CABD$ nebo přímka $DBAC$. Píšeme tedy a jmenujeme jednotlivé body přímky vždycky **popořádku.** Můžeme říci také, že je to přímka CAB nebo že je to přímka BA, ale není to ani přímka $ABCD$ ani to není přímka CBA.

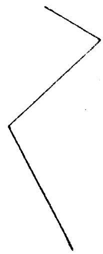
Na přímce AB v obr. 4 **omezují** body A, B úsečku, kterou nazýváme: úsečka AB (nebo také: úsečka BA). Říkáme, že A a B jsou **krajní body** úsečky AB.

Přímka AB se skládá ze tří částí: předně z úsečky AB, za druhé z **prodloužení úsečky** AB za bod A, za třetí z prodloužení úsečky AB za bod B. V obr. 4 je bod C na prodloužení úsečky AB za bod A a bod D je na prodloužení úsečky AB za bod B.

Přímka AB se jmenuje **spojnice** bodů A a B. Když vedeme přímku AB, říkáme, že vedeme (nebo sestrojujeme) spojnici bodů A a B nebo také stručně, že **spojujeme** bod A s bodem B.

Čára v obr. 5 není přímá. Ale bylo by nehezké říkat jí křivá. Říkáme, že je to čára **lomená.** Jak byste vyložili ústně (bez ukazování na obrázek), co je to lomená čára?

Zvolte si v sešitě dva body A, B (ne příliš blízko u sebe). Máte sestrojit jejich spojnici. Vezměte pravítko do levé ruky a pohybujte jím zlehka, až je umístíte do správné polohy. V této poloze přidržte pevně levou rukou pravítko a tím také sešit. Do pravé ruky vezměte nyní tužku a rýsujte. Tužku držte pevně, ale netlačte ji do papíru; rýsování není rytí! Tužka je při rýsování velmi mírně nakloněna vpřed a neopírá se o horní, nýbrž o dolní hranu pravítka. Rýsujeme volným pohybem a vždycky jedním tahem celou přímku. Obyčejně rýsujeme od levé strany k pravé. Pravítko se dá přiložit k sestrojované přímce s jedné nebo druhé strany. Přikládejte pravítko tak, aby přímka, kterou máte rýsovat, nepadla do stínu pravítka.



Obr. 5.

Máte-li danou úsečku prodloužit, přiložte pravítko tak, aby se dotýkalo celé už narýsované části přímky. Úsečku velmi krátkou je těžké přesně prodloužit.

Celá přímka je neomezená a nedá se do sešitu narýsovat. Ale když máte spojit dva dané body A a B, nerýsujte nikdy pouze úsečku AB, nýbrž přímou čáru, která na obě strany přesahuje úsečku AB. Když si to hned teď budete navykat, budete jen zřídka musit při složitějších úlohách prodlužovat už narýsované čáry a zvýšíte přesnost.

Vaše obrazce v sešitě musí býti úhledné a přesné; také to bude mít vliv na váš prospěch. Rýsujte obrazce veliké, mnohem větší nežli jsou obrazce v této učebnici. Mimo sešit noste na geometrii pokaždé ještě několik listů čistého papíru.

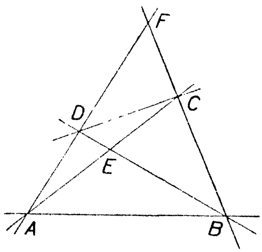
Vedle rýsování pravítkem je důležité také rýsování od ruky. Obrazce od ruky nebudou ovšem přesné, ale musí býti úhledné. Přímé čáry ať vypadají přímé.

Cvičení k § 1.

1. Zapište do slovníčka: Přímá čára, křivá čára, lomená čára. Přímka AB, úsečka AB. Přímka p je spojnice bodů H a K. Body E, F a G leží na přímce t. Přímky r, s a u procházejí bodem P. Bod R je na prodloužení úsečky ST za bod S. Úsečka má dva krajní body. Přímky a a c se protínají v bodě B; bod B je průsečík přímek a a c. Přímka $RSTU$ neboli přímka $UTSR$.

2. Z kolika úseček se skládají písmena **A, E, N**? Která jiná písmena se skládají jen z úseček? Napište nejdříve písmena složená ze dvou úseček, potom ze tří, potom ze čtyř.

3. Zvolte si dva body A a B (hezky daleko od sebe). Spojte je dvakrát, přikládajíce pravítko pokaždé s jiné strany. Spojujte pozorně, aby přímka, kterou rýsujete, opravdu přesně procházela i bodem A i bodem B. Je-li vaše pravítko opravdu přímé, musí se obě spojnice úplně krýt. Proveďte takovou zkoušku se všemi třemi hranami svého pravítka. Pro každou hranu volte body A a B jinak.



Obr. 6.

4. Sestrojte si na volném listu papíru obrazec podobný obr. 6, ale mnohem větší. Zvolte si napřed body A, B, C a D, ovšem v takové poloze, aby se vám celý obrazec vešel na list. Potom propíchněte papír v bodech A, B, C a D a udělejte si stejný obrazec na rubu papíru. Když jste přesně rýsovali, musí body E a F na líci přesně splynout s body E a F na rubu. Přesvědčte se propíchnutím v bodech E a F. Nevyšlo-li vám to, opakujte na novém listě papíru a rýsujte pozorněji.

5. Rozhodněte pomocí obrázku od ruky, kolik spojnic můžete rýsovat, když si zvolíte pět bodů. Popište spojnice malými písmeny. Z vašeho obrázku musí býti docela zřetelné, ke které přímce které písmeno patří.

Úlohy 6 a 7 čtěte pomalu a pozorně. Při čtení si dělejte předběžný obrázek od ruky, a to na volném papíře a hezky velký. Nesmíte číst celou úlohu najednou, nýbrž po malých částech a postupně si obrázek doplňujte. Teprve potom rýsujte do sešitu pravítkem. Zas velký obrazec!

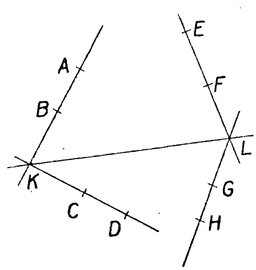
6. Zvolte si přímku ABC a přímku DEF. (Volte je tak, aby se protľaly teprve v myšleném prodloužení sešitu.) Označte X průsečík přímek AE a BD. Označte Y průsečík přímek BF a CE. Označte Z průsečík přímek AF a CD. Spojte X s Y. Zapište, co pozorujete.

7. Zvolte body A, B, C, D a E tak, aby AEB a CED byly přímky. (Jak to provedete?) Na úsečce AC zvolte bod F. Na úsečce BC zvolte bod G. Označte H průsečík přímek AE a DF. Označte K průsečík přímek BE a DG. Označte X průsečík přímek CH a EF. Označte Y průsečík přímek CK a EG. Označte Z průsečík přímek AX a BY. Zapište, co pozorujete.

8. Opakujte úlohu 6 v jiné poloze.

9. Opakujte úlohu 7 v jiné poloze.

10. Sestrojte si obrazec podobný obr. 7 (ovšem větší). Dovedli byste popsat jedinou větou všecko, co jste sestrojili?



Obr. 7.

Průsečík K přímek AB a CD jsme spojili s průsečíkem L přímek EF a GH.

§ 2. Měření a přenášení délek.

Délku úsečky AB označíme $\overline{AB}$. Najdeme ji měřítkem. Každý žák musí míti své měřítko. Přiložíme měřítko tak, aby se jeho začátek kryl třeba s bodem A; délku potom čteme u bodu B. Délku vyjadřujeme buďto v **centimetrech** nebo v **milimetrech.**

Jak víte, je na př.

$$37 \text{ mm} = 3{,}7 \text{ cm} = 3 \text{ cm } 7 \text{ mm}.$$

Posledního způsobu psaní se málo užívá. Je to příliš zdlouhavé.

Znáte také větší **jednotky délkové:** dm, m, km.

Vzdálenost dvou bodů A a B není nic jiného než délka úsečky AB.

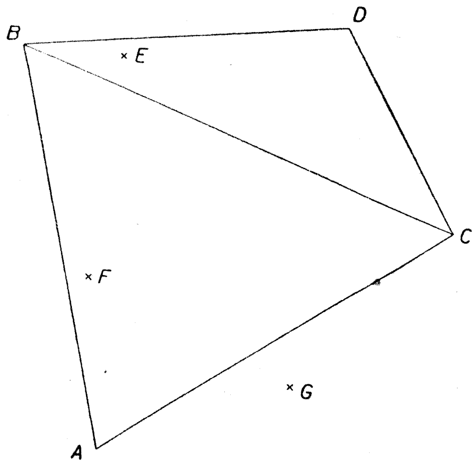
Narýsujte si přímku p a zvolte si na ní bod C. Máte **nanésti** na přímku p od bodu C délku 37 mm. Nejprve přiložíte správně měřítko. Potom přidržíte měřítko pevně levou rukou, dobře si všimnete polohy toho bodu na přímce p, který je vzdálen 37 mm od bodu C a na tom místě uděláte velmi jemnou tečku. Po odsunutí měřítka si vyznačíte tu polohu, ve které jste udělali tečku, obvyklou příčnou úsečkou; tečka musí při tom zmizet beze stopy. Nalezený bod pak označte D. Na přímce p je mimo bod D ještě jeden bod E vzdálený 37 mm od bodu C. Bod E najdeme stejně jako jsme našli bod D. Proveďte to. Jak velká musí býti vzdálenost $\overline{DE}$? Přeměřte.

Často se stává, že délka, kterou máme nanésti, není dána číselně, nýbrž že je to vzdálenost $\overline{AB}$ daných bodů A a B. V takovém případě nikdy neužíváme měřítka. Můžeme užíti kružítka; o tom se zmíníme v následujícím paragrafu. Stačí však také proužek papíru. Ten přiložíme nejprve k přímce AB a vytkneme si na něm příčnými čárečkami polohu bodů A a B. Potom přiložíme proužek k dané přímce p a vytkneme si zase polohu bodu D nejprve jemnou tečkou a potom příčnou úsečkou.

Pomocného proužku papíru užijeme také, když délka, o kterou běží, je sice předepsána číselně, ale má se nanášet několikrát.

V obr. 8 se vyskytuje **trojúhelník** ABC. Body A, B a C jsou **vrcholy** trojúhelníka ABC. Úsečky AB, BC a CA jsou **strany** trojúhelníka ABC. Která strana je nejdelší? Odpovězte a teprv potom se přesvědčte o správnosti své odpovědi. Která strana je nejkratší? Který trojúhelník vidíte ještě v obr. 8? Jmenujte jeho strany.

Trojúhelník je **plocha.** Všecky tři strany trojúhelníka dohromady tvoří čáru (lomenou), která se jmenuje **obvod** trojúhelníka. V obr. 8 je bod F **uvnitř** trojúhelníka ABC a body D, E a G jsou **vně** trojúhelníka ABC.



Obr. 8.

Nevšímejte si bodů E, F a G. Celý obr. 8 je **čtyrúhelník** $ABDC$. Jmenujte jeho vrcholy a jeho strany. Úsečka BC je jedna z obou **úhlopříček** čtyrúhelníka $ABDC$. Druhá úhlopříčka AD není v obrazci vyznačena.

Vrcholy čtyrúhelníka píšeme vždycky **popořádku.** Tedy můžeme říci, že máme v obr. 8 čtyrúhelník $BDCA$ nebo $BACD$, ale špatně je $ABCD$ nebo $BADC$. Proč byla taková poznámka zbytečná u trojúhelníka?

Délku obvodu trojúhelníka ABC (krátce se říká **obvod** místo délka obvodu) můžeme počítati tak, že změříme všecky strany a výsledky sečteme. Ale je výhodnější prováděti sčítání **graficky** (od řeckého slova grafein, které znamená psáti nebo rýsovati): narýsujeme pomocnou přímku $HKLM$, naneseme na ni (pomocí proužku papíru)

$$\overline{HK} = \overline{AB},\ \overline{KL} = \overline{BC},\ \overline{LM} = \overline{CA},$$

načež změříme $\overline{HM}$ a dostaneme hledaný obvod. Proč je tento způsob lepší? Stejnou cestou najdeme také obvod $\overline{AB} + \overline{BD} + \overline{DC} + \overline{CA}$ čtyrúhelníka $ABDC$.

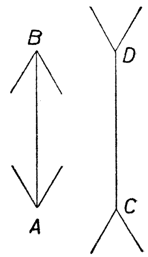
Jistě sami přijdete na to, jak se provádí **grafické odčítání,** třeba $\overline{AB} - \overline{CD}$, a **grafické násobení,** třeba $3 . \overline{AB}$ nebo $4 . \overline{CD}$.

Narýsujte nějaký **pětiúhelník.** Popište jeho vrcholy nějakými písmeny. Jmenujte vrcholy ve správném pořádku; v nějakém jiném správném pořádku. Opakujte to se **šestiúhelníkem.**

Cvičení k § 2.

11. Zapište do slovníčka: Délka $\overline{AB}$ úsečky AB neboli vzdálenost bodů A a B. Trojúhelník má tři vrcholy a tři strany. Čtyrúhelník má čtyři vrcholy a čtyři strany. Pětiúhelník má pět vrcholů a pět stran. Šestiúhelník má šest vrcholů a šest stran. Čtyrúhelník má dvě úhlopříčky. Obvod trojúhelníka. Obvod čtyrúhelníka. Grafické sčítání úseček. Grafické odčítání úseček. Grafické násobení úsečky číslem. Čáry a plochy.

12. Narýsujte si vedle sebe dvě přesně stejně dlouhé úsečky AB a CD. Připojte další úsečky jako v obr. 9. Co se zdá?



Obr. 9.

Úlohy 13 až 19 se týkají obr. 8. Každý žák provede měření samostatně a zapíše svůj výsledek do sešitu. Potom se porovnávají výsledky třídy.

13. Změřte strany trojúhelníka ABC.

14. Změřte strany trojúhelníka BCD.

15. Najděte graficky obvod trojúhelníka ABC.

16. Najděte graficky obvod trojúhelníka BCD.

17. Najděte graficky obvod čtyrúhelníka $ABDC$.

18. Najděte graficky napřed součet a potom rozdíl obou úhlopříček čtyrúhelníka $ABDC$.

19. Najděte graficky délku $3 . \overline{AC} - 2 . \overline{AB}$.

20. Naneste na přímku délky $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$, $\overline{EF}$ vesměs rovné 11 mm. Které úsečky ve vašem obrazci musí býti stejně dlouhé jako AC? Přeměřte. Opakujte s úsečkou AD. Jak dlouhá musí býti úsečka AF? Přeměřte.

21. Zvolte si bod S a veďte jím dvě přímky. Na jednu z nich naneste $\overline{AS} = \overline{SB} = 57$ mm; na druhou naneste $\overline{CS} = \overline{SD} = 36$ mm.

Spojte a změřte AC, AD, BC, BD. Zapište, co pozorujete.

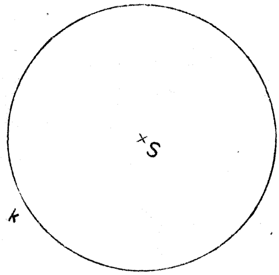
22. Zvolte si na obvodě čtyrúhelníka $ABCD$ dva body H a K tak, aby nebyly oba na stejné straně čtyrúhelníka. Nač rozdělí úsečka HK čtyrúhelník $ABCD$? Je několik různých výsledků podle toho, jak si zvolíte body H a K. Naznačte jednotlivé možnosti různými obrazci od ruky.

23. Narýsujte si pětiúhelník $HKLMN$. Přemýšlejte, kolik asi má úhlopříček. Potom je všecky narýsujte.

24. Narýsujte si šestiúhelník *ABCDEF*. Kolik je úhlopříček, které rozdělí šestiúhelník ve dva čtyrúhelníky? Jmenujte je všecky a jednu z nich narýsujte. Jsou ještě jiné úhlopříčky? Kolik jich je? Jmenujte je všecky a jednu z nich narýsujte. Jak ta rozdělí šestiúhelník? Kolik je všech úhlopříček dohromady?

§ 3. Rýsování kružnic.

Nejdůležitější křivá čára je **kružnice** (v. obr. 10). Vnitřek kružnice je plocha, která se jmenuje **kruh**. Pamatujte si: kružnice je čára, kruh je plocha; záměna těchto dvou slov se ve škole považuje za hrubou chybu. Uvnitř kružnice je mimo jiné body zejména její střed. V obr. 10 je kružnice označena písmenem *k* a její střed je označen písmenem *S* (počátečním písmenem slova střed). Spojujeme-li střed kružnice s jednotlivými body na kružnici, dostáváme **poloměry** kružnice. Všecky poloměry kružnice jsou stejně dlouhé; **délka poloměru** (obyčejně se říká krátce poloměr) kružnice se velmi často značí písmenem *r*. Je to začáteční písmeno latinského slova **radius**, které právě znamená poloměr.



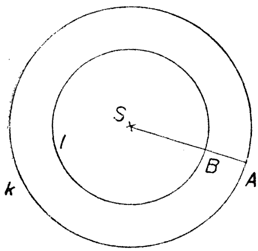
Obr. 10.

Všecky body na kružnici *k* mají od středu *S* kružnice *k* stejnou vzdálenost *r*. Jakou vzdálenost od středu *S* mají body uvnitř *k*? Jakou vzdálenost od středu *S* mají body, které jsou vně kružnice *k*?

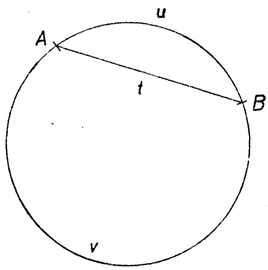
Kružnici rýsujeme **kružítkem.** Máme-li narýsovati kružnici, která má střed v daném bodě *S* a má daný poloměr *r*, nejprve rozevřeme kružítko tak, aby kovový hrot a hrot tužky měly vzdálenost *r*. Než začneme rýsovati, přesvědčíme se, že jsme kružítko správně rozevřeli. (To je důležité zejména tehdy, když poloměr je buďto hodně malý nebo hodně velký.) Je-li kružítko správně rozevřeno, zabodneme jemně kovový hrot do středu *S* a rýsujeme pravou rukou pomalu jedním tahem celou kružnici. Kružítko je při rýsování velmi mírně nakloněno vpřed; obyčejně rýsujeme ve směru pohybu hodinových ručiček. Kružítko je v bodě *S* jen jemně zabodnuto, tedy nesmí snad dokonce propíchnouti papír. Aby nám nevyklouzlo, můžeme je u bodu *S* zlehka přidržovat levou rukou. Pravá ruka drží kružítko nahoře (za hlavici); musíme totiž dbáti toho, abychom zachovali pevné rozevření ramen.

V obr. 11 máme dvě **soustředné** kružnice k a l. Plocha mezi oběma soustřednými kružnicemi se jmenuje **mezikruží.** Mezikruží má všude stejnou **šířku** ($\overline{AB}$ v obr. 11). Jak se vypočte šířka mezikruží?

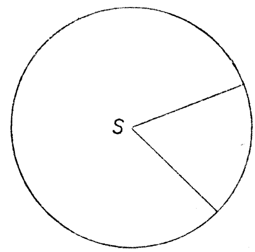
Kružnice se **sestrojuje** nebo se **opisuje.**



Obr. 11.



Obr. 12.



Obr. 13.

Když si na kružnici zvolíme dva body A a B, rozdělí se nám kružnice na dva **oblouky** (u a v v obr. 12). Úsečka AB se jmenuje **tětiva** (t v obr. 12). K jednomu oblouku patří jediná tětiva, k jedné tětivě patří dva oblouky. Odkud jsou vzaty názvy oblouk a tětiva? Kruh je tětivou rozdělen na dvě plochy, které se jmenují **kruhové úseče.**

Také dvěma poloměry můžeme kruh rozdělit ve dvě plochy (viz obr. 13). Těmto plochám říkáme **kruhové výseče.**

Tětiva, která prochází středem, jmenuje se **průměr.** Všecky průměry kružnice jsou stejně dlouhé. **Délka průměru** (obyčejně se říká krátce průměr) se často označuje písmenem d. Je to začáteční písmeno řeckého slova diametros, které znamená průměr. Jest

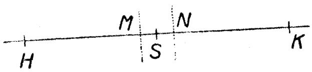
$$d = 2r, \quad r = \tfrac{1}{2}d,$$

t. j. průměr je dvojnásobek poloměru, poloměr je polovina průměru.

Průměr rozdělí kruh ve dva **polokruhy.** Krajní body průměru rozdělí kružnici ve dvě **polokružnice.**

Máme-li sestrojit kružnici **nad průměrem** HK, musíme nejprve úsečku HK **rozpůlit** nebo, jak se také říká, najít její **střed** S: ten bude středem kružnice. Rozpůlit úsečku můžeme **zkusmo.** Vytkneme si nejprve bod M, který se nám od oka jeví jako střed úsečky HK

a naneseme $\overline{KN} = \overline{HM}$ (v. obr. 14). Úsečka MN bude docela kratičká (mnohem menší než v obr. 14) a snadno už najdeme od oka její střed S, který je také středem úsečky HK. Vysvětlete proč. Příčky vyznačující body M a N (tečkované v obr. 14) rýsujeme velmi tenké a velmi krátké, aby je bylo sotva vidět. Také je ovšem nepopisujeme žádnými písmeny. (V obr. 14 jsou tyto body označeny písmeny jen pro jasnost výkladu.)



Obr. 14.

Je-li délka průměru dána číselně, pak ovšem nepůlíme, nýbrž vypočteme poloměr.

Jiný způsob, jak rozpůlit úsečku HK, je tento. Přiložíme přímý proužek papíru k dané úsečce a vyznačíme si body, které se kryjí s body H a K. Potom proužek přeložíme v půli tak, aby se oba vyznačené body kryly. Nato přiložíme proužek papíru opět v původní poloze k úsečce HK a vyznačíme si ten bod S, kde byl papír přeložen.

Přenášení úseček pomocí proužku papíru bylo popsáno v § 2. Místo proužku papíru můžeme k témuž cíli užíti také kružítka: Sami popište jak. S tím souvisí malá úprava rozpůlení úsečky (viz obr. 14). Rozevřeme kružítko do délky, která se nám zdá asi polovinou délky HK a opíšeme s tím poloměrem malé obloučky kružnic ze středů H a K. Tím dostaneme zase body M a N a opět kratičkou úsečku MN rozpůlíme zkusmo.

Dovedli byste rozdělit úsečku zkusmo na tři stejné díly?

Ještě něco si zapamatujte: Když máte narýsovat kružnici, která nemá střed v daném bodě, nýbrž si máte střed zvolit buďto libovolně nebo někde na dané čáře, vždycky si napřed vyznačte střed. Stává se totiž často, že při rýsování dalších čar potřebujeme znát polohu středu.

Cvičení k § 3.

25. Zapište do slovníčka: Kružnice a kruh. Střed kružnice. Poloměr r a průměr d. Polokružnice a polokruh. Oblouk, tětiva a kruhová úseč. Bod uvnitř kružnice; bod na kružnici; bod vně kružnice. Střed úsečky. Rozpůliti úsečku. Soustředné kružnice. Mezikruží. Šířka mezikruží. Kruhová výseč.

26. Jaký je průměr kružnice, když poloměr je
a) 4 cm; b) 9 mm; c) 47 mm; d) 32 mm; e) 1,5 cm; f) 6,3 cm; g) 5 dm; h) 2 m 5 dm?

27. Jaký je poloměr kružnice, když průměr je:
a) 6 cm; b) 48 cm; c) 54 mm; d) 3,6 mm; e) 7 cm; f) 43 mm; g) 5 dm;
h) 1 m; i) 3 m 4 cm?

28. Zvolte bod S a sestrojte tři soustředné kružnice s poloměry 3 cm, 4 cm, 53 mm. Nepropíchli jste papír v bodě S? Veďte bodem S přímku $ABCSDEF$. (Body A, B atd. jsou na sestrojených kružnicích.) Vypočítejte (zpaměti), jak velké musí býti vzdálenosti

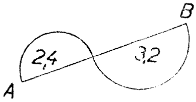
$$\overline{AB},\ \overline{BC},\ \overline{CS},\ \overline{SD},\ \overline{DE},\ \overline{EF},$$

zapište a přeměřte. Opakujte měření s jinou volbou přímky. (Vedete ji ovšem zase středem S.)

V úlohách 29 až 33 máte sestrojit obrazce takového tvaru, jaké jsou v učebnici, ale větší. Velikost vašich obrazců je předepsána čísly udanými u tištěných obrazců. Udaná čísla znamenají centimetry, ale znak cm je vynechán. Říkáme krátce, že v obr. 15 až 19 **jednotka je 1 cm.**

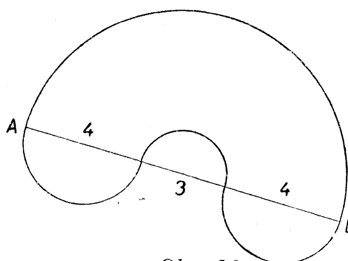
U každé z těchto úloh si vypočtěte délku $\overline{AB}$ a kontrolujte ji měřením ve svém obrazci.

29.



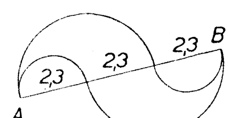
Obr. 15.

30.



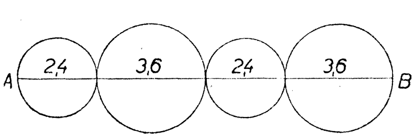
Obr. 16.

31.



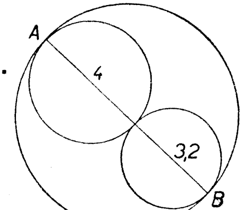
Obr. 17.

32.



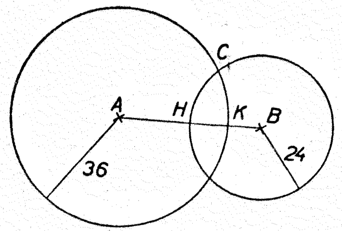
Obr. 18.

33.



Obr. 19.

34. Sestrojte mezikruží šířky 27 mm tak, aby průměr vnitřní kružnice byl 42 mm. Přesvědčte se měřením, že vaše mezikruží má všude správnou šířku. Veďte středem S přímku $ABSCD$. (Body A, B, C, D jsou na sestrojených kružnicích.) Jak dlouhé musí býti úsečky AC a BD? Zapište a přeměřte.



Obr. 20.

35. Sestrojte dvě kružnice tak, aby vzdálenost středů byla přesně 5 cm. Prvá kružnice má míti poloměr 3 cm, druhá 4 cm. Veďte společnou tětivu AB. Změřte $\overline{AB}$ a zapište, co jste naměřili.

Úlohy 36 a 37 se vztahují k obr. 20, ve kterém je jednotka 1 mm.

36. Jaká musí býti délka $\overline{AB}$, aby vyšlo $\overline{HK} = 14$ mm? Jaký bude potom obvod trojúhelníka ABC? Sestrojte.

37. Jaká musí býti délka $\overline{HK}$, aby trojúhelník ABC měl obvod 11 cm? Sestrojte.

38. Opište kružnici k ze středu S s poloměrem 27 mm. Zvolte si čtyři body A, B, C a D na kružnici k. Opište ze středů A, B, C a D kružnice tak, aby procházely bodem S. Jak velké musí býti jejich poloměry?

39. Zvolte si bod A a veďte jím kružnici k s poloměrem 5 cm. (Jak si tedy musíte zvoliti střed S kružnice k?) Najděte na kružnici k body B a C tak, aby obě tětivy AB a AC měly délku přesně 8 cm. Veďte průměr AD kružnice k. Změřte tětivy DB a DC a zapište, co jste naměřili.

40. Zvolte si trojúhelník ABC (dosti veliký). Najděte střed H strany AB a střed K strany AC. Označte P průsečík přímek CH a BK. Změřte délky $\overline{PB}$, $\overline{PK}$, $\overline{CP}$, $\overline{PH}$. Vyšlo vám $\overline{BP} = 2 . \overline{PK}$, $\overline{CP} = 2 . \overline{PH}$?

41. Opakujte cvičení 15, 16 a 17 (str. 9), ale neužívejte proužku papíru, nýbrž kružítka.

§ 4. Konstrukce trojúhelníka.

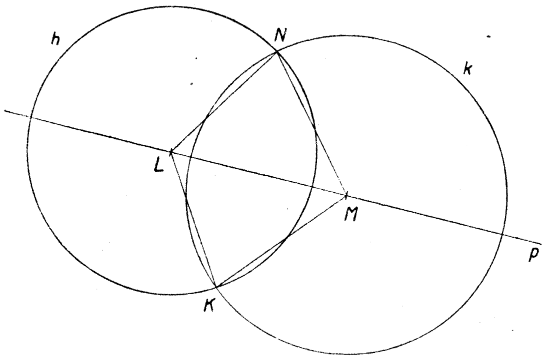
Slovo **konstrukce** pochází z latiny. V geometrii se ho často užívá. Znamená sestrojení.

Sestrojíme si trojúhelník LMN tak, aby jeho strany měly délky

$$\overline{LM} = 6 \text{ cm}, \quad \overline{LN} = 48 \text{ mm}, \quad \overline{MN} = 53 \text{ mm}.$$

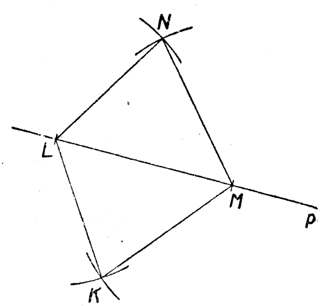
Zvolte si nejprve (asi uprostřed sešitu) přímku p a na ní dva body L a M vzdálené 6 cm od sebe. Máme už dva vrcholy L a M a jednu stranu LM trojúhelníka LMN. Kde musí býti třetí vrchol N? Protože má býti $\overline{LN} = 48$ mm, musí bod N ležeti na kružnici h opsané ze středu L poloměrem 48 mm. Narýsujte si kružnici h. Protože má býti $\overline{MN} = 53$ mm, musí bod N ležeti na kružnici k opsané ze středu M poloměrem 48 mm. Narýsujte si kružnici k. Kružnice h a k se vám protnou ve dvou bodech. Zvolte si jeden z nich a označte jej N.

Sestrojte si úsečky LN a MN a máte žádaný trojúhelník LMN. Úloze vyhovuje ovšem nejen trojúhelník LMN, ale také trojúhelník LMK, který dostanete, když místo bodu N vezmete druhý průsečík K kružnic h a k.



Obr. 21a.

Obyčejně nerýsujeme při této úloze kružnice h a k celé jako v obr. 21a, nýbrž pouze malé oblouky v blízkosti průsečíků jako v obr. 21b.

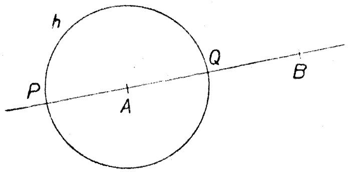


Obr. 21b.

Nyní si narýsujte na list papíru trojúhelník ABC s tak velkými stranami jako má trojúhelník ABC v učebnici v obr. 8 (str. 8). Neužívejte číselných hodnot délek stran, nýbrž přenášejte délky z obr. 8 kružítkem. Proveďte to celkem třikrát. Poprvé začněte konstrukci se stranou AB, podruhé se stranou BC, potřetí se stranou CA. Volte místo tak, aby vaše trojúhelníky nezasahovaly jeden do druhého. Vystřihněte si všecky tři trojúhelníky a přesvědčte se, že je můžete položit na sebe tak, že se přesně kryjí. Přesvědčte se také, že každým vystřiženým trojúhelníkem se dá přesně zakrýt trojúhelník ABC z učebnice.

Narýsujte si v sešitě úsečku AB dlouhou 58 mm. Budeme se zajímat o trojúhelníky ABC, které tedy mají dva vrcholy A a B všem společné. Strana AB bude míti u všech našich trojúhelníků stejnou délku $\overline{AB} = 58$ mm. Ale také strana AC bude u všech trojúhelníků, o které se budeme zajímat, stejně dlouhá, a to $\overline{AC} = 27$ mm. Naproti tomu délka $\overline{BC}$ se bude od trojúhelníka k trojúhelníku měnit.

Kde musí ležet vrchol C? Protože známe bod A a protože má býti $\overline{AC} = 27$ mm, musí bod C ležet na kružnici h se středem A a poloměrem 27 mm. Narýsujte si kružnici h. Přímka AB protne kružnici h ve dvou bodech. Označte je P a Q jako v obr. 22. (Tedy Q je blíž k B než je P). Smíme si zvolit bod C libovolně na kružnici h?



Obr. 22.

Ne docela, protože bod C nesmí přijít ani do polohy P ani do polohy Q. Jinak je poloha bodu C na kružnici h libovolná.

Body P a Q rozdělí h na dvě polokružnice. Sledujte pohyb bodu C po jedné z těch polokružnic od polohy Q do polohy P. Přesvědčte se měřením, že délka $\overline{BC}$ stále vzrůstá. Přesvědčte se, že je to pravda také, když se bod C pohybuje po druhé polokružnici od polohy Q do polohy P. Tedy ať si už zvolíme bod C ve kterékoli dovolené poloze, rozhodně bude délka $\overline{BC}$ větší než $\overline{BQ}$ a menší než $\overline{BP}$, což píšeme

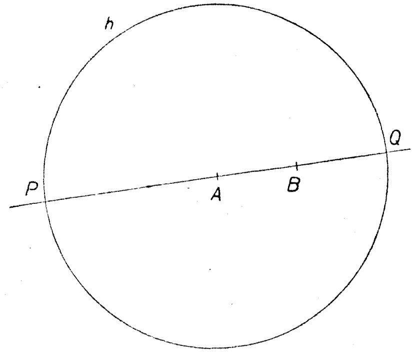
$$\overline{BC} > \overline{BQ}, \quad \overline{BC} < \overline{BP}.$$

Z obrázku vidíte, že

$$\overline{BQ} = \overline{AB} - \overline{AQ} = 31 \text{ mm}, \quad \overline{BP} = \overline{AB} + \overline{AP} = 85 \text{ mm}.$$

Tedy délka $\overline{BC}$ strany BC trojúhelníka ABC je p ř e d n ě menší než součet 85 mm délek stran AB a AC a z a d r u h é je $\overline{BC}$ větší než rozdíl 31 mm délek stran AB a AC. V těchto mezích si můžeme délku $\overline{BC}$ libovolně zvolit. Tedy si nemůžeme zvolit ani $\overline{BC} = 3$ cm (to je příliš málo) ani $\overline{BC} = 9$ cm (to je příliš mnoho), ale můžeme si zvolit třeba $\overline{BC} = 5$ cm.

Naše číselné údaje byly $\overline{AB} = 58$ mm, $\overline{AC} = 27$ mm, tedy $\overline{AB} > \overline{AC}$. Zvolme si teď naopak $\overline{AB} = 27$ mm, $\overline{AC} = 58$ mm, tedy $\overline{AB} < \overline{AC}$. Budeme míti trochu jiný obrazec (viz obr. 23), ale dojdeme zase stejnou cestou ke stejnému výsledku. Proveďte to podrobně. Proberte také podrobně případ, kdy $\overline{AB} = \overline{AC}$, na př. $\overline{AB} = 45$ mm, $\overline{AC} = 45$ mm.



Obr. 23.

Vyslovme si výsledek, který si musíte dobře zapamatovat. (Procvičíme si jej na řadě příkladů.) Délky všech tří stran trojúhelníka si nesmíme zvolit úplně libovolně. Smíme si libovolně zvoliti délky dvou stran. Délka třetí strany nesmí býti ani příliš veliká ani příliš malá. Třetí strana musí býti kratší nežli součet prvních dvou. Třetí strana musí býti delší nežli rozdíl prvních dvou. V těchto mezích se smí zvolit libovolně také délka třetí strany.

Trojúhelník, který má všecky tři strany nestejně dlouhé, jmenuje se **různostranný.**

Jsou-li dvě strany trojúhelníka stejně dlouhé, říkáme, že je to trojúhelník **rovnoramenný.** Těm dvěma stranám, které jsou stejně dlouhé, říkáme obyčejně **ramena** a třetí strana se pak jmenuje **základna.**

Trojúhelník, který má všecky tři strany stejně dlouhé, jmenuje se trojúhelník **rovnostranný.**

Cvičení k § 4.

42. Zapište do slovníčka: Konstrukce znamená sestrojení. Různostranný trojúhelník. Rovnoramenný trojúhelník, ramena, základna. Rovnostranný trojúhelník. $17 < 24$ znamená, že číslo 17 je menší než číslo 24. $24 > 17$ znamená, že číslo 24 je větší než číslo 17.

43. Opište tyto trojice délek:

a) 24 mm, 37 mm, 41 mm.	b) 24 mm, 47 mm, 7 cm.
c) 24 mm, 57 mm, 90 mm.	d) 34 mm, 21 mm, 12 mm.
e) 1 dm, 2 cm, 3 mm.	f) 1 dm, 74 mm, 26 mm.

U každé trojice zapište, může-li znamenati délky tří stran trojúhelníka. (Pište pouze Ano nebo Ne.)

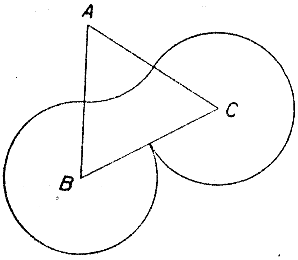
44. Dvě strany trojúhelníka mají délky 97 mm a 46 mm. Délku třetí strany neznáme. Co můžete říci o obvodě trojúhelníka?

45. Opakujte s délkami 4 m 37 cm, a 6 m 58 cm.

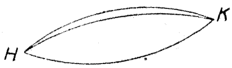
46. Opište tyto dvojice délek:

a) 37 cm, 57 cm.	b) 42 cm, 35 cm.
c) 5 dm, 32 cm.	d) 47 cm, 3 dm.
e) 1 dm, 368 mm.	f) 83 mm, 125 cm.

U každé dvojice zkoumejte, může-li znamenati délky dvou stran trojúhelníka s obvodem 1 m. (Zapište pouze buďto délku třetí strany nebo slovo Ne.)



Obr. 24.



Obr. 25.

47. Zvolte si libovolný trojúhelník ABC. Sestrojte rovnostranné trojúhelníky ABH, BCK, CAL tak, aby nezasahovaly dovnitř trojúhelníka ABC. Spojte CH, AK, BL a zapište, co pozorujete. Změřte $\overline{CH}$, $\overline{AK}$, $\overline{BL}$ a zapište, co pozorujete.

48. Opakujte znovu s tím rozdílem, že teď rovnostranné trojúhelníky ABH, BCK, CAL budou zasahovati dovnitř trojúhelníka ABC.

49. Sestrojte obrazec podobný obr. 24. Trojúhelník ABC je rovnostranný. V obr. jsou oblouky kružnic, které mají míti všecky poloměr 26 mm.

50. Zvolte délku $\overline{AB} = 42$ mm. Sestrojte všecky rovnoramenné trojúhelníky se základnou AB a s délkou ramene 34 mm. Sestrojte dále všecky rovnoramenné trojúhelníky s délkou základny 34 mm, které mají jedno rameno v poloze AB. Kolik trojúhelníků budete celkem sestrojovati?

51. Opakujte úlohu 50, ale vyměňte mezi sebou délky 42 mm a 34 mm.

52. Zvolte délku $\overline{AB} = 4$ cm. Kde musí ležeti střed kružnice s poloměrem 3 cm, má-li tato kružnice procházeti oběma body A a B? Kolik je takových kružnic? Sestrojte je.

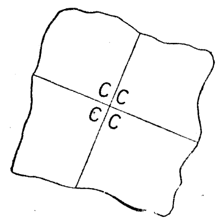
53. Sestrojte obrazec podobný obr. 25. Má býti $\overline{HK} = 32$ mm, dvě kružnice mají mít poloměr 32 mm a třetí má mít poloměr 43 mm.

§ 5. Rýsování kolmic.

Vezměte list papíru. Můžete si na něm snadno opatřit docela přesnou přímku bez tužky a bez pravítka. Stačí, když papír ostře přehnete. Přesvědčte se pravítkem, že jste opravdu dostali přímku. Označte si ji p.

Nyní přeložte papír znovu, ale tak, aby se vám část přímky p, která je na horním papíře, přesně kryla s tou částí přímky p, která je na dolním papíře. Dostali jste novou přímku, kterou označte q. Když byl papír přeložen podél přímky q, měli jsme přesně nad sebou dvě části přímky p. Přesvědčte se, že také obráceně, když přeložíte papír podél přímky p, budete míti přesně nad sebou dvě části přímky q. Dvě přímky, které jsou v takové poloze jako přímky p a q, jmenují se **přímky k sobě kolmé**. Také se říká, že přímky p a q **stojí na sobě kolmo.** Stručně se to zapisuje takto:

$$p \perp q \text{ nebo } q \perp p.$$



Obr. 26.

Označte C průsečík přímek p a q. Napište C čtyřikrát jako v obr. 26. Nyní rozstřihněte papír i podél přímky p i podél přímky q. Dostanete čtyři kusy papíru, které můžete položit na sebe tak, že se v blízkosti bodu C všecky přesně kryjí. Proveďte to. Říkáme, že máme čtyři **pravé úhly.** Bod C je **vrchol** těch pravých úhlů.

Vezměte nový list papíru a opatřte si na něm přehnutím přímku a. Propíchněte papír ve dvou bodech: v bodě B, který si zvolte na přímce a, v bodě C, který si zvolte mimo přímku a. Přehnutím papíru si snadno opatříte dvě přímky kolmé k přímce a tak, že první z nich (označte ji b) prochází bodem B a druhá (označte ji c) prochází bodem C. Přímka c protne přímku a v bodě, který označte P. Říkáme, že jsme

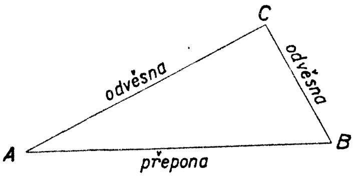
vztyčili v bodě B kolmici b k přímce a a že jsme
spustili s bodu C kolmici c na přímku a.

Bod P se nazývá **pata** kolmice spuštěné s bodu C na přímku a. Proč právě pata?

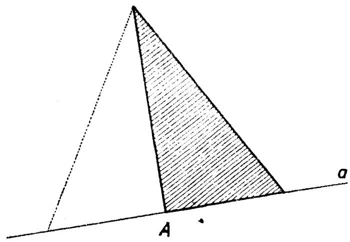
Když trojúhelník ABC má dvě strany AC a BC k sobě kolmé (viz obr. 27), říkáme, že je to **trojúhelník pravoúhlý.** Strana AB, tedy ta strana, která je proti pravému úhlu, jmenuje se **přepona** pravoúhlého trojúhelníka. Strany AC a BC, tedy ty strany, které jsou při pravém úhlu, jmenují se **odvěsny** pravoúhlého trojúhelníka.

Vaše trojúhelníkové pravítko je pravoúhlé a dá se ho tedy užít k rýsování kolmic. Máme-li na př. k přímce a vztyčiti kolmici v bodě A, který jsme si zvolili na přímce a, můžeme to provésti (viz obr. 28) tak, že přiložíme trojúhelníkové pravítko tak, aby vrchol pravého úhlu byl v poloze A a aby se jedna odvěsna kryla s přímkou a. Žádanou kolmici pak můžeme rýsovati podél druhé odvěsny.

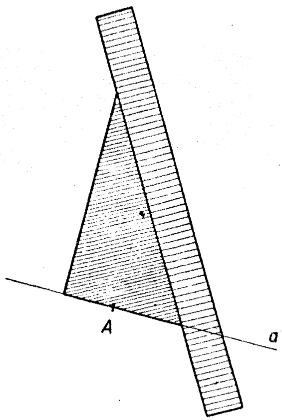
Je důležité si vyzkoušet, že vaše pravítko je opravdu pravoúhlé. Za tím účelem přiložte pravítko ještě jednou v poloze naznačené v obr. 28 tečkovanou čarou a rýsujte kolmici znovu. Je-li vaše pravítko správné, musí obě kolmice splynout. Kdo nemá na svém pravítku přesný pravý úhel, musí si koupit nové.



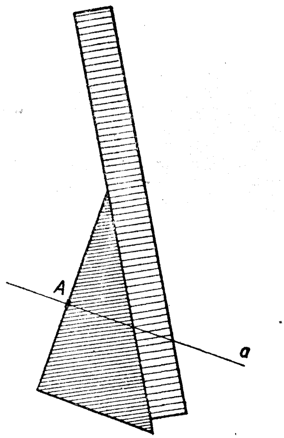
Obr. 27.



Obr. 28.

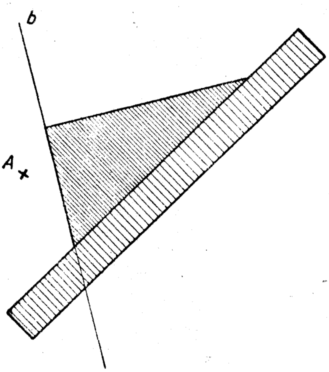


Obr. 29a.

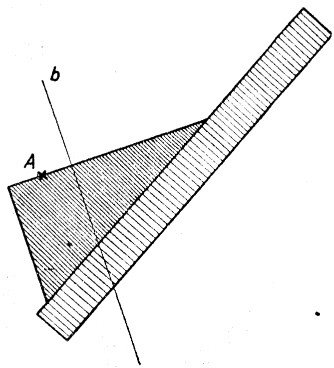


Obr. 29b.

Popsaný způsob vztyčování kolmic je sice jednoduchý, ale má tu vadu, že právě v blízkosti paty musíme kolmici teprve prodlužovat, což je na úkor přesnosti. Proto nebudeme tohoto způsobu vůbec užívat a procvičíme si způsob jiný, který je jen o malinko složitější. Potřebujeme k němu vedle trojúhelníkového pravítka s přesným pravým úhlem ještě **pomocné pravítko,** které nemusí (ale může) být trojúhelníkové. Máme-li zase v bodě A, který byl zvolen na přímce a, vztyčit k této přímce kolmici, umístíme trojúhelníkové pravítko tak jako v obr. 29a. Pozor, aby se jedna odvěsna opravdu přesně kryla s přímkou a! Pak přidržíme trojúhelníkové pravítko pevně levou rukou a pravou přisuneme k přeponě pomocné pravítko. Nato přidržíme pravou rukou pevně pomocné pravítko a levou posouváme zlehka trojúhelníkové pravítko až do polohy, ve které (viz obr. 29b) druhá odvěsna prochází bodem A. Potom přitiskneme



Obr. 30a.



Obr. 30b.

trojúhelníkové pravítko pevně levou rukou, pravou ruku uvolníme*) a rýsujeme žádanou kolmici. Podobně si počínáme (viz obr. 30), když máme s bodu A spustit kolmici na přímku b.

Zvolte si přímku b a mimo ni bod A. Spusťte s bodu A kolmici na přímku b a její patu označte P. Změřte vzdálenost $\overline{AP}$. Zvolte si na přímce b ještě třeba tři body B, C, D, a přesvědčte se, že délky $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$ jsou větší než délka $\overline{AP}$. Pata kolmice spuštěné s bodu A na přímku b je ze všech bodů přímky b nejblíž k bodu A. Z tohoto důvodu se jmenuje délka $\overline{AP}$ **vzdálenost bodu A od přímky b.**

Každá odvěsna pravoúhlého trojúhelníka je kratší než přepona. Proč?

*) Tedy napřed přitiskneme levou ruku a teprve potom uvolníme pravou. Proč?

Cvičení k § 5.

54. Zapište do slovníčka: $a \perp b$ znamená, že přímky a a b stojí na sobě kolmo. Vztyčit kolmici k přímce p v bodě H. Spustit kolmici na přímku p s bodu K. Pata kolmice. Přepona a odvěsny pravoúhlého trojúhelníka. Přímky k sobě kolmé tvoří čtyři pravé úhly. Vzdálenost bodu od přímky. Vrchol pravého úhlu.

55. Zvolte přímku $ABCD$ a ve všech čtyřech bodech A, B, C a D k ní vztyčte kolmice. Mají všecky vaše kolmice stejný směr?

56. Opakujte cvičení 55 při jiné poloze přímky $ABCD$.

57. Zvolte přímku p a mimo ni čtyři body A, B, C a D tak, aby přímka p oddělovala body A a B od bodů C a D. Se všech čtyř bodů A, B, C a D spusťte na přímku p kolmice. Mají všecky vaše kolmice stejný směr?

58. Opakujte cvičení 57 při jiné poloze přímky p.

59. Zvolte si dvě přímky a a b a mimo ně bod C. Změřte vzdálenosti bodu C od přímek a a b.

60. Sestrojte si rovnostranný trojúhelník ABC o straně 4 cm. Zvolte si dva body P a Q uvnitř trojúhelníka ABC. Najděte vzdálenosti bodu P od všech stran trojúhelníka ABC a všecky ty tři vzdálenosti graficky sečtěte. Totéž proveďte s bodem Q. Když jste přesně pracovali, musí oba vaše součty býti stejné. Přesvědčte se.

61. Zvolte si dva body H a K (dosti daleko od sebe). Bodem H veďte dvě libovolné přímky a a b. Spusťte na ně kolmice s bodu K. Paty těch kolmic označte A a B. Bodem K veďte libovolnou přímku c. Spusťte na ni kolmici s bodu H. Patu té kolmice označte C. Na konec opište kružnici nad průměrem HK. Zapište, co pozorujete.

62. Zvolte si bod S a veďte jím tři libovolné přímky. Naneste na první z nich $\overline{AS} = \overline{SB} = 35$ mm, na druhou $\overline{CS} = \overline{SD} = 35$ mm, na třetí $\overline{ES} = \overline{SF} = 35$ mm. V bodech A a B vztyčte kolmice k přímce AB. V bodech C a D vztyčte kolmice k přímce CD. V bodech E a F vztyčte kolmice k přímce EF. Potom opište ze středu S kružnici s poloměrem 35 mm. Zapište, co pozorujete.

63. Zvolte si kružnici k (dosti velikou) a na ní čtyři body A, B, C a D. S bodu D spusťte kolmice: na přímku AB, na přímku BC a na přímku CA. Paty těch kolmic označte X, Y a Z. Sestrojte spojnici bodů X a Y. Zapište, co pozorujete.

Úlohy 64 až 66 proveďte každou na listu papíru (hodně velikém). Potřebné přímky si opatřete přehnutím papíru. Tužky užíváte v těchto úlohách jen potud, že označujete body křížky a popisujete je písmeny. Kružnici v úloze 66 ovšem rýsujete kružítkem.

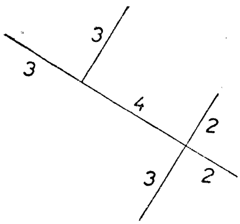
64. Proveďte bez pravítka úlohu 6 (str. 6).

65. Proveďte bez pravítka úlohu 7 (str. 6).

66. Proveďte bez pravítka úlohu 63.

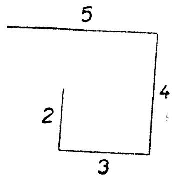
V úlohách 67 až 69 máte sestrojit obrazce podle obrazců z učebnice. Jednotka 1 cm. V úloze 69 je $CH \perp AB$, $BK \perp AC$, $AL \perp BC$.

67.



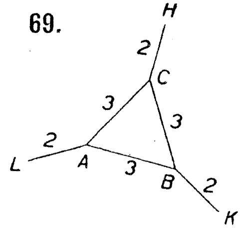
Obr. 31.

68.



Obr. 32.

69.



Obr. 33.

§ 6. Rýsování rovnoběžek.

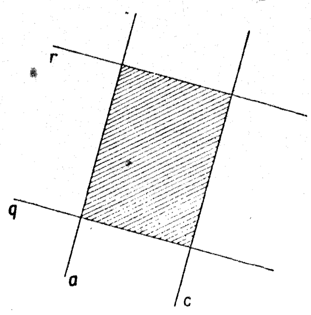
Vezměte list papíru a přehnutím si opatřete přímku p. Dalším přehýbáním papíru si opatřete tři přímky kolmé k přímce p a označte je a, b a c. Volte je tak, aby b byla mezi a a c. Říkáme, že přímky a, b a c jsou **mezi sebou rovnoběžné** nebo že to jsou **rovnoběžky.** Chceme-li stručně zapsati třeba, že přímky a a c jsou mezi sebou rovnoběžné, píšeme

$$a \parallel c \quad \text{nebo} \quad c \parallel a.$$

Přímka p stojí kolmo na c. Opatřete si přehnutím papíru ještě dvě kolmice k přímce c a označte je q a r. Volte je tak, aby p byla mezi q a r. Také přímky p, q a r jsou mezi sebou rovnoběžné. Všimněte si, že je na př. $a \perp q$. Jak se o tom přesvědčíte?

Zapište (značkou $\parallel$) všecky páry rovnoběžek. Zapište (značkou $\perp$) všecky páry kolmic. Celkem musíte mít šest párů rovnoběžek a devět párů kolmic.

Pruh omezený dvěma rovnoběžkami, třeba přímkami a a c, se jmenuje **přímý pás.** Pozorujete, že takový pás má všude stejnou šířku, které se také říká **vzdálenost rovnoběžek** a a c. Tuto šířku můžeme měřit na každé společné kolmici. Přeměřte na kolmicích p, q a r. Přeměřte také šířku pásu omezeného rovnoběžkami q a r. Libovolný bod přímky a má od přímky c vzdálenost rovnou vzdálenosti rovnoběžek a a c.



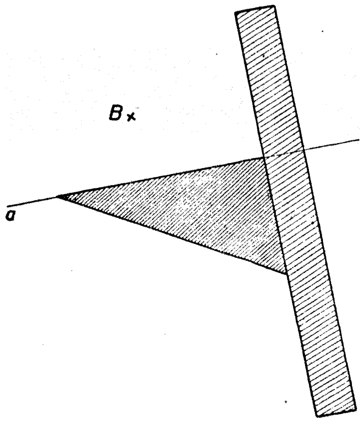
Obr. 34.

Plocha omezená přímkami a, c, q a r se jmenuje **obdélník** (viz obr. 34). Vystřihněte si jej. Přímky b a p jej rozdělují na čtyři menší obdélníky (v obrazci nevyznačené).

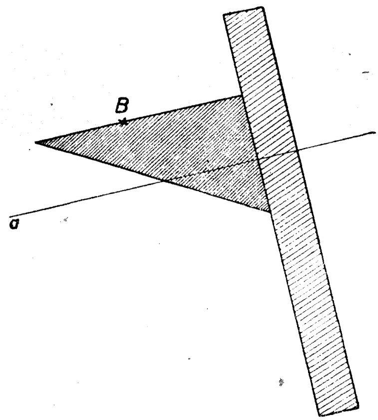
Obdélník budeme později podrobně probírat.

Zvolte si v sešitě přímku a a mimo ni bod B. Bodem B prochází jediná rovnoběžka s přímkou a.

Abychom ji narýsovali, užijeme zase trojúhelníkového pravítka a pomocného pravítka (viz obr. 35).



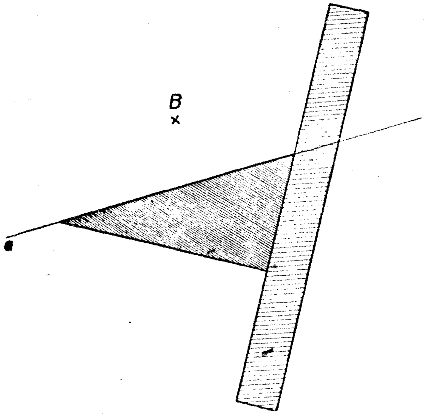
Obr. 35a.



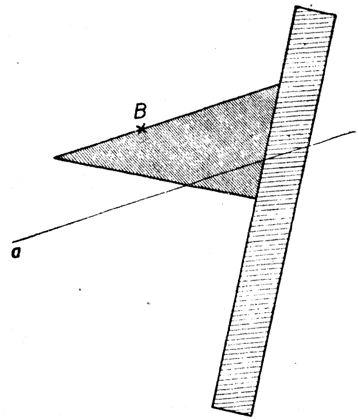
Obr. 35b.

Přiložíme trojúhelníkové pravítko tak, aby se jedna odvěsna kryla s přímkou a. Pak je přidržíme pevně levou rukou a pravou přisuneme ke druhé odvěsně pomocné pravítko. Nyní přitiskneme pravicí pomocné pravítko a levicí jemně posunujeme trojúhelníkové pravítko až do polohy naznačené v obr. 35b. Pak přidržíme pevně levicí trojúhelníkové pravítko a rýsujeme podél odvěsny (které?) žádanou rovnoběžku.

Můžeme rýsovati také podél přepony (viz obr. 36).

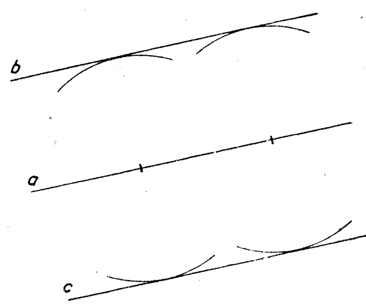


Obr. 36a.



Obr. 36b.

Může se stát, že vzájemná poloha bodu B a přímky a je tak nepříznivá, že nemůžeme žádanou rovnoběžku jedním posunutím pravítka sestrojit. Pomůžeme si tak, že si prvním posunutím opatříme rovnoběžku c k přímce a, která má příznivější polohu, a druhým posunutím si opatříme rovnoběžku s přímkou c, která prochází bodem B. Ale obyčejně vystačíme s jedním posunutím; jen musíme vhodně položit pravítko.



Obr. 37.

Zvolte si asi uprostřed sešitu přímku a. Chceme sestrojit v sešitě obě rovnoběžky b a c ve vzdálenosti 19 mm od přímky a. To můžeme výhodně provést jediným pravítkem s pomocí kružítka. Opíšeme dvě kružnice s poloměrem 19 mm, které mají středy na přímce a. Žádané rovnoběžky pak dostaneme, když přiložíme pravítko tak, aby se d o t ý k a l o obou kružnic. Je zbytečné rýsovat ty kružnice celé (viz obr. 37).

Cvičení k § 6.

70. Zapište do slovníčka: $a \parallel b$ znamená, že přímky a a b jsou mezi sebou rovnoběžné. Dvě rovnoběžky omezují přímý pás; vzdálenost obou rovnoběžek je šířka pásu. Obdélník.

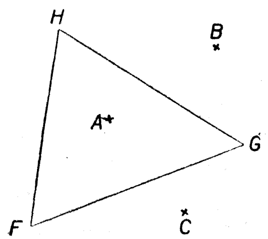
71. Zvolte přímku p a mimo ni čtyři body A, B, C a D tak, aby přímka p oddělovala body A a B od bodů C a D. Každým zvoleným bodem veďte rovnoběžku s přímkou p.

72. Zvolte si body S, A, B, C, D. Veďte rovnoběžky s přímkami SA a SB nejprve bodem C, potom bodem D.

73. Opakujte úlohu 72 v jiné poloze.

74. Zvolte si dvě rovnoběžky (dosti daleko od sebe) a přesvědčte se měřením na čtyřech místech, že jsou všude stejně od sebe vzdáleny.

75. Zvolte si přímku a. Budete rýsovati rovnoběžky b, c, d a e s přímkou a tak, aby přímka a oddělovala přímky b a c od přímek d a e; vzdálenosti přímek b, c, d a e od přímky a ať jsou: 24 mm, 4 cm, 14 mm, 36 mm. Jaká je vzdálenost b od d, vzdálenost b od e, vzdálenost c od e? Přeměřte ty vzdálenosti (každou na jiné kolmici).



Obr. 38.

76. Opakujte cvičení 21 (str. 9) a pozorujte, zdají-li se vám některé přímky v obrazci rovnoběžné. Přesvědčte se posunutím pravítka. Změřte vzdálenosti rovnoběžek.

77. Sestrojte rovnostranný trojúhelník FGH o straně 33 mm. Zvolte si tři body A, B a C asi jako v obr. 38. Veďte bodem A přímku $a \parallel FH$, bodem B přímku $b \parallel GH$, bodem C přímku $c \parallel FG$. Přesvědčte se měřením, že přímky a, b a c vám dají nový rovnostranný trojúhelník.

78. Zvolte si úsečku AB dlouhou 5 cm. Určete si bod C tak, aby bylo $\overline{AC} = 4$ cm, $\overline{BC} = 63$ mm. (Jsou dva takové body C, ale zvolte si z nich jen jeden). Najděte střed S úsečky AB. Veďte bodem C rovnoběžku r s přímkou AB. Na přímce r si určete bod H ve vzdálenosti 25 mm od bodu C. (Takové body H jsou zase dva. Zvolte si ten, pro který se úsečky AC a BH protnou.) Bodem S veďte rovnoběžku s přímkou AC a označte si K její průsečík s přímkou r. Přesvědčte se, že $\overline{HC} = \overline{CK}$. Přesvědčte se, že

$$AH \parallel SC \parallel BK$$

a že

$$SH \parallel BC.$$

Změřte vzdálenost rovnoběžek AH a BK. Vychází všem žákům stejná vzdálenost?

79. Zvolte si na přímce čtyři body A, B, C a D tak, aby vzdálenosti $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ a $\overline{CD}$ byly všecky tři 26 mm. Bodem B si veďte přímku (libovolně) a určete si na ní bod K vzdálený 37 mm od bodu B. (Jsou dva takové body K, ale zvolte si jen jeden.) Najděte střed S úsečky BK a veďte bodem S rovnoběžku s přímkou $ABCD$. Tu rovnoběžku si označte r. Všecky tři body A, C a D spojte s bodem K. Průsečíky těch tří spojnic s přímkou r si označte popořádku písmeny P, T a U. Změřte délky $\overline{PS}$, $\overline{ST}$, $\overline{TU}$. Zapište, co jste naměřili.

80. Zvolte si čtyrúhelník $ABCD$ (dosti veliký). Najděte středy všech čtyř stran. Označte: H střed strany AB, K střed strany BC, L střed strany CD, M střed strany DA. Veďte spojnice HK a LM. Dále veďte spojnice HM a KL. Zapište, co pozorujete.

§ 7. Kvádr.

Každý předmět, který vidíte ve škole, doma nebo venku, zaujímá určitou část **prostoru.** V geometrii nás nezajímá ani látka, ze které je předmět vyroben, ani jeho váha, teplota, barva a podobně. V geometrii soustřeďujeme pozornost pouze na část prostoru, kterou ten předmět zaujímá. Když máme na mysli pouze geometrické vlastnosti předmětu, nazýváme jej **tělesem.**

Většina těles má složitý a nepravidelný tvar. Ale jsou některá zvláště jednoduchá tělesa, která musíme poznat a umět pojmenovat a popsat. V tomto paragrafu budeme probírat jenom nejjednodušší a nejčastěji se vyskytující tvar Je to tak zvaný **kvádr.** Budeme jej ze začátku popisovat užívajíce školního dřevěného **modelu.** Musíte se s kvádrem dobře seznámit, abyste později dovedli odpovídat na jednoduché otázky i když nebudete mít model před sebou a budete odkázáni jen na vlastní představu.

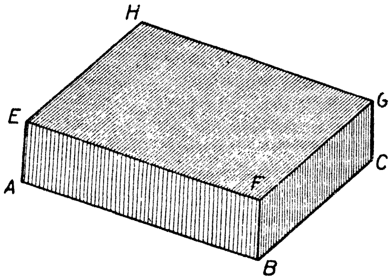
Obr. 39 představuje týž kvádr ve třech různých polohách.

Každé těleso má **vnitřek** a **povrch.** Dovnitř dřevěného modelu nevidíme. Ani povrch nevidíme nikdy celý najednou. Musíme měnit polohu kvádru (nebo svou vlastní polohu), abychom přehlédli celý povrch.

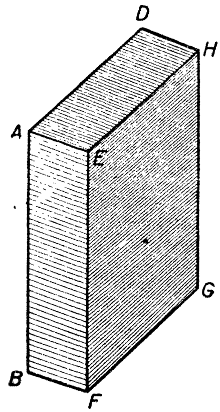
Povrch kvádru se skládá ze šesti jednoduchých ploch tvaru **obdélníka.** Slovo obdélník už máme ve slovníčku. Jsou to **stěny** kvádru.

Když model kvádru položíme třeba na stůl, pak ta stěna, na které kvádr spočívá, jmenuje se **dolní podstava** kvádru a protější stěna se jmenuje **horní podstava** kvádru. Obě podstavy jsou docela stejné obdélníky. Ostatní čtyři stěny se pak jmenují **pobočné** stěny. Máme tedy dvě podstavy a čtyři pobočné stěny, celkem šest stěn.

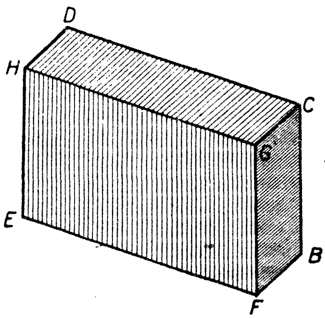
Hrany kvádru jsou úsečky. Dolní podstava má čtyři hrany, horní podstava má další čtyři hrany, a pak jsou ještě čtyři **poboční hrany.** Celkem má kvádr dvanáct hran.



Obr. 39a.



Obr. 39b.



Obr. 39c.

Vrcholy kvádru jsou body. Dolní podstava má čtyři vrcholy, horní podstava také čtyři. Celkem má kvádr osm vrcholů.

Upoutejme pozornost na jednu stěnu kvádru. Zvolíme-li si na ní kdekoli dva body a spojíme-li je úsečkou, vždycky leží celá ta úsečka v pozorované ploše. Zkoušejme to pravítkem.

Nyní si všecky úsečky, o nichž jsme právě mluvili, mysleme neomezeně prodlouženy. Vzniknou z nich přímky, které vyplní plochu ve všech směrech neomezenou. Taková plocha se jmenuje **rovina.** Dobrý obraz roviny nám dává klidná hladina vodní v rybníce.

Dobře si pamatujte **základní vlastnost roviny:**

Zvolíme-li si v ní libovolné dva body a spojíme je přímkou, leží celá ta spojnice v rovině. Takovou vlastnost nemá žádná jiná plocha, jenom právě rovina.

Plocha, která se dá rozšířit v rovinu, se jmenuje **rovná** nebo **rovinná.** Každá jiná plocha se jmenuje **zakřivená.** Pamatujte: čára je přímá nebo křivá, plocha je rovná nebo zakřivená.

Cvičení k § 7.

81. Zapište do slovníčka: Kvádr má šest stěn. Kvádr má osm vrcholů. Kvádr má dvanáct hran. Kvádr je těleso. Rovina. Rovná plocha a zakřivená plocha.

Vaše třída má tvar kvádru. Tento kvádr mějte na mysli při úlohách 82 až 91. Zopakujte si ty úlohy doma s jiným kvádrem, třeba s krabicí od bot.

82. Ukažte jeden vrchol kvádru. Kolik stěn z něho vychází? Ukažte je. Má kvádr nějaký vrchol, který neleží na žádné z těch stěn? Ukažte.

83. Opakujte úlohu 82 znova, ale teď začněte tím vrcholem, kterým jste prve skončili.

84. Ukažte jeden vrchol kvádru. (Teď ukážete nějaký jiný, než kterým jste začali v úlohách 82 a 83.) Kolik hran z něho vychází? Ukažte je. Kolik je hran, které neprotnou žádnou z ukázaných hran? Ukažte je. Odkud vycházejí?

85. Opakujte úlohu 84 znova, ale začněte nějakým vrcholem, kterým jste dosud ani nezačali ani neskončili. Kolik je takových vrcholů?

86. Ukažte jednu hranu kvádru. Ukažte stěny, které z ní vycházejí. Má kvádr nějakou hranu, která je celá (i se svými vrcholy) mimo každou z ukázaných stěn? Ukažte.

87. Ukažte znovu obě hrany z úlohy 86: tu, kterou jste začali i tu, kterou jste skončili. Probírejte jednotlivé stěny kvádru a všímejte si u každé stěny, v jaké je poloze k těm dvěma hranám. Rozdělí se vám stěny ve tři skupiny po dvou stěnách?

88. Ty dvě hrany, kterými jste začali v úloze 87, nejsou obě ve stejné stěně, ale jsou mezi sebou rovnoběžné. Umíte ukázat jiný příklad takových dvou hran? Kolik je celkem takových párů hran?

89. Ukažte jednu stěnu kvádru. Ukazujte ty další stěny, které první stěnu protnou. Zbývá ještě nějaká stěna?

90. Ukažte jednu stěnu kvádru. Ukazujte ty hrany, které neleží ve zvolené stěně: napřed ty, které z té stěny vycházejí, potom ostatní.

91. Ukažte jednu hranu kvádru. Hledejte hrany, které ani s ukázanou hranou nemají společný vrchol ani s ní nejsou rovnoběžné. Kolik jich je?

V úlohách 92 až 95 doplňte ústně vynechaná čísla.

92. V jedné stěně kvádru leží ... vrcholů. Kvádr má ... stěn; to dává dohromady ... krát ..., to jest ... vrcholů. Ale kvádr má jen ... vrcholů. Kolikrát jsme tedy počítali každý vrchol? Proč?

93. Z jednoho vrcholu kvádru vychází ... stěn. Kvádr má ... vrcholů; to dává dohromady ... krát ..., to jest ... stěn. Ale kvádr má jen ... stěn. Kolikrát jsme tedy počítali každou stěnu? Proč?

94. V jedné stěně kvádru leží ... hran. Kvádr má ... stěn; to dává dohromady ... krát ..., to jest ... hran. Ale kvádr má jen ... hran. Kolikrát jsme tedy počítali každou hranu? Proč?

95. Z jednoho vrcholu kvádru vychází ... hran. Kvádr má ... vrcholů; to dává dohromady ... krát ..., to jest ... hran. Ale kvádr má jen ... hran. Kolikrát jsme tedy počítali každou hranu? Proč?

96. Sestavte sami ještě dvě úlohy podobné úlohám 92 až 95. Jedna začíná: Na jedné hraně kvádru leží ... vrcholů. Druhá začíná: Jednou hranou kvádru prochází ... stěn.

Úlohy 97 až 100 máte řešit bez modelu, dívajíce se na obr. 39. Neviditelný vrchol v obr. 39a je vrchol D. Neviditelný vrchol v obr. 39b je vrchol C. Neviditelný vrchol v obr. 39c je vrchol A.

97. Představte si, že kvádr byl přemístěn z polohy naznačené v obr. 39a do polohy naznačené v obr. 39b. Stěna $ABCD$ byla podstavná stěna a teď je to pobočná stěna. Podle tohoto vzoru mluvte o ostatních pěti stěnách.

98. Zase si představujte, že kvádr byl přemístěn z polohy v obr. 39a do polohy v obr. 39b. Hrana AB byla podstavná hrana a teď je to pobočná hrana. Podle tohoto vzoru mluvte o ostatních jedenácti hranách.

99. Opakujte úlohy 97 a 98 při přemístění z polohy v obr. 39b do polohy v obr. 39c.

100. Opakujte úlohy 97 a 98 při přemístění z polohy v obr. 39c do polohy v obr. 39a.

§ 8. Svislá a vodorovná poloha.

Držíme-li v klidu nit zatíženou závažím, pak nám nit znázorňuje **svislou přímku.** Svislé přímky jsou mezi sebou rovnoběžné. Každá rovina, ve které leží svislé přímky, se jmenuje **svislá rovina.**

Klidná hladina vodní nám znázorňuje **vodorovnou rovinu.** Každá přímka, která leží v nějaké vodorovné rovině, se jmenuje **vodorovná přímka.**

Přímka nebo rovina se jmenuje **šikmá,** když není ani vodorovná ani svislá.

Co je olovnice? Co je vodováha (libela)?

Když mluvíme o svislých a vodorovných přímkách v sešitě nebo v knize, máme na mysli určitou polohu sešitu nebo knihy. Ukažte kterou.

Postavme školní model kvádru na vodorovnou podložku. Umístěme jej tak, aby jedna pobočná stěna byla přímo před vámi (viz obr. 42). Říkáme, že kvádr je v **průčelné poloze.** Všecky čtyři pobočné hrany jsou svislé. Všecky podstavné hrany jsou vodorovné. Čtyři z nich směřují od leva doprava, ostatní čtyři směřují odpředu dozadu.

Cvičení k § 8.

101. Zapište do slovníčka: Přímky svislé, vodorovné a šikmé. Roviny svislé, vodorovné a šikmé. Průčelná poloha kvádru.

102. Jmenujte ve třídě nějaké vodorovné a svislé přímky a roviny.

103. Kousek křídy má tvar kvádru. Držte ji tak, aby jedna hrana byla vodorovná. Kolik hran musí míti vodorovnou polohu? Musí některá hrana býti svislá? Musí některá stěna býti vodorovná? Musí některá stěna býti svislá?

104. Představte si dvě svislé roviny, které se protínají v přímce. Co můžete tvrdit o této přímce?

105. Opakujte úlohu 104 s tím rozdílem, že jen jedna rovina je svislá a druhá je vodorovná.

106. Držte tužku šikmo. Můžete jí proložit vodorovnou rovinu? Můžete jí proložit svislou rovinu?

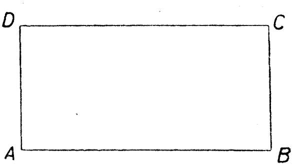
107. Rozevřete kružítko do pravého úhlu. Nejdříve držte jedno rameno svisle; musí druhé rameno býti vodorovné?

Teď držte jedno rameno vodorovně; musí druhé rameno býti svislé? Na konec držte jedno rameno šikmo; může druhé rameno býti buďto vodorovné nebo svislé?

108. Umístěme si model kvádru do průčelné polohy. Všimněme si určitého vrcholu, třeba předního horního levého vrcholu. O tomto vrcholu mohu říci: Z předního horního levého vrcholu vycházejí tři hrany; jedna vede k přednímu hornímu pravému vrcholu, druhá vede k přednímu dolnímu levému vrcholu a třetí vede k zadnímu hornímu levému vrcholu. Podle tohoto vzoru mluvte také o ostatních sedmi vrcholech.

§ 9. Obdélník.

Víme už, co je to **obdélník.** V obr. 40 máme obdélník $ABCD$. Obdélník má čtyři vrcholy a čtyři strany. Je to tedy čtyrúhelník, ale čtyrúhelník zvláště jednoduchého tvaru. Ta vlastnost, kterou se obdélník liší od obecného čtyrúhelníka, zní: Z každého vrcholu vycházející dvě strany stojí na sobě kolmo.



Obr. 40.

Je tedy na př. v obr. 40

$$AD \perp AB, \quad BC \perp AB,$$

tedy obě přímky AD i BC stojí kolmo na přímce AB a tedy

$$AD \parallel BC$$

nebo slovy: Dvě protější strany obdélníka jsou rovnoběžné.

Tedy u obdélníka $ABCD$ jest

$$AD \parallel BC, \quad AB \parallel CD.$$

Když u nějakého čtyrúhelníka $ABCD$ jest $AD \parallel BC$ a také $AB \parallel CD$, musí to býti obdélník? Obr. 41 ukazuje, že nemusí.

Vraťme se k obdélníku $ABCD$ (obr. 40). Vzdálenost rovnoběžek AD a BC můžeme měřit na společné kolmici AB, ale můžeme ji měřit také na společné kolmici CD. Tedy

$$\overline{AB} = \overline{CD},$$

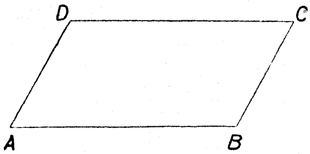
nebo slovy: Dvě protější strany obdélníka jsou stejně dlouhé.

Tedy u obdélníka $ABCD$ jest

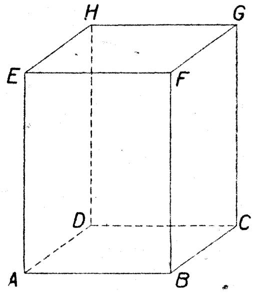
$$\overline{AB} = \overline{CD}, \quad \overline{AD} = \overline{BC}.$$

Když u nějakého čtyrúhelníka $ABCD$ jest $\overline{AB} = \overline{CD}$ a také $\overline{AD} = \overline{BC}$, musí to býti obdélník? Zase obr. 41 ukazuje, že nemusí.

Často se vyskytují obdélníky, které mají dvě strany svislé; ostatní dvě strany musí pak býti vodorovné. Ukažte ve třídě čtyři takové obdélníky. Obr. 40 představuje právě obdélník v takové poloze. Vodorovným stranám AB a CD říkáme **základny** obdélníka (AB je dolní základna, CD je horní základna) a svislým stranám AD a BC říkáme **výšky** obdélníka. Společná délka $\overline{AB} = \overline{CD}$ obou základen se jmenuje **délka** obdélníka a slovem **výška** značíme často společnou délku $\overline{AD} = \overline{BC}$ obou svislých stran (výšek). Také se často mluví o **šířce** obdélníka.



Obr. 41.



Obr. 42.

Obr. 42 představuje kvádr v poloze průčelné. U stěn $ABFE$ a $CDHG$ mluvíme o délce a výšce, u stěn $ABCD$ a $EFGH$ mluvíme o délce a šířce, u stěn $BCGF$ a $ADHE$ mluvíme o šířce a výšce.

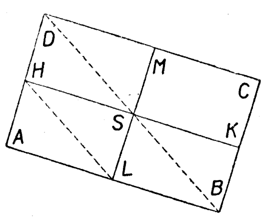
Celkem jsou tedy dvě vzdálenosti, které je u obdélníka třeba znát. Výhodný je společný název **rozměry** pro tyto dvě vzdálenosti. Tento název se hodí pro obdélník v jakékoli poloze, kdežto názvy „délka a výška“ nebo „délka a šířka“ nebo „šířka a výška“ jsou vhodné pro obdélníky ve zvláštních polohách.

Obdélník má dva rozměry. Také u kvádru mluvíme o rozměrech, ovšem: Kvádr má tři rozměry. Je-li kvádr v poloze průčelné, pak rozměry kvádru se jmenují: délka (vodorovně odleva doprava), šířka (vodorovně odpředu dozadu), výška (svisle).

Sestrojte si v sešitě obdélník s rozměry 7 cm a 5 cm. Nejprve zvolte přímku AB a na ni naneste $\overline{AB} = 7$ cm. V bodech A a B vztyčte k přímce AB kolmice a na ně naneste délky $\overline{AD} = \overline{BC} = 5$ cm. (Musíte obě délky nanášet na stejnou stranu od přímky AB.) Zbývá jen spojit CD. Přeměřte, že je přesně $\overline{CD} = 7$ cm. Přesvědčte se, že také u vrcholů C a D máte pravé úhly.

Opakujte stejnou konstrukci (se stejnými rozměry) na list papíru. Obdélník, který jste narýsovali na list papíru, vystřihněte a přesvědčte se, že se dá položit na obdélník $ABCD$, který máte v sešitě, tak, že se oba obdélníky přesně kryjí. Takové dva obrazce, které lze přemístit tak, aby se přesně kryly, jmenují se **shodné.** Tedy: dva obdélníky se stejnými rozměry jsou shodné. Také dva kvádry se stejnými rozměry jsou shodné, ale zde není tak lehké provésti pokus. Vzpomeňte si, že jsme si v paragrafu 4 sestrojili na list papíru tři trojúhelníky, které jsme pak položili na sebe tak, že se přesně kryly, tedy trojúhelníky shodné. Shodné trojúhelníky budou jednou z hlavních partií geometrického učiva ve vyšších třídách. Proto učiníte dobře, když už teď si budete pamatovat: Dva trojúhelníky se stejně dlouhými stranami jsou shodné.

Na listu papíru si opatřte (hodně veliký) obdélník. To můžete provésti docela přesně bez nástrojů, jak jste poznali v § 5. Obdélník si vystřihněte a označte jej $ABCD$. Přehněte jej dvojím způsobem: jednak tak, aby se kryly strany AB a CD, jednak tak, aby se kryly strany AD a BC. Tím dostanete úsečky HK a LM (viz obr. 43). Přímka HK



Obr. 43.

je kolmá na přímky AD a BC. Přímka LM je kolmá na přímky AB a CD. Mimoto H je střed strany AD, K je střed strany BC, L je střed strany AB a M je střed strany CD. Úsečky HK a LM se proto jmenují **střední příčky** obdélníka $ABCD$; stojí na sobě kolmo. Označte ještě S průsečík obou středních příček.

Vidíte, že střední příčky rozdělí obdélník $ABCD$ na čtyři obdélníky. Jmenujte je. Jaké jsou jejich rozměry? Jsou u všech čtyř malých obdélníků stejné a proto jsou tyto obdélníky shodné. Chceme-li, aby se na př. obdélníky $ALSH$ a $HSMD$ kryly, stačí přehnouti papír podél přímky HSK. Ale obdélník $ALSH$ můžeme přemístit do polohy $HSMD$ ještě jinak. Stačí pošinouti obdélník $ALSH$ podél přímky LSM o délku $\overline{LS}$. Přímka LH se při tom pošine do polohy SD. Z toho vidíme, že $SD \parallel LH$; mimoto $\overline{SD} = \overline{LH}$.

Když pošineme zase obdélník $ALSH$, ale tentokrát podél přímky HSK o délku $\overline{HS}$, přejde $ALSH$ do polohy $LBKS$ a přímka LH se pošine do polohy BS. Z toho vidíme, že $BS \parallel LH$; mimoto $\overline{BS} = \overline{LH}$.

Kudy tedy prochází rovnoběžka s přímkou LH vedená bodem S? Ta rovnoběžka prochází jednak bodem D, jednak bodem B. Tedy tři body D, S a B leží na přímce. Přesvědčte se přehnutím papíru, že přímka BD opravdu prochází bodem S. Mimoto jsme si všimli, že obě délky $\overline{SD}$ i $\overline{BS}$ jsou tak dlouhé jako $\overline{LH}$; tedy jsou obě stejně dlouhé, to jest bod S je střed úhlopříčky BD obdélníka $ABCD$. Samozřejmě je bod S také střed druhé úhlopříčky AC obdélníka $ABCD$. Přesvědčte se přehnutím papíru, že přímka AC prochází bodem S. Které další dvě úsečky mají střed v bodě S? Bod S se jmenuje **střed obdélníka** $ABCD$.

Pamatujte: Obě úhlopříčky obdélníka jsou stejně dlouhé. Úhlopříčky obdélníka se navzájem půlí.

V sešitě máte narýsovaný obdélník $ABCD$ s rozměry 7 cm a 5 cm. Narýsujte si v něm obě úhlopříčky a označte S jejich průsečík. Přesvědčte se proužkem papíru, že

$$\overline{SA} = \overline{SB} = \overline{SC} = \overline{SD}.$$

Jsou tedy všecky čtyři vrcholy obdélníka $ABCD$ stejně vzdáleny od bodu S. Proto můžeme opsati ze středu S kružnici k, která prochází všemi vrcholy. Narýsujte kružnici k. Říkáme, že kružnice k je **opsána** obdélníku $ABCD$. Říkáme, že obdélník $ABCD$ je **vepsán** do kružnice k. Změřte všichni poloměr kružnice k. Vyšel vám všem stejný?

Když obě úhlopříčky čtyrúhelníka jsou stejně dlouhé, nemusí to býti obdélník. Narýsujte příklad od ruky. Když úhlopříčky čtyrúhelníka se navzájem půlí, nemusí to býti obdélník. Narýsujte příklad od ruky. Ale když čtyrúhelník má obě úhlopříčky stejně dlouhé a když se obě mimoto navzájem půlí, pak to musí býti obdélník. To už patří do vyšších tříd, ale neuškodí, když se už teď o tom přesvědčíme příkladem. Zvolte si tedy bod S, veďte jím dvě přímky libovolně, naneste na prvou $\overline{AS} = \overline{SB} = 43$ mm, na druhou $\overline{CS} = \overline{SD} = 43$ mm a sestrojte čtyrúhelník $ABCD$. Přesvědčte se přiložením trojúhelníkového pravítka, že všecky čtyři úhly jsou pravé.

Cvičení k § 9.

109. Zapište do slovníčka: Základna a výška obdélníka. Rozměry obdélníka. Rozměry kvádru. Délka, šířka, výška. Střední příčky obdélníka. Střed obdélníka. Kružnice opsaná obdélníku. Obdélník vepsaný do kružnice. Shodné obdélníky.

110. Sestrojte obdélník 72 mm dlouhý a 54 mm široký. Opište mu kružnici. Změřte a zapište poloměr opsané kružnice.

111. Zvolte bod S (asi uprostřed sešitu) a veďte jím libovolně přímku p. Potom sestrojte obdélník stejně veliký jako v úloze 110, ale tak, aby S byl střed obdélníka a aby jedna střední příčka ležela v přímce p. Jsou dva takové obdélníky? Sestrojte je oba. Můžete oběma opsat stejnou kružnici?

112. Zvolte si kružnici s poloměrem 52 mm a narýsujte si dva libovolné průměry ESF, GSH. Jaký čtyrúhelník je $EGFH$? Změřte strany a přesvědčte se, že všecky jeho úhly jsou pravé.

113. Zvolte si přímku p a mimo ni bod H. Sestrojte obdélník $HKLM$ (jeden vrchol je tedy dán) tak, aby strana KL ležela v přímce p a byla dlouhá 26 mm. Jsou dva takové obdélníky? Sestrojte je oba.

114. Zvolte zase přímku p a mimo ni bod H. Zase sestrojte obdélník $HKLM$ tak, aby strana KL ležela v přímce p. Ale strana KL ať je teď tak dlouhá, aby obvod obdélníka $HKLM$ byl 20 cm. Jsou dva takové obdélníky? Sestrojte jen jeden.

115. Zvolte ještě jednou přímku p a mimo ni bod H. Sestrojte obdélník $CDEF$ tak, aby strana CD ležela v přímce p a byla dlouhá 5 cm a aby bod H byl středem obdélníka.

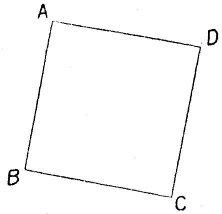
§ 10. Čtverec.

Obdélník může míti oba rozměry stejné (viz obr. 44). Pak se jmenuje **čtverec**.

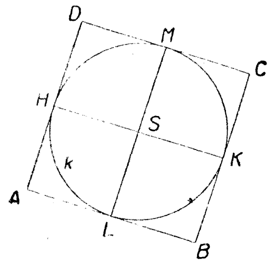
Když má čtyrúhelník všecky strany stejně dlouhé, nemusí to býti čtverec. Narýsujte příklad od ruky.

Protože čtverec je zvláštní případ obdélníka, platí o něm všecky vlastnosti, které jsme poznali u obdélníka. Opakujte je.

Protože jsou střední příčky obdélníka tak dlouhé jako strany, obě střední příčky čtverce jsou stejně dlouhé (a jsou tak dlouhé jako strana čtverce).



Obr. 44.



Obr. 45.

Sestrojte si čtverec $ABCD$ o straně 6 cm. (Jak to provedete?) Sestrojte obě střední příčky HSK a LSM (viz obr. 45). Protože je $\overline{SH} = \overline{SK} = \overline{SL} = \overline{SM} = 3$ cm (proč?), leží všecky čtyři body H, K, L a M na kružnici k o středu S a poloměru 3 cm. Narýsujte si kružnici k. Všimněte si, že se každá strana čtverce $ABCD$ dotýká kružnice k. Říkáme, že k je kružnice **vepsaná** do čtverce $ABCD$. Říkáme, že čtverec $ABCD$ je **opsán** kružnici k. Sestrojte ve svém obrazci také kružnici opsanou čtverci $ABCD$.

Do **obecného** obdélníka (t. j. takového, který není čtverec) se nedá vepsat kružnice.

Pod ten list v sešitě, na kterém jste teď rýsovali, si položte list papíru. Propíchnutím si přeneste body A, B, C, D ze sešitu na volný papír. Sestrojte pravítkem nebo přehnutím papíru také na volném papíře strany čtverce $ABCD$ a vystřihněte si ten čtverec. Přeložte vystřižený čtverec podél úhlopříčky AC; vrcholy B a D se vám přesně kryjí. Přeložte čtverec podél druhé úhlopříčky BD; teď se zase vrcholy A a C přesně kryjí. Tím jsme se přesvědčili, že obě úhlopříčky čtverce stojí na sobě kolmo. (Mimoto je ovšem ještě $\overline{AS} = \overline{BS} = \overline{CS} = \overline{DS}$ jako u každého obdélníka.)

V obrazci, který máte v sešitě (viz obr. 45), je také $HLKM$ čtverec. Změřte všecky strany a přesvědčte se také trojúhelníkovým pravítkem, že všecky čtyři úhly jsou pravé. Přímky HK a LM ve vašem obrazci stojí na sobě kolmo. Čím jsou úsečky HK a LM ve čtverci $ABCD$? Čím jsou ve čtverci $HLKM$?

Sestrojte si čtverec $EFGH$ tak, aby délka úhlopříčky byla 9 cm. Vyložte sami, jak konstrukci provedete.

Kvádr má tři rozměry, ale může se stát, že jsou dva z nich stejné. Ve škole máme také takový model. Když je na př. délka a šířka stejná, jsou obě podstavné stěny čtverce, kdežto všecky pobočné stěny jsou obecné obdélníky. Všecky ty čtyři obdélníky jsou shodné.

Když jsou všecky tři rozměry kvádru stejné, pak se kvádr jmenuje **krychle.** Ve škole máme také model krychle. Všecky stěny krychle jsou čtverce.

Cvičení k § 10.

116. Zapište do slovníčka: Čtverec. Krychle. Kružnice vepsaná do čtverce. Čtverec opsaný kružnici.

117. Sestrojte čtverec o straně 69 mm a čtverec s úhlopříčkou 92 mm. Zapište, který čtverec je větší.

118. Sestrojte čtverec o straně 53 mm a čtverec s úhlopříčkou 8 cm. Zapište, který čtverec je větší.

119. Opakujte cvičení 112, str. 35, ale volte $EF \perp GH$.

120. Sestrojte čtverec s úhlopříčkou 7 cm a vpište do něho kružnici.

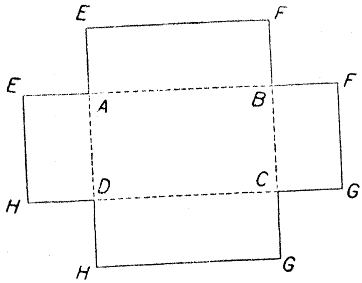
121. Sestrojte čtverec $ABCD$ o straně 3 cm. Sestrojte rovnostranné trojúhelníky ABF, BCG, CDH, DAK tak, aby nezasahovaly dovnitř čtverce $ABCD$. Přesvědčte se, že $FGHK$ je čtverec.

122. Opakujte cvičení 121 se stranou čtverce dvojnásobnou, ale rovnostranné trojúhelníky sestrojujte tak, aby zasahovaly dovnitř čtverce.

123. Sestrojte rovnostranný trojúhelník ABC o straně 3 cm. Sestrojte čtverce $ABED, BCGF, CAKH$ tak, aby nezasahovaly dovnitř trojúhelníka ABC. Přesvědčte se, že trojúhelníky DFH a EGK jsou rovnostranné. Jsou ty dva trojúhelníky shodné?

§ 11. Sítě a modely.

Vezměme otevřenou (vnitřní) část krabičky od zápalek a rozřízněme ji podél pobočných hran. Potom můžeme ohnouti pobočné stěny a dostaneme rovnou plochu naznačenou v obr. 46. Tato rovná plocha se jmenuje **síť** otevřené krabičky.



Obr. 46.

Proč jsou v obr. 46 některá písmena dvakrát? Musí na př. obě úsečky označené *EA* býti stejně dlouhé? Proč? Je na př. čára *EABF* přímá? Proč?

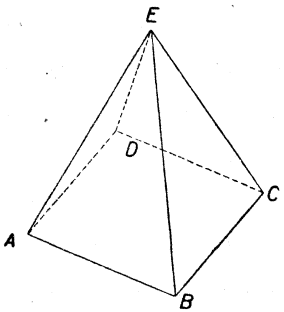
Narýsujte si síť otevřené krabičky na tužším papíru. Nařízněte jemně papír podél úseček čárkovaných v obr. 46. Potom ohněte a dostanete **papírový model** otevřené krabičky. Slepte pobočné stěny kousky lepicí pásky.

Chceme-li si opatřiti síť a potom model uzavřené krabičky, musíme připojiti k síti otevřené krabičky ještě šestý obdélník. Kolikerým způsobem jej můžeme umístiti? Naznačte jednotlivé možnosti malými obrazci od ruky. V každém obrazci označte vrcholy písmeny. Body, které na modelu splynou, označujeme stejně. Která umístění šesté stěny považujete za nejvýhodnější?

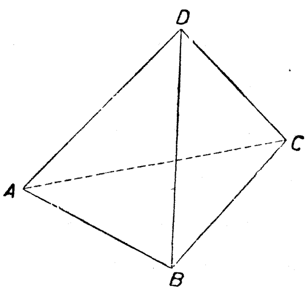
Cvičení k § 11.

124. Zapište do slovníčka: Síť kvádru.

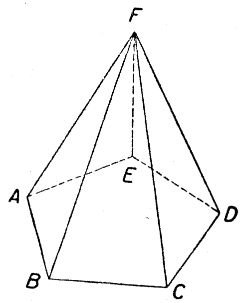
V úlohách 125 až 134 máte sestrojiti síť tělesa. Udělejte si nejprve malý obrazec od ruky a do něho zapište předepsané rozměry (jednotka 1 cm). Potom



Obr. 47.



Obr. 48.



Obr. 49.

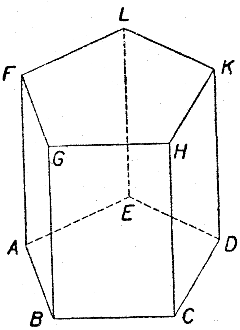
teprve rýsujte přesnou síť. Vrcholy označujte v síti písmeny. Zhotovte si doma model jednoho nebo dvou z těch těles podle vlastní volby.

125. Uzavřená krabice dlouhá 6 cm, široká 4 cm a vysoká 16 mm.

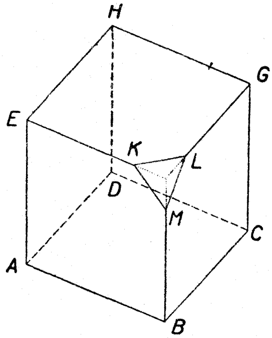
126. Pravidelný čtyrboký jehlan (viz obr. 47). Podstava je čtverec o straně 3 cm. Délka pobočných hran je 4 cm.

127. Pravidelný čtyrstěn (viz obr. 48). Délka hrany je 5 cm. Všecky hrany jsou stejně dlouhé.

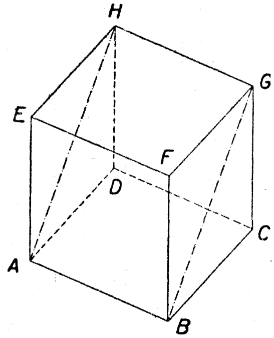
128. Pravidelný pětiboký jehlan (viz obr. 49). Délka pobočných hran je 5 cm. Podstava je pravidelný pětiúhelník. Body C, D, E, F a G v obr. 8 (str. 8)



Obr. 50.



Obr. 51.



Obr. 52.

jsou vrcholy pravidelného pětiúhelníka tak velikého, jako má být vaše podstava. Přeneste si ten pětiúhelník do sítě jehlanu buďto propíchnutím ve vrcholech nebo pomocí průsvitného papíru.

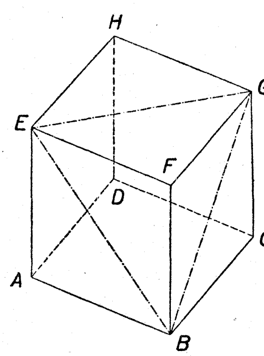
129. Pravidelný pětiboký hranol (viz obr. 50). Délka pobočných hran je 4 cm. Podstavné pravidelné pětiúhelníky dostanete stejně jako v úloze 128.

130. Z krychle o hraně 5 cm je u vrcholu F odříznut kus $FKLM$ (viz obr. 51). Jest $\overline{FK} = \overline{FL} = \overline{FM} = 1$ cm. (Bod F není v obr. 51 vyznačen.)

131. Stejně jako v úloze 130 až na to, že teď jsou odříznuty stejné kusy u tří vrcholů E, F a G.

132. Stejně jako v úloze 130 až na to, že teď jsou odříznuty stejné kusy u všech osmi vrcholů krychle.

133. Krychle naznačená v obr. 52 je rozříznuta podél obdélníka $ABGH$, takže se rozpadne ve dvě tělesa. Sestrojte sítě obou těles. Délka hrany krychle je 4 cm.



Obr. 53.

134. Krychle naznačená v obr. 53 je rozříznuta podél trojúhelníka BEG, takže se rozpadne ve dvě tělesa. Sestrojte sítě obou těles. Délka hrany krychle je 4 cm.

§ 12. Průmět kvádru.

Je důležité, abyste se naučili udělat si v sešitě pěkné náčrty jednoduchých těles. Nemůžeme ovšem do sešitu narýsovat přesný tvar tělesa, neboť v sešitě můžeme míti pouze **rovinné** obrazce. Ale přece jen si můžeme lehko pořídit náčrty, které vystihnou hlavní vlastnosti tělesa a často nám nahradí model. Dokonce mají takové náčrty dvě přednosti před modely. Předně si je můžeme pořídit velmi rychle a za druhé můžeme do nich snadno vpisovat písmenka pro vrcholy. Budeme postupovat podle určitých **zásad,** podle kterých byly také v učebnici zhotoveny obr. 39, 42, 47, 48, 49, 50, 51, 52 a 53. Obraz tělesa, který si podle těchto zásad narýsujeme, budeme nazývat **průmět** tělesa. V tomto odstavci si všimneme pouze kvádru.

Hlavní zásady jsou dvě:

(a) rovnoběžné úsečky rýsujeme rovnoběžně,

(b) úsečky stejně dlouhé, které jsou buďto obě na stejné přímce nebo na dvou rovnoběžkách, rýsujeme stejně dlouhé.

Naproti tomu úhly pravé se nebudou vždycky v průmětu jevit jako úhly pravé a úsečky stejně dlouhé, které nejsou rovnoběžné, nebudou v průmětu vždycky stejně dlouhé.

Pak máme ještě dvě vedlejší zásady, ze kterých si zatím uvedeme jenom jednu:

(c) svislé úsečky rýsujeme svisle.

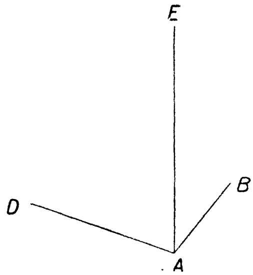
Naproti tomu vodorovné úsečky se nebudou v průmětu jevit vždycky vodorovně.

Narýsujme si podle těchto zásad průmět kvádru, který spočívá na vodorovné podložce. [Nebudeme rýsovat průmět kvádru v obecnější (šikmé) poloze.] Nejprve narýsujeme jednu svislou hranu, označme ji AE. Podle zásady (c) ji narýsujeme svisle. Nyní narýsujeme ještě obě vodorovné hrany AB a AD vycházející z vrcholu A (viz obr. 54a).

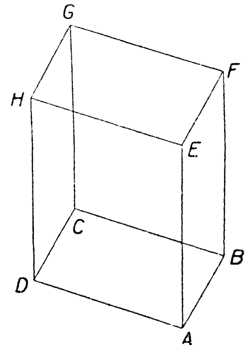
Až dosud bylo vlastně všecko libovolné až na to, že úsečku AE rýsujeme svisle. Teď však už dokončíme průmět docela jednoznačně (viz obr. 54b) podle zásad (a) a (b).

Nejprve doplníme dolní podstavu $ABCD$. Podle zásady (a) rýsujeme $DC \parallel AB$, $BC \parallel AD$. Ale místo abychom takto určili polohu bodu C dvěma pravítky, můžeme určit polohu bodu C kružítkem podle zásady (b): opíšeme-li ze středu D oblouk kružnice s poloměrem $\overline{AB}$ a ze středu B oblouk kružnice s poloměrem $\overline{AD}$, protnou se ty dva oblouky v bodě C.

Když už máme dolní podstavu $ABCD$ a jednu pobočnou hranu AE, dokončíme průmět snadno. Vedeme svislé přímky BF, CG, DH a naneseme na každou z nich délku $\overline{AE}$.

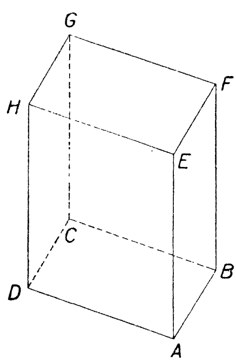


Obr. 54a.

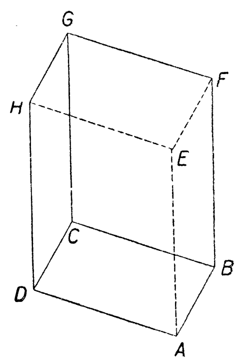


Obr. 54b.

Nebylo podstatné, že jsme v obr. 54a vyšli právě od tří hran vycházejících z jednoho vrcholu. Procvičíme si také jiné možnosti.



Obr. 54c.



Obr. 54d.

Aby byl průmět opravdu názorný, můžeme se říditi ještě *druhou vedlejší zásadou:*

(d) *neviditelné hrany čárkujeme.* Této zásady můžeme pokaždé užít *dvojím* způsobem. V obr. 54c vidíte t. zv. **pohled shora,** při kterém je horní podstava viditelná a dolní neviditelná. V obr. 54d vidíte t. zv. **pohled zdola,** při kterém je horní podstava neviditelná a dolní viditelná. Obyčejně rýsujeme pohled shora.

Při úlohách o kvádru je dobře, když se naučíme označovat kvádr tím, že napíšeme jednotlivé vrcholy za sebou v určitém pořádku. Píšeme nejdříve vrcholy dolní podstavy, a to **popořádku.** Za ně napíšeme vrcholy horní podstavy, a to ve stejném pořádku jako u podstavy dolní. Na př. kvádr, který jsme právě zobrazovali, můžeme označiti třeba $ABCDEFGH$ nebo $BADCFEHG$, ale nesprávně je $AEBFCGDH$ nebo $ABCDEHGF$.

Cvičení k § 12.

135. Zapište do slovníčka: Kvádr $ABCDEFGH$. Průmět tělesa. Pohled shora. Pohled zdola.

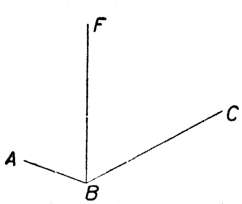
136. Jmenujte pobočné hrany kvádru $LMRTUVAX$. Jmenujte podstavné hrany.

137. Jmenujte podstavné stěny kvádru $AEDFGKLV$. Jmenujte pobočné stěny.

138. U kvádru $CDEFGHKL$ jmenujte: které hrany vycházejí z vrcholu C, které hrany vycházejí z vrcholu H, které stěny vycházejí z vrcholu E, které stěny procházejí hranou EF, které stěny procházejí hranou DH.

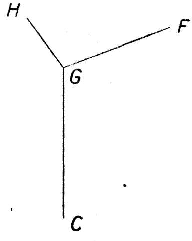
V úlohách 139 až 146 máte sestrojiti průmět kvádru $ABCDEFGH$. Část průmětu vyznačená v učebnici má míti ve vašem průmětu přibližně stejný tvar,

139.



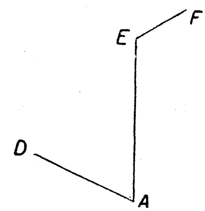
Obr. 55.

140.



Obr. 56.

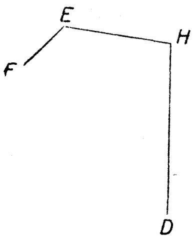
141.



Obr. 57.

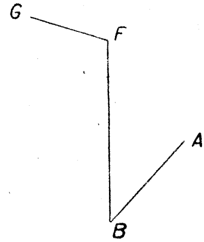
ale váš obrazec má býti asi třikrát tak veliký. Potom doplníte průmět přesnou konstrukcí. V úlohách 145 a 146 má bod E ležet někde na vytečkované přímce. Zásady (d) užijte za předpokladu, že běží o pohled shora. Je dobře, když si uděláte nejdříve na list papíru menší obrazec od ruky, ve kterém nepřihlížíte k viditelnosti, ale ve kterém si také všecky vrcholy popíšete písmeny.

142.



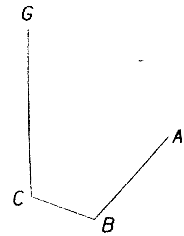
Obr. 58.

143.



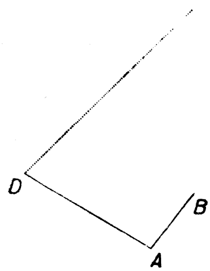
Obr. 59.

144.



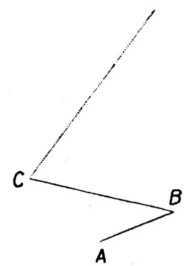
Obr. 60.

145.



Obr. 61.

146.

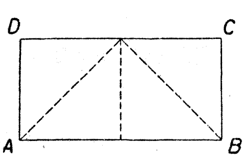


Obr. 62.

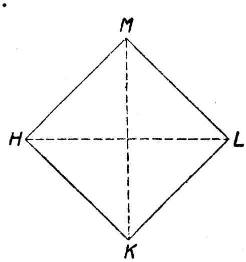
§ 13. Obsah čtverce a obdélníka.

Slovo **geometrie** je řeckého původu (gé = země, metrein = měřiti). Už z dosavadního vyučování je patrné, že v geometrii běží také o jiné věci než měření. Proto se také dnes málo užívá českého názvu **měřictví** a říká se raději cizí slovo, jehož původní úzký význam už necítíme.

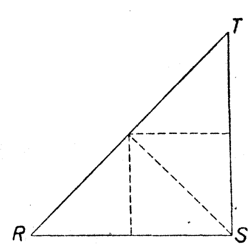
Přesto tvoří měření důležitou a zejména prakticky významnou část geometrie. Dosud jsme měřili pouze délky. Nyní si všimneme, jak se měří velikost jednoduchých rovných ploch. Později budeme měřit ještě velikost těles a úhly.



Obr. 63a.



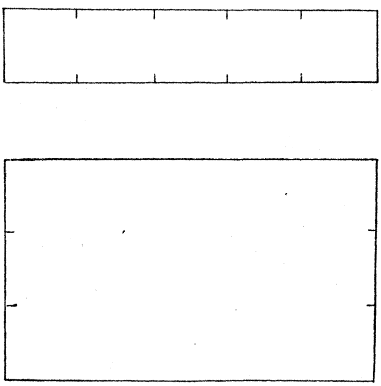
Obr. 63b.



Obr. 63c.

Plochy, které jsou stejně veliké, nemusí míti stejný tvar. Na př. obdélník *ABCD* v obr. 63a, čtverec *HKLM* v obr. 63b a trojúhelník *RST* v obr. 63c jsou tvarově úplně odlišné. Ale můžeme kterýkoli z nich rozstříhat podél čárkovaných úseček a z kusů složit druhý nebo třetí, takže mají všecky stejnou velikost.

Délku čáry můžeme měřit v centimetrech, t. j. srovnáváním s jednotkou délky 1 cm. Podobně velikost rovné plochy nebo, jak se zpravidla říká, její **plošný obsah** (krátce **obsah**) měříme ve čtverečních centimetrech, t. j. srovnáváním s plošnou jednotkou 1 cm². Je to velikost čtverce o straně 1 cm nebo ovšem velikost jakékoli plochy jiného tvaru, ale stejně veliké jako čtverec o straně 1 cm.



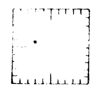
Obr. 64.

V obr. 64 máme dva obdélníky o základně 5 cm; prvý má výšku 1 cm, druhý 3 cm. Na kolik čtverců o straně 1 cm se dá rozdělit prvý obdélník? Na kolik kusů stejných jako prvý obdélník se dá rozdělit druhý obdélník? Jaký je tedy obsah prvého obdélníka? Jaký je obsah druhého obdélníka?

Vezměte list papíru, narýsujte na něm čtverec o straně 8 cm a vystřihněte. Vystřižený čtverec přeložte po délce přesně v polovině a překládejte stále po délce ještě dvakrát. Po rozvinutí vidíte čtverec rozdělený na osm obdélníků s rozměry 8 cm a 1 cm. Opakujte trojité přeložení, ale tentokrát po šířce. Po rozvinutí máte celý čtverec rozdělen na čtverce o straně 1 cm. Kolik je těch malých čtverečků? Jaký je tedy obsah celého papírového čtverce? Odstřihněte dva kusy tak, aby vám zbyl čtverec o straně 6 cm. Také tento čtverec máte rozdělen na čtverečky o straně 1 cm. Jaký je tedy obsah čtverce o straně 6 cm?

Délkové jednotky jsou: 1 mm, 1 cm, 1 dm, 1 m, dekametr = 10 m, hektometr = 100 m, 1 km. **Měnitel** je deset: každá následující jednotka je desetinásobek předcházející jednotky.

Obsah čtverce, jehož strana je délková jednotka, tvoří příslušnou **plošnou jednotku.** Tedy plošné jednotky jsou: 1 mm², 1 cm², 1 dm², 1 m², čtvereční dekametr, čtvereční hektometr, 1 km². Dekametru a hektometru se v praksi neužívá, ale příslušných plošných jednotek se užívá, arci s kratšími jmény. Čtvereční dekametr se jmenuje **ar** (1 a), čtvereční hektometr se jmenuje **hektar** (1 ha).



Obr. 65.

V obr. 65 je naznačeno, jak by se čtverec o straně 1 cm mohl rozdělit na čtverečky o straně 1 mm. Kolik by jich bylo? Měnitel plošných jednotek je sto. Tedy

$$1\ \mathrm{cm}^2 = 100\ \mathrm{mm}^2,\quad 1\ \mathrm{dm}^2 = 100\ \mathrm{cm}^2,\quad 1\ \mathrm{m}^2 = 100\ \mathrm{dm}^2,$$
$$1\ \mathrm{a} = 100\ \mathrm{m}^2,\quad 1\ \mathrm{ha} = 100\ \mathrm{a},\quad 1\ \mathrm{km}^2 = 100\ \mathrm{ha}.$$

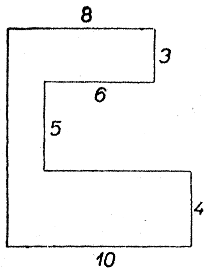
Pamatujte: obsah obdélníka dostaneme, když délku násobíme výškou. Ale musíte umět připojit k tomuto základnímu pravidlu ještě vysvětlení: Délka a výška musí býti dána ve stejné délkové jednotce a obsah pak vyjde v příslušné jednotce plošné.

Není-li dána výška ve stejné jednotce jako délka, musíme dávati pozor. Když máme na př. obdélník délky 7 m a šířky 32 dm a když vypočteme $7 \times 32 = 224$, co to znamená? Znamená to, že se náš obdélník dá rozložit ve 224 menší obdélníky s rozměry 1 m a 1 dm. Každý z těch menších obdélníků má obsah 10 dm² neboli 0,1 m². Tedy daný obdélník má obsah 2240 dm² neboli 22,4 m².

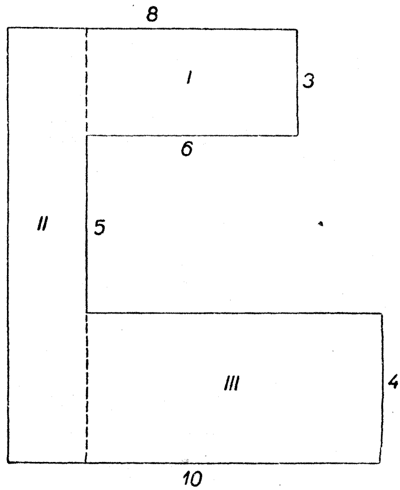
Umocnit číslo na druhou znamená znásobiti je samo sebou. Obsah čtverce dostaneme, když délku strany umocníme na druhou. Které vysvětlení musíte k tomu umět dodat?

K obdélníku *ABCD* v obr. 63a si mysleme připojen podél strany *CD* ještě jeden s ním stejný obdélník. Dostaneme čtverec s délkou strany $\overline{AB}$ a obdélník *ABCD* je polovina toho čtverce. Tedy obsah obdélníka *ABCD* dostaneme, když délku $\overline{AB}$ umocníme na druhou a výsledek dělíme dvěma. Čtverec *HKLM* v obr. 63b je stejně velký jako obdélník *ABCD*. Délka $\overline{AB}$ je stejná jako délka $\overline{HL}$. Tedy obsah čtverce *HKLM* dostaneme, když délku $\overline{HL}$ umocníme na druhou a výsledek dělíme dvěma. Protože *HL* je úhlopříčka čtverce *HKLM*, máme toto pravidlo: Obsah čtverce dostaneme, když délku úhlopříčky umocníme na druhou a výsledek dělíme dvěma. Jak k tomu zní nutné vysvětlení?

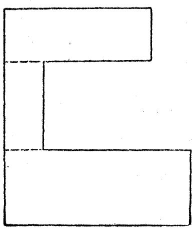
Jak se počítá obsah jiných ploch než je obdélník (trojúhelníků, kruhu, atd.), tomu se budete soustavně učit až později. Ale jsou některé plochy, které se dají snadno rozložit v obdélníky, takže už teď umíme najít jejich obsah. Provedeme si tři příklady.



Obr. 66.



Obr. 67.



Obr. 68.

Příklad 1. Najděte obsah plochy naznačené v obr. 66 (jednotka 1 cm).

Řešení: Nejprve narýsujeme do sešitu od ruky náčrt dané plochy podle obr. 66, ale ovšem větší (viz obr. 67).

Potom danou plochu rozložíme (viz čárkované úsečky v obr. 67) na tři obdélníky *I*, *II*, *III*.

I má rozměry: 6; 3, tedy obsah $6 \times 3 = 18$,

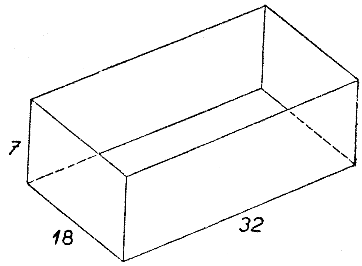
II má rozměry: $3 + 5 + 4 = 12$; $8 - 6 = 2$, tedy obsah $12 \times \times 2 = 24$,

III má rozměry: $10 - 2 = 8$; 4, tedy obsah $8 \times 4 = 32$, celkový obsah je $18 + 24 + 32 = 74$.

Daná plocha má obsah 74 cm². (Plošnou jednotku uvádíme až ve výsledku.)

Poznámka. Bylo možné rozložiti danou plochu v obdélníky také jinými způsoby. Jeden způsob je naznačen v obr. 68. Proveďte. Vychází vám stejný výsledek jako při prvním způsobu?

Příklad 2. Otevřená krabice (bez víka) je 32 cm dlouhá, 18 cm široká a 7 cm vysoká. Vnějšek krabice je polepen bílým papírem. Kolik dm² papíru se spotřebuje?



Obr. 69.

Řešení (viz obr. 69). Počítáme v cm a teprve výsledek převedeme na dm².

Obsah přední a zadní stěny:

$$2 \times 32 \times 7 = 448.$$

Obsah postranních stěn:

$$2 \times 18 \times 7 = 252,$$

obsah podstavy:

$$32 \times 18 = 576,$$

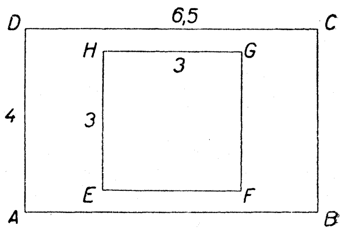
celkový obsah:

$$448 + 252 + 576 = 1276.$$

Spotřebujeme 12,76 dm² papíru.

Příklad 3. V pokoji 6,5 m dlouhém a 4 m širokém leží třímetrový čtvercový koberec. Najděte obsah nepokryté části podlahy.

Řešení (viz obr. 70). Naše plocha je rozdíl mezi obdélníkem *ABCD* a čtvercem *EFGH*.



Obr. 70.

ABCD má obsah:

$$6{,}5 \times 4 = 26,$$

EFGH má obsah:

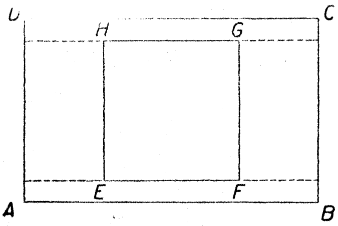
$$3 \times 3 = 9,$$

rozdíl:

$$26 - 9 = 17.$$

Obsah nepokryté části podlahy je 17 m².

Poznámka. Mohli jsme počítati také pomocí rozkladu v obdélníky (viz obr. 71). Proveďte. Je odčítací metoda rychlejší?



Obr. 71.

V § 7 jsme si řekli, že souhrn všech šesti stěn kvádru se jmenuje povrch kvádru. Také celkový obsah všech stěn se jmenuje povrch kvádru. Jak se počítá povrch, jsou-li rozměry na př. 5 m, 4 m a 3 m? Jak se počítá povrch krychle, je-li délka hrany třeba 7 cm?

Cvičení k § 13.

147. Zapište do slovníčka: Obsah neboli plošný obsah. Umocniti číslo na druhou. Povrch kvádru. Plošné jednotky jsou ...; měnitel je sto.

V úlohách 148 až 150 počítejte obsah a vyjádřete jej v té jednotce plošné, která je udána v závorce.

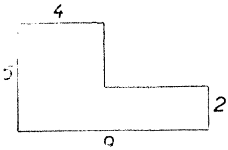
148. Obdélník 48 cm široký a 1 m dlouhý (dm^2).

149. Podlaha čtvercové místnosti dlouhé 62 dm (m^2).

150. Prkno dlouhé 3 m a široké 12 cm (dm^2).

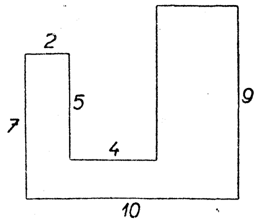
151. Kolem obdélníkové zahrady šířky 40 m je plot dlouhý 300 m. Jaký je obsah zahrady?

152.



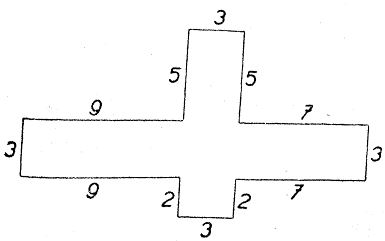
Obr. 72.

153.



Obr. 73.

154.



Obr. 74.

V úlohách 152 až 154 máte najíti obsah naznačené plochy rozkladem v obdélníky. Rýsujte od ruky vlastní obrazec a zapisujte postup. Jednotka je 1 cm.

155. Obsah obdélníkového pole širokého 30 m je 48 a. Jaká je délka pole?

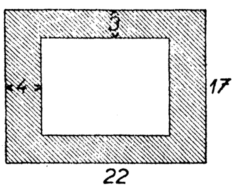
156. Čtverec o straně 7 m a obdélník 49 dm široký jsou stejně veliké. Najděte délku obdélníka.

157. Přesvědčte se o správnosti svých odpovědí k úlohám 117 a 118 (str. 37) tím, že vypočtete obsahy.

158. Sestrojte si přesně čtverec (dosti veliký). Změřte pečlivě délku strany i délku úhlopříčky. Počítejte obsah i na základě strany i na základě úhlopříčky. Souhlasí vám oba výsledky?

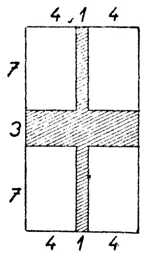
V úlohách 159 až 161 máte najít obsah čárkované plochy odčítacím způsobem. Jednotka 1 cm. Jednu úlohu řešte také rozkladem v obdélníky.

159.



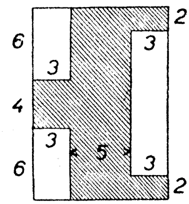
Obr. 75.

160.



Obr. 76.

161.



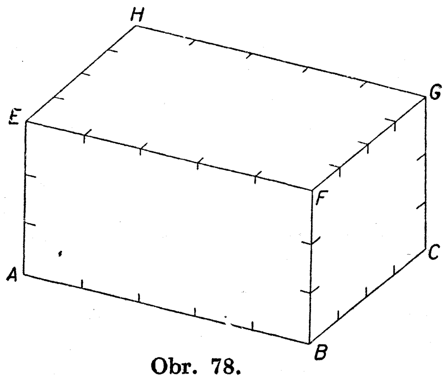
Obr. 77.

162. Fotografie rozměrů 18 cm a 12 cm je nalepena na papír rozměrů 24 cm a 18 cm. Najděte obsah prázdného pruhu.

163. Zavřená bedna 1 m dlouhá, 35 cm široká a 6 dm vysoká je pobita plechem. Kolik dm^2 plechu se spotřebuje?

§ 14. Objem kvádru a krychle.

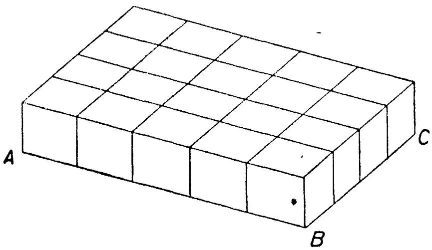
Jako u ploch měříme obsah, tak u těles měříme **objem.** Když volíme za délkovou jednotku 1 cm a za plošnou jednotku 1 cm^2, volíme za **prostorovou jednotku** 1 cm^3 (k r y c h l o v ý c e n t i m e t r). Je to objem krychle o hraně 1 cm nebo také objem tělesa jiného tvaru, ale stejně velikého jako krychle o hraně 1 cm.



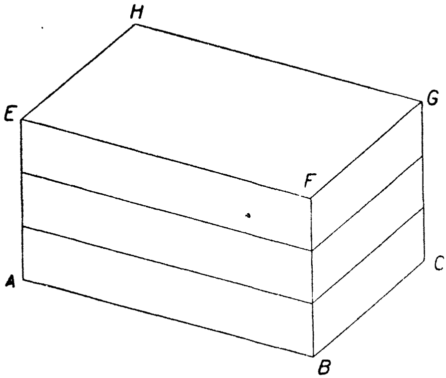
Obr. 78.

V obr. 78 máme znázorněn kvádr *ABCDEFGH* dlouhý 5 cm, široký 4 cm a vysoký 3 cm. Nazveme jej stručně kvádr **K**.

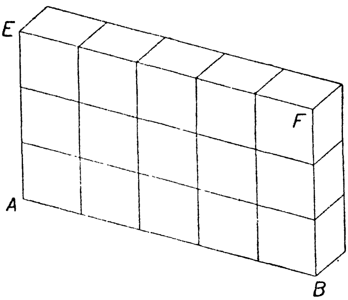
Víme, že obdélník *ABCD* se dá rozložit ve 20 čtverců o straně 1 cm. Když na každý z těchto čtverců postavíme krychli, dostaneme kvádr **L** (viz obr. 79a). Jaký je tedy objem kvádru **L**? Ale kvádr **K** se dá rozložit ve tři vrstvy (viz obr. 79b), z nichž každá má tvar kvádru **L**. Jaký je tedy objem kvádru **K**?



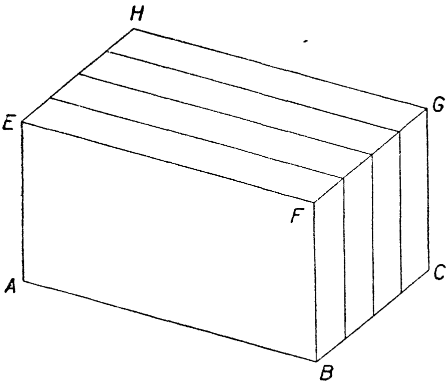
Obr. 79a.



Obr. 79b.



Obr. 80a.

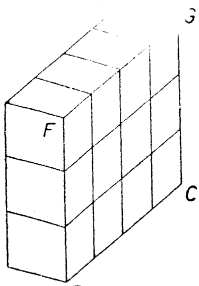


Obr. 80b.

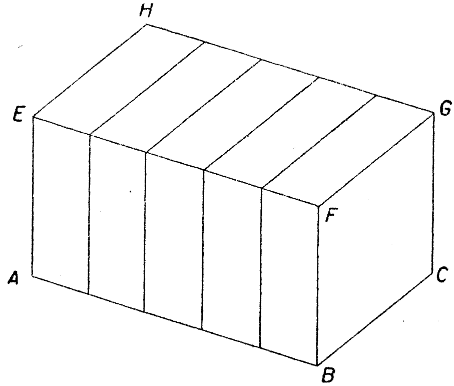
Jiným způsobem se dá kvádr **K** rozložit na čtyři vrstvy **M** (viz obr. 80a, 80b).

Ještě jiným způsobem se dá kvádr **K** rozložit na pět vrstev **N** (viz obr. 81a, 81b).

Všecky tři způsoby vedou ke stejnému výsledku: objem kvádru K je 60 cm^3.



Obr. 81a.



Obr. 81b.

Pamatujte: Objem kvádru dostaneme, když znásobíme mezi sebou všecky tři rozměry. Pamatujte si také vysvětlení: Všecky tři rozměry musí býti dány ve stejné jednotce délkové a objem pak vyjde v příslušné jednotce prostorové.

Umocnit číslo na třetí znamená nejprve je umocnit na druhou a pak výsledek násobit původním číslem.

Objem krychle dostaneme, když délku hrany umocníme na třetí. Jaké vysvětlení k tomu patří?

Krychle o hraně 1 dm má objem 1 dm^3. Protože 1 dm = 10 cm a protože deset umocněno na třetí dává tisíc, je 1 dm^3 = 1000 cm^3. Délkovým jednotkám 1 mm, 1 cm, 1 dm, 1 m s měnitelem deset odpovídají **prostorové jednotky** 1 mm^3, 1 cm^3, 1 dm^3, 1 m^3 s měnitelem tisíc. Tedy

$$1\ cm^3 = 1000\ mm^3,\ 1\ dm^3 = 1000\ cm^3,\ 1\ m^3 = 1000\ dm^3.$$

Pro praksi je jednotka 1 cm^3 (tím spíše 1 mm^3) zpravidla příliš malá a jednotka 1 m^3 je často příliš veliká. Zato 1 dm^3 je vhodná jednotka zejména pro měření objemu kapalin (ale také drobného ovoce atd.). Při takovém měření se zpravidla místo 1 dm^3 užívá názvu litr (1 l).

Litrová nádoba nemívá tvar krychle, ale je tak veliká jako krychle o hraně 1 dm. Ne tvarem, ale velikostí souhlasí litr s krychlí o hraně 1 dm. Větší jednotka je hektolitr (1 hl = 100 l), menší jednotka je decilitr (1 l = 10 dl). 1 hl, 1 l a 1 dl jsou míry **duté.** Geometricky není ovšem rozdílu mezi měrami prostorovými a měrami dutými.

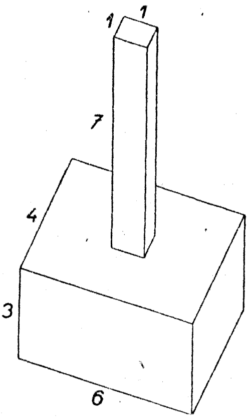
Cvičení k § 14.

164. Zapište do slovníčka: Objem tělesa. Umocniti číslo na třetí. Prostorové jednotky jsou ...; měnitel je tisíc. Míry prostorové a míry duté. 1 l = = 1 dm³, 1 hl = 100 l = 100 dm³, 1 m³ = 10 hl, 1 l = 10 dl, 1 dl = 100 cm³.

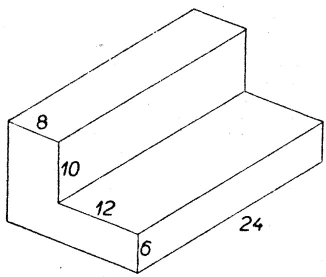
165. Jaký objem má vnitřek otevřené dřevěné bedny (bez víka), dlouhé (zvenčí) 6 dm, široké (zvenčí) 32 cm a vysoké 5 dm, je-li dřevo 2 cm tlusté?

166. Jaký objem má vnitřek zavřené dřevěné bedny, jsou-li vnější rozměry 6 dm, 32 cm, 5 dm a je-li dřevo 2 cm tlusté?

167. Jaký je objem dřeva u beden z úloh 165 a 166?



Obr. 82.



Obr. 83.

168. Jaký je vnitřní povrch bedny z úlohy 166?

169. Najděte objem tělesa znázorněného v obr. 82. Jednotka 1 cm.

170. Najděte povrch tělesa z úlohy 169.

171. Kolik hl vody musí přitéci do basenu dlouhého 25 m a širokého 8 m, má-li hladina vodní stoupnout o 18 cm?

172. Najděte objem tělesa znázorněného v obr. 83. Jednotka 1 dm.

173. Najděte povrch tělesa z úlohy 172.

174. Najděte nejmenší rozměry dřevěného kvádru, ze kterého se dá vyřezat těleso z úlohy 172. Kolik dřeva se musí odříznout?

§ 15. Vzájemná poloha přímek a rovin.

Když máme v nějaké rovině (na př. v rovině sešitu) dvě přímky p a q, pak jsou dvě možnosti: buďto přímky p a q nemají žádný společný bod a jsou rovnoběžné, nebo p a q mají jediný společný bod S. (Jsou-li přímky p a q v sešitě, může se státi, že bod S je nepřístupný, t. j. že se nevejde do sešitu.) Dvě přímky p a q, které mají společný bod S, jmenují se **různoběžné přímky,** krátce **různoběžky.** Bod S se jmenuje průsečík obou různoběžek; také se říká, že se přímky p a q protínají v bodě S.

Lze dvěma danými rovnoběžkami vždycky proložit rovinu? Lze dvěma danými různoběžkami vždycky proložit rovinu?

Dvě přímky p a q, kterými nelze proložit rovinu, jmenují se **mimoběžné přímky,** krátce **mimoběžky.** Ukažte ve třídě několik párů mimoběžek.

V geometrii se hojně užívá písmen z malé řecké abecedy, zejména k označení rovin a úhlů. Nebudeme se učit celé řecké abecedě najednou. Teď se naučíme psát zatím jen dvě řecká písmena: ϱ (čteme ro) a σ (čteme sigma). Těchto dvou písmen se užívá nejčastěji k označení rovin. Slovo rovina začíná písmenem r, kterému odpovídá řecké písmeno ϱ. Písmeno σ následuje v řecké abecedě za písmenem ϱ.

Zvolme si nějakou rovinu ϱ (třeba rovinu tabule). Když přímka p je rovnoběžná s některou přímkou ležící v rovině ϱ, říkáme, že přímka p je **rovnoběžná** s rovinou ϱ.

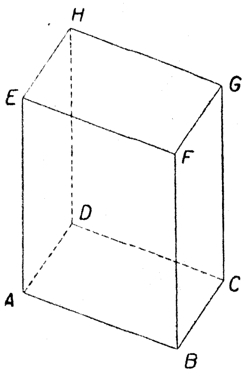
Ukažte dvě rovnoběžky, které jsou rovnoběžné s rovinou ϱ. Ukažte dvě různoběžky, obě rovnoběžné s rovinou ϱ. Ukažte dvě mimoběžky, obě rovnoběžné s rovinou ϱ.

Když si zvolíme v rovině ϱ bod S a vedeme jím přímku p, která neleží v rovině ϱ, pak přímka p má s rovinou ϱ společný pouze bod S. Říkáme, že přímka p je **různoběžná** s rovinou ϱ. Bod S se jmenuje průsečík přímky p s rovinou ϱ; také se říká, že se přímka p a rovina ϱ protínají v bodě S. Ukažte dvě přímky různoběžné s rovinou ϱ tak, aby obě přímky byly mezi sebou třeba různoběžné.

Dvě roviny ϱ a σ jsou mezi sebou buďto **rovnoběžné** nebo **různoběžné:** Ukažte několik příkladů ve třídě. Dvě různoběžné roviny se protínají v přímce, která se jmenuje jejich **průsečnice.**

Místo abychom značili rovinu řeckým písmenem, značíme ji ještě častěji tak, že napíšeme za sebou několik bodů, které leží v té rovině. Musíme zapsat aspoň tři body; proč? Stačí kterékoli tři body v té rovině?

Zvolme si rovinu ϱ (třeba stěnu třídy, která je před vámi) a mimo ni bod A. V rovině ϱ je jeden bod P, který je ze všech bodů roviny ϱ nejblíže k bodu A. Spojme si body A a P přímkou p. V rovině ϱ si veďme bodem P nějakou přímku q. Protože je bod P nejblíže k A ze všech bodů roviny ϱ, je tím spíše bod P nejblíže k A ze všech bodů přímky q. Proto stojí přímky p a q na sobě kolmo. Říkáme, že přímka p stojí kolmo na rovině ϱ. Také říkáme, že je p kolmice spuštěná s bodu A na rovinu ϱ a že bod P je pata této kolmice. Přímka p je také kolmice vztyčená k rovině ϱ v bodě P.



Obr. 84.

Spustíme-li s bodu A na rovinu ϱ kolmici p a vedeme-li patou té kolmice v rovině ϱ libovolnou přímku q, stojí ty přímky na sobě kolmo.

Všimněme si modelu kvádru. Postavíme-li kvádr tak, aby se dotýkal podložky jen jedním vrcholem, je-li tedy ten vrchol ze všech osmi vrcholů nejníž, pak **protější vrchol** kvádru je ten, který je ze všech nejvýš.

Jmenujte páry protějších vrcholů kvádru $ABCDEFGH$ (viz obr. 84).

Úsečka omezená dvěma protějšími vrcholy kvádru se jmenuje **úhlopříčka kvádru.** Určitěji říkáme **tělesná úhlopříčka** na rozdíl od **stěnových úhlopříček,** t. j. od úhlopříček jednotlivých stěn. Kolik tělesných úhlopříček má kvádr v obr. 84? Jmenujte je. Kolik má stěnových úhlopříček? Jmenujte je.

Všimněme si blíže dvou tělesných úhlopříček, třeba BH a CE. Vidíte, že bod B je ze všech bodů roviny $ABFE$ nejblíž k bodu C. Proto přímka BC je kolmá k rovině $ABFE$ a pata této kolmice je B. Tedy přímka BC stojí kolmo na každé přímce roviny $ABFE$ procházející bodem B. Zejména je $BC \perp BE$. Podobně se přesvědčíme, že $BC \perp CH$, dále že $EH \perp EB$ a konečně, že $EH \perp CH$. Čím je tedy čtyrúhelník $BCHE$? Co jsou v něm úsečky BH a CE? Co víme o úhlopříčkách obdélníka?

Výsledek: Všecky čtyři tělesné úhlopříčky jsou stejně dlouhé a půlí se navzájem. Mají tedy společný střed S. Bod S se jmenuje střed kvádru $ABCDEFGH$.

Cvičení k § 15.

175. Zapište do slovníčka: Dvě přímky jsou mezi sebou buďto rovnoběžné nebo různoběžné nebo mimoběžné. Rovnoběžky, různoběžky, mimoběžky. Přímka rovnoběžná s rovinou. Přímka různoběžná s rovinou. Dvě roviny jsou mezi sebou buďto rovnoběžné nebo různoběžné. Průsečík dvou přímek, průsečík přímky s rovinou. Průsečnice dvou rovin. Přímka kolmá k rovině. Vztyčit kolmici k rovině ABC v bodě A. Spustit kolmici na rovinu ABC s bodu D. Pata kolmice. Protější vrcholy kvádru. Tělesné úhlopříčky kvádru. Stěnové úhlopříčky kvádru. Střed kvádru.

176. Napište dva řádky písmen ϱ a dva řádky písmen σ.

177. Naznačte dvěma tužkami: dvě rovnoběžky, dvě různoběžky, dvě mimoběžky.

178. Naznačte tužkou a sešitem možné vzájemné polohy přímky a roviny.

179. Držte tužku tak, aby se opírala o sešit v bodě S. Je možné vésti v sešitě bodem S přímku kolmou ke přímce znázorněné tužkou? Kolik je takových kolmic?

180. Narýsujte si pečlivě průmět kvádru a přesvědčte se, že také v průmětu procházejí všecky čtyři úhlopříčky jedním bodem a že se navzájem půlí.

181. Narýsujte si vedle sebe tři stejné průměty kvádru $ABCDEFGH$. Jmenujte všecky čtyři tělesné úhlopříčky. V jednom průmětu vyznačte obdélník, který má úhlopříčky BH a CE, ve druhém obdélník s úhlopříčkami BH a AG, ve třetím obdélník s úhlopříčkami BH a DF.

Úlohy 182 až 188 se týkají kvádru $ABCDEFGH$. U každé úlohy si udělejte od ruky průmět kvádru a odpovídejte na základě představy získané z průmětu. Při každé úloze nový obrazec. Ať nejsou všecky obrazce stejné.

182. Napište za sebou všecky hrany kvádru. Začněte hranou AB, potom pište hrany rovnoběžné s AB, dále hrany různoběžné s AB, konečně hrany mimoběžné s AB.

183. Opakujte úlohu 182, ale s hranou BF místo hrany AB.

184. Jmenujte bod přímky AD a bod přímky CF tak, aby si ty body byly co nejblíž.

185. Jakou vzájemnou polohu mají roviny ADF a BEH? Je jejich průsečnice rovnoběžná s některou hranou kvádru? Které stěny protne?

186. Jakou vzájemnou polohu k přímce AC mají jednotlivé tělesné úhlopříčky?

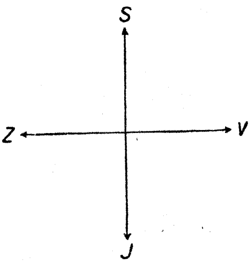
187. Je možné osmerým způsobem udat trojici hran tak, aby každé dvě hrany ve stejné trojici byly mimoběžné. Jedna taková trojice je AB, CG, EH. Dovedete najít všech sedm ostatních takových trojic?

188. Zvolte si dva protější vrcholy. Můžete proběhnout jedním tahem všecky ty hrany, které nejdou žádným z obou zvolených vrcholů?

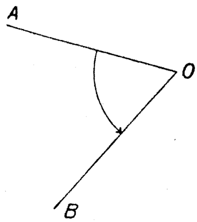
§ 16. Světové strany.

Stín svislé tyče na vodorovnou rovinu ukazuje v pravé poledne k severu. Obrátíme-li se čelem k severu, máme napravo východ a nalevo západ; proti severu je jih.

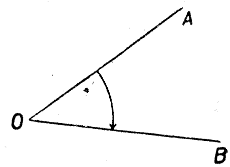
Sever, jih, východ a západ jsou světové strany; značky S, J, V, Z. Na mapách a plánech zobrazujeme sever svisle nahoru. Jak tedy zobrazujeme ostatní světové strany (viz obr. 85)?



Obr. 85.



Obr. 86a.



Obr. 86b.

Jak se určí světové strany podle hvězd?

Označte si (v mysli) písmenem O své místo ve třídě; označte si (v mysli) písmeny A, B dvě určitá místa ve třídě. Postavte se ve směru OA (t. j. na místě O se postavte tak, že se díváte na místo A). Nyní se otáčejte (na místě O), až stojíte ve směru OB. Říkáme, že jste se otočili o úhel AOB.(Musíme dávat pozor na pořádek písmen. Které písmeno značí vaše místo?)

Je dvoje otáčení: otáčení nalevo (viz obr. 86a) a otáčení napravo (viz obr. 86b). Ručičky na hodinách se otáčejí napravo.

Při porovnávání velikosti úhlů můžeme vzíti za jednotku úhel pravý. Pro pravý úhel užíváme značky R. (Je to začáteční písmeno latinského slova rectus, které znamená pravý.) Když se otočíme o $2R$, obrátíme se právě čelem vzad; říkáme, že jsme se otočili o **úhel přímý.** Když se otočíme o $4R$, dostaneme se zpátky do původního směru; říkáme, že jsme se otočili o **úhel plný.**

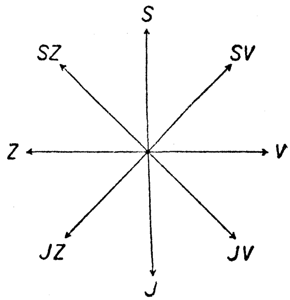
Postavte se směrem k severu a otočte se doprava o úhel $\frac{1}{2}R$. Nyní stojíte směrem k severovýchodu, značka SV, což tedy je právě v polovině mezi S a V. Podobně máme severozápad SZ, jihovýchod JV a jihozápad JZ.

Cvičení k § 16.

189. Zapište do slovníčka: Sever S, ..., ..., jihozápad JZ. Pravý úhel R. Přímý úhel $2R$. Plný úhel $4R$. Otáčení napravo. Otáčení nalevo.

190. Opište a doplňte: Úhel pravý je ... úhlu přímého. Úhel přímý je ... úhlu plného. Úhel pravý je ... úhlu plného.

V úlohách 191 až 200 jmenujte velikosti úhlů při daných otáčeních. Jednotka R. Naznačte si v sešitě od ruky obrazec podle obr. 87.



Obr. 87.

191. Od J napravo k Z.
192. Od Z napravo k V.
193. Od V nalevo k J.
194. Od J napravo k SZ.
195. Od Z nalevo k SV.
196. Od JV napravo k SZ.
197. Od JZ nalevo k SZ.
198. Od SV napravo k J.
199. Od S nalevo k V.
200. Od SZ nalevo k Z.

V úlohách 201 až 212 jmenujte konečný směr, do kterého se dostanete z daného směru daným otočením.

201. Od J napravo o R.
202. Od V napravo o $2R$.
203. Od Z nalevo o $3R$.
204. Od S nalevo o $5R$.
205. Od J napravo o $\frac{1}{2}R$.
206. Od Z nalevo o $2\frac{1}{2}R$.
207. Od V nalevo o $3\frac{1}{2}R$.
208. Od S napravo o $4\frac{1}{2}R$.
209. Od JV napravo o $3R$.
210. Od SV napravo o $2\frac{1}{2}R$.
211. Od SZ nalevo o $1\frac{1}{2}R$.
212. Od JZ nalevo o $3\frac{1}{2}R$.

V úlohách 213 až 216 máte říci, o jaký úhel se otočí velká hodinová ručička za udaný čas. Jednotka R.

213. Za hodinu.
214. Za třicet minut.
215. Za pět minut.
216. Za $2\frac{3}{4}$ hodiny.

V úlohách 217 až 220 máte říci, o jaký úhel se otočí malá hodinová ručička za udaný čas. Jednotka R.

217. Za šest hodin.
218. Za čtyři hodiny.
219. Za hodinu.
220. Za 30 minut.

221. Muž kráčí k jihu, na křižovatce se obrátí k jihovýchodu a na další křižovatce se obrátí k jihozápadu. Naznačte obrazcem od ruky. Vyznačte (jako v obr. 86) obloučkem a šipkou úhly, o které se otočí na křižovatkách. Jak velké jsou ty úhly?

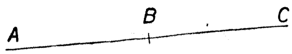
§ 17. Úhly.

Narýsujte si přímku a zvolte si na ní bod B. Zvolený bod rozdělí přímku ve dvě **polopřímky.** Tedy polopřímka je přímá čára, která je jen na jedné straně omezená. Na př. v obr. 88 rozdělí bod B přímku ABC v polopřímky BA a BC. (Bod B píšeme napřed.)

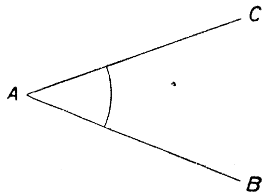
Úhel má dvě **ramena** a jeden **vrchol.** Vrchol úhlu je bod, ramena úhlu jsou polopřímky. Obě ramena vycházejí z vrcholu. Na př. v obr. 89 máme úhel s vrcholem A a rameny AB a AC. Značíme jej

$$\sphericalangle BAC \text{ nebo } \sphericalangle CAB.$$

$\sphericalangle$ je značka pro úhel. Vrchol se píše vždycky doprostřed.



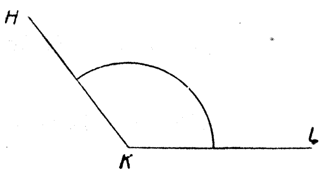
Obr. 88.



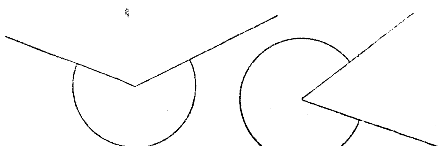
Obr. 89.

Úhel v obr. 89 je **ostrý.** To znamená, že je menší než úhel pravý. Naproti tomu $\sphericalangle HKL$ v obr. 90 je **tupý:** je větší než úhel pravý, ale je menší než úhel přímý. Společný název pro úhly ostré a tupé je: **úhly kosé.**

V obrazcích rýsujeme u každého úhlu obyčejně oblouček kružnice, který spojuje obě ramena (v. obr. 89 a 90). Střed kružnice je ve vrcholu



Obr. 90.

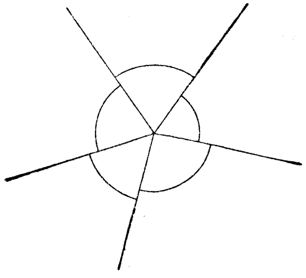


Obr. 91.

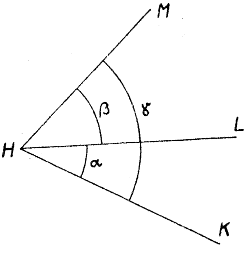
úhlu, poloměr je libovolný. Chceme-li naznačit, které rameno je první, tedy zdali úhel vznikl otáčením doprava či doleva, děláme na konci obloučku šipku (viz obr. 86). Ale obyčejně na tom nezáleží a šipku neděláme.

Úhly, které jsou menší než úhel přímý, tedy úhly ostré, pravé a tupé, se vyskytují nejčastěji. Nazývají se společným jménem **úhly duté.** Mnohem méně často se vyskytnou **úhly vypuklé** (viz obr. 91). To jsou úhly větší než úhel přímý, ale menší než úhel plný.

Zvolte si bod a veďte jím několik polopřímek. Dvě sousední polopřímky tvoří vždy úhel (viz obr. 92). Kolik měří dohromady všecky ty úhly? Když známe velikosti všech úhlů až na jeden, můžeme zbývající úhel počítat.



Obr. 92.



Obr. 93.

Označení úhlu třemi písmeny, třeba $\sphericalangle BAC$, je často nepohodlné a nepřehledné. Proto značíme často úhly jediným písmenem. Při tom užíváme malých řeckých písmen. Zejména se pro úhly často užívá prvních čtyř písmen řecké abecedy. Jsou to písmena α (čteme alfa), β (čteme béta), γ (čteme gama), δ (čteme delta). Tato čtyři řecká písmena musíte dobře znát. Která dvě řecká písmena už znáte?

Značíme-li úhel řeckým písmenem, neděláme už značku $\sphericalangle$. V obr. 93 je $\sphericalangle KHL = \alpha$, $\sphericalangle LHM = \beta$, $\sphericalangle KHM = \gamma$.

Všimněte si, že je v obr. 93 rýsován každý oblouček s jiným poloměrem a že je každé řecké písmeno umístěno těsně u toho obloučku, ke kterému patří. Když máme jako v obr. 93 několik úhlů se stejným vrcholem, rýsujeme velký obrazec, aby popis byl zřetelný.

Cvičení k § 17.

222. Zapište do slovníčka: Polopřímka UV. Úhel BCD má vrchol C a ramena CB, CD. Značka pro úhel: $\sphericalangle$. Duté úhly jsou pravé a kosé. Kosé úhly jsou ostré a tupé. Když $\alpha < R$, α je úhel ostrý. Když $\beta = R$, β je úhel pravý. Když $R < \gamma < 2R$, γ je úhel tupý. Když $\delta = 2R$, δ je úhel přímý. Když $2R < \alpha < 4R$, α je úhel vypuklý. Když $\beta = 4R$, β je úhel plný.

223. Napište dva řádky písmen α, dva řádky písmen β, dva řádky písmen γ dva řádky písmen δ.

224. Jak velký je vypuklý úhel mezi JV a Z?

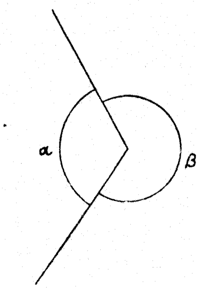
Úlohy 225 až 227 vztahují se k obr. 94.

225. Když $\alpha = 1\frac{1}{4}R$, kolik je β?

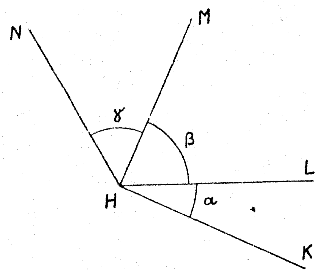
226. Když $\beta = 2\frac{1}{2}R$, kolik je α?

227. Když $\beta = 2\alpha$, kolik je α?

Úlohy 228 až 232 se vztahují k obr. 95. Narýsujte si od ruky vlastní obrazec.



Obr. 94.



Obr. 95.

228. Když $\alpha = \frac{1}{4}R$, $\beta = \frac{3}{4}R$, jaký je $\sphericalangle KHM$?

229. Vypočtěte γ, když $\sphericalangle LHN = 1\frac{1}{4}R$, $\sphericalangle LHM = \frac{3}{4}R$.

230. Zapište řeckými písmeny, že $HK \perp HM$.

231. Vypočtěte β a γ, když $\sphericalangle KHL = \frac{1}{3}R$, $\sphericalangle KHM = R$, $\sphericalangle KHN = 1\frac{1}{2}R$.

232. Když $\alpha = \frac{1}{3}R$, $\beta = \frac{2}{3}R$, $\gamma = \frac{1}{2}R$, vypočtěte: napřed vypuklý úhel rameny HK a HN, potom vypuklý úhel s rameny HL a HM.

§ 18. Přenášení úhlů.

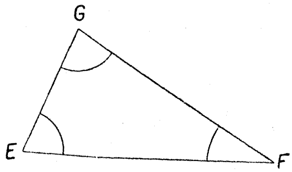
Narýsujte si trojúhelník EFG (viz obr. 96). Úhly $\sphericalangle FEG$, $\sphericalangle EFG$, $\sphericalangle EGF$ (v obrazci vyznačené obloučky) se jmenují **vnitřní úhly trojúhelníka** EFG nebo krátce **úhly trojúhelníka** EFG. Úhel FEG na př. je úhel při vrcholu E a je to úhel proti straně FG.

Velmi často se značí (viz obr. 97) vrcholy trojúhelníka písmeny ABC a úhly písmeny α, β, γ tak, že: α je úhel při vrcholu A, β je úhel při vrcholu B, γ je úhel při vrcholu C. Ale nebylo by dobře, kdybyste si už teď zvykali na pevné označení.

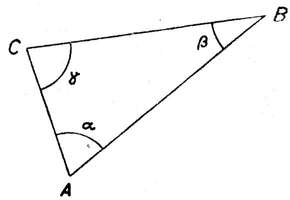
V sešitě máte narýsovaný trojúhelník EFG (viz obr. 96). Narýsujte si na list papíru trojúhelník ABC (viz obr. 97) tak, aby bylo

$$\overline{AB} = \overline{EF}, \quad \overline{AC} = \overline{EG}, \quad \overline{BC} = \overline{FG}.$$

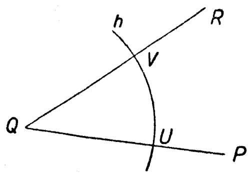
Už jsme mluvili o tom, že trojúhelníky ABC a EFG jsou **shodné.** Můžeme vystřihnout trojúhelník ABC a položiti jej na trojúhelník EFG tak, že vrchol A padne na vrchol E, vrchol B padne na vrchol F a vrchol C padne na vrchol G. Učiňte to. Vidíte, že se vám kryjí nejen vrcholy a strany obou trojúhelníků, nýbrž také úhly. **Shodné trojúhelníky mají stejné úhly.**



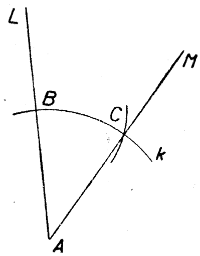
Obr. 96.



Obr. 97.



Obr. 98a.



Obr. 98b.

Tohoto poznatku užijeme k **přenesení daného úhlu,** a to pravítkem a kružítkem bez vystřihování. Při tom se užívá s výhodou trojúhelníka rovnoramenného.

Zvolte si v sešitě $\sphericalangle PQR$ (viz obr. 98a) a polopřímku AL (viz obr. 98b). Chceme sestrojit úhel, který je stejně veliký jako $\sphericalangle PQR$ a jehož jedním ramenem je daná polopřímka AL (takže vrchol je v bodě A).

Opište ze středu Q kružnici h s libovolným, ale dosti velkým poloměrem r. Kružnice h protne rameno QP daného úhlu v bodě U a rameno QR v bodě V (viz obr. 98a). Tím nám vznikne rovnoramenný trojúhelník QUV se základnou UV a s rameny QU a QV. Daný $\sphericalangle PQR$ je úhel proti základně v trojúhelníku QUV.

Abychom daný úhel přenesli na předepsané místo, potřebujeme pouze sestrojit rovnoramenný trojúhelník ABC shodný s trojúhelníkem QUV. Základna bude BC a ramena budou AB a AC. Přenesený úhel bude úhel při vrcholu A v trojúhelníku ABC. Protože jedním ramenem žádaného úhlu má býti polopřímka AL, musíme trojúhelník ABC sestrojit tak, aby vrchol B ležel na této polopřímce.

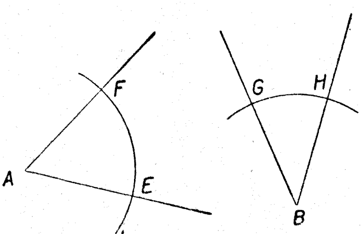
Délka ramen AB a AC rovnoramenného trojúhelníka ABC musí býti stejná jako délka ramen QU a QV rovnoramenného trojúhelníka QUV, tedy jako poloměr r kružnice h. Tedy opíšeme (viz obr. 98b) ze středu A kružnici k zase s poloměrem r. Body B a C jsou na kružnici k. Bod B je mimoto na polopřímce AL, takže jeho poloha je už určena. Abychom dostali také bod C, musíme si ještě vzpomenout, že základna BC trojúhelníka ABC musí býti stejně dlouhá jako základna UV trojúhelníka QUV. Tedy vezmeme do kružítka délku $\overline{UV}$ a přetneme kružnici k obloukem ze středu B a s tímto poloměrem $\overline{UV}$. Tím dostaneme bod C (viz obr. 98b) a zbývá jen spojit A s C, abychom dostali druhé rameno AM úhlu LAM, který je roven úhlu PQR a jehož jedním ramenem je polopřímka AL.

$\sphericalangle\, LAM$ vznikne otáčením ramene AL doprava. Úloze vyhovuje ještě jeden $\sphericalangle\, LAN$ (v obr. 98b nevyznačený), který vznikne otáčením ramene AL doleva. Sestrojte v sešitě také $\sphericalangle\, LAN$.

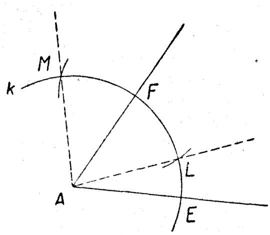
Tuto jednoduchou konstrukci, kterou jste právě poznali, musíte se naučit hbitě provádět. Aby byla přesná, musí se poloměr r kružnic h a k volit dosti velký. Proč?

Stejnou konstrukcí můžeme řešit také jiné úlohy. Máme-li na př. rozhodnout, který z obou úhlů v obr. 99a je větší, narýsujeme jako v obrazci stejným poloměrem dva oblouky. Kde jsou středy? Potom porovnáváme délky $\overline{EF}$ a $\overline{GH}$. Je-li $\overline{EF} > \overline{GH}$, pak úhel při vrcholu A je větší než úhel při vrcholu B.

Vezmeme-li do kružítka délku $\overline{GH}$ a s tímto poloměrem opíšeme kružnici ze středu F, dostaneme dva body L a M na kružnici, která je označena k v obr. 99a a 99b.



Obr. 99a.



Obr. 99b.

Vyložte sami, proč $\sphericalangle EAM$ v obr. 99b je součet obou úhlů z obr. 99a a proč $\sphericalangle EAL$ v obr. 99b je rozdíl týchž dvou úhlů. Umíme tedy **graficky sčítat** a **graficky odčítat** dané úhly. Jak byste sestrojili graficky dvojnásobek daného úhlu? Jak trojnásobek?

Cvičení k § 18.

233. Zapište do slovníčka: Vnitřní úhly trojúhelníka. Přenesení úhlu. Grafické sčítání a odčítání úhlů. Grafické násobení úhlu číslem.

234. Sestrojte si rovnostranný trojúhelník o straně 5 cm a přesvědčte se graficky, že všecky tři jeho úhly jsou stejné.

235. Sestrojte si rovnoramenný trojúhelník ABC se základnou $\overline{BC} = 42$ mm a rameny 63 mm. Přesvědčte se graficky, že úhly při vrcholech B a C jsou stejné.

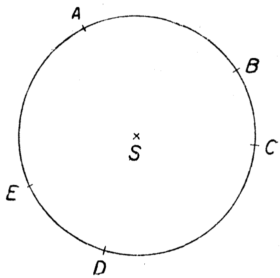
236. Zvolte si přímku p a na ní bod H. Sestrojte úhel tak velký jako $\sphericalangle ABC$ z úlohy 235 tak, aby vrchol byl H a jedno rameno bylo v přímce p. Proveďte všecka čtyři řešení.

237. Zvolte si body K, L a M tak, aby bylo $LK \perp LM$, $\overline{LK} = 5$ cm, $\overline{LM} = 2$ cm. Kolikrát musíte zvětšit $\sphericalangle LKM$, abyste dostali úhel tupý? Kolikrát, abyste dostali úhel vypuklý?

238. Sestrojte trojúhelník BCD shodný se stejně označeným trojúhelníkem v obr. 8 (str. 8). Označte β, γ a δ úhly při vrcholech B, C a D. Sestrojte graficky tyto tři úhly: $\delta - 2\gamma$, $\delta - 3\beta$, $2\beta + 3\gamma$.

239. Na kružnici (hodně velké) o středu S si zvolte pět bodů jako v obr. 100. Porovnejte úhly: $\sphericalangle ACE$, $\sphericalangle ADE$, $\sphericalangle ABE$. Zapište, co vám vyšlo.

240. Sestrojte graficky dvojnásobek $\sphericalangle ACE$ ze cvič. 239 a porovnejte jej s $\sphericalangle ASE$. Zapište, co vám vyšlo.



Obr. 100.

§ 19. Měření úhlů.

Pro praksi je R příliš velká úhlová jednotka. Zpravidla se užívá jednotky devadesátkrát menší, která se jmenuje **stupeň**. Značka pro stupeň je malá nula nahoře vpravo. Tedy

$$R = 90^\circ,\ 2R = 180^\circ,\ 3R = 270^\circ,\ 4R = 360^\circ,$$
$$\tfrac{1}{2}R = 45^\circ,\ \tfrac{1}{3}R = 30^\circ,\ \tfrac{2}{3}R = 60^\circ,\ \tfrac{1}{4}R = 22\tfrac{1}{2}^\circ.$$

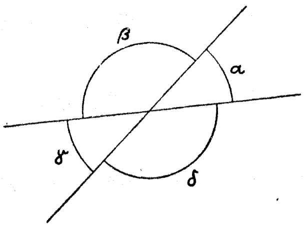
Dva úhly, které dohromady dávají 180°, jmenují se **výplňkové**. Tedy 70° a 110° jsou výplňkové úhly, $\frac{2}{3}R$ a $\frac{4}{3}R$ jsou výplňkové úhly.

Při jemných měřeních se užívá ještě také menších jednotek, zvaných **minuta** (úhlová) a **vteřina** (úhlová). Značka pro minutu je čárka nahoře vpravo, pro vteřinu dvě čárky. Jest

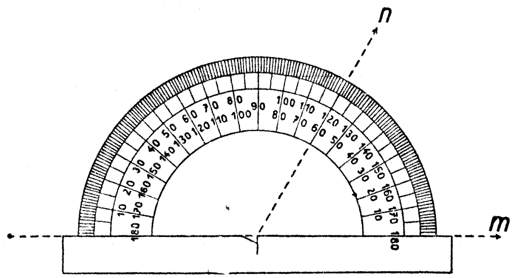
$$1^\circ = 60', \; 1' = 60''.$$

My budeme měřit jen na stupně.

Narýsujte si dvě různoběžky. Vzniknou vám čtyři úhly. Označte si je jako v obr. 101. Říkáme, že α a β jsou dva **vedlejší úhly** a že α a γ



Obr. 101.



Obr. 102.

jsou dva **vrcholové úhly.** Celkem máte ve svém obrazci čtyři páry vedlejších úhlů a dva páry vrcholových úhlů. Jmenujte je všecky. Dovedli byste vyložit slovy (bez ukazování na obrázek), kdy jsou dva úhly vedlejší? Dovedli byste to pro vrcholové úhly?

Vedlejší úhly α a β tvoří dohromady úhel přímý. Tedy vedlejší úhly jsou výplňkové. To si musíte pamatovat. Jsou dva výplňkové úhly vždycky vedlejší?

V obr. 101 jsou α a β dva vedlejší úhly. Také β a γ jsou vedlejší úhly. Tedy

$$\alpha + \beta = 180^\circ, \text{ takže } \alpha = 180^\circ - \beta,$$
$$\beta + \gamma = 180^\circ, \text{ takže } \gamma = 180^\circ - \beta.$$

Tedy $\alpha = \gamma$. Ale jaké úhly jsou α a γ? Vrcholové úhly jsou si rovny. Také to si musíte pamatovat. Když rozvíráme nůžky, vznikají dva vrcholové úhly. Nemusíme nic počítat, abychom se přesvědčili, že jsou stejné: oba úhly vznikly stejným otáčením.

V sešitě měříme úhly **úhloměrem** (viz obr. 102).

Na úhloměru čteme vždy dva údaje, které mají součet 180. Vysvětlete, proč to je a jak poznáte, který z obou údajů máte číst.

Jak narýsujete podle úhloměru úhel předepsané velikosti?

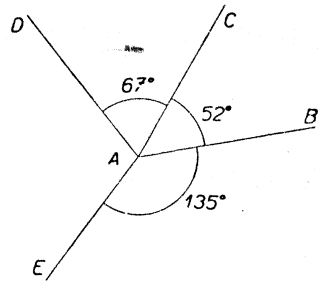
Cvičení k § 19.

241. Zapište do slovníčka: Výplňkové úhly. Vedlejší úhly. Vrcholové úhly.

242. Vyjádřete ve stupních:
$\frac{2}{5}R$, $\frac{3}{4}R$, $1\frac{1}{3}R$, $1\frac{2}{5}R$, $2\frac{3}{5}R$, $3\frac{1}{4}R$.

243. Vyjádřete pomocí pravého úhlu:
60°, 15°, 210°, $22\frac{1}{2}$°, 135°, 270°, 315°.

244. Jmenujte úhly výplňkové k úhlům:
97°, 36°, 130°, 48°, 148°, 100°, 1°.



Obr. 103.

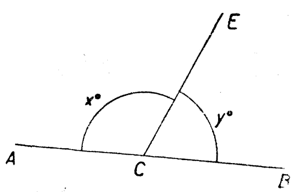
245. Sestrojte pomocí úhloměru v rozmanitých polohách úhly:
55°, 38°, 142°, 200°, 300°.

246. Podobně sestrojte úhly:
100°, 72°, 85°, 330°, 254°.

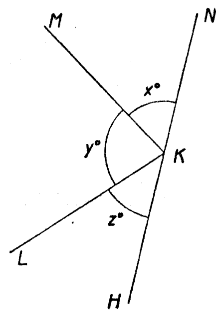
247. V obr. 8 (str. 8) změřte: $\sphericalangle ACB$, $\sphericalangle CDB$, vypuklý úhel ABD. Zapište své výsledky. Porovnávejte výsledky třídy.

248. Vypočtěte $\sphericalangle DAE$ v obr. 103.

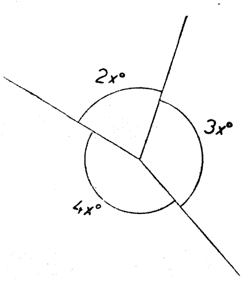
249. Narýsujte od ruky obrazec, třeba nepřesný, ve kterém vychází z bodu S za sebou šest polopřímek SA, SB, SC, SD, SE, SF tak, že $\sphericalangle ASB = 43°$, $\sphericalangle BSC = 67°$, $\sphericalangle CSD = 70°$, $\sphericalangle DSE = 59°$, $\sphericalangle ESF = 51°$. Zapište velikosti úhlů do svého obrazce. Rozhodněte počtem nejdříve, zdali by při přesném rýsování čára ASD byla přímá, potom zdali by čára BSE byla přímá, konečně zdali by čára CSF byla přímá.



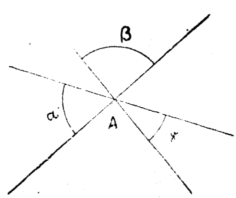
Obr. 104.



Obr. 105.



Obr. 106.



Obr. 107.

Úlohy 250 až 255 řešte napřed počtem, potom sestrojte pomocí úhloměru přesný obrazec.

Úlohy 250 až 252 se vztahují k obr. 104 (str. 65). Čára ACB je přímá.

250. Když $y = 72$, kolik je x?

251. Když $x = 134$, kolik je y?

252. Když $x = 2y$, kolik je y?

Úlohy 253 až 255 se vztahují k obr. 105 (str. 65). Čára HKN je přímá.

253. Když $x = 52$ a $y = 62$, kolik je z?

254. Když $y = z = 57$, kolik je x?

255. Když $y = z = 2x$, kolik je x?

256. Když máte obrazec podobný jako obr. 105, ale nevíte, zda čára HKN je přímá, co o tom můžete říci, když naměříte $x = 40$, $y = z = 70$? Co když naměříte $x = 30$, $y = 85$, $z = 75$?

257. V obr. 106 najděte, kolik je x.

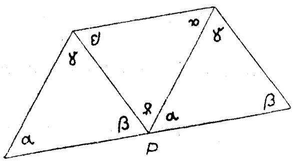
258. V obr. 107 jsou tři přímky, procházející bodem A. Najděte α, když $\beta = 72°$, $\gamma = 36°$.

259. V obr. 107 je $\alpha = 4x°$, $\beta = 5x°$, $\gamma = 3x°$. Najděte x.

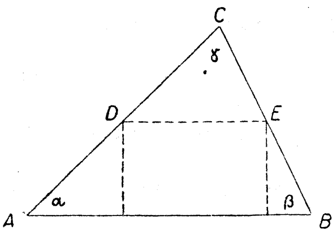
§ 20. Součet úhlů v trojúhelníku.

Vezměte list papíru a dvakrát jej přeložte, abyste měli trojí papír nad sebou. Na vrchním papíře si narýsujte libovolný trojúhelník a vystřihněte. Dostanete tři úplně stejné (shodné) trojúhelníky. Označte jejich úhly tak, že v původní poloze by byly tři α nad sebou, tři β nad sebou a tři γ nad sebou. Položte (viz obr. 108) všecky tři trojúhelníky vedle sebe tak, aby určitý bod P byl vrcholem úhlu α prvního trojúhelníka, úhlu β druhého trojúhelníka a úhlu γ třetího trojúhelníka. Jaký úhel $\alpha + \beta + \gamma$ vám vznikne při vrcholu P?

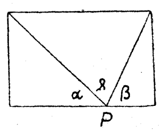
Narýsujte si na list papíru trojúhelník ABC (dosti veliký). Na rub poznamenejte značky α, β a γ pro úhly. Najděte střed D strany AC a střed E strany BC. Přeložte papír podél úseček čárkovaných v obr. 109a, takže dostanete obr. 109b. Jaký úhel $\alpha + \beta + \gamma$ vám vznikl při vrcholu P?



Obr. 108.



Obr. 109a.



Obr. 109b.

Změřte úhloměrem úhly trojúhelníka ABC v obr. 8 (str. 8) a výsledky sečtěte. Opakujte s trojúhelníkem BCD v obr. 8 (str. 8).

Pamatujte: Součet všech tří úhlů trojúhelníka je roven $180°$ ($= 2R$).

Trojúhelník je ostroúhlý, když všecky tři jeho úhly jsou ostré. Trojúhelník je pravoúhlý, když jeden jeho úhel je pravý. Trojúhelník je tupoúhlý, když jeden jeho úhel je tupý. Společný název pro trojúhelníky ostroúhlé a tupoúhlé je: trojúhelníky kosoúhlé. Proč?

Proč má každý trojúhelník aspoň dva úhly ostré?

Pamatujte: Součet obou ostrých úhlů pravoúhlého trojúhelníka je roven $90°$ ($= R$). Dva úhly, které mají součet $90°$, se jmenují **doplňkové úhly.** Co to byly výplňkové úhly?

Naučte se psát ještě čtyři řecká písmena: ε (čteme epsilon), φ (čteme fi), ψ (čteme psi), ω (čteme omega).

Cvičení k § 20.

260. Zapište do slovníčka: Doplňkové úhly. Ostroúhlý trojúhelník. Tupoúhlý trojúhelník. Kosoúhlé trojúhelníky.

261. Napište dva řádky písmen ε, dva řádky písmen φ, dva řádky písmen ψ a dva řádky písmen ω.

262. Pravoúhlý trojúhelník má jeden úhel
a) $54°$; b) $39°$; c) $80°$; d) $27°$; e) $36°$.
Jmenujte velikost druhého ostrého úhlu.

263. Jmenujte velikost třetího úhlu trojúhelníka, když dva úhly jsou
a) $52°, 68°$; b) $112°, 36°$; c) $8°, 3°$; d) $90°, 47°$.

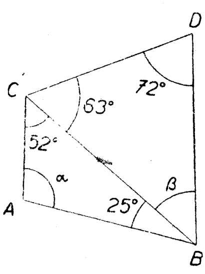
264. Řekněte, může-li trojúhelník míti tyto úhly:
a) $45°, 65°, 80°$; b) $43°, 64°, 73°$; c) $95°, 95°, x°$.

265. Najděte x, když úhly trojúhelníka jsou
a) $x°, 2x°, 3x°$;
b) $3x°, 4x°, 5x°$.

266. Najděte x, když úhly trojúhelníka jsou
$x°, (x + 35)°, (x + 25)°$.

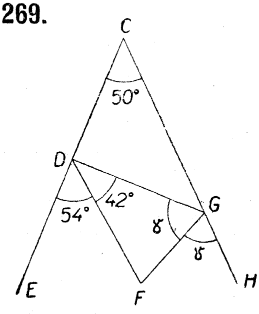
267. V trojúhelníku ABC je úhel α větší než $\beta + \gamma$. Může trojúhelník býti ostroúhlý?

268.



Obr. 110.

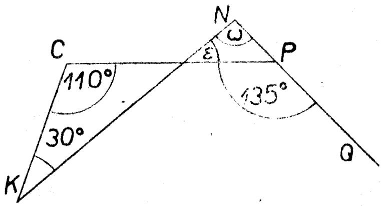
269.



Obr. 111.

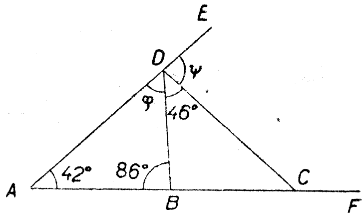
V úlohách 268 až 271 máte vypočíst, jak velké jsou úhly označené řeckými písmeny. Rýsujte vždy sami svůj obrazec od ruky. (Nemusí býti přesný, ale ať je úpravný.)

270.



Obr. 112.

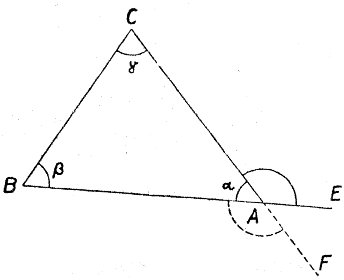
271.



Obr. 113.

§ 21. Vnější úhly trojúhelníka.

Narýsujte si trojúhelník ABC (viz obr. 114) a úhly označte α, β, γ. Prodlužte stranu BA za bod A. Úhel CAE se jmenuje **vnější úhel trojúhelníka** ABC p ř i v r c h o l u A. Mohli jsme také místo strany BA prodloužit stranu CA za bod A (čárkováno v obr. 114). Tím bychom místo $\sphericalangle CAF$ dostali $\sphericalangle BAF$. Ale ty dva úhly jsou stejné. Proč?



Obr. 114.

Úhly α a $\sphericalangle CAE$ jsou vedlejší. Tedy jsou výplňkové, takže

$$\sphericalangle CAE = 180° - \alpha.$$

Ale my víme, že $\alpha + \beta + \gamma = 180°$, takže

$$\beta + \gamma = 180° - \alpha.$$

Porovnejte oba výsledky.

Pamatujte: V n ě j š í ú h e l t r o j ú h e l n í k a s e r o v n á s o u č t u o b o u p r o t ě j š í c h ú h l ů v n i t ř n í c h. Mnohé úlohy se řeší rychleji, když se užije pravidla o vnějším úhlu než kdyby se užilo pravidla $\alpha + \beta + \gamma = 180°$.

Cvičení k § 21.

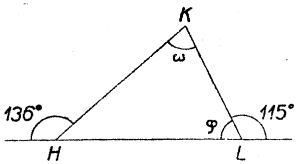
272. Zapište do slovníčka: Vnější úhly trojúhelníka.

273. Trojúhelník CDE má při vrcholu C úhel 32°. Jaký má úhel při vrcholu D, když v n ě j š í úhel při vrcholu E je

a) 100°? b) 85°? c) 136°?

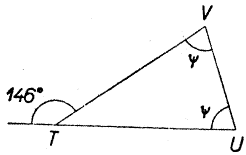
V úlohách 274 až 278 máte vypočíst úhly označené řeckými písmeny. Rýsujte vlastní obrazce od ruky.

274.



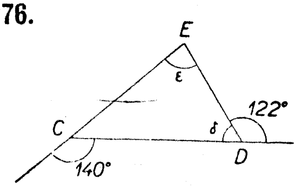
Obr. 115.

275.



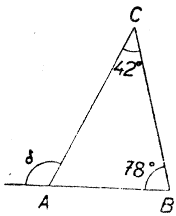
Obr. 116.

276.



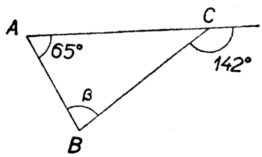
Obr. 117.

277.

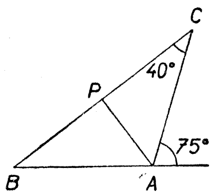


Obr. 118.

278.



Obr. 119.



Obr. 120.

279. V obr. 120 je $AP \perp BC$. Vypočtěte $\sphericalangle PAB$.

§ 22. Euklidovské konstrukce.

Geometrie je velmi stará věda. Všecko, čemu se budete v geometrii učit až do kvinty, bylo známo už ve starověku. Byli to staří Řekové, kteří vybudovali geometrii v soustavnou vědu. Již kolem roku 300 př. Kr. vydal **Euklid** (vlastně **Eukleides**) soustavnou učebnici geometrie pod názvem **Základy** (řecky **Stoicheia**). Tato kniha vyšla pak v nesčetných vydáních a může se v tomto ohledu srovnávati i s biblí. I nejmodernější geometrické bádání navazuje přímo na Euklida.

Staří Řekové nerýsovali tužkou na papír, nýbrž buďto kreslili své obrazce do jemného písku nebo je ryli do vosku. S tím souvisí, že při konstrukcích, které jsou popsány u Euklida, se neužívá dvou pravítek. Budeme říkat **euklidovská konstrukce** takové konstrukci, při které se užívá pouze dvou základních úkonů:

(1) spojit dva body přímkou,

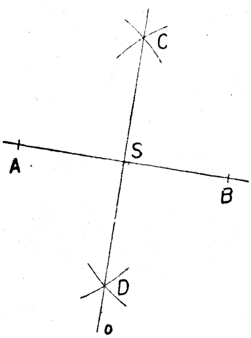
(2) narýsovat kružnici, je-li dán střed a poloměr.

V tomto odstavci se naučíme řešit některé jednoduché úlohy euklidovsky.

K takovým euklidovským konstrukcím pohodlně dospějeme studiem **osové souměrnosti.**

Vezměte list papíru a přeložte jej podél přímky, kterou označte *o*. Budeme jí říkat osa souměrnosti. Rozevřete papír a položte jej třeba tak, aby osa *o* byla svislá. Napravo od *o* si narýsujte výjimečně inkoustem několik bodů a čar a chcete-li, třeba také několik menších kaněk. Nyní papír znovu přeložte, aby se vám inkoust přetiskl i nalevo od *o*. Po opětném rozevření papíru máte dva obrazce souměrné vzhledem k ose *o*.

Vezměte nový list papíru a opět jej přeložte podél přímky *o*. V přeložené poloze papír na jednom místě propíchněte a pak rozevřete. Vzniknou vám dva body A a B (položené souměrně vzhledem k *o*). Veďte úsečku AB. Vidíte, že přímka *o* je kolmá k AB a že prochází středem S úsečky AB. Říkáme, že *o* je **osa úsečky** AB. Nejenom bod S, nýbrž každý bod osy *o* je stejně vzdálen od A jako od B. Ty body papíru, které nejsou na ose *o*, nejsou stejně vzdáleny od A jako od B. Ty body, které jsou na stejnou stranu od *o* jako je bod A, jsou blíže k A než k B; ty body, které jsou na stejnou stranu od *o* jako je bod B, jsou dále od A než od B.

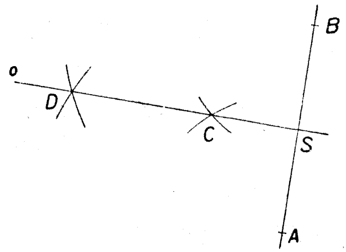


Obr. 121.

Zvolte si nyní úsečku AB v sešitě. Chceme sestrojit její osu *o*. Jak to provedeme? Protože *o* je přímka, stačí najít dva její body. Odměříme kružítkem libovolnou, jen ne příliš malou délku r. Opíšeme s poloměrem r kružnici nejprve ze středu A, potom ze středu B. Tyto dvě kružnice se protnou (viz obr. 121) v bodech C a D. Vzdálenost $\overline{AC}$ je rovná r; také $\overline{BC} = r$. Tedy bod C je stejně daleko od A jako od B a proto leží na *o*. Podobně také D je stejně daleko od A jako od B a také leží na *o*. Tedy spojnice CD je hledaná osa úsečky AB. Tím jsme se naučili euklidovské konstrukci osy úsečky. Přemýšlejte, jak velká musí býti délka r, aby se obě pomocné kružnice opravdu proťaly.

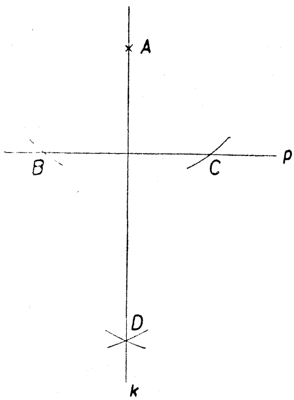
Chceme-li, aby naše konstrukce byla opravdu přesná, musíme volit r o dost větší než $\frac{1}{2}\overline{AB}$. Proč?

Může se stát, že úsečka AB je blízko kraje papíru. Potom by hořejší postup nedal osu o dosti přesně. Pak postupujeme trochu jinak, ale podle stejných zásad. Viz obr. 122. Popište sami konstrukci a proveďte ji v sešitě.

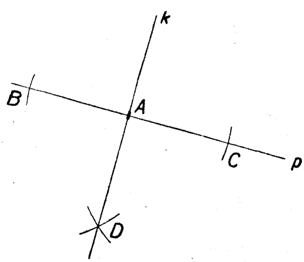


Obr. 122.

Protože střed S úsečky AB je v průsečíku přímky AB s osou o, umíme už také **euklidovskou konstrukci středu úsečky.** Jak byste rozdělili euklidovsky úsečku na čtyři stejné díly? Jak na osm? Rozdělit euklidovsky úsečku na jiný počet stejných dílů, třeba na tři nebo na pět, budeme se učit až ve vyšších třídách.



Obr. 123.



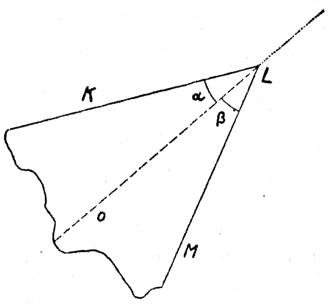
Obr. 124.

Zvolte si přímku p a mimo ni bod A. **Sestrojíme euklidovsky kolmici spuštěnou s bodu A na přímku p.** Opišme ze středu A kružnici s poloměrem libovolným, ale dosti velkým. Tato kružnice protne (viz obr. 123) přímku p ve dvou bodech B a C. Bod A je stejně vzdálen od B jako od C (proč?), tedy A leží na ose úsečky BC. Ale osa k úsečky BC stojí kolmo na přímce BC, t. j. na přímce p. Tedy žádaná kolmice k je osa úsečky BC. Protože už jeden bod A přímky k známe, stačí si opatřiti ještě jeden bod D (viz obr. 123) přímky k. Jak to uděláme?

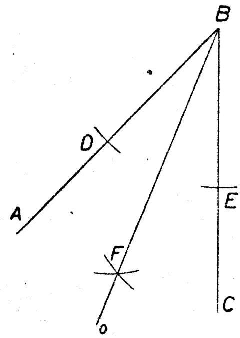
Konstrukce, kterou jsme právě prováděli, dá se beze změny provésti i když bod A leží na přímce p. Tedy dovedeme také **sestrojiti euklidovsky kolmici vztyčenou v bodě A k přímce p** (viz obr. 124).

V § 18 jsme se naučili **sestrojit úhel, který má jedno rameno dáno a který je roven danému úhlu.** To byla také euklidovská konstrukce.

Narýsujte si na listu papíru úhel KLM a vystřihněte si jej (viz obr. 125). Nyní přeložte papír tak, aby se obě ramena kryla. Polopřímka o, podél které jsme přeložili papír, jmenuje se **osa úhlu KLM.** Polopřímka o rozdělí $\sphericalangle KLM$ na dva úhly α a β. Protože můžeme papír přeložit tak, že úhly α a β se kryjí, jest $\alpha = \beta$, tedy **sestrojit osu úhlu znamená ten úhel rozpůlit.**



Obr. 125.



Obr. 126.

Prodloužíme-li polopřímku o za bod L, dostaneme polopřímku p (tečkovanou v obr. 125). Je to osa vypuklého úhlu KLM.

Sestrojte si v sešitě úhel ABC. Provedeme **euklidovskou konstrukci osy úhlu** ABC (viz obr. 126). Opišme s libovolným poloměrem kružnici ze středu B, která protne ramena daného úhlu v bodech D a E (viz obr. 126). Kdybychom přeložili papír podél hledané osy o, kryla by se polopřímka BA s polopřímkou BC. Protože je $\overline{BD} = \overline{BE}$, kryl by se bod D s bodem E. Tedy přímka, na které leží hledaná polopřímka o, je osa úsečky DE. Protože jeden bod osy už známe (který?), stačí nalézti ještě jeden její bod F. Jak se to provede? (Viz obr. 126.)

Je zajímavé si všimnout, že konstrukce, které jsme se právě naučili, dá se provést i když daný úhel je přímý. Tím dostaneme znovu jednu konstrukci, kterou jsme už dříve provedli. Kterou?

Máme-li sestrojit euklidovsky k přímce p rovnoběžku bodem A, můžeme to provésti tak, že spustíme euklidovsky kolmici q s bodu A na přímku p a potom vztyčíme euklidovsky kolmici r v bodě A k přímce q. Přímka r je žádaná rovnoběžka. Jsou jednodušší euklidovské konstrukce rovnoběžky, ale ty nejsou založeny na osové souměrnosti a budeme je probírat až ve vyšších třídách.

Jak byste sestrojili euklidovsky úhel 90°? Jak úhel 45°? Jak úhel 135°? Jak úhel $22\frac{1}{2}$°?

Víme už, že dva trojúhelníky ABC a DEF, které mají stejně dlouhé strany, jsou **shodné**, t. j. že se dají položit na sebe tak, že se kryjí. Ovšem ale jen ty strany se mohou krýt, které jsou stejně dlouhé.

Narýsujte si do sešitu nejdříve r ů z n o s t r a n n ý t r o j ú h e l n í k DEF, třeba tak, aby bylo

$$\overline{DE} = 5 \text{ cm}, \quad \overline{DF} = 4 \text{ cm}, \quad \overline{EF} = 33 \text{ mm}.$$

Pak si narýsujte na list papíru trojúhelník ABC se stranami

$$\overline{BC} = 5 \text{ cm}, \quad \overline{AC} = 4 \text{ cm}, \quad \overline{AB} = 33 \text{ mm}.$$

Trojúhelníky ABC a DEF jsou shodné. Vystřihněte trojúhelník ABC a položte jej na trojúhelník DEF. Jde to jen jediným způsobem. Říkejte, který vrchol se s kterým kryje.

Nyní si narýsujte do sešitu r o v n o r a m e n n ý t r o j ú h e l n í k DEF třeba tak, aby bylo

$$\overline{DE} = \overline{DF} = 45 \text{ mm}, \quad \overline{EF} = 3 \text{ cm}.$$

Co je základna? Co jsou ramena? Na list papíru narýsujte shodný trojúhelník ABC se stranami

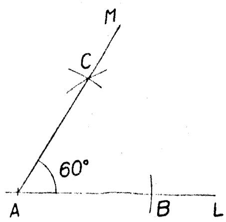
$$\overline{BC} = \overline{AC} = 45 \text{ mm}, \quad \overline{AB} = 3 \text{ cm}.$$

Vystřihněte trojúhelník ABC. Kolikerým způsobem můžete položit ABC na DEF? Jmenujte oba způsoby. S úhlem DEF se jednou kryje úhel při vrcholu A, podruhé úhel při vrcholu B trojúhelníka ABC. Tedy tyto dva úhly jsou stejné.

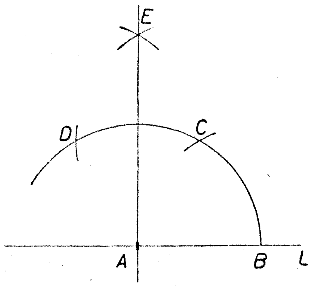
Pamatujte: O b a ú h l y p ř i z á k l a d n ě r o v n o r a m e n n é h o t r o j ú h e l n í k a j s o u s t e j n é.

Konečně si narýsujte do sešitu rovnostranný trojúhelník DEF třeba se stranou 4 cm, a na list papíru shodný rovnostranný trojúhelník ABC. Vystřihněte trojúhelník ABC. Nyní můžete položit ABC na

DEF šesterým způsobem. Můžeme položit trojúhelník *ABC* na *DEF* tak, že se s $\sphericalangle DEF$ kryje libovolný úhel trojúhelníka *ABC*. Tedy všecky tři úhly trojúhelníka *ABC* jsou stejné. Umíte vypočítat, jak veliké musí být?



Obr. 127.



Obr. 128.

Pamatujte: Každý vnitřní úhel rovnostranného trojúhelníka má velikost 60°.

Zvolte si v sešitě libovolnou polopřímku *AL*. **Sestrojíme euklidovsky $\sphericalangle LAM = 60°$ s jedním ramenem daným.** Stačí zvolit bod *B* na polopřímce *AL* a sestrojit rovnostranný trojúhelník nad stranou *AB*. V obr. 127 je jen jedno řešení dané úlohy. Je ještě jedno řešení?

Úhel 120° můžeme sestrojit buďto jako vedlejší úhel k úhlu 60° nebo jako dvojnásobek úhlu 60°. Jak sestrojíte úhel 30°? Jak úhel 150°? Jak úhel 15°?

V obr. 128 je naznačena **euklidovská konstrukce kolmice vztyčené v bodě *A* k přímce *AL*,** založená na vztahu

$$90° = 60° + 30°.$$

Vyložte sami. Která konstrukce kolmice vztyčené v bodě k přímce se vám líbí lépe? (Viz obr. 124 a obr. 128.) Ve vyšších třídách poznáte ještě jiné euklidovské konstrukce kolmic.

Cvičení k § 22.

280. Zapište do slovníčka: Osová souměrnost. Osa úsečky. Osa úhlu. Euklidovské konstrukce.

Slovní výklad žádaný v úlohách 281 až 286 si ulehčete tím, že současně rýsujete obrazec od ruky.

281. Popište euklidovskou konstrukci osy úsečky.

282. Popište euklidovskou konstrukci kolmice vztyčené k přímce *p* v jejím bodě *A*.

283. Popište euklidovskou konstrukci kolmice spuštěné na přímku p s bodu B.

284. Popište euklidovskou konstrukci rozpůlení úhlu.

285. Popište euklidovskou konstrukci úhlu 60°.

286. Popište euklidovskou konstrukci úhlu 30°.

287. Zvolte úsečku AB dlouhou 4 cm a sestrojte euklidovsky čtverec nad stranou AB.

288. Zvolte úsečku AB dlouhou 5 cm a sestrojte euklidovsky obdélník $ABCD$ takový, aby bylo $\overline{BC} = \frac{1}{2}\overline{AB}$.

289. Zvolte úsečku AB dlouhou 5 cm a sestrojte euklidovsky čtverec $ACBD$. (Čím je úsečka AB?)

290. Zvolte si trojúhelník EFG a sestrojte osy všech tří stran. Protínají se vám v jednom bodě?

291. Zvolte si trojúhelník HKL a sestrojte osy všech tří úhlů. Protínají se vám v jednom bodě?

292. Zvolte si kružnici a na ní tři body A, B a C. Sestrojte osy úseček AB a AC. Protínají se vám ve středu dané kružnice?

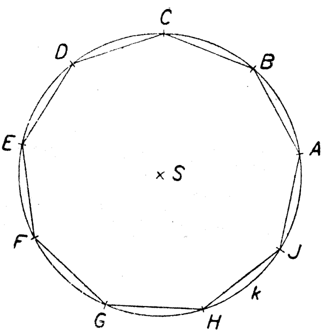
293. Kolik os souměrnosti má obdélník? Jakou mají polohu?

294. Kolik os souměrnosti má čtverec? Jakou mají polohu?

295. Písmeno **A** má svislou osu souměrnosti, písmeno **B** má vodorovnou osu souměrnosti. Hledejte všecka písmena souměrná: (1) podle svislé osy, (2) podle vodorovné osy, (3) i podle svislé i podle vodorovné osy.

§ 23. Pravidelné mnohoúhelníky.

Zvolte si body S a A. Při otáčení kolem bodu S vytvoří bod A kružnici k. Mysleme si kružnici k vytvořenu třeba otáčením doleva. Při otočení o plný úhel se opíše celá kružnice k. Rozdělme si plný úhel třeba na devět stejných otočení. Jest $360 : 9 = 40$, tedy velikost každého z těch otočení je 40°. Provedeme-li tedy za sebou devět otočení doleva o 40°, vrátí se bod A přes polohy B, C, D, E, F, G, H, I zpět (viz obr. 129)do původní polohy A. Sestrojte si bod B tak, že nanesete $\sphericalangle ASB = 40°$ pomocí úhloměru. Při otočení o 40° přejde úsečka AB do polohy BC. Tedy je $\overline{AB} = \overline{BC}$ a obecně

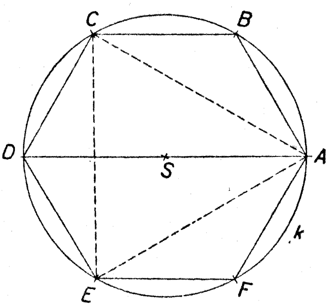


Obr. 129.

$$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EF} = \overline{FG} = \overline{GH} = \overline{HI} = \overline{IA}.$$

Proto, když už bod B máme, dostaneme postupně další body C, D atd. pohodlněji bez úhloměru, vezmeme-li do kružítka délku $\overline{AB}$. Učiňte to a spojte AB, BC atd. jako v obr. 129. Dostanete pravidelný devítiúhelník $ABCDEFGHI$. Je **vepsán** do kružnice k a kružnice k je mu **opsána.** (Kde jsme už mluvili o opsané kružnici?)

Obecně mluvíme o **pravidelném mnohoúhelníku.** Pravidelný trojúhelník a pravidelný čtyrúhelník jsou nám už dobře známy, ale mají jiná jména. Jaká?



Obr. 130.

Zajímavý je **pravidelný šestiúhelník** $ABCDEF$ (v obr. 130). Protože $360 : 6 = 60$, můžeme konstrukci provádět euklidovsky (viz obr. 127). Trojúhelník ASB je zde rovnostranný. Proto: Strana pravidelného šestiúhelníka se rovná poloměru kružnice opsané a sestrojujeme jednoduše tak, že poloměr naneseme na kružnici šestkrát za sebou. Proveďte to. Pozorujete, že čára ASD je přímá. Vyložte proč.

Tedy tři úhlopříčky AD, BE, CF jsou tak dlouhé jako průměr opsané kružnice. Mimoto má náš šestiúhelník ještě šest kratších úhlopříček. Tři z nich jsou vyčárkovány v obr. 130 a tvoří rovnostranný trojúhelník vepsaný do kružnice k. Jmenujte ostatní tři úhlopříčky.

Cvičení k § 23.

296. Zapište do slovníčka: Pravidelný mnohoúhelník.

297. Zvolte úsečku AB dlouhou 42 mm a sestrojte pravidelný šestiúhelník $ABCDEF$. Proveďte oboje řešení.

298. Zvolte úsečku AD dlouhou 74 mm a sestrojte pravidelný šestiúhelník $ABCDEF$.

299. Do kružnice s poloměrem 5 cm vpište rovnostranný trojúhelník ACE. Změřte délky stran a porovnejte výsledky třídy.

300. Do kružnice s poloměrem 36 mm vpište euklidovsky pravidelný osmiúhelník.

301. Do kružnice s poloměrem 54 mm vpište euklidovsky pravidelný dvanáctiúhelník.

§ 24. Některá tělesa.

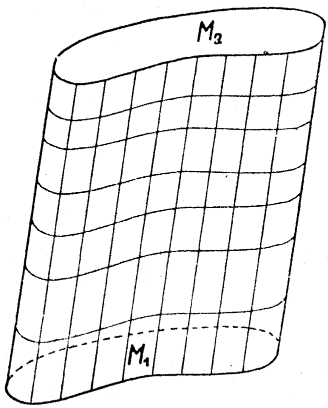
Kvádr je zvláštním případem kolmého hranolu (viz obr. 50 na str. 39). Mysleme si dán libovolný mnohoúhelník M_1 (třeba ve vodorovné rovině). Budiž A jeden vrchol mnohoúhelníka M_1 a budiž dána úsečka AF kolmá k rovině mnohoúhelníka M_1 (tedy svislá, je-li ta rovina vodorovná). Myslíme-li si, že z každého bodu mnohoúhelníka M_1 (uvnitř i na obvodě) vychází taková úsečka, stále kolmá na rovinu mnohoúhelníka M_1, stále stejně dlouhá (a stále na jedné straně od roviny mnohoúhelníka), tu všecky ty úsečky vyplní těleso, které se jmenuje **kolmý hranol.** Krajní body všech těch úseček vyplní jednak mnohoúhelník M_1, jednak ještě jeden mnohoúhelník M_2. Z mnohoúhelníka M_1 dostaneme M_2 posunutím, jímž se vrchol A dostane do polohy F. Proto jsou mnohoúhelníky M_1 a M_2 shodné. Říkáme jim **podstavy** (nebo **podstavné stěny**) hranolu. Vedle obou podstav má hranol ještě **pobočné stěny,** které mají tvar obdélníka; z každé strany mnohoúhelníka M_1 vychází jedna pobočná stěna. Z každého vrcholu mnohoúhelníka M_1 vychází jedna **pobočná hrana.** Všecky pobočné hrany jsou stejně dlouhé a jsou mezi sebou rovnoběžné (jsou svislé, je-li rovina mnohoúhelníka vodorovná). Vzdálenost rovin obou podstav se jmenuje **výška** kolmého hranolu; délka všech pobočných hran je rovna výšce hranolu. Je-li M_1 obdélníkem, je kolmý hranol kvádrem.

Kosý hranol vznikne tak jako kolmý hranol, jenomže úsečka AF není kolmá k rovině mnohoúhelníka M_1 (je šikmá, je-li ta rovina vodorovná). Také u kosého hranolu jsou obě podstavy M_1 a M_2 shodné a všecky pobočné hrany jsou stejně dlouhé a rovnoběžné. Výška kosého hranolu je menší nežli délka pobočných hran. Pobočné stěny kosého hranolu nejsou obdélníky; jsou to tak zvané rovnoběžníky. U rovnoběžníka jsou každé dvě protější strany stejně dlouhé a rovnoběžné; ale sousední strany rovnoběžníka nemusí tvořiti pravý úhel. Rovnoběžník vidíte v obr. 41 na str. 32; budeme jej podrobně studovati ve vyšších třídách.

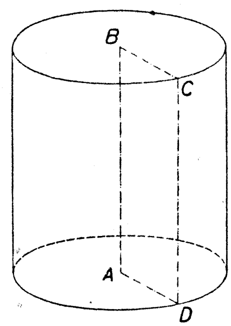
Je-li podstava M_1 na př. trojúhelník, mluvíme o **trojbokém** hranolu; podobně máme hranoly **čtyrboké, pětiboké** atd.

Je-li M_1 (a tedy také M_2) pravidelný mnohoúhelník, pak kolmý hranol s podstavou M_1 se jmenuje **pravidelný hranol.** Tedy pravidelný hranol je vždycky kolmý.

Nyní si promluvíme o jehlanech (viz obr. 49 na str. 38). Budiž dán zase mnohoúhelník M_1 (třeba zase ve vodorovné rovině) a dále budiž dán bod F, který neleží v rovině mnohoúhelníka M_1 (třeba nad touto rovinou). Myslíme-li si bod F spojen úsečkami se všemi body mnohoúhelníka M_1 (uvnitř i na obvodě), tu všecky ty úsečky vyplní těleso, kterému říkáme **jehlan.** M_1 je podstava (neboli podstavná stěna) jehlanu; ostatní stěny se jmenují pobočné stěny; jsou to trojúhelníky. Bod F, jakož i všecky vrcholy podstavy jsou vrcholy našeho tělesa. Ale rčením vrchol jehlanu rozumíme zpravidla bod F;



Obr. 131.



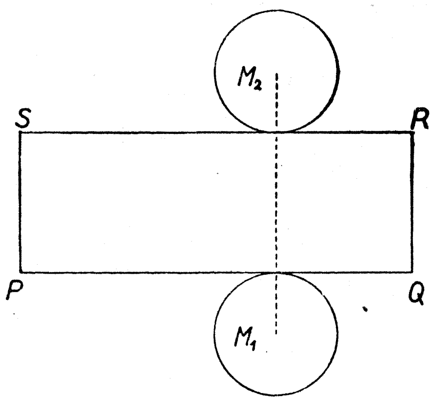
Obr. 132.

pro rozlišení od vrcholů podstavy se také může bodu F říkati temeno jehlanu. Kolmice spuštěná s bodu F na rovinu podstavy protne tuto rovinu v bodě, který označme S. Úsečce SF a také její délce $\overline{SF}$ se říká výška jehlanu. Bod S je pata výšky. **Pravidelný jehlan** je takový jehlan, u kterého podstava je pravidelný mnohoúhelník a mimoto pata výšky je středem kružnice podstavě opsané. Jehlan je trojboký, čtyrboký atd., je-li podstava trojúhelník, čtyrúhelník atd.

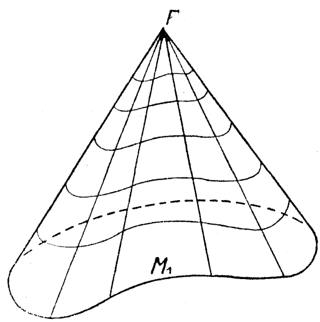
Trojboký jehlan se také nazývá **čtyrstěn** (viz obr. 48 na str. 38). Čtyrstěn můžeme považovati čtverým způsobem za jehlan, neboť kteroukoli ze čtyř stěn můžeme považovati za podstavu. **Pravidelný čtyrstěn** je takový, jehož každá stěna je rovnostranný trojúhelník. Pravidelný čtyrstěn patří mezi pravidelné trojboké jehlany.

Na začátku tohoto paragrafu bylo popsáno, jak z mnohoúhelníka M_1 vznikne kolmý nebo kosý hranol. Když M_1 neznamená mnohoúhelník, nýbrž část roviny omezenou nějakou křivou čarou, vznikne z M_1 docela stejným způsobem těleso, které se jmenuje **válec** (viz obr. 131). Také válec je buďto kolmý nebo kosý. Povrch válce se skládá ze dvou shodných podstav a z **pláště**. Plášť je zakřivená plocha, která se neskládá z rovných stěn. Co je to výška válce?

Jsou-li podstavy válce kruhy, je to **kruhový** válec. Kolmý kruhový válec (viz obr. 132) se také jmenuje **rotační válec,** protože vznikne rotací obdélníka kolem jedné strany; rotace je latinský název pro otáčení (rota = kolo).



Obr. 133.

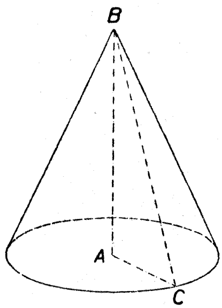


Obr. 134.

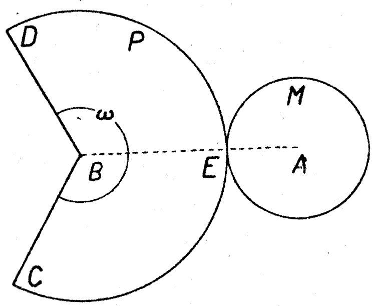
Síť rotačního válce (viz obr. 133) se skládá ze dvou kruhů M_1, M_2 (podstav) a z obdélníka $PQRS$, který tvoří síť pláště. Z obdélníka $PQRS$ dostaneme plášť válce, stočíme-li strany PQ a RS každou do tvaru kružnice, při čemž strany PS a QR splynou. Délka $\overline{PS} = \overline{QR}$ je výška válce. Délka $\overline{PQ} = \overline{RS}$ je délka obvodu podstavy. Pamatujte si, že obvod kružnice dostaneme (s dostatečnou přesností), násobíme-li průměr číslem $3\frac{1}{7}$.

Na str. 78 bylo popsáno, jak vznikne jehlan, je-li dána podstava M_1 (t. j. mnohoúhelník) a vrchol F. Když M_1 není mnohoúhelník, nýbrž část roviny omezená nějakou křivou čarou, vznikne z M_1 docela stejným způsobem těleso, které se jmenuje **kužel** (viz obr. 134). Povrch kužele se skládá z podstavy a z pláště. Plášť je zakřivená plocha, která se neskládá z rovných stěn. Co je to výška kužele? Bod F je vrchol (nebo temeno) kužele.

Je-li podstava kužele kruh, je to kruhový kužel. Je-li A střed podstavy kruhového kužele a je-li B vrchol kužele, je kruhový kužel kolmý nebo kosý podle toho, zda přímka AB je či není kolmá k rovině podstavy. (Tedy pouze kruhové kužele dělíme na kolmé a kosé.) Kolmý kruhový kužel (viz obr. 135) se také jmenuje rotační kužel,



Obr. 135.



Obr. 136.

protože vznikne rotací pravoúhlého trojúhelníka ABC kolem jedné odvěsny AB. Je-li C libovolný bod na obvodě podstavy, je tedy ABC pravoúhlý trojúhelník. Odvěsny mají délky

$$r = \overline{AC}, \qquad v = \overline{AB};$$

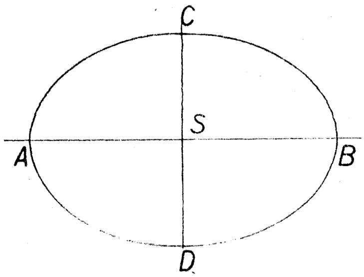
tedy r je poloměr podstavy a v je výška kužele; přepona má délku

$$s = \overline{BC},$$

která se jmenuje strana rotačního kužele.

Síť rotačního kužele (viz obr. 136) se skládá z kruhu $\mathbf{M}_1$ (podstavy) a z kruhové výseče $\mathbf{P}$, ze které dostaneme plášť kužele, stočíme-li ji tak, aby úsečky BC a BD splynuly. Délka $\overline{BC} = \overline{BD} = \overline{BE}$ je strana kužele s; úhel ω dostaneme z plného úhlu 360°, násobíme-li číslem r a výsledek dělíme číslem s (odůvodnění se nebudeme učit). V případě obrazce v učebnici je $r = 15$ mm, $s = 25$ mm, tedy ω dostaneme ze 360°, násobíme-li 15 a výsledek dělíme 25, takže $\omega = 216°$. Není-li dána strana s, nýbrž výška v, určíme si napřed s graficky (sestrojíme si pravoúhlý trojúhelník, jehož odvěsny mají délky r a v; s je délka přepony).

Budiž ϱ rovina, která neprotne žádnou podstavu rotačního válce a každá podstava budiž po jiné straně od roviny ϱ. Rovina ϱ protne plášť válce v uzavřené křivé čáře e. Je-li rovina ϱ rovnoběžná s rovinami podstav, je e kružnice, je-li s nimi různoběžná, je e tak zvaná **elipsa.** Tedy elipsa vznikne na př., nalijeme-li vody do válcové nádoby a nakloníme-li nádobu. Podobně dospějeme k elipse také u kužele. Budiž ϱ rovina taková, že celá podstava kužele je na jedné straně od ní, kdežto vrchol kužele je na druhé straně. Je-li rovina ϱ rovnoběžná s rovinou podstavy, protne plášť kužele v kružnici, je-li různoběžná, protne jej v elipse. Řekneme si zde něco o elipse, ale bez odůvodňování.



Obr. 137.

Bod S (viz obr. 137) je střed elipsy. Přímky ASB, CSD jsou osy elipsy; stojí na sobě kolmo; ASB je hlavní osa, CSD je vedlejší osa. Probíhá-li bod X elipsu, nabude vzdálenost SX své největší hodnoty, když bod X je v poloze A nebo B, a své nejmenší hodnoty, když bod X je v poloze C nebo D. Délky

$$\overline{SA} = \overline{SB} = a, \quad \overline{SC} = \overline{SD} = b$$

se jmenují poloosy elipsy; a je hlavní poloosa, b je vedlejší poloosa.

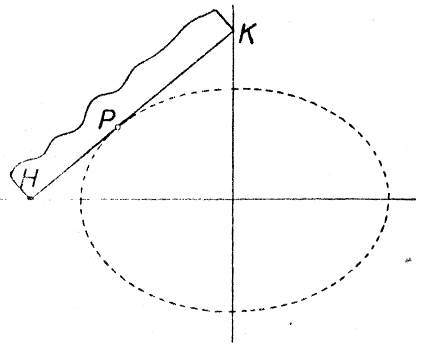
Elipsa se dá sestrojit různými způsoby. Naučíme se jednomu z nich, kterému se říká proužková konstrukce. Dá se provésti dvěma způsoby, znázorněnými v obr. 138 a 139.

Při obojím způsobu se užije přímého proužku papíru, na kterém jsou vyznačeny tři body H, K, P, a to tak, že

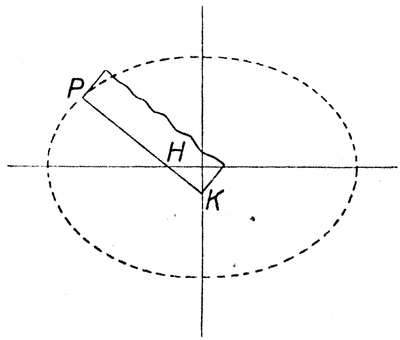
$$\overline{KP} = a, \quad \overline{HP} = b,$$

t. j. že délka $\overline{KP}$ se rovná hlavní poloose a $\overline{HP}$ vedlejší poloose (je tedy $\overline{HP} < \overline{KP}$). Při prvém způsobu je bod P uvnitř úsečky HK, při druhém je P vně úsečky HK. Konstrukce spočívá v tom, že pohybujeme proužkem tak, že bod H leží stále na hlavní ose a bod K na vedlejší ose; bod P opisuje elipsu.

Rýsujete-li elipsu od ruky, pamatujte na to, že ASB a CSD jsou osy souměrnosti křivky, a že sledujeme-li křivku na př. od bodu C k bodu A, je stále zakřivenější.



Obr. 138.



Obr. 139.

V průmětu se obvody podstav rotačního válce jeví jako elipsy a průmět pláště je omezen úsečkami, které se těch elips dotýkají (viz obr. 132), body dotyku leží na hlavní ose. Stejně je tomu u kužele; obvod podstavy se v průmětu jeví jako elipsa a průmět vrcholu kužele leží na vedlejší ose té elipsy; průmět pláště je omezen úsečkami, které se elipsy dotýkají.

Cvičení k § 24.

302. Zapište do slovníčka: Kolmý a kosý hranol. Podstavy hranolu, pobočné stěny hranolu; podstavné a pobočné hrany hranolu. Výška hranolu. Trojboký, čtyrboký hranol atd. Pravidelný hranol. Jehlan. Podstava jehlanu, pobočné stěny jehlanu; podstavné a pobočné hrany jehlanu. Výška jehlanu. Trojboký, čtyrboký jehlan atd. Pravidelný jehlan. Čtyrstěn; pravidelný čtyrstěn. Vrchol neboli temeno jehlanu. Kolmý a kosý válec. Podstavy válce; plášť válce. Výška válce. Kruhový válec; rotační válec. Kužel. Podstava kužele; plášť kužele. Vrchol neboli temeno kužele. Výška kužele. Kruhový kužel (kolmý a kosý). Rotační kužel. Elipsa. Střed elipsy. Hlavní a vedlejší osa elipsy. Hlavní a vedlejší poloosa elipsy. Proužková konstrukce elipsy.

303. Sestrojte síť kvádru $ABCDEFGH$; $\overline{AB} = 3$ cm, $\overline{BC} = 2$ cm; $\overline{CG} =$ $= 4$ cm.

304. Sestrojte síť krychle $ABCDEFGH$; $\overline{AB} = 3$ cm.

305. Sestrojte síť kolmého trojbokého hranolu $PQRSTU$; $\overline{PQ} = 35$ mm, $\overline{PR} = 4$ cm, $\overline{QR} = 46$ mm, $\overline{PS} = 3$ cm.

306. Sestrojte síť pravidelného osmibokého hranolu; podstava je vepsána do kružnice s poloměrem 24 mm, výška 2 cm.

307. Sestrojte síť pravidelného šestibokého hranolu; délka podstavných hran 3 cm, výška $2\frac{1}{2}$ cm.

308. Sestrojte od ruky průmět nějakého

a) kolmého šestibokého hranolu;

b) kosého pětibokého hranolu.

(Neviditelné hrany čárkujte.)

309. Sestrojte síť pravidelného čtyrbokého jehlanu; délka podstavných hran 3 cm, délka pobočných hran 4 cm.

310. Sestrojte síť pravidelného šestibokého jehlanu; délka podstavných hran 3 cm, výška 3 cm.

311. Sestrojte síť jehlanu. Podstava je čtverec $ABCD$ o straně 32 mm; výška je 28 mm; pata výšky padne do bodu A.

312. Sestrojte od ruky průmět nějakého

a) trojbokého, b) čtyrbokého, c) pětibokého

jehlanu. (Neviditelné hrany čárkujte.)

313. Sestrojte síť a model rotačního válce:

a) průměr podstavy 38 mm, výška 54 mm;

b) průměr podstavy $4\frac{1}{2}$ cm, výška $3\frac{1}{2}$ cm;

c) průměr podstavy 6 cm, výška také 6 cm.

314. Sestrojte síť a model rotačního kužele:

a) poloměr podstavy 4 cm, strana 6 cm;

b) poloměr podstavy 36 mm, výška 32 mm;

c) výška 3 cm, strana 5 cm.

315. Sestrojte proužkovou konstrukcí elipsu (a je hlavní poloosa, b je vedlejší poloosa):

a) $a = 5$ cm, $b = 3$ cm; b) $a = 5$ cm, $b = 4$ cm;

c) $a = 45$ mm, $b = 37$ mm; d) $a = 45$ mm, $b = 23$ mm.

316. Narýsujte od ruky několik průmětů rotačních válců a kuželů.

§ 25. Opakování.

Cvičení A (geometrické výrazy).

317. Jak se jmenuje přímá čára na obě strany omezená, na jednu stranu omezená, neomezená? Je-li taková čára označená AB, smíme ji také označit BA?

318. Která jiná slova znamenají totéž jako slova „vzdálenost bodů U a V“?

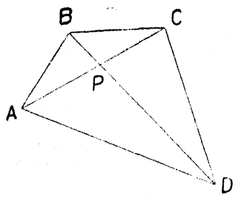
319. Jmenujte dva vrcholové úhly v obr. 140 (str. 84).

320. Čím je bod P vzhledem ke čtyrúhelníku $ABCD$ (viz obr. 140)?

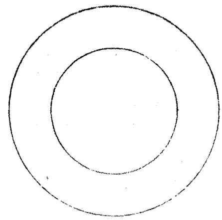
321. Jak se jmenují takové dvě kružnice, jaké vidíte v obr. 141? Jak se jmenuje plocha jimi omezená?

322. Co je to kruhová úseč? Naznačte obrazcem od ruky a potom vyložte slovy. Jak se jmenuje přímá část okraje? Co je to kruhová výseč?

323. Mnohé výrazy mají v geometrii dvojí význam. Na př. výraz „obvod trojúhelníka" může znamenat čáru, ale může také znamenat... Hledejte jiné příklady.



Obr. 140.



Obr. 141.

324. Co to znamená, když u některého obrazce v učebnici je poznámka „jednotka 1 mm"?

325. Které cizí slovo znamená „sestrojení"?

326. Čtěte: $AB \parallel CD$, $AC \perp BD$, $\overline{AD} < \overline{BC}$.

327. Jmenujte ty rovné plochy, kterým jsme dali jména. Každý druh plochy naznačte obrázkem od ruky a potom popište slovy.

328. Trojúhelníky jsme rozdělili ve tři druhy, a to dvojím způsobem; nejprve podle ..., potom podle ... Vyložte podrobně.

329. Co je to pata?

330. Jak se jmenují strany pravoúhlého trojúhelníka?

331. Co jsou doplňkové úhly? Co jsou výplňkové úhly?

332. Co znamená v geometrii slovo „síť"?

333. Jak se jmenují obrazce, kterými si v sešitě znázorňujeme krychle a jiná tělesa?

334. Co je to euklidovská konstrukce?

335. Jak se říká takovému počtu jako $7 \times 7 \times 7 = 343$ nebo $9 \times 9 \times 9 = 729$?

336. Co může být různoběžné? Co mimoběžné?

337. Jak se jmenuje přímka, ve které se protínají dvě roviny?

338. Co jsou vedlejší úhly? (Obrázek a výklad.)

339. Jak dělíme úhly podle velikosti?

340. Jak se jmenují obrazce, které se dají na sebe položit tak, že se přesně kryjí?

341. Co je to osa úsečky, co je to osa úhlu? (Obrázek a výklad.)

342. Co jsou vnější úhly trojúhelníka? (Obrázek a výklad.)

343. Mluvíme nejen o vzdálenosti dvou bodů, ale také o jiných vzdálenostech. O kterých?

344. Co jsou vrcholové úhly? (Obrázek a výklad.)

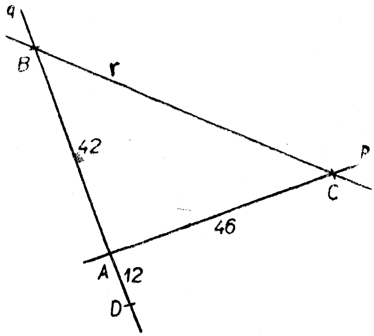
Cvičení B (vyjadřování a čtení).

345. Vyložte zřetelně, jak se zkusmo půlí úsečka. Můžete si pomáhat obrazcem od ruky, ale vyjadřujte se tak, abyste nemusil na obrazec ukazovat. Stejně i v dalším.

346. Vyložte, jak se euklidovsky půlí úsečka.

347. Vyložte, jak byste si počínal, kdybyste měl k danému trojúhelníku *DEF* sestrojit shodný trojúhelník *PQR*, při čemž bod *P* by byl předepsán.

348. Dávejte slovy návod, podle kterého by vaši spolužáci mohli rýsovat obrazec naznačený v obr. 142 (jednotka 1 mm). Jest $q \perp p$. Dávejte návod tak, aby rýsovali napřed přímku *p*, potom bod *A*, pak přímku *q*, dále bod *B*, bod *C*, bod *D* a na konec přímku *r*.



Obr. 142.

349. Opakujte úlohu 348, ale začněte přímkou *q* a pak ať následuje za sebou bod *D*, bod *B*, bod *A*, přímka *p*, bod *C* a přímka *r*.

350. Dávejte slovy návod, podle kterého by spolužáci mohli rýsovat obrazec naznačený v obr. 16 na str. 13 (jednotka 1 cm).

351. Totéž s obr. 19 na str. 13.

352. (Čtěte pomalu a postupně rýsujte.) Zvolte si přímku *p* a na ní dva body *A* a *B* vzdálené 5 cm. Bodem *A* veďte přímku *CAD* a naneste $\overline{CA} = \overline{AD} = 1$ cm. Bodem *B* veďte přímku *BE* a určete bod *E* tak, aby bylo $\overline{BE} = 2$ cm a aby úsečka *DE* neprotínala přímku *p*. Sestrojte kružnici nad průměrem *CE*.

353. Opište dvě kružnice *h* a *k* ze společného středu *S* s poloměry 3 cm (kružnice *h*) a 5 cm (kružnice *k*). Zvolte si na *k* bod *A* a veďte jím průměr, který protne *h* v bodech *B* a *C* ($\overline{AB} > \overline{AC}$). Najděte na *k* body *D* a *E* vzdálené 5 cm od *B*. Spusťte s bodu *E* kolmici na přímku *BD* a označte *P* její patu. Vztyčte v bodě *D* kolmici k přímce *AD*.

Cvičení C (přesné rýsování).

354. Propíchněte volný list papíru ve dvou bodech *A* a *B* ($\overline{AB} = 4$ cm). Na jedné straně sestrojte euklidovsky čtverec *ABCD*, na druhé straně sestrojte týž čtverec dvěma pravítky. Přesvědčte se, že poloha bodů *C* a *D* je přesně stejná na líci i na rubu.

355. Zvolte body *A*, *B* a *C* tak, aby bylo $\overline{AB} = 4$ cm, $\overline{AC} = 3$ cm, $AB \perp AC$. Sestrojte čtverec *BCDE* tak, aby nezasahoval dovnitř trojúhelníka *ABC*. Najděte patu *H* kolmice spuštěné s bodu *E* na přímku *AC*. Najděte patu *K* kolmice spuštěné s bodu *B* na přímku *EH*. Přesvědčte se, že čtyrúhelník *ABKH* je čtverec.

356. Uvnitř kružnice *k* (střed *S*) si zvolte bod *A*. Na kružnici *k* si zvolte body *B* a *C* tak, aby $\sphericalangle BAC$ byl ostrý. Bodem *A* veďte tětivy *BD* a *CE*. Přesvědčte se graficky, že součet $\sphericalangle BSC$ a $\sphericalangle DSE$ je rovný dvojnásobku $\sphericalangle BAC$.

357. Opište kružnici k ze středu S s poloměrem 25 mm. Sestrojte kružnici m s poloměrem 35 mm tak, aby procházela bodem S. Označte si A a B průsečíky kružnic k a m. Veďte přímku SPQ tak, aby bod P ležel na kružnici k a aby bod Q ležel na kružnici m. Sestrojte osu $\sphericalangle ABQ$. Prochází vám přesně bodem P?

358. Sestrojte si kružnici k a vpište do ní rovnostranný trojúhelník ABC. Na kružnici k si zvolte body D a E tak, aby bylo $\overline{AD} = \overline{BE}$ a aby šly na kružnici k za sebou popořádku body A, D, B, E a C. Přesvědčte se graficky, že součet úseček $\overline{AD}$ a $\overline{DB}$ se rovná AE.

Cvičení D (poučky).

359. Když známe průměr kružnice, jak počítáme poloměr? Jak počítáme průměr z poloměru?

360. Co víte o délkách stran trojúhelníka?

361. Když přímka p neprochází bodem A, který bod přímky p je nejblíže k bodu A?

362. Která strana pravoúhlého trojúhelníka je nejdelší?

363. Jaká je vzájemná poloha přímek kolmých k přímce p: (1) v rovině, (2) v prostoru?

364. Co víte o stranách obdélníka?

365. Co víte o úhlopříčkách obdélníka?

366. Kolik musí míti kvádr hran stejně dlouhých s danou hranou? Může jich býti více?

367. Co víte o středních příčkách obdélníka?

368. Co víte o středních příčkách čtverce?

369. Co víte o úhlopříčkách čtverce?

370. Podle kterých zásad rýsujeme průmět kvádru?

371. Kolik úhlopříček má kvádr? Co o nich víte?

372. Jak počítáte obsah obdélníka? Jak obsah čtverce?

373. Můžete počítati obsah čtverce, když změříte úhlopříčku?

374. Jak počítáte objem kvádru?

375. Jak počítáte povrch kvádru? Jak povrch otevřené krabice (bez víka)?

376. Když P je pata kolmice spuštěné s bodu A na rovinu ϱ, co víte o přímkách, které leží v rovině ϱ a procházejí bodem P?

377. Co víte o čtyřech úhlech vytvořených dvěma různoběžkami?

378. Co víte o ostrých úhlech pravoúhlého trojúhelníka?

379. Co víte o úhlech při základně rovnoramenného trojúhelníka?

380. Co víte o úhlech obecného trojúhelníka?

381. Jak se počítá vnější úhel trojúhelníka?

382. Kudy prochází osa úsečky AB? Jaký úhel tvoří s přímkou AB?

383. Co ještě víte o ose úsečky?

384. Jaké jsou úhly rovnostranného trojúhelníka?

385. Co víte o pravidelném šestiúhelníku?

386. Která rotační tělesa znáte? Jak vzniknou?

OBSAH