Jan Bílek; Eduard Čech; Karel Hruša; Vítězslav Jozífek; Karel Prášil; Karel Rakušan

Aritmetika pro třetí třídu středních škol

Státní nakladatelství učebnic, Praha, 2. vyd., 1950, 127 s.

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/501333

ARITMETIKA

PRO TŘETÍ TŘÍDU STŘEDNÍCH ŠKOL

STÁTNÍ NAKLADATELSTVÍ V PRAZE

ARITMETIKA

PRO TŘETÍ TŘÍDU STŘEDNÍCH ŠKOL

ZPRACOVALI:

Dr JAN BÍLEK, Dr EDUARD ČECH, Dr KAREL HRUŠA,
VÍTĚZSLAV JOZÍFEK, KAREL PRÁŠIL, KAREL RAKUŠAN

1950

STÁTNÍ NAKLADATELSTVÍ V PRAZE

Úvodní poznámky.

Střední škola má uspořádat v soustavu poznatky získané na národní škole, vysvětlit konkretní smysl početních výkonů a odvodit jejich základní vlastnosti.

V prvních dvou třídách počítáme s čísly kladnými racionálními, v třetí třídě rozšiřujeme číselný obor o čísla záporná a zavádíme písmena ve významu čísel.

Vyučování algebře se nemá dít isolovaně. Žáci mají poznat, že algebra je nyní jen pokračováním předcházejícího vyučování. Sami by měli přijít k názoru, jak je nutné zevšeobecňovat úvahy s určitými čísly. Proto nespěcháme s formálním výcvikem, jsouce si vědomi toho, že jeho předčasným zavedením by unikal žákům hlubší smysl pravidel a že by chápali algebru jako shluk libovolných vztahů, které nemají s předcházejícím učivem nic společného.

V počátcích algebry se soustřeďujeme na to, aby žák viděl v písmenech čísla, aby uvažoval o možnostech, jaká čísla můžeme dosadit za písmena, aby si uvědomil, že početní výkony s písmeny podléhají týmž zákonům jako výkony s čísly určitými, a aby si vždy uvědomil smysl početního výrazu.

V kapitole o vlastnostech početních výkonů opakujeme zákony probrané v nižších třídách jen příležitostně. Algebra zobecňuje platnost těchto zákonů a umožňuje, aby žák pochopil jejich pravý smysl v celé šíři.

Kapitola o vzorcích mu připomene, že algebra ho provázela již od první třídy, a osvětlí mu její význam.

Stať o rovnicích je rozdělena do dvou kapitol. První je před zápornými čísly, druhá po jejich zavedení. Také o rovnicích má žák vědět, že je řešil již od první třídy, když se na příklad ptal: pět a kolik je devět? Tehdy zpravidla tuto otázku nezapisoval matematickým zápisem: $5 + x = 9$. Zejména z počátku se vyhýbáme mechanickému převádění členů rovnice s jedné strany na druhou. Důležité je přesvědčit žáka o nutnosti zkoušky správnosti. Tento návyk má ho provázet již od první třídy.

Záporná čísla, kterým je věnována další kapitola, jsou zaváděna až tehdy, kdy je to nezbytně nutné. Doporučuje se neobcházet základní principy a neslevovat v této stati v ničem, neboť každá úleva znamená zvýšení obtíží v dalším. Čísla záporná uvádíme pouze jednoduchými praktickými příklady, a teprve když žáci porozuměli jejich smyslu, seznámíme je s formálními pravidly pro početní výkony se zápornými čísly.

Poslední kapitola je věnována mechanickému výcviku, který přichází v době, kdy je pro to žactvo již zralé. Mnohá pravidla si zkonkretisujeme geometrickým znázorněním.

Před opakováním jsou cvičení k užití tabulek. Výklad tabulek je však uveden přímo v knížce: „Matematické tabulky", která je součástí této učebnice.

Aby se žáci naučili tabulek používat, vyložíme jejich podstatu při první příležitosti na počátku roku.

Některé stati jsou tištěny petitem. Jsou důležité jako stati uváděné normálním tiskem, ale k pochopení dalšího učiva nejsou nezbytné.

V učebnici jest dost příkladů a není třeba všecky probrat. Snažili jsme se je uspořádat podle obtížnosti. Hvězdičkou označené jsou nejtěžší.

V učebnici jsou příklady s náměty z výstavby lidově demokratické republiky. Jejich úkolem je vzbudit pochopení pro práci pro celek, ozřejmit funkci čísla ve výstavbě socialismu v naší vlasti, vést k zájmu o tuto výstavbu.

Rozvrh učiva.

Září:	Opakování učiva, docvičování numerického počítání. Užití tabulek.
Říjen:	Písmena jako čísla. Naznačování početních výkonů. Početní výrazy. Dosazování. Slučování. Násobení a mocniny. Dělení.
Listopad:	Souhrnná cvičení. Závorky. Sčítání a odčítání. Změna součtu a rozdílu. Násobení. Zákon o záměně a sdružování. Změna součinu. Násobení zlomků. Zákon o roznásobení.
Prosinec:	Dělení. Úprava složitějších výrazů. Souhrnná cvičení. Vzorce.
Leden:	Řešení rovnic. Sestavování a řešení rovnic.
Únor:	Význam relativních čísel. Sčítání relativních čísel. Odčítání relativních čísel.
Březen:	Násobení relativních čísel. Zákony násobení. Dělení relativních čísel. Početní výkony se zlomky. Užití relativních čísel v rovnicích.

Duben:	Pojem mnohočlenu. Sčítání a odčítání mnohočlenů. Násobení, umocňování a dělení jednočlenů. Násobení mnohočlenu jednočlenem.
Květen:	Násobení mnohočlenů. Druhá mocnina dvojčlenu. Rozdíl čtverců. Třetí mocnina dvojčlenu. Dělení mnohočlenu jednočlenem. Rovnice s početními výrazy.
Červen:	Opakování.

Čemu se budete učit.

Každá učebnice nás seznamuje s něčím novým, s něčím, co dosud neznáme.

Po úvodní kapitole, ve které si stručně zopakujete to, čemu jste se loni naučili, seznámíte se s algebrou. Poznáte, že lze čísla zapisovat i pomocí písmen. Jak velké zjednodušení a usnadnění práce v matematice má užívání písmen, můžete poznat na tomto úkolu: Máte napsat všecky příklady na součet dvou dvojciferných čísel, tedy $10 + 10$; $10 + 11$; ...; $99 + 99$. Bylo by to 8 100 příkladů. Avšak algebraicky můžeme nejen všecky tyto příklady, ale také součet jakýchkoliv dvou čísel, zapsat jediným zápisem. Podobně je tomu při všech ostatních výkonech. Naučíte se také počítat s hodnotami menšími než nula. Uvidíte, že algebra zjednodušuje všecka pravidla, která jste dosud poznali.

Prohloubíte si vědomosti o vlastnostech početních výkonů, poznáte, jak spolu jednotlivé početní výkony souvisí a na čem jsou jejich výsledky závislé. Algebra vám umožní, abyste dobře pochopili význam a cenu vzorců.

Ani na slovní úlohy není zapomenuto. Algebra vám ukáže nové způsoby řešení slovních úloh a usnadní vám práci.

Co vám chce tato kniha dát? Má prohloubit a upevnit to, co dosud umíte, a naučit vás důkladněji porozumět všem známým početním výkonům a pravidlům. Naučí vás nejen dobře pracovat, ale také bystře a správně usuzovat a myslet.

Nespokojte se tím, že z knihy budete z hodiny na hodinu pracovat cvičení nebo opakovat to, co jste ve škole probírali. Prohlédněte si rozvrh práce a podívejte se, čemu se asi v jednotlivých měsících budete učit. Rozdělte si týdenní práci na jednotlivé dni. Učte se práci plánovat, jako plánují vaši otcové.

Nespoléhejte jen na příklady v knize. V životě se setkáváte často s čísly a nacházíte mnoho zajímavých příkladů. Je však třeba, abyste se je naučili vidět. Jen zkuste vypočítat, jaké hodnoty pomáhá vytvořit na příklad dělnice, která okopala 2 ha řepy. Z řepy bude 130 q cukru. Bez práce by řepa nevyrostla a nebylo by ani cukru. A takových příkladů je na tisíce. Všímejte si jich a přemýšlejte o nich! Jimi se naučíte porozumět, jaké hodnoty pracující člověk vytváří, naučíte se práci prospěšnou celku ctít a vážit si jí. Připravíte se tím také lépe k budování socialismu v naší vlasti.

I. OPAKOVÁNÍ.

Cvičení.

1. Krácením převeďte zlomky na základní tvar a řekněte vždy největšího společného dělitele jmenovatele i čitatele.

($\frac{12}{18} = \frac{2}{3}$; $D = 6$)

$\frac{21}{35}$; $\frac{33}{44}$; $\frac{24}{60}$; $\frac{39}{52}$; $\frac{6}{8}$; $\frac{10}{15}$; $\frac{12}{27}$; $\frac{14}{21}$; $\frac{6}{42}$; $\frac{16}{56}$; $\frac{27}{30}$; $\frac{42}{18}$.

2. Vypočítejte:

a) $\frac{1}{7} + \frac{3}{14} + \frac{1}{21} + \frac{9}{14}$; b) $\frac{1}{3} + \frac{2}{5} - \frac{11}{30} + \frac{4}{6} + \frac{2}{3}$;

c) $\frac{3}{5} + \frac{2}{3} - \frac{1}{2} - \frac{1}{6} - \frac{1}{15}$; d) $\frac{1}{5} + \frac{3}{4} - \frac{1}{6} + \frac{6}{8} + \frac{2}{3} + \frac{4}{5}$;

e) $\frac{1}{4} + \frac{2}{3} + \frac{4}{5} - \frac{2}{3} - \frac{3}{6} - \frac{11}{20}$; f) $\frac{4}{7} + \frac{2}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} - \frac{1}{2}$.

3. K rozdílu čísel $\frac{2}{3}$ a $\frac{1}{2}$ přičtěte $\frac{1}{4}$!

4. V dílně potřebovali tyč $1\frac{1}{8}$ m dlouhou. Svařili ji ze dvou kusů, z nichž první byl $\frac{3}{4}$ m dlouhý, druhý měřil $\frac{7}{8}$ m. Kolik odřezali ze svařených tyčí?

5. Z $2\frac{1}{4}$ kg povidel se za čas vypařily $\frac{3}{8}$ kg vody. Matka k nim přidala $\frac{5}{8}$ kg řídkých povidel a $\frac{1}{2}$ litru (t. j. $\frac{1}{2}$ kg) vody. Kolik vážila povidla potom?

6. Vypočítejte, kolik je:

$\frac{7}{8}$ ze $\frac{4}{5}$; $\frac{5}{6}$ z $\frac{6}{5}$; $\frac{3}{4}$ z 5; $6\frac{1}{2} \cdot 3$;

$\frac{1}{2}$ ze $\frac{3}{8}$; $\frac{3}{5}$ ze $\frac{3}{5}$; $\frac{4}{9}$ ze 45; $5\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}$.

7. Vypočítejte:

$\frac{3}{4} : \frac{5}{8}$; $3 : \frac{1}{2}$; $\frac{3}{5} : 4$; $3\frac{1}{4} : 2\frac{1}{2}$; $6 : 3\frac{1}{2}$;

$\frac{5}{6} : \frac{6}{5}$; $5 : \frac{3}{4}$; $\frac{4}{7} : 3$; $3\frac{2}{3} : 1\frac{5}{8}$; $4\frac{2}{3} : 5$.

8. Zjednodušte:

$(\frac{3}{5} + \frac{1}{3}) : \frac{2}{3}$; $(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}) \cdot \frac{1}{5} - \frac{1}{6}$;

$(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}) \cdot \frac{2}{5}$; $(\frac{1}{4} + \frac{2}{5}) : (\frac{1}{5} - \frac{1}{6})$.

9. Uveďte na tvar desetinného čísla a) rozšiřováním, b) dělením:

$5\frac{2}{5}$; $\frac{3}{20}$; $\frac{4}{25}$; $\frac{7}{125}$; $3\frac{1}{8}$.

10. Zjednodušte:

$\dfrac{\frac{5}{6}}{2}$; $\dfrac{\frac{7}{8}}{\frac{2}{3}}$; $\dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}}$; $\dfrac{3}{\frac{5}{6}}$.

11. Zjednodušte:

$$\frac{\frac{1}{3}+\frac{3}{4}}{\frac{3}{4}+2\frac{1}{2}}; \qquad \frac{2\frac{1}{2}+3\frac{1}{3}}{1\frac{1}{3}+3\frac{1}{4}}; \qquad \frac{2\frac{1}{3}-2\frac{3}{12}+3\frac{1}{4}}{\frac{5}{8}\cdot 2\frac{1}{3}};$$

$$\frac{3\frac{1}{4}:4\frac{1}{5}}{6\frac{1}{4}+3\frac{1}{2}}; \qquad \frac{\frac{3}{5}+\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}}; \qquad \frac{6\frac{1}{2}:2\frac{3}{4}}{2\frac{3}{4}\cdot 4\frac{1}{3}}.$$

12. Pokud lze, vyjádřete a) zlomkem o jmenovateli 100, b) zlomkem v základním tvaru, případně smíšeným číslem, c) desetinným číslem a d) poměrem, jakou částí základu je:

A) 25%; $33\frac{1}{3}$%; $12\frac{1}{2}$%; 75%; 5%; 4%;

B) $112\frac{1}{2}$%; 200%; 150%; $37\frac{1}{2}$%; $16\frac{2}{3}$%.

13. Vyjádřete v procentech:

a) $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{2}{5}$; $\frac{5}{5}$; $\frac{3}{8}$; $\frac{1}{40}$; $\frac{5}{8}$ základu;

b) 0,8; 0,08; 2,5; 0,045; 0,34; 0,005 základu.

14. Kolik procent je:

a) 4 Kčs ze 16 Kčs, 24 kg ze 72 kg, 140 m ze 100 m, 132 kg ze 120 kg;

b) 13 dkg z 1 kg, 5 g z 10 dkg, 45 kusů z kopy, 18 mm z 1 dm;

c) 15 bytových jednotek z plánovaných 5 bytových jednotek, 2 400 t ocele z plánovaných 1 800 t ocele?

15. Zvětšete: a) 300 o 15%; b) 250 o 30%; c) 140 o 45%; d) 400 o 8%; e) 1 200 o 8%; f) 650 o $6\frac{1}{2}$%.

16. Doplňte přehled výroby ve 4 odděleních továrny:

Odděl.	Plánováno kusů	Překročení plánu v %	Vyrobeno kusů
301	2 400	15	
302	650	2	
303	7 040	10	
304	340	5	
Dohromady			

17. Vyjádřete v procentech, případně v hodinách, o kolik byl zkrácen výrobní čas:

Plánovaný čas	Skutečný čas	Zkrácení výrobního času	
		v hodinách	v %
50 hodin		5	
48 hodin			$12\frac{1}{2}$
120 hodin	96 hodin		
252 hodin		12	
234 hodin	195 hodin		

18. Doplňte tabulku!

J	%	*r*	*ú*	*J*	%	*r*	*ú*
600 Kčs	$3\frac{1}{2}$	9 měs.		550 Kčs	4	72 dni	
1 800 Kčs	4		36 Kčs	240 Kčs	5		7,– Kčs
450 Kčs		$\frac{1}{2}$ r.	9 Kčs	500 Kčs		36 dní	2,50 Kčs
480 Kčs	2,5		14 Kčs	2 500 Kčs		54 dni	11,25 Kčs
	3	$\frac{3}{4}$ r.	18 Kčs		3	30 dní	3,– Kčs

19. Nezaměstnanost v ČSR v jednotlivých letech a měsících:

	1930	1931	1932	1933	1934	1935
I.	73 891	313 511	583 138	872 775	883 982	818 005
XII.	239 564	486 363	764 311	910 182	752 382	797 190

a) Vypočtěte změny v počtu nezaměstnaných v jednotlivých letech.

b) Vezměte za základ nezaměstnanost v lednu (v prosinci) 1930 a vyjádřete v % zvýšení nezaměstnanosti v jednotlivých letech.

c) Utvořte si sami otázky.

20. Délky dvou úseček jsou v poměru 3 : 4. První úsečka je $4\frac{1}{2}$ cm dlouhá. Narýsujte obě úsečky!

21. Výška dveří je $2\frac{1}{4}$krát větší než jejich šířka. Jsou široké 1,1 m.

a) Stanovte poměr rozměrů a vypočtěte výšku dveří!

b) Proveďte náčrt v poměru 1 : 10!

22. $\frac{3}{5}$ výšky okna se rovnají jeho šířce.

a) V jakém poměru je výška k šířce?

b) V jakém poměru je šířka k výšce?

23. Podlaha je $3\frac{1}{2}$ m široká a 6,25 m dlouhá.

a) Stanovte poměr rozměrů a vypočtěte plošný obsah podlahy!

b) Proveďte náčrt v poměru 1 : 100!

24. V jakém poměru jsou rozměry místnosti $6\frac{1}{2}$ m dlouhé, 4 m široké a 3,50 m vysoké? Velikost místnosti byste měli znázornit modelem, jehož výška je 14 cm. Jak široký a dlouhý bude model?

25. Místnost, jejíž rozměry jsou v témž poměru jako rozměry místnosti uvedené v předešlém cvičení, je 5 m široká. Vypočtěte ostatní rozměry a narýsujte náčrtek místnosti v poměru 1 : 100!

26. Podlaha v kuchyni měří 24 m². Má se k velikosti podlahy v předsíni jako 4 : 1.

a) Kolik měří podlaha v předsíni?

b) Předsíň je 2 m široká. Jak je dlouhá?

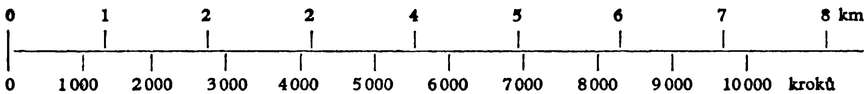
c) Načrtněte plánek předsíně v měřítku 1 : 50!

27. Jakou světelnost (poměr obsahu oken k obsahu podlahy) má místnost 6 m dlouhá a 5 m široká, která má 2 okna 1 m široká a $1\frac{3}{4}$ m vysoká? 10% plošného obsahu oken odečtěte na rámy!

28. Tyč je 6 m dlouhá. Její délka je k délce jejího stínu v poměru 3 : 4. Pod jakým úhlem dopadá světlo na tyč? Narýsujte si náčrtek v poměru 1 : 200 a úhel odměřte úhloměrem!

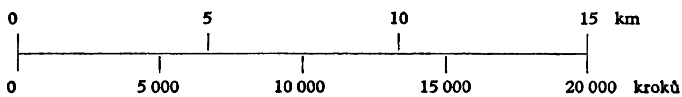
29. Z jakých map jsou tato měřítka?

Měřítko 1 : 75 000



Obr. 1a.

Měřítko 1 : 200 000



Obr. 1b.

30. Brusič válců vybrousil za 2 dni 7 válců. Kolik za týden?

31. Výměna a zabroušení ventilů do čtyrválce stojí 510 Kčs. Každý válec má dva ventily. Co stojí zabroušení a výměna 5 ventilů?

32. U dvoutaktních motorů se dává olej přímo do benzinu, a to v poměru 1 : 30. Kolik litrů oleje a kolik benzinu spotřebuje auto na 100 km, jestliže spálí $7\frac{3}{4}$ litru směsi?

33. V barelu bylo 137,2 kg benzinu hustoty 0,7. Kolik je to litrů?

34. Z A do B jelo auto takto: 15 minut rychlostí 65 km/hod, 21 minut rychlostí 40 km/hod, 6 minut rychlostí 80 km/hod, $7\frac{1}{2}$ minuty rychlostí 50 km/hod.

a) Jak daleko je z A do B?

b) Vypočtěte také průměrnou rychlost!

35. Roku 1937 se vyrobilo v ČSR 24 612 motorových vozidel, z toho 11 760 motocyklů; roku 1947 se vyrobilo 29 340 motorových vozidel, z toho 19 728 motocyklů. Vyjádřete zvýšení výroby v procentech!

36. Naše železnice, které byly okupací a válkou značně poškozeny, vykazují pozoruhodné výkony. Roku 1937, kdy naše republika měla o 2,5 milionu obyvatel více (a kdy železnice nebyly poškozeny), dopravila 256 milionů cestujících. Roku 1947 dopravily naše oslabené železnice 350 milionů osob. (Roku 1947 bylo v ČSR 12 164 000 obyvatel.) Vypočtěte, kolikrát víc cestujících připadá na 1 obyvatele roku 1947 než roku 1937!

37. Ve slovenských dílnách bylo roku 1937 provedeno 98 velkých oprav lokomotiv. Roku 1947 bylo plánováno 120 takovýchto oprav, provedeno 125.

a) O kolik procent byl překročen plán?

b) Kolikaprocentního výkonu bylo dosaženo proti roku 1937?

II. PÍSMENA VE VÝZNAMU ČÍSEL.

1. Písmena jako čísla.

1. úloha.

a) Délka obdélníku je 25 cm, jeho šířka je 20 cm. Kolik cm měří jeho obvod?

$$25 \text{ cm} + 25 \text{ cm} + 20 \text{ cm} + 20 \text{ cm} = 90 \text{ cm}.$$

Toto řešení platí pouze pro obvod daného obdélníka a neplatí pro obdélníky, které mají jiné rozměry.

b) Auto jede rychlostí 65 km za 1 hodinu (65 km/hod). Jakou vzdálenost ujede za 4 hodiny?

$$65 \text{ km} \cdot 4 = 260 \text{ km}.$$

I toto řešení platí pouze pro daný případ a neplatí pro jiné podobné případy.

c) 5 m látky bylo za 7 000 Kčs; zač byl 1 m látky?

$$7\,000 \text{ Kčs} : 5 = 1\,400 \text{ Kčs}.$$

Ani toto řešení neplatí pro jiný než daný případ.

Ze zkušenosti však víme, že obvod každého obdélníka se rovná součtu délek jeho stran. Vzdálenost, kterou ujede auto jedoucí jakoukoliv rychlostí za libovolnou dobu, rovná se vždy součinu rychlosti a doby. Cena látky se také vždy rovná podílu ze zaplacené částky a množství látky.

Chceme-li takovéto poznatky vyjádřit početně tak, aby platily pro jakýkoli možný případ, budeme užívat místo čísel písmen.*)

Vyjádřeme si hořejší případy obecně, t. j. tak, aby platily pro jakýkoli obdobný případ.

---

*) Tato písmena se v tisku zpravidla vysazují kursivou (šikmými písmeny), na rozdíl od normálního (běžného) tisku, kterému se říká antikva. Někdy se také užívá značek řecké abecedy: α, β, γ atd.

Značky měr, vah a peněz se tisknou jen antikvou. Tedy: 3 m značí 3 metry, $3m$ značí trojnásobek nějakého čísla m; 3 a značí 3 ary; $3a$ značí trojnásobek čísla a.

a) Když délka obdélníka měří a libovolných jednotek, jeho šířka b takovýchto jednotek, je jeho obvod

$$a + a + b + b,$$

což platí pro každý obdélník, nechť jsou jeho rozměry jakékoliv.

b) Je-li hodinová rychlost auta c km, doba jízdy t hodin, ujede auto za tuto dobu

$$c \cdot t \text{ (km)}.$$

To také platí pro každý obdobný případ.

c) A konečně: Když za n délkových jednotek (metrů, dm nebo cm atd.) zaplatíme b korun (nebo jiných peněžních jednotek), bude 1 délková jednotka látky za

$$b : n \text{ nebo } \frac{b}{n} \text{ korun (nebo jiných peněžních jednotek),}$$

což také platí obecně.

Písmena nám umožňují zjednodušit zápis postupu řešení různých úloh. Toto zjednodušení má velký význam nejen v matematice a ve fysice, nýbrž i v praxi.

2. úloha.

Ušel jsem:

a) dopoledne 12 km, odpoledne 8 km;
b) dopoledne 18 km, odpoledne 14 km;
c) dopoledne 15 km, odpoledne s km;
d) dopoledne r km, odpoledne 16 km;
e) dopoledne r km, odpoledne s km.

Případy a), b) již umíme řešit. V případě

a) jsem ušel $(12 + 8)$ km neboli 20 km;
b) jsem ušel $(18 + 14)$ km neboli 32 km;
c) jsem ušel $(15 + s)$ km;
d) jsem ušel $(r + 16)$ km;
e) jsem ušel $(r + s)$ km.

Odpovědi v případě c), d), e) musíme nechat v tomto tvaru. Sčítání $(15 + s)$; $(r + 16)$; $(r + s)$ nemůžeme provést, dokud nevíme, jaká čísla znamenají písmena r a s. Součet je pouze naznačen. Písmena r a s značí pouze čísla (bez pojmenování); pojmenování (km) musíme k nim připsat, jako jsme je připsali na př. u čísla 12 (12 km).

Číslům 2, 3, 4 ... říkáme **čísla určitá,** písmenům a, b, c ... ve významu čísel říkáme někdy **čísla obecná.**

Místo každého určitého čísla můžeme napsat písmeno.

2. Naznačování početních výkonů.

Pro početní výkony v algebře užíváme stejných značek jako při počítání s čísly určitými.

Pro sčítání se užívá v algebře značky + (plus), pro odčítání značky — (minus).

Pro násobení užíváme někdy značky · (tečky), ale zpravidla ji vynecháváme, zvláště mezi písmeny nebo mezi určitým číslem a písmenem. Součin čísla r s číslem 4 můžeme psát ve tvaru $4 \cdot r$ nebo $r \cdot 4$, tak jako lze napsat na př. $3 \cdot 2$ nebo $2 \cdot 3$. Nejčastěji ho však píšeme $4r$, t. j. určité číslo napřed, potom písmeno, a čteme „čtyři er". Součin čísel 4, r a v píšeme ve tvaru $4rv$; písmena řadíme zpravidla abecedně. V součinu $2 \cdot 4$ nemůžeme vynechat tečku. (Proč?) Podobně součin čísel 3 a $\frac{1}{2}$ píšeme ve tvaru $3 \cdot \frac{1}{2}$. (Co by znamenalo $3\frac{1}{2}$?)

Pro dělení užíváme dvojtečky :, častěji však zlomkové čáry —; píšeme $a : b$; $c : b$; $2 : x$ nebo $\dfrac{a}{b}$; $\dfrac{c}{b}$; $\dfrac{2}{x}$.

1. úloha.

a) Dělnice vysadily m jedlí a n smrků. Kolik stromů vysadily?

Dělnice vysadily $(m + n)$ stromů.

b) Ve třídě bylo 29 chlapců. Děvčat bylo o c méně. Kolik děvčat bylo ve třídě?

Ve třídě bylo $(29 - c)$ děvčat.

c) Délka kvádru je 4 metry, šířka r metrů, výška v metrů. Jak velký je objem kvádru?

Objem kvádru je $(4rv)$ m³.

d) Skupina x žáků odpracovala y hodin na opravě školy. Kolik hodin odpracoval průměrně jeden žák?

Jeden žák odpracoval průměrně $\dfrac{y}{x}$ hodin.

Číslo $(m + n)$ je **naznačený součet.** (Čteme „m plus n" nebo „součet čísel m, n".)

Číslo $(29 - c)$ je **naznačený rozdíl.** (Čteme buďto „dvacet devět minus c", nebo „rozdíl čísel dvacet devět a c".)

Naproti tomu $(c - 29)$ čteme buďto „c minus dvacet devět", nebo „rozdíl čísel c a dvacet devět".

Číslo $4rv$ je **naznačený součin.** (Čteme „čtyři rv" nebo „4krát součin čísel r a v".)

Číslo $\frac{x}{y}$ je **naznačený podíl.** (Čteme „x lomeno y" nebo „podíl čísel x a y".)

Cvičení.

38. Jendovi je 14 let. Kolik mu bude a) za 8 let; b) za y let?

39. Otci je 50 let. Kolik mu bylo a) před 12 lety; b) před n lety?

40. Obec se zavázala dodat 300 q brambor. O kolik brambor dodala víc, jestliže dodala a) 360 q brambor; b) p q brambor? ($p > 300$).

41. Soustružník opracuje za hodinu 3 ventily do motoru. Kolik ventilů opracuje: a) za 7 hodin; b) za n hodin?

42. Výška schodiště je: a) 12 m; b) z m; c) $5y$ m. Výška schodu je 15 cm. Kolik schodů má schodiště?

43. V slévárně splnili v lednu pracovní plán. V únoru ulili o 100 odlitků méně, v březnu ulili o 300 odlitků více než v lednu. Počet odlitků stanovený plánem označte x a zapište, kolik vyrobili v jednotlivých měsících!

44. Doly A a B byly považovány za stejně výkonné. V prvním pololetí vytěžil důl A o 30% více než měl v plánu, v druhém pololetí vytěžil 400 t uhlí nad plán. Důl B překročil v prvním pololetí těžbu o $\frac{1}{2}$ množství stanoveného plánem, v druhém pololetí vytěžil 200 t uhlí nad plán. Pololetní plánovanou těžbu označte n. Zapište těžbu každého dolu za celý rok!

45. Jendovi je 11 let, jeho tatínkovi 45 let. Kolik let bude tatínkovi, až bude Jendovi a) 14 let; b) x let; c) $y + 15$ let?

46. Kolik hodin pracoval dělník v noční směně, začal-li pracovat

a) v 10 hodin večer a skončil v 6 hodin ráno,
b) ve v hodin večer a skončil v 6 hodin ráno,
c) v 10 hodin večer a skončil v r hodin ráno,
d) ve v hodin večer a skončil v r hodin ráno?

3. Početní výrazy. Dosazování.

Co znamená $3n - 7$? Znamená to, že číslo n máme násobit třemi a od součinu máme odečíst 7. Tyto početní výkony můžeme ovšem provést teprve tehdy, když víme, jaké číslo znamená písmeno n. Říkáme, že $3n - 7$ je **početní výraz.** Každý naznačený součet, naznačený rozdíl, naznačený součin nebo podíl je početní výraz.

Početní výraz nemusí obsahovat vždy písmena. Obsahuje-li je, má určitou číselnou hodnotu teprve tehdy, když víme, jaké číslo značí písmeno ve výrazu obsažené. Když na př. ve výraze $3n - 7$ je n rovno 4, vypočteme

$$3n - 7 = 3 \cdot 4 - 7 = 12 - 7 = 5.$$

Říkáme, že jsme do výrazu $3n - 7$ **dosadili** $n = 4$. Můžeme ovšem dosadit za písmeno n také jiná čísla. Dosadíme-li $n = 6$, vyjde $3n - 7 = 11$; dosadíme-li $n = 2{,}4$, vyjde $3n - 7 = 0{,}2$; dosadíme-li $n = 3\frac{1}{3}$, vyjde $3n - 7 = 3$. Můžeme dosadit $n = 1$, nebo $n = 2$? Můžeme dosadit $n \leqq \frac{7}{3}$?*)

Početní výraz může obsahovat také více než jedno písmeno. Na př. výraz $2a + 3b$. Aby tento početní výraz měl určitou hodnotu, musíme za obě písmena a, b dosadit určitá čísla. Dosadíme-li $a = 4$; $b = 5$, vyjde

$$2a + 3b = 2 \cdot 4 + 3 \cdot 5 = 8 + 15 = 23;$$

dosadíme-li $a = 5$, $b = 4$, vyjde

$$2a + 3b = 2 \cdot 5 + 3 \cdot 4 = 10 + 12 = 22.$$

Cvičení.

47. Vyložte slovy, které početní výkony jsou naznačeny v početním výrazu, a potom dosaďte za písmena čísla uvedená v závorkách:

a) $2c + 1$ $(c = 36)$; b) $100 - 7s$ $(s = 14)$;
c) $4b - 6k$ $(b = 18;\ k = 4)$; d) $14x - 11y$ $(x = 10;\ y = 0)$.

48. Dosaďte $r = 4$, $s = 3$, $n = 8$ do výrazů:

a) $4r + 4$; b) ns; c) $6r - n$; d) $20s - 3n$.

49. Dosaďte $r = 4$, $s = 3$, $n = 8$ do výrazů:

a) $\dfrac{n}{s}$; b) $\dfrac{2n}{r}$; c) $\dfrac{2n}{3}$; d) $\dfrac{r + 14}{n}$.

50. Dosaďte $x = 3$, $y = 5$, $z = 8$, $c = 0$ do výrazů:

a) $2y - 4c$; b) $8y - 5z$; c) $5x - 3y$; d) $xyz + xy - yz$.

51. Dosaďte $a = 3$, $b = 4$, $c = 0$, $d = \frac{1}{2}$ do výrazů:

a) $2ac$; b) $2a + 3b + 4d$;
c) $8d - c$; d) $\frac{1}{3}a + \frac{1}{4}b - c + 2d$.

$$\left(\tfrac{1}{3}a \text{ je totéž jako } \frac{a}{3}.\right)$$

52. Napište početní výrazy vyjádřené těmito slovy:

a) k číslu t přičteny 2; b) číslo q násobeno třemi;
c) od čísla m odečteno 5; d) číslo p děleno třemi.

53. Napište početní výrazy podle diktátu:

a) číslo c násobíme třemi a od součinu odečteme 2;
b) dvojnásobek součinu čísel e, f, g;
c) číslo x dělíme pěti a podíl odečteme od čísla $\frac{1}{2}$;
d) třetina součtu čísel z a 8.

---

*) Značku $\leqq$ čteme „menší než...“ — anebo „rovno...“.

54. Napište početní výrazy vyjádřené těmito slovy:

a) dvě třetiny čísla a;

b) tři čtvrtiny čísla b;

c) trojnásobek součinu čísel a, b, c zmenšený o 2 a dělený čtyřmi;

d) součet trojnásobku čísla x a čísla $2n$ dělený číslem $4b$ zmenšeným o 4.

4. Slučování.

Některé výrazy obsahují jen jeden člen. Na příklad 3; $6xy$; $5a^2b$; $\frac{5}{2y}$. Takové výrazy nazýváme jednočleny.

Jiné výrazy obsahují více členů; takovým výrazům říkáme mnohočleny. Na příklad výraz $2a + 3b$ obsahuje dva členy: $2a$; $3b$.

Výraz $6ax^2 - \frac{3}{4a} + 3b - 6xy + \frac{c}{d} - x$ obsahuje šest členů.

Výrazy $2a - 3b$; $6x - 2y$ jsou dvojčleny.

Výrazy $4 - 5y + c^2$; $0{,}5x - 2y - \frac{1}{2}$ jsou trojčleny.

Výrazy $a + b + 3ax - cd$; $\frac{a}{b} + 2ax - 4 + y$ jsou čtyřčleny.

Některé výrazy můžeme zjednodušit, jiné zjednodušit nelze. Na příklad výraz $24a + 28a$ lze zjednodušit. Ukážeme si to v slovní úloze.

1. úloha.

Na poloautomatickém stavu se utká za hodinu a metrů plátna. Jeden tkadlec obsluhuje 24 stavy, druhý 28 stavů. Kolik plátna utkají dohromady za hodinu?

První utká $24a$ metrů, druhý $28a$ metrů plátna. Dohromady utkají $(24a + 28a)$ metrů plátna.

Protože oba tkalci obsluhovali $24 + 28 = 52$ stavy, utkali za hodinu $52a$ metrů plátna.

Je tedy $24a + 28a = 52a$.

Dosaďte $a = 2{,}5$ a přesvědčte se o správnosti výpočtu.

Také výraz $28a - 24a$ lze zjednodušit:

$$28a - 24a = 4a.$$

Když první dělník obsluhoval o čtyři stavy méně než druhý, utkal za hodinu o $4a$ metrů plátna méně.

Podobně můžeme zjednodušit výrazy $5xy + 3xy$; $8abc - 5abc$:

$$5xy + 3xy = 8xy;\ 8abc - 5abc = 3abc.$$

Také $2pq + 3qp = 5pq$, neboť pq znamená totéž jako qp.

Avšak výrazy $2r + s$; $5r - 2s$ nelze zjednodušit, dokud neznáme číselný význam písmen r, s.

Můžeme-li výraz zjednodušit tak, že provedeme sčítání a odčítání, které je ve výrazu naznačeno, říkáme, že slučujeme.

Při slučování většího počtu členů sečteme napřed ty členy, před nimiž je znaménko plus, potom všecky členy, před nimiž je znaménko minus. Od prvního součtu odečteme druhý. Na příklad:

$$4d - 2d + 5d + 2d - 4d - d.$$

Zpaměti: $4d$ plus $5d$ plus $2d = 11d$;

$2d$ plus $4d$ plus $d = 7d$.

Píšeme: $11d - 7d = 4d$.

Členy, které jsme sloučili, pro kontrolu si zatrhneme.

$$\underline{4d} - 2d + \underline{5d} + \underline{2d} - 4d - d = 11d - 7d = 4d.\text{*)}$$

2. úloha.

Zjednodušte výraz

$$4ab + 2c - 2ab + 3c + 5ab - c + d + 2c!$$

Ve výrazu je skupina členů obsahujících písmena ab, písmeno c a písmeno d. Nejdříve sloučíme členy obsahující ab, potom členy obsahující c, nakonec členy obsahující d.

$$4ab + 2c - 2ab + 3c + 5ab - c + d + 2c =$$
$$= 4ab - 2ab + 5ab + 2c + 3c - c + 2c + d =$$
$$= 9ab - 2ab + 7c - c + d = 7ab + 6c + d.$$

Poznámka. Vyhýbejte se roztržení početního výrazu na dva řádky! Výraz, který by se vám na zbytek řádku nevešel, pište raději hned na nový řádek! Rovnítko pište na konci řádku i na začátku následujícího řádku!

Cvičení.

55. Slučte! (Proveďte také zkoušku!)

a) $3\,654 - 1\,240 - 862 - 925 + 2\,400$;

b) $4{,}2 + 26{,}8 - 3{,}5 - 6{,}7 + 2{,}8 - 0{,}9$;

c) $\frac{17}{18} - \frac{1}{3} - \frac{1}{6} - \frac{2}{9} + \frac{7}{9}$.

56. Slučte:

a) $5x + x - 3x + x - 2x$; b) $2y + 8y - 4y - y + 3y$;

c) $z + 7z - 2z - 3z + z$; d) $8v - 2v - 3v + 4v - 7v$.

*) Na ukázku jsou zatrženy jen členy, před nimiž je znaménko $+$.

57. Pokud možno, slučte:

a) $m + n - n + m - n - n$; b) $3x + 3y$;
c) $5e + 3f + 3f + e$; d) $6p + 5q - 4q + q$.

58. Pokud možno, slučte:

a) $r + r + s - r + s - t - s$; b) $8a - 4b - 4$;
c) $9r - 3s - 2r + 3s$; d) $7u + 4v - 4u - v$.

59. Slučte:

a) $\frac{2a}{5} + \frac{3a}{5} - \frac{a}{5}$; b) $\frac{6}{t} + \frac{2}{t} - \frac{4}{t} + \frac{5}{t}$;

c) $\frac{6m}{n} + \frac{5m}{n} - \frac{3m}{n} + \frac{2m}{n}$; d) $a + \frac{2a}{3}$.

60. V předcházejícím cvičení dosaďte $a = 4$, $m = 2$, $n = 5$, $t = \frac{1}{2}$ a vypočtěte číselnou hodnotu jednotlivých výrazů!

61. Kůl o délce k cm vyčníval $\frac{2}{3}$ své délky nad vodou, $\frac{1}{8}$ své délky byl ve vodě, $\frac{1}{10}$ délky v bahně, zbytek vězel ve dně. Naznačte postup řešení a zjednodušte výraz, který naznačuje řešení. Určete délku zbytku. Dosaďte $k = 240$!

62. Žáci vysazovali lesní stromky. Z prvních tříd se účastnilo 28 žáků po n dní, 30 žáků po m dní. Z druhých tříd 25 žáků po c dní, z třetích tříd 32 žáci po n dní, 28 žáků po c dní, ze čtvrtých tříd 20 žáků po m dní, 15 žáků po c dní, 18 žáků po n dní. Kolik pracovních dnů je to dohromady?

63. Traktorista oral v obci A x dní po 10 hodinách, y dní po 9 hodinách, v obci B x dní po 8 hodinách, y dní po 11 hodinách. Kolik pracovních hodin je to dohromady?

5. Násobení a mocniny.

Víme, že obsah obdélníka o rozměrech 5 cm a 10 cm je $5 \cdot 10$ cm² nebo $10 \cdot 5$ cm².

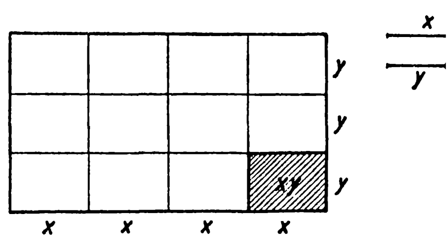
Podobně obsah obdélníka o rozměrech x cm a y cm je xy cm² nebo yx cm².

1. úloha.

Kolik měří obsah obdélníka o rozměrech $4x$ cm a $3y$ cm?

$P = 4x \cdot 3y = 3y \cdot 4x$.

Víme, že pořádek činitelů lze měnit.



Obr. 2.

$4x \cdot 3y = 4 \cdot x \cdot 3 \cdot y = 4 \cdot 3 \cdot x \cdot y = 12xy$.

Je tedy obsah obdélníka $12xy$ cm².

Podobně

$$2a \cdot 4c \cdot 3b = 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot a \cdot c \cdot b = 24 \cdot a \cdot c \cdot b = 24abc.$$

(Nejdříve píšeme určitá čísla a po nich písmena, zpravidla v abecedním pořádku.)

Obsah čtverce o straně a je $a \cdot a = a^2$, což čteme „a na druhou".

a^2 je druhá mocnina čísla a.

Objem krychle o hraně a je $a \cdot a \cdot a = a^3$, což čteme „a na třetí".

a^3 je třetí mocnina čísla a.

a^2 znamená součin dvou stejných činitelů, a^3 součin tří stejných činitelů.

Podobně $6^4 = 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6$; $\quad b^5 = b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b$;
$x^7 = x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x$.
a^2, a^3, 6^4, b^5, x^7 jsou **mocniny.**

Mocnina je součin několika stejných činitelů.

Činitelé a, 6, b, x se jmenují mocněnec nebo základ mocniny.
Počet činitelů (2; 3; 4; 5; 7) se jmenuje mocnitel nebo exponent.

mocněnec (základ) . . . . 2^3 . . . . mocnitel (exponent)

Znaménko umocňování se vztahuje vždy jen k jedinému určitému číslu nebo k jedinému písmenu, které má význam čísla. Nevztahuje se k výsledku celého naznačeného výkonu, není-li v závorce. Tak na příklad

$$6 \cdot 4^2 = 6 \cdot 4 \cdot 4 = 6 \cdot 16,$$

ale $\quad (6 \cdot 4)^2 = 6 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 4 = 6 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 4 = 6^2 \cdot 4^2 = 36 \cdot 16;$

$$2 \cdot 3 \cdot 5^2 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 = 2 \cdot 3 \cdot 25 = 6 \cdot 25,$$

ale $\quad (2 \cdot 3 \cdot 5)^2 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 4 \cdot 9 \cdot 25;$

$$ab^2 = a \cdot b \cdot b,$$

ale $\quad (ab)^2 = ab \cdot ab = a \cdot b \cdot a \cdot b = a \cdot a \cdot b \cdot b = a^2 \cdot b^2 = a^2 b^2;$

$$2cd^3 = 2 \cdot c \cdot d \cdot d \cdot d,$$

ale $\quad (2\,cd)^3 = 2cd \cdot 2cd \cdot 2cd = 2^3 \cdot c^3 \cdot d^3 = 8\,c^3\,d^3.$

Součin čísel umocníme tak, že umocníme každého činitele. (Součin však musí být v závorkách.)

2. úloha.

Co znamená $c^2 \cdot c^3$?

$$c^2 = cc, \; c^3 = ccc; \; c^2 \cdot c^3 = cc \cdot ccc = ccccc = c^5.$$

$$3a^2b^3 \cdot 4ab^3 = 3 \cdot aa \cdot bbb \cdot 4 \cdot abb = 3 \cdot 4 \cdot aaabbbbb = 12a^3b^5.$$

Mocniny o stejných základech násobíme tak, že společný základ umocníme součtem mocnitelů.

(Všimněte si: $c^2 \cdot c^3 = c^{2+3} = c^5$.)

Cvičení.

64. Vypočítejte plošný obsah obdélníka o rozměrech:

a) $3s$, $2r$ (jednotka je cm); b) $6p$, $5q$ (jednotka je dm);
c) dosaďte $s = 40$, $r = 15$, $p = 5$, $q = 4$!

65. Upravte:

a) $3a \cdot 2b$; b) $5x \cdot 2y \cdot 3z$;
c) $2xyz \cdot 3a$; d) $m \cdot 3n \cdot 5 \cdot 2 \cdot 4ab$.

66. Vypočítejte:

a) 3^4, 6^5, $0{,}2^8$, $0{,}1^9$; b) $(4a)^2$, $(10xy)^3$, $(2xz)^4$!

67. Napište jako násobení a potom vypočítejte:

a) x^4 pro $x = 2$, z^5 pro $z = \frac{1}{3}$, p^2 pro $p = 3{,}1$;
b) $3ab^2$; $(3ab)^2$ pro $a = 2$, $b = 3$;
c) $4xyz^3$, $(4xyz)^3$ pro $x = 1$, $y = \frac{1}{2}$, $z = \frac{1}{4}$.

68. Zjednodušte ($a = a^1$):

a) $b^3 \cdot b^4$; b) $y^3 \cdot y^2 \cdot y$; c) $c^2 \cdot c \cdot d$; d) $ab^2 \cdot a^2b$.

69. Zjednodušte:

a) $4mno^2 \cdot 2m^2n^2o$; b) $3op^5 \cdot 5o^2pq^4$; c) $5x^2yz^2 \cdot 2x^2yz^3$.

70. Zjednodušte:

a) $(3a)^2 \cdot 3a^2$; b) $yz^3 \cdot (yz)^3 \cdot y^3z$; c) $2ac^2 \cdot (2ac)^2 \cdot 2a^2c$.

71. Dosaďte a zjednodušte:

a) $(8s)^3 - 8s^2$ ($s = 4$); b) $(4ab)^2 - 4a^2b^2$ ($a = 0{,}5$, $b = 2$);

c) $\dfrac{(1+t)^3}{1+t^3}$ ($t = 2$); d) $\dfrac{u^2+v^2}{(u+v)^2}$ ($u = 5$, $v = 2$).

72. Dosazujte za x postupně 0; 2; 3; 7; 8 a vypočítejte, kolik je $x^2 - 10x + 21$!

$x =$	0	2	3	7	8
$x^2 =$				49	
$10x =$					80
$x^2 + 21 - 10x =$	21				

73. Vypočítejte objem kvádru o rozměrech:

a) x, y, z; b) $3a, 2b, c$; c) $5a, 3a, 2b$.

74. Vypočítejte objem krychle o hraně a) $2s$; b) $0{,}5z$.

6. Dělení.

1. úloha.

Délka obdélníka je $4a$ (centimetrů), jeho šířka je $5b$ (centimetrů). Jeho plošný obsah je $20ab$ (cm²).

Jestliže

$$4a \cdot 5b = 20ab, \text{ pak } 20ab : 4a = 5b; \ 20ab : 5b = 4a.$$

Dělení píšeme také jako zlomek. Zlomek můžeme rozšiřovat i krátit, aniž se jeho hodnota změní.

$$\tfrac{3}{4} = \frac{3 \cdot 10}{4 \cdot 10} = \tfrac{30}{40}, \text{ podobně } \tfrac{3}{4} = \frac{3c}{4c}; \ \frac{a}{b} = \frac{ax}{bx};$$

$$\tfrac{6}{10} = \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \tfrac{3}{5}; \text{ podobně } \frac{3t}{5t} = \frac{3}{5}; \ \frac{at}{bt} = \frac{a}{b};$$

$$\frac{20ab}{4a} = \frac{4 \cdot 5 \cdot a \cdot b}{4a} = \frac{4a \cdot 5b}{4a} = 5b;$$

$$\frac{20ab}{5b} = \frac{4 \cdot 5 \cdot a \cdot b}{5b} = \frac{4a \cdot 5b}{5b} = 4a.$$

Právě tak

$$\frac{x^3}{x^2} = \frac{x^2 \cdot x}{x^2} = x; \quad \frac{m^3 n^4}{m^2 n^2} = \frac{m \cdot m^2 \cdot n^2 \cdot n^2}{m^2 n^2} = mn^2.$$

Zlomky obsahující písmena násobíme a dělíme jako obyčejné zlomky.

$$\tfrac{2}{3} \cdot 4 = \frac{2 \cdot 4}{3} = \tfrac{8}{3}; \text{ podobně } \tfrac{2}{3} \cdot a = \frac{2a}{3}, \ \frac{x}{y} \cdot z = \frac{xz}{y}, \ \frac{2p}{3r} \cdot p = \frac{2p^2}{3r};$$

$$\tfrac{3}{4} \cdot \tfrac{5}{7} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 7} = \tfrac{15}{28}; \text{ podobně } \frac{3}{4} \cdot \frac{a}{b} = \frac{3a}{4b}, \ \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd};$$

$$\frac{x^2}{y^2} \cdot \frac{y}{x} = \frac{x^2 y}{xy^2} = \frac{x}{y};$$

$$\tfrac{4}{5} : 3 = \tfrac{4}{5} \cdot \tfrac{1}{3} = \tfrac{4}{15}; \ \tfrac{4}{5} : x = \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{x} = \frac{4 \cdot 1}{5 \cdot x} = \frac{4}{5x}; \ \frac{a}{b} : x = \frac{a}{b} \cdot \frac{1}{x} = \frac{a}{bx};$$

$$\frac{4}{15} : \frac{1}{3} = \frac{4}{15} \cdot 3 = \frac{4 \cdot 3}{15} = \frac{4}{5}; \quad \frac{4}{15} : \frac{1}{a} = \frac{4}{15} \cdot a = \frac{4a}{15}; \quad \frac{c}{d} : \frac{1}{e} = \frac{c}{d} \cdot e = \frac{ce}{d};$$

$$\frac{8}{15} : \frac{4}{5} = \frac{8}{15} \cdot \frac{5}{4} = \frac{8 \cdot 5}{15 \cdot 4} = \frac{2}{3}; \quad \frac{18}{5} : \frac{p}{q} = \frac{18}{5} \cdot \frac{q}{p} = \frac{18q}{5p}; \quad \frac{r}{s} : \frac{u}{v} = \frac{r}{s} \cdot \frac{v}{u} = \frac{rv}{su}.$$

Cvičení.

75. Doplňte:

$$\frac{2a}{3b} = \frac{\quad}{6b}; \quad \frac{5x}{7y} = \frac{\quad}{14xy}; \quad \frac{2p}{5q} = \frac{2p^2}{\quad}; \quad \frac{3k}{4m} = \frac{\quad}{4km^2}.$$

76. Zjednodušte:

$4x^2 : 2x$; $12mn : 3m$; $20opq^2 : 5op$; $14p^3q^2 : 7pq^2$!

77. Dělte:

a) $\frac{18uv^2}{6v^2}$; b) $\frac{3x^2y}{x^2y}$; c) $\frac{15r^2s}{5rs}$; d) $\frac{18a^3cd}{9cd}$.

78. V továrně vyrobí na běžícím pásu za hodinu c párů obuvi. Kolik párů obuvi se vyrobí za

a) 5 minut; b) 12 minut; c) $\frac{3}{4}$ hodiny?

79. Dělník vyřezal původně x šroubových matic za hodinu. Uplatněním svého zlepšovacího návrhu zvýšil hodinový výkon o 20%.

a) Vyjádřete zlomkem, o kolik šroubů vyřezal víc než původně!

b) Vyjádřete zlomkem zlepšení výkonu za minutu!

80. Zjednodušte:

a) $\frac{3}{4} \cdot 5c$; b) $\frac{m}{n} \cdot 4n^2$; c) $3x^2 \cdot \frac{y}{x}$; d) $s \cdot \frac{4s^2}{5}$.

81. Zjednodušte:

a) $\frac{4}{a} \cdot \frac{a}{8}$; b) $\frac{5c}{u} \cdot \frac{u}{10c}$; c) $\frac{a^2b}{c^3} \cdot \frac{c^2}{ab}$; d) $\frac{4x^2y}{ab} \cdot \frac{2ab}{4x^2y}$.

82. Zjednodušte:

a) $\frac{a}{b} : \frac{2a}{3b}$; b) $2 : \frac{r}{s}$; c) $\frac{x}{y} : \frac{y}{x}$; d) $\frac{a}{x^3} : x^2$.

83. Zjednodušte:

a) $\frac{2a^3}{3b^2} : \frac{3ab}{2}$; b) $\frac{6p^2}{7rs} : \frac{14p}{3rs^2}$.

7. Souhrnná cvičení.

84. Z čísel $4b$, c utvořte:

a) naznačený součet;
b) naznačený rozdíl s menšitelem $4b$;
c) naznačený součin;
d) naznačený podíl s dělitelem c.

85. Každý z těchto podílů napište jako součin: $\frac{a}{b}$; $\frac{x^2}{c}$; $\frac{2ab}{3d}$; $\frac{16a}{4a^2}$.

86. Napište jako naznačený podíl $3 \cdot 5$; $4a \cdot 8$; $2c \cdot 3b$.

87. $A = \frac{a}{b}$, $B = \frac{c}{d}$. Napište výraz $\frac{A}{B}$ jako naznačený podíl dvou lomených výrazů. (Dovedli byste jej napsat také jako naznačený součin dvou lomených výrazů?)

88. Napište početní výraz, jehož význam je dán slovy:

a) Od dvou pětin čísla u odečtěte tři šestiny čísla v^2!
b) Základ tři devítiny čísla a umocněte na třetí!
c) Číslo c umocněte na třetí a mocninu násobte dvojnásobkem čísla $3a$!
d) Od druhé mocniny čísla $7a$ odečtěte třetí mocninu čísla dvakrát většího než byl základ první mocniny!

89. Dosaďte do výrazu:

a) $8(x^2 + y)^2 - 5(xy)^2 \quad (x = 2; \quad y = 3)$;
b) $(5v)^3 - 5^3v + 5v^3 \quad (v = 4)$;
c) $\dfrac{(5t - 4v)^2}{5t^2 - 4v^2} \quad (t = 8; \quad v = 6)$;
d) $\dfrac{(3v)^3 + 4z^2}{3v^3 + (4z)^2} \quad (v = 3; \quad z = 5)$.

90. Slučte:

a) $3pq + 6pq - 7p + 8q$;
b) $14ac - 9ad + 8ac - 8a - 4ac$;
c) $26abc + 7abc - 6a + 9b$;
d) $8a - 9b + 7a - 5b + 8ab - 5b + 5ab$.

91. Zapište postup výpočtu: n dělníků se zavázalo odpracovat celkem x hodin na úpravě místního sadu. Z nich odpracovalo p dělníků dohromady o 3 hodiny více, než se zavázali odpracovat.

a) Kolik hodin bylo celkem odpracováno?
b) Kolik měl odpracovat podle původního plánu každý dělník?
c) Kolik odpracoval každý z p dělníků?
d) Kolik odpracovalo p dělníků?

92. Násobte:

$3x^2y^3 \cdot 12xy^2 \cdot 2x^2y$;

$6uv^2 \cdot 8uv^3 \cdot 2u^3v$.

93. Na sestavení motoru pracovalo a dělníků, každý 5 hodin; b dělníků, každý 3 hodiny; c dělníků, každý 2 hodiny. Kolik hodin trvalo sestavení motoru?

a) Naznačte postup výpočtu; b) dosaďte $a = 5$, $b = 6$, $c = 3$.

94. Každý z n brigádníků se zavázal pracovat t hodin. 2 brigádníci však museli odejít o hodinu dřív. Kolik hodin odpracovali brigádníci?

a) Naznačte postup výpočtu; b) dosaďte $n = 10$, $t = 4$.

95. Slučte:

a) $\frac{a}{4} + \frac{3a}{4} - \frac{b}{3} + \frac{4b}{3}$;

b) $2ac - 2ca + 3bxy + 3xy - 3bxy$.

96. Pro $x = 4$, $y = 5$ vypočtěte, kolik je

a) $45xy + 4 \cdot 5xy$; b) $45xy - 4 \cdot 5xy$;

c) $45xy \cdot 4 \cdot 5xy$; d) $\frac{45xy}{4 \cdot 5xy}$.

97. Je-li $c = \frac{1}{2}$, vypočítejte, kolik je $c^4 + 4c^3 - 3c^2$!

98. Kolik je $\frac{3}{5}x^2 + a^2y + 7abx - \frac{5}{2}y^2$, když $a = \frac{1}{2}$, $b = 0$, $x = 5$, $y = 2$?

***99.** V prvním oddělení továrny pracovalo m dělníků, v druhém n dělníků, ve třetím s dělníků. Čtvrtina dělníků z prvního a druhého oddělení a polovina dělníků z třetího oddělení zvýšila svůj pracovní výkon o 20%, zbytek dělníků o 24%. Zapište, kolik dělníků zvýšilo pracovní výkon o 20% a kolik o 24%.

***100.** Roku 1947 vyrobily naše továrny a párů kožené obuvi a tím splnily plán na 110%. Gumové obuvi vyrobily x párů a splnily tak plán na 140%.

a) Kolik párů kožené obuvi bylo plánováno?

b) Kolik párů gumové obuvi bylo plánováno?

***101.** Hodinky se zpožďují za hodinu o 5 vteřin. Za jakou dobu se zpozdí o t minut?

***102.** Na opravě stroje pracovalo u dělníků každý v hodin.

a) Kolik pracovních hodin si vyžádala oprava stroje?

b) Hodinová mzda dělníka v korunách činila právě tolik jako počet pracovních hodin, potřebný na opravu stroje, lomený číslem $(v - u)$. Označte, kolik činila mzda dělníka!

c) Jestliže dělníků bylo 5 a stroj opravovali 7 hodin, vypočtěte, kolik Kčs připadlo z částky účtované za opravu stroje na mzdy dělníků!

III. VLASTNOSTI POČETNÍCH VÝKONŮ.

1. Závorky.

Při zápisu postupu řešení úlohy užíváme někdy závorek.

Závorkami naznačujeme, že to, co je uvnitř, považujeme za jediné číslo. Tak na příklad dvojnásobek rozdílu čísel 8 — 5 píšeme 2 (8 — 5). Abychom naznačili, že 8 — 5 považujeme za jediné číslo, dali jsme je do závorek. Podobně $(a + b)^3$ znamená, že číslo $a + b$ (nebo také součet $a + b$) máme třikrát položit za činitele čili umocnit na třetí. Naproti tomu $a + b^3$ znamená, že máme umocnit číslo b na třetí a výsledek přičíst k číslu a.

Jsou-li ve výrazu závorky, znamená to, že máme nejdříve provést výkony v závorce naznačené. Na příklad:

$$3 \cdot 7 + 2 \cdot (10 + 8) - (40 - 30) : 5 - 18 + 20 : 5.$$

Nejdříve provedeme výkony v závorkách naznačené: sečteme (10 + 8), odečteme (40 — 30). Když jsme provedli výkony závorkami naznačené, staly se závorky zbytečnými. Výraz potom píšeme takto:

$$3 \cdot 7 + 2 \cdot 18 - 10 : 5 - 18 + 20 : 5.$$

V tomto výrazu již nejsou závorky. Máme-li ve výrazu, který neobsahuje závorky, provádět řadu početních výkonů, vždy nejdříve násobíme a dělíme, potom teprve sčítáme a odčítáme. Tedy:

$$3 \cdot 7 + 2 \cdot 18 - 10 : 5 - 18 + 20 : 5 = 21 + 36 - 2 - 18 + 4 =$$
$$= 21 + 36 + 4 - 2 - 18 = 61 - 20 = 41.$$

Zlomková čára a odmocnítko mohou zastupovat závorku. Na příklad

$$(40 + 8) : 6 = \frac{40 + 8}{6}; \quad \sqrt{(20 + 5) \cdot 4} = \sqrt{20 + 5} \cdot 4.$$

1. úloha.

Vyložte slovy význam daného početního výrazu a sledujte pořádek početních výkonů!

a) $(3 + 2) \cdot 5 = 5 \cdot 5 = 25.$
Součet 3 plus 2 máme násobit pěti. Sečteme 3 + 2. Násobíme $5 \cdot 5$.

b) $3 + 4 \cdot 6 - 5 = 3 + 24 - 5 = 27 - 5 = 22;$

c) $3 + 4 \cdot (6 - 5) = 3 + 4 \cdot 1 = 3 + 4 = 7;$

d) $(3 + 4) \cdot 6 - 5 = 7 \cdot 6 - 5 = 42 - 5 = 37;$

e) $(3 + 4) \cdot (6 - 5) = 7 \cdot 1 = 7;$

f) $20 + 4 : 4 - 2 = 20 + 1 - 2 = 19$; $\quad 20 + \frac{4}{4} - 2$;

g) $(20 + 4) : 4 - 2 = 24 : 4 - 2 = 6 - 2 = 4$; $\quad \frac{20 + 4}{4} - 2$;

h) $20 + 4 : (4 - 2) = 20 + 4 : 2 = 20 + 2 = 22$; $\quad 20 + \frac{4}{4 - 2}$;

i) $(20 + 4) : (4 - 2) = 24 : 2 = 12$. $\quad \frac{20 + 4}{4 - 2}$.

Ve cvičeních 103—118 zapište postup výpočtu, vyčíslete příslušný výraz a naznačte, v jakém pořádku jste prováděli početní výkony.

Cvičení.

103. Do 3 stejných balíčků dáváme mouku a cukr. V každém je 5 kg mouky; cukru je o 3 kg méně než mouky. Kolik cukru nám zbude, jestliže jsme ho měli 20 kg?

104. a) Družstvo přivezlo 150 jabloňových štěpů a 120 hrušní. Z hrušní přenechalo dvěma sousedním družstvům tolik, že mu jich zbyla třetina. Kolik stromků si ponechalo?

b) Kolik stromků by si byli ponechali, kdyby se o všecky rozdělili stejným dílem se svými dvěma sousedními družstvy?

105. Určete pořádek výkonů a proveďte!

a) $7 + 2 \cdot 4$; b) $(7 + 2) \cdot 4$; c) $3a + 5 \cdot 4$; d) $(3a + 5a) \cdot 4$.

106. Určete pořádek výkonů a proveďte!

a) $8 \cdot (4 - 2)$; b) $8 \cdot 4 - 2$; c) $2 \cdot 4x - 3x$; d) $2 \cdot (4x - 3x)$.

107. Určete pořádek výkonů a proveďte!

a) $16 + (5 - 2) \cdot 9$; b) $16 + 5 - 2 \cdot 9$;
c) $3(\frac{3}{5} - \frac{1}{5})$; d) $3 \cdot \frac{3}{5} - \frac{1}{5}$.

108. Zapište pomocí závorek! Výpočet neprovádějte!

a) K číslu a připočtěte $2b$ a rozdíl čísel x a y.
b) K součtu čísel a a $2b$ připočtěte součet čísel x a y.
c) Od součtu čísel a a $2b$ odečtěte součet čísel x a y.
d) K rozdílu čísel a a $2b$ přičtěte rozdíl čísel x a y.

109. Zapište pomocí závorek! Výpočet neprovádějte!

a) Od rozdílu čísel a a $2b$ odečtěte rozdíl čísel x a y.
b) Od čísla a odečtěte číslo $2b$ a pak odečtěte součet čísel x a y.
c) Od čísla a odečtěte číslo $2b$ a připočtěte rozdíl čísel x a y.
d) Od čísla a odečtěte součet čísel $2b$ a x, pak odečtěte číslo y.

110. Zapište pomocí závorek! Výpočet neprovádějte!

a) Od čísla a odečtěte číslo d a rozdíl násobte čtyřmi.
b) Šestkrát součet čísel $2e$ a $3f$.
c) Rozdíl čísel $5g$ a $4h$ násobte pěti.
d) Polovina součtu čísel $3k$ a $4m$.

111. Zapište pomocí závorek! Výpočet neprovádějte!

a) K číslu a připočtěte $2b$ a součet násobte pěti.
b) Rozdíl s menšencem $2p - q$ a menšitelem $m - 2n$.
c) Rozdíl s menšitelem $2a + r$ a menšencem $2a - r$.
d) Udejte, oč je $u - v$ větší nežli s.

112. Ke čtyrnásobku součtu čísel x a $2y$ připočtěte trojnásobek rozdílu čísel $4u$ a v!

***113.** Od druhé mocniny součtu čísel p a q odečtěte součet druhých mocnin čísel p a q!

***114.** Bednička s cukrem váží r kg, prázdná bednička váží n kg. Kolik cukru je v x takových bedničkách?

***115.** Jízda nákladním autem trvala 6 hodin. Auto jelo v prvých t hodinách rychlostí 30 km za hodinu, potom 40 km/hod. Kolik km se ujelo celkem?

***116.** Stůl stojí m Kčs, stejný stůl se čtyřmi židlemi t Kčs. Co stojí

a) 4 židle?
b) 1 židle?
c) stůl s židlí?
d) 5 stolů a n židlí?

***117.** Na úsečce AB leží bod C; $\overline{AB} = 12$ cm, $\overline{AC} = s$ cm. Úsečka CB je rozdělena na čtyři stejné díly. Kolik cm měří 1 díl?

***118.** Prázdná nádoba váží r dkg, plná vody t dkg. Kolik dkg váží nádoba naplněná do poloviny vodou?

2. Sčítání a odčítání.

V hrnci je a litrů mléka, v konvi b litrů. Přelijeme mléko z hrnce do konve; v konvi bude $b + a$ litrů mléka. Kdybychom byli přelili mléko z konve do hrnce, bylo by v hrnci $a + b$ litrů mléka. V obou případech je úhrnné množství mléka stejné. To zapíšeme

$$b + a = a + b.$$

Tím jsme vyjádřili obecně, že výsledek sčítání dvou čísel nezáleží na tom, v jakém pořádku je sečteme. Tato vlastnost sčítání se jmenuje **zákon o záměně** (zákon komutativní).

Na talíři je x jablek, na ošatce y jablek. Přidáme na ošatku z jablek. Pak vysypeme všechna jablka z talíře i z ošatky na stůl. Kolik jich bude? Zřejmě

$$x + (y + z).$$

Kdybychom byli vysypali nejdříve jablka z talíře i z ošatky na stůl a teprve potom přidali z jablek, bylo by na stole

$$(x + y) + z$$

jablek. V obou případech je úhrnné množství jablek na stole stejné. To zapíšeme takto:

$$(x + y) + z = x + (y + z).$$

Vlastnost sčítání vyjádřená tímto zápisem se jmenuje **zákon o sdružování sčítanců** (zákon asociativní). Tento zákon můžeme vyslovit také takto:

Máme-li dva sčítance x, y a zvětšíme-li jednoho z nich o číslo z (pravá strana zápisu), zvětší se jejich součet také o číslo z (levá strana zápisu).

Oba zákony platí pro celá čísla i pro zlomky. Máme-li sečíst čísla a, b, c, dostaneme stejný výsledek, ať počítáme $(a + b) + c$ nebo $a + (b + c)$. Proto vynecháváme závorky a píšeme součet tří čísel jednoduše $a + b + c$.

Jak můžeme podle zákona o sdružování počítat součet $a + b + c + d$? Buď počítáme nejprve $(a + b + c) + d$, nebo počítáme $(a + b) + (c + d)$ nebo $a + (b + c + d)$. Zvolte $a = 2$, $b = 1{,}5$, $c = 0{,}6$, $d = 7$ a přesvědčte se, že výsledky jsou v obou případech stejné.

Písemné sčítání je založeno na obou zákonech. Na příklad $213 + 485$ sčítáme

$$\begin{array}{r} 213 \\ 485 \\ \hline 698 \end{array}$$

a) Oba sčítance rozvedeme na sta s, desítky d a jednotky j.

$$213 = 2s + 1d + 3j; \quad 485 = 4s + 8d + 5j;$$
$$213 + 485 = 2s + 1d + 3j + 4s + 8d + 5j.$$

b) Jednotlivé členy součtu zaměníme:

$$5j + 3j + 8d + 1d + 4s + 2s;$$

při tom sdružíme jednotky s jednotkami, desítky s desítkami, sta se sty,

$$(5j + 3j) + (8d + 1d) + (4s + 2s).$$

Oba zákony nám usnadňují postup při výpočtu. Na příklad

$$660 + 3\,965 + 340$$

sečteme:

$$660 + 340 + 3\,965 = (660 + 340) + 3\,965.$$

Sčítáme-li ve sloupci shora dolů, provádíme kontrolu sčítáním zdola nahoru.

Při zjednodušování užíváme též obou zákonů. Na příklad

$$c + 2a + b + 2c + 3b + a.$$

Zjednodušení provedeme takto:

$$(2a + a) + (b + 3b) + (c + 2c) = 3a + 4b + 3c.$$

Odčítání je výkon, při kterém z daného součtu a jednoho sčítance hledáme druhého sčítance.

Stručně: Odčítání je obrácený výkon k sčítání.

Jestliže $a + b = c$, pak platí

$$c - a = b, \quad c - b = a;$$

v obou případech nazýváme číslo c menšenec. V prvním případě je menšitel a, v druhém případě je menšitel b.

Odčítání čísel můžeme provést jen tehdy, když menšenec je větší než menšitel nebo když se rovná menšiteli.

$a - a = 0$, nebo slovy: Rozdíl dvou sobě rovných čísel je roven nule, neboť $a + 0 = a$.

Podobně $a - 0 = a$, neboť $a + 0 = 0 + a = a$.

Číslo se nezmění, když k němu nulu přičteme nebo když číslo přičteme k nule.

Všimněme si, jak se jeví závislost mezi sčítáním a odčítáním při řešení úloh.

1. úloha.

a) Když syn dostal od otce 15 Kčs, měl v pokladničce 40 Kčs. Kolik tam měl původně? (Původně měl x Kčs.)

Byl dán součet a jeden sčítanec; druhého sčítance jsme vypočetli, jestliže jsme odečtli od součtu daného sčítance.

Zapíšeme: $x + 15 = 40$, obecně: $x + b = c$.
Počítáme: $40 - 15 = x$, $c - b = x$.

b) Matka koupila za 37 Kčs zboží. Jakou bankovkou platila, když jí prodavač vrátil 13 Kčs? (Platila x-korunovou bankovkou.)

Byl dán menšitel a rozdíl; menšence vypočítáme, když menšitele a rozdíl sečteme.

Zapíšeme: $x - 37 = 13$, obecně: $x - b = c$.
Počítáme: $13 + 37 = x$, $c + b = x$.

c) Kolik smíme odstřihnout z kusu látky 100 cm dlouhé, aby zůstalo 65 cm látky? (Odstřihneme x cm.)

Byl dán menšenec a rozdíl; menšitele vypočteme, když od menšence odečteme rozdíl.

Zapíšeme: $100 - x = 65$, obecně: $c - x = b$.
Počítáme: $100 - 65 = x$, $c - b = x$.

Uvedených poznatků užíváme také při kontrole výpočtu součtu a rozdílu.

Příklad:	Kontrola:	
$\begin{array}{r} 24 \\ 12 \\ \hline 36 \end{array}$	$\begin{array}{r} 36 \\ -24 \\ \hline 12 \end{array}$	$\begin{array}{r} 36 \\ -12 \\ \hline 24 \end{array}$
$\begin{array}{r} 58 \\ -32 \\ \hline 26 \end{array}$	$\begin{array}{r} 26 \\ 32 \\ \hline 58 \end{array}$	$\begin{array}{r} 58 \\ -26 \\ \hline 32 \end{array}$

Cvičení.

119. Sečtěte co nejvýhodněji:

a) $56 + 28 + 44 + 12 + 5$; b) $145 + 155 + 456 + 546$;
c) $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{2}{6} + \frac{1}{2}$; d) $\frac{2}{5} + \frac{2}{5} + 0{,}6 + 0{,}6$.

120. Řekněte, jak užijeme při kontrole součtu sloupce sčítanců zákona o záměně.

121. Sečtěte:

a) $243 + 785$; b) $519 + 1\,376$; c) $2{,}14 + 0{,}519$.

Výpočet zkontrolujte!

122. Vypočítejte:

a) $586 - 249$; b) $3\,148 - 2\,994$; c) $7{,}12 - 5{,}8$.

Výpočet zkontrolujte!

3. Změna součtu a rozdílu.

Ukážeme si na několika příkladech, jak se změní součet nebo rozdíl dvou čísel, když tato čísla o nějaké dané číslo zvětšíme nebo zmenšíme.

a) V knihovně máme a českých knih, b ruských; c českých knih dáme do vazby. Kolik knih zůstalo v knihovně?

1. Českých knih zůstalo $a - c$, ruských b, celkem $(a - c) + b$.

2. Všech knih bylo původně $a + b$; z toho bylo dáno c do vazby; zůstalo tedy $(a + b) - c$ knih.

Z toho usoudíme, že

$$(a - c) + b = (a + b) - c.$$

To znamená: Zmenšíme-li jednoho sčítance (a) o nějaké číslo (c), zmenší se součet $(a + b)$ o totéž číslo c.

Tomu však můžeme dát také jiný význam:

Máme dvě čísla a, c a vypočítáme jejich rozdíl $a - c$. Zvětšíme-li menšence a o číslo b, zvětší se rozdíl $a - c$ o totéž číslo b.

b) V knihovně máme a knih, z nich jsme půjčili b knih, do vazby dali c knih. Kolik knih zůstalo v knihovně?

1. Půjčených knih a knih daných do vazby bylo dohromady $b + c$. V knihovně tedy zůstalo $a - (b + c)$ knih.

2. Po půjčení zůstalo v knihovně $a - b$ knih; z nich jsme dali c knih do vazby. Zbylo $(a - b) - c$ knih.

Z toho usoudíme, že

$$a - (b + c) = (a - b) - c.$$

To znamená: Zvětšíme-li menšitele (b) o nějaké číslo (c), zmenší se rozdíl $(a - b)$ o totéž číslo (c).

c) V knihovně máme a knih. Z nich jsme půjčili b knih; c vypůjčených knih bylo vráceno. Kolik knih pak bylo v knihovně?

1. Po půjčení b knih zůstalo v knihovně $a - b$ knih, pak přibylo c vrácených knih. Bylo tam tedy $(a - b) + c$ knih.

2. Po vrácení c knih zůstalo vypůjčených $b - c$ knih. Proto bylo v knihovně $a - (b - c)$ knih.

Z toho usoudíme, že

$$a - (b - c) = (a - b) + c.$$

To znamená: Zmenšíme-li menšitele (b) o nějaké číslo (c), zvětší se rozdíl $(a - b)$ o totéž číslo.

Výsledek našich úvah o změně součtu a rozdílu možno shrnouti takto:

$$a + (b + c) = a + b + c,$$
$$a + (b - c) = a + b - c,$$
$$a - (b + c) = a - b - c,$$
$$a - (b - c) = a - b + c.$$

To možno čísti také takto:

a) Součet přičteme, jestliže postupně přičteme všecky sčítance.
b) Rozdíl přičteme, jestliže přičteme menšence a odečteme menšitele.
c) Součet odečteme, jestliže odečteme všecky sčítance.
d) Rozdíl odečteme, jestliže odečteme menšence a přičteme menšitele.

Poznámka. Vzorce

$$a - (b - c) = a - b + c$$

nemůžeme užít ve všech případech. Je-li na příklad $a = 28$, $b = 13$, $c = 7$, t. j. máme-li od čísla 28 odečíst rozdíl $13 - 7 = 6$ s menšencem 13 a menšitelem 7 (takže musí vyjít $28 - 6 = 22$), můžeme to provést tak, že nejprve od čísla 28 odečteme menšence 13 a potom k výsledku $28 - 13 = 15$ přičteme menšitele 7; vyjde správně $15 + 7 = 22$. Jestliže však $a = 9$, $b = 13$, $c = 7$, takže máme od čísla 9 odečíst rozdíl $13 - 7 = 6$, nemůžeme to provésti tak, že bychom napřed odečtli menšence 13 a potom k výsledku přičtli menšitele 7, protože od 9 odečíst 13 nelze. V takových případech můžeme počítat podle vzorce

$$a - (b - c) = a + c - b,$$

t. j. rozdíl odečteme, když přičteme menšitele a odečteme menšence. Na příklad $9 - (13 - 7) = 9 - 6 = 3$ můžeme počítat tak, že k číslu 9 přičteme 7 a od výsledku $9 + 7 = 16$ odečteme 13; vyjde správně $16 - 13 = 3$.

Až poznáme čísla záporná, budeme moci vzorce

$$a - (b - c) = a - b + c$$

užívat ve všech případech.

Cvičení.

123. Odstraňte závorky a pokud možno slučte!

$2x + (4y - x) + 2y$; $\quad a - b + (a - b) + 2b$;
$3pq - (2qp - 1) + 2 - pq$; $\quad m - n + (n - m) - (m - n)$.

124. Vypočtěte pomocí vět o změně součtu nebo rozdílu:

$234 + 125$; $264 + 199$; $156 - 48$;
$148 - 96$; $218 - 34$; $4\,996 - 750$.

125. Auto Tatra je vzdáleno 80 km od Brna. Auto Škoda je vzdáleno stejným směrem 50 km od Brna.

a) Jak daleko jsou auta od sebe? (Znázorněte si tuto úlohu i další graficky.)

b) Tatra ujela ještě 40 km dále od Brna. Škodovka zůstala stát. Jak daleko jsou auta od sebe, jak daleko od Brna?

c) Škodovka ujede ještě 20 km směrem k Tatře, která zůstane stát. Jak se změní vzdálenost aut? Jak se změní jejich vzdálenost od Brna?

126. Na státním statku měli původně a krav a b telat. Časem se jejich počet měnil. Sledujte tyto změny a povězte v každém případě:

1. kolik chovali krav,
2. kolik telat,
3. kolik kusů dobytka dohromady,
4. o kolik krav chovali více nebo méně než telat.

a) Krav přibylo 30, telat 20.
b) Krav přibylo právě tolik jako telat; (20).
c) Krav 20 ubylo, telat 10 přibylo.
d) Krav ubylo 10, právě tolik telat přibylo.
e) Krav ubylo 30, telat 10.

4. Násobení.

Násobení celým číslem je zvláštní případ sčítání.

Na příklad: Matka připravila pěti dětem na hromádky po třech jablkách. Tedy

$$3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15.$$

Násobení však také chápeme jako zvláštní výkon: Matka vzala pětkrát po třech jablkách, vzala pětkrát tři jablka, tedy

$$3 \cdot 5 = 15.$$

Jedno z čísel nám určuje počet jednotek ve skupině (počet jablek v hromádce), druhé nám udává, kolikrát se skupina jednotek opakuje.

$a \cdot b$ znamená, že nějaké číslo a máme položit b-krát za sčítance. Jestliže výsledek označíme c, pak píšeme

$$a \cdot b = c,$$

což znamená

$$c = \underbrace{a + a + a + \ldots + a}_{b\text{-krát}}.$$

Číslo a nazýváme násobenec, b násobitel, c součin.

Jestliže $a = 1$, je $a \cdot b = b$, neboť číslo b se rovná b jednotkám.

$$b = \underbrace{1 + 1 + 1 + 1 + \ldots + 1}_{b\text{-krát}}.$$

Je-li $a = 0$, je $a \cdot b = 0 \cdot b = 0$, neboť

$$\underbrace{0 + 0 + 0 + 0 + \ldots + 0}_{b\text{-krát}} = 0.$$

Cvičení.

127. Položte pětkrát jako sčítance číslo: a) 3; b) $\frac{3}{4}$; c) 0,5; d) a^2.

128. Délka prvního stolu je a metrů, délka druhého stolu je dvakrát větší. Délka třetího stolu je o 2 m delší než délka prvního. Vyjádřete délku druhého stolu a třetího stolu!

129. Které číslo je a) pětkrát větší, b) o pět větší než 3; než x; než $\frac{1}{3}$; než 1,3?

5. Zákon o záměně a zákon o sdružování činitelů.

Pro násobení platí podobně jako pro sčítání zákon o záměně a zákon o sdružování.

Zákon o záměně pro násobení je vyjádřen zápisem

$$ab = ba.$$

Jsou-li a, b celá čísla, možno si platnost zápisu ověřit takto: Máme b řad, v každé je a jednotek

$$\left.\begin{array}{l} 1 + 1 + 1 + \ldots + 1 = a \\ 1 + 1 + 1 + \ldots + 1 = a \\ \vdots \\ 1 + 1 + 1 + \ldots + 1 = a \end{array}\right\} b\text{-krát, t. j. } a.b$$

$$\underbrace{b + b + b + \ldots + b}_{\substack{a\text{-krát} \\ \text{t. j. } b \cdot a.}}$$

Protože podle zákona o záměně nezáleží na tom, které z obou čísel je násobenec a které násobitel, říkáme jim společným názvem **činitelé**.

Zákon o sdružování si ukážeme na úloze:

Cihlář vyrobí za hodinu n cihel. Kolik cihel vyrobí za týden při osmihodinové pracovní době?

Úlohu můžeme řešit dvojím způsobem:

A) Za den vyrobí cihlář $n \cdot 8$ cihel, za týden tedy vyrobí $(n \cdot 8) \cdot 6$ cihel.

B) Týden má $8 \cdot 6$ pracovních hodin; celkem vyrobí tedy cihlář $n \cdot (8 \cdot 6)$ cihel.

Oba výsledky jsou zřejmě stejné, t. j.

$$(n \cdot 8) \cdot 6 = n \cdot (8 \cdot 6).$$

Tento zápis vyjadřuje zákon o sdružování při násobení. Obecně jej napíšeme takto:

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c).$$

Protože dostaneme stejný výsledek, počítáme-li $(ab) \cdot c$ nebo $a \cdot (bc)$, vynecháváme obyčejně závorky a součin tří čísel píšeme jednoduše $a \cdot b \cdot c$ nebo abc.

Vysvětlete, jak můžeme počítat součin čtyř čísel $x \cdot y \cdot z \cdot u$!

V algebře lze na základě zákona o záměně uspořádat naznačený součin:

$$a \cdot 6 \cdot b \cdot x \cdot y = 6abxy.$$

Cvičení.

130. Vysvětlete, jak násobíme $7 \cdot 300$; $620 \cdot 400$; $8 \cdot 450$!

131. Vypočtěte objem kvádru, jsou-li jeho hrany (v cm):

a) 2; 8,2; 50; b) 27; 4; 50; c) 20; 50; 32,2.

132. Vypočtěte zpaměti užitím zákona o záměně, případně zákona o sdružování:

a) $25 \cdot 12$; b) $36 \cdot 18$; c) $45 \cdot 36$; d) $250 \cdot 56$.

6. Změna součinu.

1. úloha.

Dělník pracoval 6 dní po 8 hodinách a každou hodinu vyrobil n šroubů. Kolik šroubů vyrobil celkem?

Počet šroubů vyrobených za 1 hodinu máme násobit počtem pracovních hodin, t. j. součinem $8 \cdot 6 = 48$; tedy hledaný počet je

$$n \cdot (8 \cdot 6) = n \cdot 48 = 48n.$$

Můžeme však také vypočítat napřed, že dělník vyrobil za den $n \cdot 8 = 8n$ šroubů a tento počet násobit šesti, t. j. počtem dní. Při tomto druhém způsobu, místo, abychom n násobili součinem $8 \cdot 6 = 48$, násobili jsme napřed činitelem 8 a výsledek druhým činitelem 6, tedy

$$(n \cdot 8) \cdot 6.$$

Vyšlo nám ovšem totéž, jako kdybychom n násobili přímo součinem $8 \cdot 6 = 48$.

Tedy:

Číslo znásobíme součinem, jestliže je znásobíme jedním činitelem a výsledek činitelem druhým. (Zákon o sdružování činitelů.)

Obecný zápis:

$$a \cdot (bc) = (ab) \cdot c.$$

Zákon o sdružování činitelů můžeme vyslovit také jinak: Součin $8 \cdot 6 = 48$ je šestkrát větší než činitel 8 (za 6 dní pracuje dělník šestkrát tolik hodin jako za den); $n \cdot 48$ je šestkrát větší než $n \cdot 8$ (počet šroubů vyrobených za 6 dní je také šestkrát větší než za den).

Tedy:

Kolikrát se zvětšil jeden činitel, tolikrát se zvětšil součin.

2. úloha.

V součinu $8 \cdot 5$ změníme oba činitele. Sledujte, jak se změní součin.

$$8 \cdot 5 = 40,$$
$$24 \cdot 10 = 240 = (3 \cdot 8) \cdot (5 \cdot 2) = 3 \cdot 8 \cdot 5 \cdot 2 =$$
$$= 8 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2 = (8 \cdot 5) \cdot (3 \cdot 2) = 40 \cdot 6.$$

Násobenec se zvětšil třikrát, násobitel dvakrát. Součin se zvětšil šestkrát, t. j. $(3 \cdot 2)$ krát

Obecně:

$$(na) \cdot (mb) = (ab) \cdot (mn).$$

3. úloha.

Na železniční vagon se naloží a tun uhlí, na nákladní auto se naloží pětkrát méně. Kolik tun uhlí odveze vlak o x vagonech a kolik stejný počet aut?

A) Vlak odveze ax tun uhlí, auta dohromady pětkrát méně, t. j. $(ax) : 5$ tun uhlí.

B) Víme však, že auto odveze $a : 5$ tun uhlí, celkem tedy odvezou auta $(a : 5) \cdot x$ tun uhlí. Vidíme, že

$$(a : 5) \cdot x = (ax) : 5.$$

Obecně:

$$(a : c) \cdot b = (a \cdot b) : c \text{ nebo } \frac{a}{c} \cdot b = \frac{ab}{c}.$$

To znamená:

Kolikrát se zmenší jeden činitel, tolikrát se zmenší součin.

Cvičení.

133. Pomocí kterých zákonů byly rozepsány a řešeny tyto příklady?

a) $4 \cdot 600 = 4 \cdot 6 \cdot 100 = 24 \cdot 100 = 2\,400;$

b) $40 \cdot 600 = 4 \cdot 10 \cdot 6 \cdot 100 = 4 \cdot 6 \cdot 10 \cdot 100 = 24 \cdot 1\,000 = 24\,000;$

c) $0{,}06 \cdot 4 = \frac{6 \cdot 4}{100} = \frac{24}{100} = 0{,}24;$

$$d)\ 0{,}15 + 0{,}005 = \frac{15 \cdot 5}{100 \cdot 1\,000} = \frac{(10+5) \cdot 5}{100\,000} = \frac{50+25}{100\,000} =$$

$$= \frac{75}{100\,000} = 0{,}000\,75.$$

134. Vyložte postup při násobení a udejte, kterých zákonů jste užili:

a) $80 \cdot 40$; b) $0{,}34 \cdot 0{,}002$;

c) $2{,}4 \cdot 0{,}0006$; d) $0{,}38 \cdot 200$.

135. Vyložte postup při násobení a udejte, kterých zákonů jste užili

a) $0{,}001 \cdot 1000$; b) $0{,}005 \cdot 4000$; c) $250 \cdot 0{,}25$; d) $0{,}45 \cdot 220$.

136. Proveďte obojím způsobem zkoušku správnosti součinu $35 \cdot 101 = 3\,535$.

137. Proveďte násobení co nejvýhodněji a vysvětlete, kterých zákonů jste v tomto případě užili: $125 \cdot 15 \cdot 6 \cdot 8$.

***138.** Kupovali jsme dvakrát za sebou sešity. Po druhé jsme koupili osmkrát méně sešitů, ale cena sešitů byla čtyřikrát větší. Kolikrát víc nebo méně jsme zaplatili po druhé než po prvé?

***139.** Karel ujede na kole za hodinu 15 km. — Jenda jen 12 km. Jenda vyjel o $\frac{5}{6}$ hodiny dříve. Za kolik hodin dožene Karel Jendu?

7. Násobení zlomků.

Násobení zlomků nemůžeme chápat jako součet stejných sčítanců. Pro součin zlomků musí však platit pravidlo o změně součinu.

Máme na příklad znásobit $\frac{3}{5}$ a $\frac{2}{7}$:

$\frac{3}{5}$ jsou pětkrát menší než 3.

$\frac{2}{7}$ jsou sedmkrát menší než 2.

Proto součin $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{7}$ musí být takové číslo, které je 35krát menší než $3 \cdot 2 = 6$; to je číslo $\frac{6}{35}$.

Zákon o záměně a zákon o sdružování zůstává v platnosti i pro násobení zlomků.

Na příklad

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 5} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 4} = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4};$$

$$\left(\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{3}{4} = \frac{2 \cdot 1 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 4} = \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}\right);$$

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}=\frac{c\cdot a}{d\cdot b}=\frac{c}{d}\cdot\frac{a}{b};$$

$$\left(\frac{a}{b}\cdot\frac{e}{d}\right)\cdot\frac{e}{f}=\frac{a\cdot c\cdot e}{b\cdot d\cdot f}=\frac{a}{b}\cdot\left(\frac{c\cdot e}{d\cdot f}\right).$$

8. Zákon o roznásobení (distributivní zákon).

1. úloha.

V krabici je 5 kg cukru. Prázdná krabice váží t kg. Kolik váží 4 krabice cukru?

Příklad můžeme řešit dvojím způsobem:

A) Krabice cukru váží $(5 + t)$ kg, čtyři krabice váží $4\cdot(5 + t)$ kg.

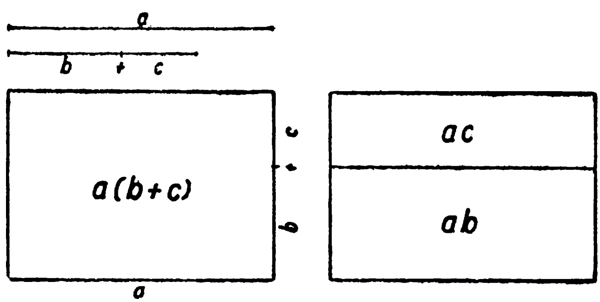
B) Cukr ve 4 krabicích váží $4\cdot 5$ kg, 4 krabice $4\cdot t$ kg, čtyři krabice s cukrem váží $(4\cdot 5 + 4\cdot t)$ kg.

Je tedy:

$$4(5 + t) = 4\cdot 5 + 4\cdot t.$$

2. úloha.

Přesvědčíme se názorně, že $a(b + c) = ab + ac$.



Obr. 3.

1. Načrtněte si obdélník o základně rovné a a výšce rovné $b + c$.*)
2. Jeho obsah je $a(b + c)$.
3. Rozdělte jej na 2 obdélníky o rozměrech a, b a a, c.
4. Jejich obsahy jsou ab; ac.
5. Součet jejich obsahů se rovná obsahu původního obdélníka.

---

*) Písmeny a, b, c nejsou označeny strany obdélníku, nýbrž udány jejich délky v týchž jednotkách. Je-li základna obdélníka a, znamená to, že je a jednotek dlouhá.

Je tedy:

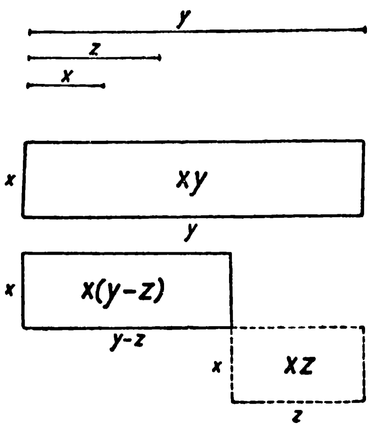
$$a(b + c) = ab + ac.$$

Součet násobíme číslem, když jím násobíme každý člen naznačeného součtu. Vzniklé součiny sečteme. (Toto pravidlo je tak zvaný zákon o roznásobení součtu neboli distributivní zákon v prvním tvaru.)

Tím způsobem odstraníme ve výrazu $a(b + c)$ závorky, t. j. nahradíme jej výrazem, v kterém už nejsou závorky a který má tutéž hodnotu jako původní výraz se závorkami.

Přesvědčíme se názorně o tvrzení, že

$$x(y - z) = xy - xz.$$



Obr. 4.

1. Narýsujte a vystřihněte si obdélník o stranách x a y.
2. Jeho obsah je xy.
3. Odstřihněte z něho obdélník o stranách x; z.
4. Jeho obsah je xz.
5. Strany zbylého obdélníka měří x; $y - z$.
6. Jeho obsah je tedy $x(y - z)$.
7. Víme, že se rovná obsahu původního obdélníka zmenšenému o obdélník odstřižený. Je tedy

$$x(y - z) = xy - xz.$$

Rozdíl násobíme číslem, když jím násobíme každý člen naznačeného rozdílu. Od prvního součinu odečteme druhý. (Zákon o roznásobení rozdílu neboli distributivní zákon v druhém tvaru.)

Cvičení.

140. Znásobte zpaměti 5×23 podle vzoru: $5 \times (20 + 3)$.

141. Jak násobíme zpaměti 7×29? (Návod: $29 = 30 - 1$.)

142. Dosaďte $a = 2$, $x = 3$, $p = 5$ a přesvědčte se, zda uvedené výpočty jsou správné!

a) $4(3a + x) = 12a + 4x$;
b) $(p - 2a)\,3x = 3px - 6ax$;
c) $(2x + 3a + p)\,p = 2px + 3ap + p^2$;
d) $2(7 - ax) = 14 - 2ax$.

143. Odstraňte závorky, potom dosaďte $a = 4$, $b = \frac{1}{3}$, $x = \frac{1}{4}$, $y = 3$ do původního příkladu i do výpočtu!

a) $5(a + 3)$; b) $x(2 - b)$; c) $(x + y)\,3x$; d) $\frac{1}{x}(x - x^2)$.

***144.** Odstraňte závorky, potom dosaďte $a = 4$, $b = \frac{1}{3}$, $x = \frac{1}{4}$, $y = 3$ do původního příkladu i do výpočtu!

a) $\frac{2x}{3y}\left(\frac{1}{x} + y\right)$; b) $\frac{a}{2b}(a - 2b^2)$;

c) $\frac{1}{8}\left(\frac{3x}{2} + \frac{6}{y}\right)$; d) $\left(2 + \frac{3a}{x}\right)\frac{1}{2a}$.

145. Znázorněte geometricky:

a) $x(a + b + c)$; b) $y(y + 3)$;
c) $3(a + b)$; d) $c(b - a)$.

146. Zjednodušte:

a) $4(a - 3)$; b) $5m(m + n)$; c) $\frac{1}{4}(p - 3)$; d) $b(2 - x)$.

147. Zjednodušte:

a) $(a + 1)3a$; b) $3y\left(1 + \frac{x^3}{y}\right)$; c) $\frac{1}{3}\left(\frac{2a}{3} - \frac{5}{6}\right)$; d) $\left(3 - \frac{2xy}{3}\right)\frac{1}{xy}$.

148. Zjednodušte:

a) $2(c + 1) + 3(c + 2)$; b) $t(1 + t) + 3(1 + t)$;
c) $4(e + \frac{1}{2}) + 3(2e + \frac{1}{2})$; d) $r(r - s) + 2s(r - 2s)$.

149. Zjednodušte:

a) $8a(a + \frac{1}{4}) + 2a(3a + \frac{1}{2})$; b) $\frac{1}{2}(8 + 4n) + \frac{1}{4}(1 - 2n)$;
c) $\frac{1}{3}(3t + 6z) + \frac{1}{4}(12t - 8z)$; d) $2(u - 2) + (5 - u)$.

150. Zjednodušte:

a) $3d + 1 - 3(d - 1)$; b) $2(m + n) - \frac{1}{2}(4m - 2n)$;
c) $a(b + c) + b(c + a)$; d) $2r(s + r) - 2s(r - 2s)$.

151. Zjednodušte:

a) $2p(p^2 - 1) + p^2(1 - 2p)$; b) $5x^2(2x - 3) - 5(2x + 3)$;
c) $7ax + 2a(1 - 3x)$; d) $1 + 3(1 - y) + 2(4y + 7)$.

***152.** Zjednodušte:

a) $\frac{1}{h}(h - h^2) + 2$; b) $\frac{1}{a}(2a^2 - 3a) - a(2 - a)$;

c) $f\left(f + \frac{1}{f}\right) - f\left(f - \frac{1}{f}\right)$; d) $\frac{e}{2}(2 + e) + \frac{e}{2}(2 - e)$.

***153.** a) Z Prahy do Staré Boleslavi, kam jezdí dvacetkrát denně autobusy je c kilometrů. Kolik km najezdí na této trati autobus denně?

b) Do Brandýsa nad Labem je o $\frac{3}{2}$ km blíž než do Staré Boleslavi. Kolik km najezdí autobusy denně na trati Praha—Brandýs nad Labem? Kolik km najezdí na této trati v červnu?

c) Do Kostelního Hlavna je o 15 km dál než do Staré Boleslavi. Kolik km najezdí na trati Praha—Kost. Hlavno autobus týdně, jede-li do Hlavna pouze čtyřikrát denně?

d) Rychlík jel rychlostí t km za hodinu. Osobní vlak ujel za hodinu o 25 km méně. Kolik km ujel osobní vlak za $1\frac{3}{4}$ hodiny?

9. Dělení.

Dělení je obrácený výkon k násobení.

Když na příklad

$$6 \cdot 4 = 24, \text{ je } 24 : 6 = 4; \ 24 : 4 = 6.$$

Obecně: Když

$$a \cdot b = c,$$

pak

$$c : a = b, \ c : b = a.$$

I když dělenec a dělitel jsou celá čísla, nemusí být podíl číslo celé. Dokud jsme nepočítali se zlomky, rozeznávali jsme dělení beze zbytku a dělení se zbytkem. Teprve po zavedení zlomků možno každé dělení provést beze zbytku. Na příklad $27 : 4 = 6\frac{3}{4}$.

Nulou dělit nelze. Na příklad $6 : 0$ nemá význam, neboť podíl by měl být číslo, které násobeno nulou dává 6. Takové číslo však není, neboť každé číslo násobeno nulou dává nulu.

Rovněž $0 : 0$ nemá význam, neboť by to mělo znamenat takové číslo, které násobeno nulou dává nulu; tuto vlastnost však mají všecka čísla. Proto nelze znakem $0 : 0$ žádné číslo jednoznačně vystihnout.

Řekli jsme, že dělení je obrácený výkon k násobení.

Všimněme si, jak se to jeví při počítání.

1. úloha.

a) Brigáda okopala jeden den 3 ha, druhý den 6 ha řepy. Kolikrát víc okopala druhý den?

Je dán jeden činitel a součin. Hledáme druhého činitele, tedy

$$3 \cdot x = 6.$$

Vypočteme jej takto:

$$6 : 3 = x.$$

b) V brigádě mládeže bylo 80 chlapců, což bylo dvakrát méně než děvčat. Kolik bylo děvčat?

Je dán podíl a dělitel. Máme vypočíst dělence.

$$x : 2 = 80.$$

Tento případ řešíme násobením:

$$80 \cdot 2 = x.$$

Cvičení.

154. a) Zmenšete a n-krát; c-krát!
b) Rozdělte číslo p na a stejných dílů!
c) Vypočtěte, kolikrát je $6a$ větší než 3!
d) Vypočtěte, kolikrát je a^2 menší než $4a^5$!

155. a) Přirovnejte $5ax$ a $10a$!
b) Které číslo je o x větší než y?
c) Zmenšete číslo m o číslo b; číslo m zmenšete b-krát!
d) Které číslo je x-krát větší než y?

156. a) Které číslo je o x menší než y?
b) Které číslo je x-krát menší?
c) O kolik je číslo $2m$ menší než $6m$? Kolikrát je menší?
d) O kolik je číslo $8m^2$ větší než m^2? Kolikrát je větší?

157. Součin dvou čísel je 144. Jeden činitel je čtyřikrát větší než druhý. Určete druhého činitele!

158. a) Kterým číslem musíme znásobit $3x$, aby vyšlo $12x^2y$?
b) Které číslo musíme znásobit číslem $\frac{5}{6}$, aby vyšlo $\frac{3}{4}$?
c) Které číslo třeba dělit číslem a, aby vyšlo $6a^2b$?
d) Kterým číslem musíme dělit číslo $15a^2b$, aby vyšlo $5b$?

159. Vypočítejte! Zkoušku proveďte opačným výkonem!

$64 \cdot 26$; $34 \cdot 15$; $736 : 32$; $5832 : 108$.

160. (Zpaměti.)
a) Dělitel je 11, podíl 8. Kolik je dělenec?
b) Dělitel je 11, podíl 8, zbytek 5. Kolik je dělenec?
c) Dělitel je 11, podíl 8, zbytek 5. Kolik nutno přidat k dělenci, aby dělení vyšlo beze zbytku?
d) Jak velký může být největší zbytek, když nějaké číslo dělíme číslem a?

161. Při údernické směně se vytěžilo 2 250 q uhlí, což bylo třikrát víc, než bylo plánováno. Kolik q uhlí bylo plánováno?

162. Pozemek velikosti 451 arů je jedenáckrát větší (menší) než druhý. Udejte velikost druhého pozemku!

163. Ve školním roce 1935/36 bylo na sovětských školách $17\frac{3}{4}$ milionu žáků, což bylo asi $2\frac{1}{4}$krát více než roku 1914. Kolik žáků bylo roku 1914?

164. a) Roku 1938 byly v SSSR vyrobeny 39,4 miliardy kWh elektrické energie, což bylo 19,7krát více než roku 1913.

b) Roku 1913 činila těžba nafty v SSSR 9,2 milionu tun, což bylo 3,5krát méně než roku 1938.

165. Do roku 1938 vzrostl v SSSR počet agronomických laboratoří o 2 700, což bylo 150krát víc než roku 1913. Kolik laboratoří bylo roku 1913? Kolik roku 1938?

10. Úprava složitějších výrazů.

Při zápisu řešení některých příkladů nevystačíme s okrouhlými závorkami. Tu užíváme ještě závorek lomených [ ] nebo složených { }.

1. úloha.

V první třídě střední školy bylo a žáků, ve druhé b žáků, ve třetí a čtvrté třídě dohromady c žáků, v prvních třech třídách celkem d žáků. Kolik bylo žáků ve čtvrté třídě?

Uvažujeme: V první a druhé třídě bylo dohromady $a + b$ žáků, v třetí třídě tedy $d - (a + b)$ a ve čtvrté $c - [d - (a + b)]$.

Vyložte slovy význam tohoto početního výrazu!

Rozřešte úlohu pro $a = 40$, $b = 42$, $c = 67$, $d = 117$.

2. úloha.

Co znamená zápis

$$240 - \{150 - 2[20 + 3(10 + 5)]\}?$$

Jak ukazují závorky, máme sečíst $10 + 5$, součet násobit třemi, k součinu přičíst 20. Tento druhý součet máme znásobit dvěma a odečíst od 150, vzniklý rozdíl pak znovu odečíst od 240. Počítáme takto:

$$10 + 5 = 15; \quad 3 \cdot 15 = 45; \quad 45 + 20 = 65; \quad 2 \cdot 65 = 130;$$

$$150 - 130 = 20; \quad 240 - 20 = 220.$$

Hodnota výrazu je 220.

Jelikož po provedení naznačeného výkonu jsou závorky zbytečné, upravujeme tento výraz postupně takto:

$$240 - \{150 - 2[20 + 3(10 + 5)]\} = 240 - \{150 - 2[20 + 3 \cdot 15]\} =$$
$$= 240 - \{150 - 2[20 + 45]\} = 240 - \{150 - 2 \cdot 65\} =$$
$$= 240 - \{150 - 130\} = 240 - 20.$$

Cvičení.

166. Vyložte slovy význam početního výrazu, potom jej zjednodušte!

a) $20 - [10 + 2(u - 1)]$;
b) $11s + 6 + 2[s + (2 - s)]$;
c) $3a - [(1 + a) - (1 - a)]$;
d) $12(p + q) + 3[4p - 2q + 2(q - p)]$.

*167. Zjednodušte:

a) $\frac{1}{2}n[4 + 4 + 2(n - 1)]$;
b) $3u + 2[3u + 2(1 - u)]$;
c) $\frac{1}{3}a + [4 - (\frac{1}{3}a + 2) - (2 - \frac{1}{3}a)]$;
d) $b + 2(a - b) + 2[3 - (a - b)]$.

*168. Zjednodušte:

a) $12 + \{2 + 2[x + 2(2 - x)] + 2x\} - 2$;

b) $2\left[\frac{3}{4} + \frac{3a}{4} - (\frac{1}{4} + \frac{1}{2}a) - (\frac{1}{4}a - \frac{1}{4})\right]$.

169. Napište pomocí závorek, potom napsaný početní výraz zjednodušte!

a) Trojnásobek rozdílu součtů čísel a; $2b$ a čísel b; a.
b) Od čísla m odečtěte dvojnásobek čísla $6n$ zmenšeného o číslo $n + 2$.
c) Rozměry kvádru jsou a; $2b$; c. Kolik měří jeho povrch?
d) Od čísla $1\frac{1}{2}$ odečtěte dvojnásobek čísla $\frac{1}{2}$ zmenšený o rozdíl čísel $\frac{1}{2}$ a $\frac{1}{4}$.

170. a) Základna prvního obdélníka je a, výška je b metrů. Kolik měří jeho obvod?
b) Základna druhého obdélníka je o $3m$ metrů delší, jeho výška o $4m$ metrů kratší než příslušné rozměry prvního obdélníka. Kolik měří obvod tohoto obdélníka?

11. Souhrnná cvičení.

171. Proveďte dvojím způsobem zkoušku správnosti provedeného výkonu 2 005 − 983 = 1 022!

172. Na dvou autech bylo stejné množství zboží. S prvního auta složili dělníci 180 kg, s druhého 240 kg. V kterém autu zůstalo více zboží a proč?

173. Proč můžeme místo součinu $24 \cdot 3\,689$ vypočíst $3\,689 \cdot 24$?

174. a) Vysvětlete, jak násobíme $24{,}5 \cdot 8$; $3{,}6 \cdot 4{,}2$!
b) Vynásobte zpaměti $126 \cdot 32$ a odůvodněte ($32 = 4 \cdot 8$)!
c) Vynásobte zpaměti $39 \cdot 60$ a odůvodněte!
d) Vynásobte $(6 + 8) \cdot 3$ dvojím způsobem a odůvodněte!

175. Proveďte dvojím způsobem zkoušku správnosti výkonu $64 \cdot 202 = 12\,928$!

176. Proveďte dvojím způsobem zkoušku správnosti provedeného výkonu 864 : 24 = 36!

177. 1 440 sazenic se má vysázet na 5 stejných záhonů, z nichž každý má 8 řad. Kolik sazenic bude v každé řadě? Proveďte výpočet dvojím způsobem a odůvodněte oba způsoby!

178. Jaký může být největší zbytek, když dělíme číslem 38?

179. Na 8 autech bylo odvezeno 328 q zboží. Bez přímého výpočtu řekněte, kolikrát více (méně) odveze každé auto, jestliže

a) stejný počet aut odveze poloviční množství zboží;
d) dvojnásobný počet aut odveze poloviční množství zboží;
c) polovic aut odveze stejné množství zboží;
d) poloviční počet aut odveze dvojnásobné množství zboží.

*180. Kolikrát méně bylo zaplaceno za zboží po druhé než po prvé, jestliže po druhé bylo koupeno desetkrát méně zboží, ale jeho cena byla dvakrát vyšší (nižší)?

IV. VZORCE.

Poznali jsme již dříve, že není třeba po každé uvažovat, jak vypočteme obvod obdélníka nebo jak vypočteme dráhu, t. j. vzdálenost, kterou urazí pohybující se těleso; víme, že obvod kteréhokoliv obdélníka vypočteme, když součet délky a šířky násobíme dvěma, dráhu vypočteme, když rychlost tělesa násobíme dobou pohybu.

Obecný zápis takových poznatků je vzorec.

$o = 2(a + b)$ je vzorec pro výpočet obvodu obdélníka, kde písmeno o značí obvod obdélníka, písmena a, b značí jeho rozměry.

$s = c \cdot t$ je vzorec pro výpočet dráhy, kde s značí dráhu, c rychlost (t. j. dráhu ujetou za časovou jednotku, na příklad 80 km/hod) a písmeno t značí dobu pohybu (udanou v týchž časových jednotkách).

Podle prvního vzorce dovedeme tedy vypočíst obvod jakéhokoliv obdélníka, podle druhého vzorce vypočteme dráhu jakéhokoliv tělesa, které se pohybuje rovnoměrně libovolnou rychlostí po libovolnou dobu, aniž musíme o těchto příkladech zvlášť uvažovat. Stačí, když vzorci rozumíme a dovedeme do něho dosadit příslušné hodnoty z daného příkladu.

Na příklad: Auto jedoucí průměrnou rychlostí 50 km/hod přijelo z Prahy do Plzně za 2 hod. 18 min. Jak daleko je z Prahy do Plzně? (2 hod. 18 min. = = 2,3 hod.)

Vzorec: $s = c \cdot t$. Dosadíme $c = 50$, $t = 2{,}3$

$s = 50 \cdot 2{,}3$

$s = 115$

Při dosazování do vzorce je třeba dáti pozor na to, v jakých jednotkách musíme jednotlivé veličiny vyjádřit.

Kdybychom v uvedeném příkladě dobu t vyjádřili v minutách (138 min.), nikoliv v hodinách, nebo rychlost c v m/hod (5 0000), nikoliv v km/hod, byl by výsledek nesprávný.

Vzorce usnadňují a urychlují postup při výpočtu výsledku.

Vzorce, s kterými se ve škole seznámíme, jsou jednoduché. Jsou však základem pro vzorce složitější. Těchto složitějších vzorců se užívá pro různé technické výpočty v mnoha zaměstnáních. Také tyto technické vzorce zobecňují početní úvahy, které jsou někdy velmi složité, a tak usnadňují i urychlují technické výpočty.

1. úloha.

Délka kvádru je 6 dm, šířka 8 dm, výška 12 dm.

a) Vypočtěte povrch S kvádru úsudkem!

b) Sestavte vzorec pro výpočet povrchu kvádru!

Povrch kvádru tvoří 6 obdélníků, z nichž dva a dva jsou vždy shodné. Jejich obsahy jsou $6 \cdot 8 + 6 \cdot 8 + 6 \cdot 12 + 6 \cdot 12 + 8 \cdot 12 + 8 \cdot 12$, což lze také napsati $(6 \cdot 8 + 6 \cdot 12 + 8 \cdot 12) + (6 \cdot 8 + 6 \cdot 12 + 8 \cdot 12)$ nebo $2\,(6 \cdot 8 + 6 \cdot 12 + 8 \cdot 12)$.

Obecně: Označíme-li délku kvádru a, jeho šířku b, výšku c, potom obsah obdélníků, které tvoří povrch S kvádru, vypočteme takto:

$$S = ab + ab + ac + ac + bc + bc =$$
$$= (ab + ac + bc) + (ab + ac + bc)$$
$$S = 2\,(ab + ac + bc).$$

Podle tohoto vzorce lze vypočíst povrch kvádru.

Vzorce, o kterých budeme pojednávati, jsou většinou platné jen tehdy, když písmena, která se v nich vyskytují, mají určitý geometrický nebo fysikální význam. Tak na příklad: Má-li býti vzorec

$$o = (a + b)\,2,$$

platný pro obvod obdélníka, musí písmeno *o* znamenat délku obvodu, písmena *a* a *b* vždy jednu z nestejných stran obdélníka; *o* nemůže znamenat stranu obdélníka, písmeno *a* ani písmeno *b* nemohou znamenat obvod. Žádné z těchto písmen nemůže znamenat délku úhlopříčky obdélníka. Proč v tomto vzorci může písmeno *a* znamenat délku nebo šířku obdélníka? (Součet délky a šířky se rovná součtu šířky a délky.)

Cvičení.

181. Vyjádřete vzorcem: Obvod rovinného obrazce se rovná součtu délek jeho stran. Sestavte vzorec pro obvod o

a) kosočtverce o straně x;
b) nerovnostranného trojúhelníka o stranách a, b, c;
c) rovnostranného trojúhelníka o straně s.

182. Povrch tělesa S se rovná součtu obsahů jeho stěn. Sestavte vzorce pro povrch S

a) pravidelného čtyrbokého hranolu, jestliže hrana podstavy měří z, výška v;
b) pravidelného čtyrbokého jehlanu, jestliže hrana podstavy je a, pobočná výška je v. (Co tvoří pobočné stěny jehlanu?)

183. Vyjádřete vzorcem: Obsah lichoběžníku L se rovná

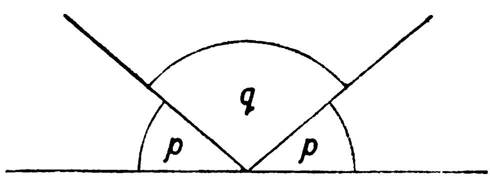
a) polovičnímu součinu výšky v a součtu základen a, b;
b) součinu aritmetického průměru délek obou základen a, b a výšky v;
c) součinu ze součtu základen a, b a poloviční výšky v.

Ve cvičeních 184—186 vyřešte vždy příklad označený a) úsudkem.

Pomocí něho si vždy sestavte vzorec pro příklad označený b), dosaďte do něho z příkladu a). Zkontrolujte výpočet úsudkem s výpočtem podle vzorce!

184. Vyjádřete vzorcem:

a) Dva úhly trojúhelníka měří 70° a 80°. Určete třetí úhel!
b) Úhly trojúhelníka jsou x, y, z stupňů. Sestavte vzorec pro z pomocí x a y!



Obr. 5.

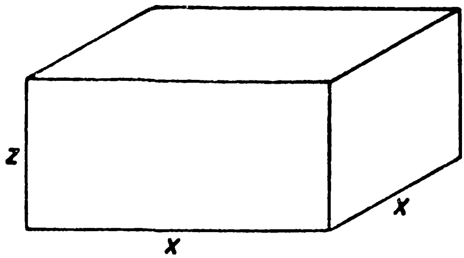
185. Vyjádřete vzorcem:

a) V obr. 5 jsou úhly udány ve stupních. Je-li $p = 40$, čemu se rovná q?
b) Sestavte vzorec pro p pomocí q!

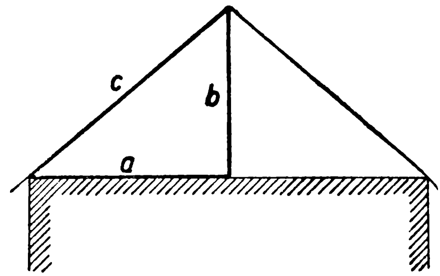
186. Vyjádřete vzorcem: Obr. 6 představuje kvádr se čtvercovou podstavou. Jednotka 1 cm.

a) Jaký je součet délek všech hran, je-li $x = 5$, $z = 3$?

b) Součet délek všech hran je s cm. Sestavte vzorec pro s pomocí x a z!



Obr. 6.



Obr. 7.

187. Jak dlouhých trámů je třeba na krov střechy? Trámy mají přečnívat o 25 cm půdu domu. Délku trámu vypočteme podle vzorce $c = \sqrt{a^2 + b^2} + 0{,}25$, kde c je délka trámu v metrech, b vzdálenost hřebene střechy od půdy (v metrech), poloviční šířka domu udaná v metrech je a.

1. $a = 4$, $b = 3$, $c = ?$
2. $a = 12$, $b = 5$, $c = ?$
3. $a = 6$, $b = 4{,}5$, $c = ?$

188. Dráhu s metrů volně padajícího tělesa za t vteřin vypočteme podle vzorce $s = 4{,}9t^2$. Kámen puštěný s vrcholu petřínské rozhledny dopadne za 3,5 vteřiny. Jak vysoká je rozhledna?

189. Výškový rozdíl dvou míst lze určit pomocí přibližného vzorce

$$h = 4000 \cdot \frac{b_1^2 - b_2^2}{b_1 b_2},$$

kde h je výškový rozdíl v metrech, b_1 je barometrický tlak v mm Hg (rtuti), naměřený v nižší poloze, b_2 je barometrický tlak v mm Hg naměřený ve vyšší poloze.

Jak vysoká je hora, byl-li na jejím úpatí naměřen tlak 746 mm a na vrcholu 723 mm?

190. V řadě čísel

3; 7; 11; 15; 19 atd.,

ve které je vždy následující číslo o čtyři větší než předcházející, rovná se n-té číslo $4n - 1$.

a) Přesvědčte se, že je to správné pro $n = 9$!

b) Určete sté číslo řady!

191. Součet prvních n lichých čísel (1; 3; 5; 7 atd.) se rovná n^2.

a) Přesvědčte se, že je to správné pro $n = 7$!

b) Určete součet prvých padesáti lichých čísel!

192. Součet třetích mocnin čísel 1; 2; 3 atd. až po číslo n se rovná

$$\frac{1}{4}n^2(n+1)^2.$$

a) Přesvědčte se, že je to správné pro součet $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + 6^3$!
b) Vypočtěte součet $1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + 100^3$ (sto sčítanců)!

V. ROVNICE.

1. Řešení rovnic.

Ze zkušenosti víme, že některé slovní úlohy dovedeme vyřešit snadno, jiné jsou obtížné. Po staletí se užívalo algebry především k tomu, aby obtížné slovní úlohy byly snáze řešeny pomocí rovnic.

Z počátku budeme rovnicemi řešit tak jednoduché úlohy, že bychom je i bez rovnic vyřešili velmi snadno; na nich se však naučíme rovnic užívat a pak budeme s jejich pomocí řešit i složitější úlohy, které bychom pouhým úsudkem tak lehko nerozřešili.

1. úloha.

Když prodavač rozvážil z pytle mouky 40 kg, zůstalo v pytli 5 kg mouky. Kolik kg mouky bylo původně v pytli?

Tutéž úlohu lze také říci takto: Odečteme-li 40 od neznámého čísla n, zůstane 5. Nebo: Neznámé číslo n bez čtyřiceti se rovná pěti.

To zapíšeme rovnicí

$$n - 40 = 5.$$

Levá strana rovnice je $n - 40$; pravá strana rovnice je 5.*) Nalevo od rovnítka je stejná hodnota jako na pravé straně. (Levá strana rovnice se rovná pravé straně rovnice.)

Tuto rovnici budeme řešiti, t. j. vypočteme, jaké číslo znamená n.

Jestliže hodnota pravé strany je 5, musí se hodnota na levé straně $x - 40$ také rovnat pěti. Aby na levé straně zůstalo pouze neznámé číslo, přičteme k ní číslo 40. Musíme však i k pravé straně přičíst 40 a pak se zase bude hodnota levé strany rovnat hodnotě pravé strany.

$$n = 5 + 40.$$

*) Levou stranu rovnic budeme krátce označovati l. s., pravou p. s.

Když sloučíme, zjistíme, že

$$n = 45.^{*)}$$

Neznámé číslo je 45.

Říkáme také, že je to **kořen** rovnice.

O správnosti výpočtu se přesvědčíme tak, že do původní rovnice dosadíme její kořen, potom odděleně vypočteme hodnotu levé a pravé strany rovnice a oba výsledky srovnáme.

Zkouška:

$$\text{l. s.: } 45 - 40 = 5; \quad \text{p. s.: } 5$$
$$45 \text{ kg} - 40 \text{ kg} = 5 \text{ kg}.$$

Zkouška ukazuje, že na levé i pravé straně je totéž číslo.

V pytli bylo 45 kg mouky.

2. úloha.

a) Přidáme-li k neznámému číslu 5, vyjde nám 8. Čemu se rovná neznámé číslo?

Neznámé číslo označíme x.

Napíšeme rovnici: $x + 5 = 8$.

Řešení:

Od obou stran odečteme 5;

$$x = 8 - 5.$$

Po zjednodušení je

$$x = 3.$$

Kořen rovnice je 3.

Zkouška:

$$\text{l. s.: } 3 + 5 = 8; \quad \text{p. s.: } 8.$$

Přidáme-li ke 3 číslo 5, vyjde 8.

Hledané číslo je 8.

b) 15 je třetina neznámého čísla. Vypočtěte neznámé číslo!

Neznámé číslo označíme třebas u.

Napíšeme rovnici $15 = \frac{1}{3}u$.

---

*) V rovnici znamená neznámé číslo vždy určitou hodnotu. Nemůžeme tedy za ně dosadit hodnotu libovolnou. Přesvědčte se o tom tak, že za n dosadíte do původní rovnice libovolné číslo rozdílné od 45.

Řešení:

Obě strany rovnice znásobíme třemi:*)

$$3 \cdot 15 = u.$$

Po zjednodušení

$$45 = u.$$

Kořen rovnice je 45.

Zkouška: l. s.: 15; p. s.: $\frac{45}{3} = 15$.

Třetina ze 45 je 15.

Neznámé číslo je 15.

c) Čtyrnásobek nějakého čísla je 20. Které je to číslo?
Neznámé číslo označíme z.
Napíšeme rovnici $4z = 20$.

Řešení:

Obě strany rovnice dělíme čtyřmi**):

$$z = \frac{20}{4}.$$

Po zjednodušení je

$$z = 5.$$

Zkouška: l. s.: $5 \cdot 4 = 20$; p. s.: 20.

Čtyrnásobek pěti je 20.
Hledané číslo je 5.

Všimněte si, že rovnice zůstala správná, když jsme
a) k oběma stranám rovnice stejné číslo přičtli;
b) od obou stran stejné číslo odečtli,
c) obě strany stejným číslem násobili,
d) obě strany stejným číslem dělili.

To vyplývá z toho, že se hodnota levé strany rovnice rovná hodnotě pravé strany rovnice. O kolik (kolikrát) zvětšíme nebo zmenšíme hodnotu levé strany, o tolik (tolikrát) musíme zvětšit nebo zmenšit hodnotu pravé strany rovnice.

---

*) Že jsme obě strany rovnice násobili třemi, označujeme zpravidla takto:

$$15 = \tfrac{1}{3} u \;\Big|\; \cdot 3.$$

**) Že jsme obě strany rovnice dělili čtyřmi, označujeme takto:

$$4z = 20 \;\Big|\; : 4.$$

K přičtení, odečtení, násobení nebo dělení jsme volili vždy takové číslo, aby po zjednodušení obou stran rovnice zůstalo na jedné straně pouze neznámé číslo.

3. úloha.

Řešte rovnici

$$47 - 3s = 5s + 12 + 2s.$$

K oběma stranám přičteme číslo $3s$.

Po úpravě dostaneme

$$47 = 5s + 12 + 2s + 3s,$$

čímž docílíme, že neznámé členy, které obsahují písmeno s, jsou pouze na jedné straně rovnice. Aby známé členy byly také pouze na jedné straně rovnice, odečteme od obou stran rovnice číslo 12.

$$47 - 12 = 5s + 2s + 3s.$$

Po zjednodušení je

$$35 = 10s.$$

Obě strany dělíme deseti:

$$s = 3{,}5.$$

Kořen rovnice je 3,5.

Zkouška:

l. s.: $47 - 3 \cdot 3{,}5 = 47 - 10{,}5 = 36{,}5$;

p. s.: $5 \cdot 3{,}5 + 12 + 2 \cdot 3{,}5 = 17{,}5 + 12 + 7 = 36{,}5$.

Cvičení.

193. Jak docílíte, aby pravá strana neobsahovala neznámou?

a) $5x = 3x + 8$; b) $7y = 36 - 5y$;
c) $z = 20 - z$; d) $\frac{1}{2}y = 1 - y$.

194. Jak docílíte, aby levá strana neobsahovala neznámou?

a) $14 + k = 3k$; b) $21 - 3h = 4h$;
c) $2p + 18 = 5p$; d) $19 - r = 2r - 8$.

195. V následujících rovnicích znamená písmeno vždy hledané číslo. Určete je! Vyložte postup a provádějte zkoušku!

a) $x + 7 = 10$; b) $5 + s = 12$;
c) $3a = 18$; d) $c - 8 = 0$;
e) $3p - 24 = 0$; f) $2q + 7 = 32$;
g) $\frac{1}{3}y = 8$; h) $\frac{1}{4}r + 3 = 10$.

196. Kterými úpravami dostanete všecky členy obsahující neznámé číslo na jednu a ostatní členy na druhou stranu rovnice?

a) $5c + 2 = 3c + 6$; b) $2e + 5\frac{1}{2} = 3e - 7\frac{1}{2}$;
c) $13 - 3u = 2 - u$; d) $10 - 2n = 4n - 2$.

197. Řešte následující rovnice! Provádějte zkoušku!

a) $69 = 4a + 65$; b) $6c + 35 = 83$;
c) $5u - 13 = 72$; d) $89 - 2s = 9s - 10$.

198. Řešte rovnice:

a) $31 - v = 3v + 3$; b) $71 + k = 35 + 9k$;
c) $3b + 5 = 17 - 5b$; d) $9x - 7 = 85 + 3x$.

199. Řešte rovnice:

a) $1\frac{1}{2} + 2r = 5\frac{1}{2}$; b) $g + \frac{1}{2} + g + \frac{1}{3} = 1$;
c) $0 = 3u - 5 - 4 - 2u$.

200. Řešte rovnice:

a) $6 = \frac{1}{5}y$; b) $\frac{2a}{3} = 4$;
c) $\frac{1}{5}r = 2$; d) $\frac{3s}{4} = 7$.

201. Řešte rovnice:

a) $\frac{6t}{5} = 3$; b) $2\frac{1}{2} = \frac{1}{5}u$;
c) $\frac{5v}{6} = 7\frac{1}{2}$; d) $\frac{2p}{3} = 2\frac{1}{2} - 2\frac{1}{3}$.

*202. Řešte rovnice:

a) $33 = (s + 3) \cdot 3$; b) $12 = 5(y - 2) - 3$;
c) $2r(r + 7) = 2(r^2 + 7)$; d) $37 = 2(3 + t) + 3(7 + t)$.

*203. Řešte rovnice:

a) $7(b - 1) = 3(2b + 1)$;
b) $2(3x - 4) + 4(x + 5) = 3(2x + 8)$;
c) $3(z - 4) + 2(z - 2) - 4 = 0$;
d) $8(3v - 2) + 7(v + 2) = 15(4 - 2v) + 30v$.

2. Sestavování a řešení rovnic.

Při sestavování a řešení rovnic se řídíme těmito zásadami:

1. Vyhledáme si v úloze, co máme vypočítat.

2. Rozhodneme se, v jakých jednotkách budeme počítat. Tyto jednotky si vyznačíme stranou do kroužku (na příklad kg).

3. Rozhodneme se, které neznámé číslo označíme písmenem. Jsou-li v úloze dvě neznámá čísla, označíme písmenem menší z nich; bývá to výhodnější.

4. Pomocí zvoleného písmena vyjadřujeme postupně velikost všech veličin, o kterých se v úloze mluví.

5. Jakmile máme velikost nějaké veličiny vyjádřenu dvojím způsobem, napíšeme rovnici.

6. Zkoušku provádíme se slovní úlohou, nejen s rovnicí, kterou jsme sestavili, protože při sestavování rovnice jsme se mohli dopustit chyby.

1. úloha.

Obvod obdélníka je 48 cm. Délka se rovná trojnásobku šířky. Vypočítejte rozměry tohoto obdélníka!

a) Úlohu rozřešíme nejdříve úsudkem: Šířka měří 1 díl, délka 3 díly. Obvod se rovná 2 délkám a 2 šířkám, což je dohromady 8 dílů. 8 dílů = 48 cm, 1 díl je 6 cm. Je tedy šířka 6 cm, délka (3×6) cm = 18 cm.

b) Nyní rozřešíme úlohu rovnicí. Stranou si do kroužku poznamenáme, v jakých jednotkách budeme počítat. Vlevo píšeme úsudkové záznamy potřebné pro sestavení rovnice, vpravo řešení rovnice.

Šířka je x; délka je $3x$.

Obvod je 2 (délka + šířka), to jest

$$2(3x + x).$$

Obvod je 48.

$$\begin{aligned} 2(3x + x) &= 48 \\ 2 \cdot 4x &= 48 \\ 8x &= 48 \\ x &= 6 \\ \hline 3x &= 18 \end{aligned}$$

cm

1. zkouška:

l. s.: $2(6 + 3 \cdot 6) = 2 \cdot (6 + 18) = 48$; p. s.: 48.

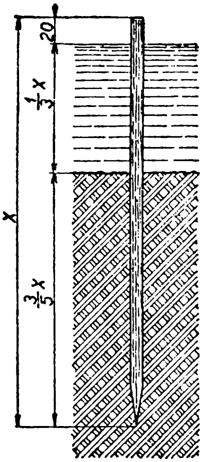
2. zkouška: $6 + 3 \cdot 6 + 6 + 3 \cdot 6 = 48$.

Šířka měří 6 cm, délka měří 18 cm.

Všimněte si, že jsme prováděli dvojí zkoušku: zkoušku správnosti rovnice a zkoušku správnosti slovní úlohy. Prvá zkouška však poví jen to, zda rovnice byla správně počítána, ale nepoví, zda byla správně sestavena, t. j. neupozorní nás na chybu, které se případně dopustíme už při sestavování rovnice. Je tedy nutno provést vždy druhou zkoušku tím, že zjistíme, zda vypočtená čísla vyhovují slovní úloze.

2. úloha.

Dělníci zatloukali do řeky pilotu (vodní kůl). $\frac{3}{5}$ kůlu zatloukali do dna řeky, $\frac{1}{3}$ byla ve vodě. Nad vodou vyčnívalo 20 cm kůlu. Jak dlouhý byl kůl? Jak hluboká byla v těchto místech řeka?



Obr. 8.

Řešení úsudkem:

Kůl je celek. Ve dně byly $\frac{3}{5}$, to jest $\frac{9}{15}$ kůlu, ve vodě $\frac{1}{3}$; to jest $\frac{5}{15}$ kůlu. Ve dně a ve vodě bylo dohromady $\frac{14}{15}$ kůlu, nad vodou $\frac{1}{15}$ kůlu, to jest 20 cm.

$\frac{1}{15}$ kůlu je 20 cm, délka kůlu je $15 \cdot 20$ cm $= 300$ cm. Ve dně bylo $9 \cdot 20$ cm $= 180$ cm kůlu, ve vodě $5 \cdot 20$ cm $=$ $= 100$ cm kůlu.

Řešení rovnicí:

Sestavíme a řešíme rovnici:

Délka kůlu je

a cm.

Ve dně řeky

$\frac{3a}{5}$ cm.

Ve vodě

$\frac{a}{3}$ cm.

Délka kůlu je

$(\frac{3}{5}a + \frac{1}{3}a + 20)$ cm.

$$\frac{3}{5}a + \frac{1}{3}a + 20 = a$$
$$\frac{9}{15}a + \frac{5}{15}a + 20 = a$$
$$\frac{14}{15}a + 20 = a$$
$$15(\tfrac{14}{15}a + 20) = 15a$$
$$14a + 15 \cdot 20 = 15a$$
$$14a + 300 = 15a$$
$$14a + 300 - 14a = 15a - 14a$$
$$\underline{300 = a}$$

cm

1. zkouška:

l. s. : $\frac{3 \cdot 300}{5} + \frac{300}{3} + 20 = \frac{900}{5} + \frac{300}{3} + 20 = 180 + 100 + 20 = 300;$

p. s. : 300.

2. zkouška:

$\frac{3}{5}$ ze $300 = 180$; $\frac{1}{3}$ ze $300 = 100$, zbytek 20.

$$180 + 100 + 20 = 300.$$

Kůl byl 300 cm dlouhý; zatloukli jej na 180 cm do dna řeky, voda byla 100 cm hluboká.

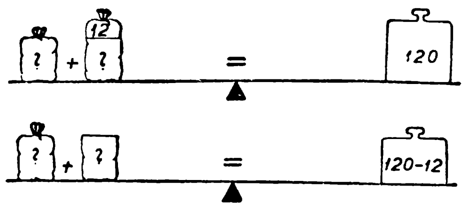
3. úloha.

Ve 2 pytlích bylo 120 kg bramborů. V jednom z nich bylo o 12 kg více než ve druhém. Kolik bramborů bylo v každém?

a) Úsudkem:

1. V prvním bylo neznámé množství bramborů.
2. V druhém bylo totéž množství jako v prvním a ještě 12 kg.
3. Kdyby bylo v těžším pytli tolik jako v lehčím, vážily by dohromady $(120 - 12)$ kg, tedy 108 kg.
4. Pak by v každém bylo $\frac{108}{2}$ kg $= 54$ kg.
5. Ve druhém pytli bylo 54 kg, v prvním $(54 + 12)$ kg $= 66$ kg.
6. $(54 + 66)$ kg $= 120$ kg.

Obrázkem lze úlohu znázorniti takto:



Obr. 9.

b) Rovnicí:

1. Menší pytel váží p. 2. Větší pytel váží $p + 12$. Oba pytle: $p + p + 12$, což je 120.	$p + p + 12 = 120$ (kg) $2p + 12 = 120$ $2p + 12 - 12 = 120 - 12$ $2p = 108$ $p = 54$

1. zkouška: l. s.: $54 + 54 + 12 = 120$; p. s.: 120.

2. zkouška:

Ve druhém byly 54 kg, v prvním $(54 + 12)$ kg $= 66$ kg.

$$54 + 66 = 120.$$

V prvním pytli byly 54 kg, ve druhém 66 kg brambor.

4. úloha.

Tatínkovi je 40, Jendovi 15 let. Za kolik let bude tatínek dvakrát tak stár jako Jenda?

Usoudíme:

Dnešní stáří	Za n let bude otci
a) otcovo 40 let,	$(40 + n)$ let,
b) Jendovo 15 let.	Jendovi $(15 + n)$ let,

Podle úlohy bude otec 2krát tak stár jako Jenda.

To znamená: Polovina věku otcova se rovná věku Jendovu.

Řeší se rovnicí:

$$\frac{40 + n}{2} = 15 + n \,|\cdot 2$$

$$40 + n = 2(15 + n)$$

$$40 + n = 30 + 2n$$

$$10 + n = 2n$$

$$\underline{10 = n}$$

1. zkouška:

$$\text{l. s.}: \frac{40 + 10}{2} = 25;$$

$$\text{p. s.}: 15 + 10 = 25.$$

2. zkouška:

Za 10 let bude otci $40 + 10 = 50$ let.

Jendovi bude $15 + 10 = 25$ let,

$$50 = 2 \cdot 25.$$

Tuto úlohu lze řešit také takto:

Když za n let bude otec 2krát tak stár jako Jenda, pak se dvojnásobek Jendova věku bude rovnat věku otcovu.

Tedy:

$$40 + n = 2(15 + n)$$

$$40 + n = 30 + 2n$$

$$10 + n = 2n$$

$$\underline{10 = n}$$

1. zkouška:

$$\text{l. s.}: 40 + 10 = 50;$$

$$\text{p. s.}: 2(15 + 10) = 2 \cdot 25 = 50.$$

2. zkouška je táž jako 2. zkouška v předešlém řešení.

Za 10 let bude otec dvakrát tak stár jako Jenda.

Cvičení.

204. Na 3 vozech a 4 nákladních autech dovezli do družstva 176 q pšenice. Na autech odvezli dvakrát více pšenice než na vozech. Kolik q pšenice odvezli na každém voze? Kolik na autě?

205. Knihovník koupil 6 výtisků knihy. Platil pětisetkorunou a dostal 14 Kčs zpět. Kolik stál 1 výtisk?

206. Matce je 38 let, dceři je 16. Kdy byla matka třikrát tak stará jako její dcera?

207. Součet čtyř za sebou následujících celých čísel je 58. Která to jsou čísla?

208. Součet tří za sebou následujících lichých čísel je 75. Která to jsou čísla?

209. Přidáš-li k neznámému číslu 2, dostaneš právě tolik, jako když neznámé číslo znásobíš dvěma.

210. Trojnásobek čísla zvětšený o 3 a dvojnásobek čísla zmenšený o 1 jsou dohromady právě tak velké jako trojnásobek téhož čísla zvětšený o 5. Které je to číslo?

211. Trojnásobek čísla zvětšeného o 3 a dvojnásobek čísla zmenšený o 1 jsou spolu právě tak velké jako trojnásobek téhož čísla zvětšeného o 5. Které je to číslo?

212. Kbelík s uhlím váží 14 kg. Uhlí váží třikrát tolik jako prázdný kbelík. Kolik uhlí je ve kbelíku?

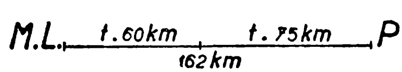
213. Cestující jel vlakem, autobusem a autem. Za auto zaplatil pětkrát tolik jako za vlak, za autobus třikrát tolik jako za vlak. Celkem zaplatil 108 Kčs. Kolik zaplatil za vlak? (Co si označíte písmenem?)

214. Zpáteční lístek na železnici stojí dvakrát tolik jako jednoduchý lístek. Za deset lístků, z nichž bylo šest zpátečních, bylo zaplaceno celkem 560 Kčs. Kolik stál jeden jednoduchý lístek?

215. Chodec procestoval 78 km za tři hodiny. Část cesty jel autobusem rychlostí 30 km za hodinu, zbytek šel pěšky rychlostí 6 km za hodinu. Jak dlouho šel pěšky?

216. Chodec ušel 16 km za půl čtvrté hodiny. Prvé dvě hodiny šel stále stejně rychle. Potom zvolnil chůzi a šel už jen rychlostí o kilometr za hodinu menší než dříve. Určete obě rychlosti!

217. Z Prahy do Mariánských Lázní je 162 km. Z obou měst vyjela současně 2 auta. Auto z Prahy jelo do Mariánských Lázní průměrnou rychlostí 60 km za hodinu. Auto jedoucí z Mariánských Lázní do Prahy jelo rychlostí 75 km za hodinu. Za jak dlouho po odjezdu se auta potkají? Podívejte se také na mapu! (Auta jela t hodin; první ujelo $t \cdot 60$ km, druhé $t \cdot 75$ km.



Obr. 10.

218. Chodec vyjde o $\frac{1}{2}4$. hodině a ujde 5 km za hodinu. O $\frac{1}{2}6$. hodině vyjede za ním z téhož místa autobus, který jede rychlostí 35 km/hod. V kolik hodin dostihne autobus chodce? (Autobus jede t hodin, ujede $t \cdot 35$ km, do $\frac{1}{2}6$. hodiny ujde chodec 10 km, po $\frac{1}{2}6$. hodině $t \cdot 5$ km, celkem $(10 + 5t)$ km.)

219. Z Prahy vyjelo v 6 hodin ráno auto. Jelo rychlostí 50 km/hod. přes Brno do Bratislavy. V 8 hodin vyjelo za ním jiné auto rychlostí 75 km/hod. Kdy dohnalo první auto? Podívejte se také na mapu!

220. Josef vyjde z místa M. v 8 hodin, jde rychlostí 6 km za hodinu a dojde za půl hodiny domů. Doma se zdrží 30 minut a pak pokračuje v cestě na kole rychlostí 12 km za hodinu. Václav jede z místa M. za Josefem rychlostí 30 km za hodinu. Vyjede v 9 hodin. Kdy dohoní Václav Josefa?

221. Ze stanice S. vyjel v 8 hodin 30 minut nákladní vlak rychlostí 40 km za hodinu. Když ujel 4 km, projížděl za ním stanicí S. rychlík rychlostí 60 km za hodinu. Jak daleko od stanice S. je stanice N., ve které rychlík předjíždí nákladní vlak?

*222. Skupina horníků rubala 480 q uhlí týdně. O týden později se stejně početná skupina jiných horníků zavázala, že za 6 týdnů narube o polovinu více než 1. skupina za 7 týdnů. Kolik q uhlí narubala týdně tato skupina?

*223. Tři dělnice: Jitka, Eva a Božena, složily za den 90 strojků. Jitka složila o 6 strojků více než Božena; Božena o 3 méně než Eva. Kolik strojků každá složila? [$A = B + 6$, $B = M - 3$, $A = (M - 3) + 6$.]

*224. Dvě skupiny dělnic měly vyplet 2 170 m^2 školky.

a) První vyplela 35 m^2 za 1 hodinu, druhá jen 27 m^2 za hodinu. Za kolik hodin vyplely školku?

b) V první skupině bylo 5 lidí, v druhé jen 3 lidé. Která skupina byla pilnější?

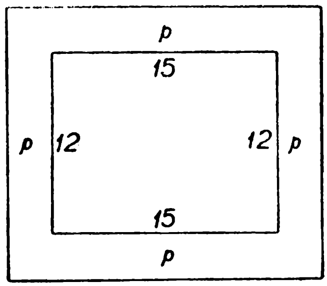
*225. Dvě skupiny horníků soutěžily po celý měsíc. Když druhá skupina viděla, že by v soutěži nezvítězila, zvýšila druhý týden výkon o 5 tun, třetí týden o 10 tun, čtvrtý týden dokonce o 15 tun uhlí. Tím v soutěži zvítězila, neboť narubala 160 tun, což bylo o 10 tun uhlí víc, než narubala první skupina. Kolik tun uhlí narubala v prvním týdnu a kolik v dalších týdnech?

*226. Na střední škole soutěžily třídy ve sběru odpadových hmot.

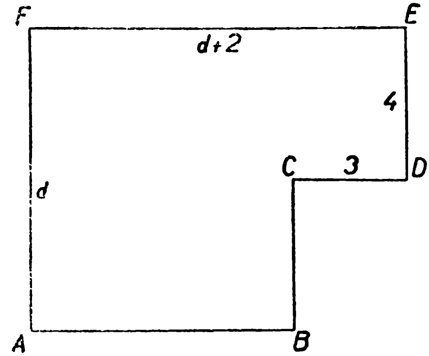
a) V lednu sebraly $1\frac{1}{2}$krát více než v únoru, v březnu o 30 kg méně než v únoru. Celkem sebraly 3 750 kg hmot. Kolik sebraly v jednotlivých měsících?

b) Nejméně sebrala 4. třída, která bez 50 kg sebrala třetinu toho, co ostatní třídy dohromady. Kolik sebrala 4. třída a kolik připadlo průměrně na každou z ostatních tří tříd?

*227. Na dole byl překročen čtvrtroční plán o 30%. V lednu bylo narubáno 400 t uhlí nad plán, v únoru 380 t nad plán, v březnu 420 t uhlí nad plán. Vypočtěte roční plán těžby! (Plán $= x$; $1\% = \frac{1}{100}$ plánu.)

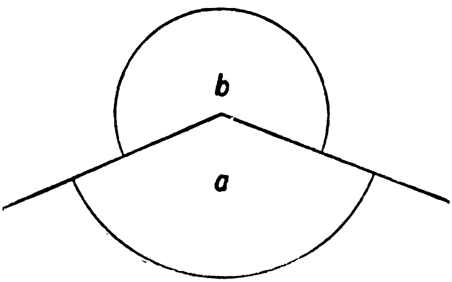


Obr. 11.

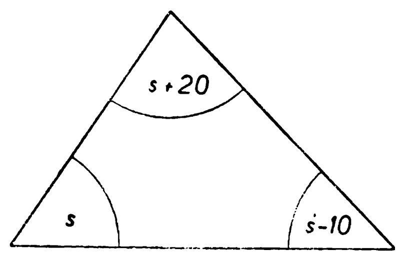


Obr. 12.

228. Pruh mezi oběma obdélníky v obr. 11 je všude stejně široký. Čísla v obrazci znamenají centimetry. Obvod vnějšího obdélníka je 78 cm. Určete rozměry vnějšího obdélníka! (Šířka pruhu p centimetrů.)



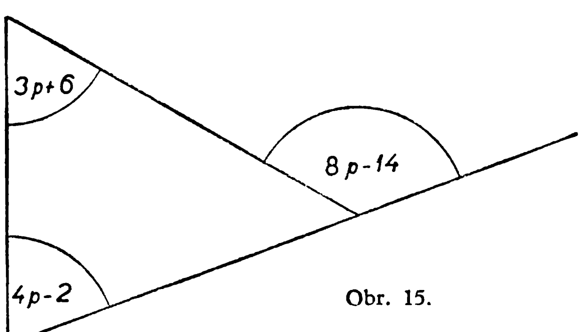
Obr. 13.



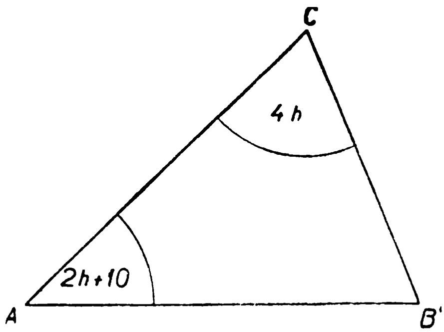
Obr. 14.

229. Jednotka v obrazci je 1 cm. Obvod šestiúhelníka *ABCDEF* je 32 cm. Určete d (obr. 12)!

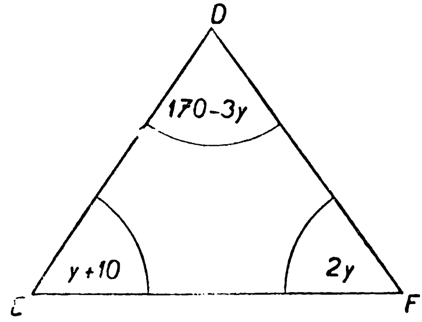
230. Tři strany šestiúhelníka jsou stejně dlouhé; čtvrtá strana je o 2 cm a pátá o 5 cm delší, šestá o 7 cm kratší nežli strana první. Obvod je 12 dm. Určete délky stran!



Obr. 15.



Obr. 16.



Obr. 17.

231. Rovnoramenný trojúhelník má při základně úhly o 18° menší, než je úhel proti základně. Určete ty úhly!

232. (Viz obr. 13.) Vypočtěte a, jestliže a) $b = 2a$; b) $b - a = 90$!

233. (Viz obr. 14.) Určete s!

234. (Viz obr. 15.) Určete p!

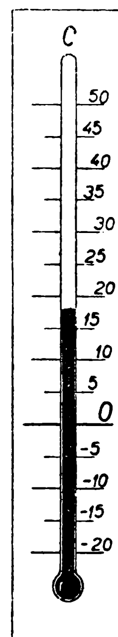
235. (Viz obr. 16.) $\overline{AB} = \overline{AC}$. Určete h!

***236.** (Viz obr. 17.) Jakou hodnotu musí mít y, aby trojúhelník DEF byl rovnoramenný? (Tato úloha má tři řešení.)

VI. RELATIVNÍ ČÍSLA.

1. Význam relativních čísel.

Teploměr ukazoval ve 20 hodin 15° C nad nulou. Ráno ukazoval 2° C pod nulou. Teplotu nad nulou označujeme znaménkem + (vyslovujeme „plus“), teplotu pod nulou označujeme znaménkem — (vyslovujeme minus). Znaménko „plus“ u teploty někdy vynecháme; píšeme místo + 15° C prostě 15° C. Znaménko „minus“ vynechat nemůžeme; vynecháme-li je, musíme dodat „pod nulou“ nebo „mrazu“.



Obr. 18.

Dosud nám znaménka + a — naznačovala početní výkony. Proto jim říkáme znaménka výkonná. Ale na příkladu s teplotou vidíme, že mají i jiný význam. Jestliže nám ukazují na příklad, je-li teplota nad nulou nebo pod nulou, říkáme jim znaménka přívlastková. Takovým číslům, která jsou opatřena znaménky přívlastkovými, říkáme **čísla relativní: číslo + 6 je kladné** (positivní), **číslo — 6 je záporné** (negativní); jejich význam si ukážeme na několika příkladech.

Rolník N. si zapisoval přehled ročního příjmu a vydání.

	Příjem Kčs	Vydání Kčs
Za obilí	25 000	
Za mléko	18 500	
Za umělá hnojiva		5 500
Za topivo		4 000

Tento záznam můžeme zapsat do jednoho sloupce, budeme-li označovat příjem +, vydání —.

Vedle sebe jsou uvedeny záznamy rolníka a záznam družstva, ve kterém rolník nakupuje, a do kterého odvádí obilí a mléko. Rolníkův příjem bude v družstevním záznamu uveden znaménkem —, neboť je to pro družstvo vydání, a naopak rolníkovo vydání jako obnos, který družstvo přijalo, je označeno znaménkem +.

Záznam rolníka N.

	Příjem + Vydání — Kčs
Za obilí	+ 25 000
Za mléko	+ 18 500
Za hnojivo	— 5 500
Za topivo	— 4 000

Záznam družstva

Rolník N.	Příjem + Vydání — Kčs
Za obilí	— 25 000
Za mléko	— 18 500
Za hnojivo	+ 5 500
Za topivo	+ 4 000

Podobně jako příjem označujeme jmění znaménkem +, a jako vydání označujeme dluh znaménkem —.

Družstvo mělo na konci roku 1948 jmění 150 000 Kčs a dluh 50 000 Kčs. Označujeme-li jmění + a dluh —, zapíšeme peněžní stav takto:

Jmění na konci roku 1948 v Kčs
+ 150 000 — 50 000

Relativních čísel se často užívá k vyznačení směru: nahoru (+) a dolů (—). Čteme-li na mapě, že Sněžka má nadmořskou výšku + 1 603 m, znamená to, že vrchol Sněžky je 1 603 m nad hladinou moře. Naproti tomu Stalingrad má nadmořskou výšku — 5 m, což znamená, že Stalingrad leží 5 m pod hladinou moře.

Kdybychom zavedli místo nadmořské výšky podmořskou hloubku a měřili ji kladně směrem dolů, záporně směrem nahoru, řekli bychom: Stalingrad má podmořskou hloubku + 5 m, Sněžka — 1 603 m.

Poloha místa na povrchu země se určuje zeměpisnou délkou a šířkou. Délku měříme kladně na východ od nultého poledníku, záporně na západ od nultého poledníku, zeměpisnou šířku kladně na sever od rovníku, záporně na jih od rovníku.

Praha má zeměpisnou délku + 14°, šířku + 50°. Rio de Janeiro má zeměpisnou délku — 43°, šířku — 23°. (Co to znamená?)

Dokud jsme nepoznali relativní čísla, nepřipisovali jsme k číslům znaménka přívlastková. Počítali jsme jen s čísly kladnými. Ani při počítání s čísly relativními nebudeme vždy připisovat přívlastkové znaménko + (plus).

Nepřipisujeme je tam, kde se v praxi nevyskytuje číslo záporné, kde neuvažujeme o číslech menších než nula. Mluvíme-li na příklad o obyvatelstvu, označujeme jeho počet číslem bez znaménka (říkáme mu číslo prosté).

Tam, kde sledujeme změnu hodnoty čísla i pod nulu, kde číslo může být kladné i záporné, t. j. kde znaménkem naznačujeme na příklad teplotu, příjem a vydání, přírůstek a úbytek, jmění a dluh, výšku a hloubku, směr nad a pod, před a za a j., připisujeme vždy znaménko —; znaménko + někdy vynecháváme, při čemž číslo bez znaménka přívlastkového považujeme za číslo kladné.

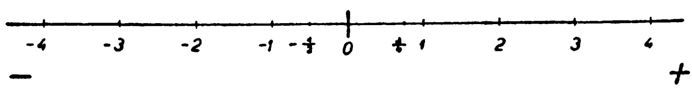
Zápis relativního čísla se skládá ze dvou částí; ze znaménka plus nebo minus a z čísla, kterému říkáme prostá (absolutní) hodnota relativního čísla. Absolutní hodnota vyjadřuje počet jednotek, které dané číslo obsahuje.

Z každé prosté hodnoty můžeme utvořit dvě relativní čísla, jedno kladné a jedno záporné; na příklad z prosté hodnoty 5 tvoříme relativní čísla $+5$, -5; obráceně čísla $+\frac{3}{7}$, $-\frac{3}{7}$ mají společnou prostou hodnotu $\frac{3}{7}$.

Výjimku činí číslo nula; $+0$ i -0 je totéž jako nula. *Nula je číslo, které nepočítáme ani mezi čísla kladná, ani mezi čísla záporná.*

Dvě relativní čísla, která se liší pouze znaménkem, na příklad $+5$, -5 nebo $+\frac{2}{3}$, $-\frac{2}{3}$, jmenujeme **čísla opačná.**

Relativní čísla se dají znázornit na přímce, které se říká *číselná osa.* Na číselné ose (obr. 19) zvolíme určitý bod 0, kterému říkáme *počátek.* Je jím znázorněno číslo 0.



Obr. 19.

Kladná čísla jsou znázorněna podle úmluvy body ležícími napravo od počátku, záporná čísla body ležícími nalevo od počátku. Zvolíme-li si určitou délku za jednotku, jsou na příklad čísla $+4$ a -4 znázorněna na ose body, které jsou od počátku vzdáleny o čtyři jednotky.

Čísla relativní můžeme srovnávat tak, jako jsme srovnávali čísla prostá. Víme již z dřívějška, že 5 je větší než 2, což píšeme $5 > 2$ a čteme „pět je větší než dvě“, nebo (což platí současně) „dvě jsou menší než pět“, psáno $2 < 5$. U teploty značí $+5°$ C vyšší teplotu než $-2°$ C. Proto $5 > -2$. Ale také $-2 > -6$, neboť teplota $-2°$ C je vyšší teplota než $-6°$ C. Kdybychom sledovali jen hodnoty mrazu, řekli bychom ovšem, že mráz 6° C je větší než mráz 2° C, ale teplota $-6°$ C je nižší než teplota $-2°$ C.

Pozorujeme-li čísla zaznamenaná na číselné ose, můžeme říci, že čísla vpravo od čísla, od něhož vycházíme, jsou větší než toto číslo a naopak čísla vlevo od něho jsou menší. (Viz obr. 19.)

Tak na příklad

$$-4 < +2; \quad 4 > 2.$$

Cvičení.

237. Čtvery hodinky byly správně nařízeny a po 24 hodinách byl učiněn tento záznam. (Doplňte!)

Hodinky	I.	II.	III.	IV.
Zrychlení ve vteř.	15		17	
Zpoždění ve vteř.		9		26
Odchylka od správného času				

238. Vodní hladina v řece stoupá a klesá. Stav hladiny nad normálem označujeme kladně, stav pod normálem označujeme záporně.

Normální stav vodní hladiny v řece N je 100 cm. Označte pomocí relativních čísel odchylku od normálního stavu, když výška vodní hladiny byla:

a) 123 cm; b) 140 cm; c) 80 cm; d) 78 cm;
e) 91 cm; f) 212 cm; g) 101 cm; h) 95 cm.

239. Zapište pomocí relativních čísel:

a) Zeměpisná šířka Leningradu je 60° severní šířky, sopky Kilimandžaro 3° jižní šířky.

b) Zeměpisná délka Leningradu je 32°45′ východní délky a San Franciska 122°15′ západní délky.

c) Nadmořská výška a) Mont Blancu je 4800 m nad hladinou moře Středozemního, b) Kaspického jezera je 26 m, c) Astrachaně 12 m pod hladinou téhož moře.

240. Vypočtěte průměrnou výšku žáka ve vaší třídě v celých cm a pomocí relativních čísel zapište pak odchylku výšky jednotlivých žáků od průměrné výšky.

241. Napište k číslům -11, $+5$, -15, -6 čísla opačná.

242. Nakreslete číselnou osu a vyznačte na ní tato opačná čísla: $+5$; -5; $+4$; -4; $+8$; -8. Co řeknete o poloze těchto čísel na ose vzhledem k číslu 0?

243. Stanovte prostou hodnotu čísel -6, $+2$, -4, -7, $+15$, -25, -100.

244. Vyznačte čísla -2; 3; $+5$; -6; -0; $+2$; $+0$

a) na číselné ose vodorovné, budou-li kladná čísla znázorněna body ležícími nalevo od počátku;

b) na číselné ose svislé, budou-li kladná čísla znázorněna body ležícími nahoru od počátku.

245. Seřaďte podle velikosti čísla: -10; 0; -6; $+4$; $+\frac{1}{2}$; $+2$; $-\frac{1}{2}$; $-\frac{3}{4}$; $\frac{2}{5}$; $\frac{7}{8}$; 1.

246. Znakem $>$ (nebo $<$) zapište vztah mezi dvojicemi čísel: $+5$, $+10$; 0, -1; -2, -8; $-\frac{3}{5}$, $-\frac{2}{3}$; 5, -4; $-3\frac{1}{2}$, $3\frac{1}{2}$; $-\frac{7}{8}$, $-\frac{5}{6}$; $+\frac{3}{2}$, $+\frac{6}{5}$.

247. Jaký význam mají tyto výroky?

a) Euklidova geometrie byla psána kolem roku -300.

b) Hodinky se zpozdily o 4 minuty.

248. Vypočítejte počet obyvatelstva v roce 1938 a 1947!

Pohyb obyvatelstva v letech 1930 až 1947.

	Čechy	Morava	Slovensko	Česko-slovensko
Obyvatelstvo při sčítání z 1. XII. 1930	7 109 376	3 565 010	3 324 111	13 998 497

Přírůstek a úbytek obyvatelstva.

	Čechy	Morava	Slovensko	Česko-slovensko
Celkový přírůstek:				
od 1. XII. 1930 do 31. XII. 1937......................	+ 141 624	+ 78 990	+ 211 889	+ 432 503
od 1. I. 1938 do 22. V. 1947 .	− 1 624 434	− 508 225	− 133 700	− 2 266 359

2. Sčítání relativních čísel.

Na několika jednoduchých příkladech si ukážeme, jak relativní čísla zapisujeme.

Výkonné znaménko si budeme zatím zapisovat slovy, abychom je rozlišili od znaménka přívlastkového.

1. Karel měl na jedné spořitelní knížce 100 Kčs, na druhé 50 Kčs. Kolik měl celkem?

Slovy: Vklad 100 Kčs plus vklad 50 Kčs, součet vkladů je 150 Kčs.

$$(+100) \quad \text{plus} \quad (+50) \quad = \quad (+150).$$

Tento součet zapíšeme: $+100 \quad +50 \quad = \quad +150.$

2. Karel dostal od matky 10 Kčs a měl dluh 5 Kčs. Jaký byl stav jeho jmění?

Slovy: Hotovost 10 Kčs plus dluh 5 Kčs je jmění 5 Kčs,
jinak: Hotovost + 10 Kčs plus jmění − 5 Kčs je jmění + 5 Kčs.

$$(+10) \quad \text{plus} \quad (-5) \quad = \quad +5.$$

Zapíšeme: $+10 \quad -5 \quad = \quad +5.$

3. Karel měl 10 Kčs dluhu a dostal od matky 5 Kčs. Jaké bylo jeho jmění?

Slovy:	Dluh	10 Kčs	plus	hotovost	5 Kčs	je dluh	5 Kčs,	
jinak:	Jmění	-10 Kčs	plus	hotovost	$+5$ Kčs	je jmění	-5 Kčs,	
		(-10)	plus		$(+5)$	$=$	$-5.$	
Zapíšeme:		-10			$+5$	$=$	$-5.$	

4. Karel si vypůjčil od Františka 5 Kčs a od Václava 10 Kčs. Jaký byl stav jeho jmění?

Slovy:	Dluh	5 Kčs	plus	dluh	10 Kčs	je dluh	15 Kčs,	
jinak:	Jmění	(-5) Kčs	plus	jmění	(-10) Kčs	je jmění	(-15) Kčs.	
		(-5)	plus		(-10)	$=$	$-15.$	
Zapíšeme:		-5			-10	$=$	$-15.$	

Ze zápisu všech čtyř příkladů jsme poznali, že **součet relativních čísel zapisujeme tak, že píšeme vedle sebe jen sčítance se znaménky přívlastkovými. Výkonné znaménko + nepíšeme.**

Při psaní součtu relativních čísel vynecháváme u prvního sčítance přívlastkové znaménko +.

Místo $+100+50$ píšeme $100+50$.
Místo $+16+7$ píšeme $16+7$.
Ale musíme psát $-5+3$.

Na rozdíl $6-5$ se díváme jako na rozdíl s menšencem 6 a s menšitelem 5, nebo jako na součet se sčítanci 6 a -5; výsledek v obou případech je týž: $+1$, kratčeji 1.

Pro součet relativních čísel platí zákon o záměně sčítanců jako platil pro součet prostých čísel.

Tak víme, že 5 Kčs dluhu a 10 Kčs hotovosti je jako 10 Kčs jmění a 5 Kčs dluhu neboli:

$$-5+10=10-5.$$

Podobně 5 Kčs dluhu a 10 Kčs dluhu je totéž jako 10 Kčs dluhu a 5 Kčs dluhu:

$$-5-10=-10-5$$

a ovšem

$$6+5=5+6.$$

Doposud jsme si při výpočtu součtu relativních čísel vypomáhali jměním a dluhy. Můžeme však k tomu užít také číselné osy.

Nazývejme ten směr číselné osy, v němž nanášíme kladná čísla, kladným smyslem číselné osy. Podobně záporný smysl číselné osy je směr, v němž nanášíme záporná čísla.

Proto často připisujeme ke „koncům“ číselné osy znaménka + a —, která nám určují smysl číselné osy.

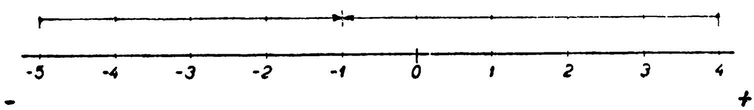
Přičíst kladné číslo znamená postoupit na číselné ose o tolik jednotek v kladném smyslu, kolik jednotek dané číslo obsahuje.

Podobně přičíst záporné číslo znamená postoupit na číselné ose o tolik jednotek v záporném smyslu, kolik jednotek dané číslo obsahuje.

Převedením na dluh a jmění vypočteme:

$$-5 + 4 = -1.$$

K číslu — 5 přičteme kladné číslo 4 na číselné ose tak, že postoupíme od čísla — 5 v kladném smyslu o 4 jednotky. Dostaneme se tak k číslu — 1. Poněvadž přičítáme kladné číslo, postupujeme v kladném smyslu.



Obr. 20a.

Součet 4 — 5 znamená součet kladného čísla 4 a záporného čísla — 5. Na číselné ose postoupíme od čísla + 4 v záporném smyslu o pět jednotek; přičítáme totiž záporné číslo. Postoupíme tak opět k číslu — 1.

Máme: $-5 + 4 = 4 - 5$, což jsme již věděli.

Obecně:

Přičíst $+n$ znamená, že na číselné ose postoupíme o n jednotek v kladném smyslu.

Přičíst $-n$ znamená, že na číselné ose postoupíme o n jednotek v záporném smyslu.

Máme-li součet o více než dvou sčítancích, můžeme v něm pořádek sčítanců libovolně zaměnit. Na příklad v součtu $-3 + 7 - 5 = -3 - 5 + 7 = 7 - 3 - 5$ atd. Tentýž výsledek si ověříme tak, že zavedeme na př. jmění a dluh a sčítáme oboje v libovolném pořádku. Konečný stav jistě nezáleží na tom, v jakém pořádku jmění a dluhy sčítáme.

Pro součet o více sčítancích platí také zákon o sdružování. $-3 - 5 + 7 - 4$ můžeme si třeba rozdělit na součet dvou sčítanců; první je $-3 - 5 = -8$ a druhý je $7 - 4 = 3$. Proto součet $-3 - 5 + 7 - 4$ rovná se součtu čísel -8 a $+3$, což píšeme $-8 + 3$.

Tedy
$$-3-5+7-4=-8+3=-5.$$
Někdy chceme částečné součty $-3-5$ a $7-4$ naznačit a pak je píšeme do závorek a zapisujeme to takto:
$$(-3-5)+(7-4).$$
Proč zde nesmíme vynechat výkonné znaménko + mezi závorkami? Co by znamenalo $(-3-5)(7-4)$?

Při výpočtech, které jsme dosud prováděli, řídili jsme se představou číselné osy. Nyní si vyslovíme jednoduché pravidlo pro součet dvou relativních čísel.

1. úloha.

a) Součet $15+5=20$. Čemu se rovná prostá hodnota součtu? ($15+5$.)

b) Žák vydal za sešit 10 Kčs a za knihu 18 Kčs. Jaké měl celkové vydání? Celkové vydání žákovo bylo 28 Kčs. (Obě vydání jsme sečetli.)

Zapišme součet:
$$-10-18=-28.$$
Čemu se rovná prostá hodnota součtu? ($10+18$.)

Součet dvou čísel se stejnými znaménky má stejné znaménko jako oba sčítanci. Jeho prostá hodnota se rovná součtu prostých hodnot obou sčítanců.

c) $6-2=4$. Které z čísel $+6$ a -2 má větší prostou hodnotu? Vidíme, že součet čísel $+6$ a -2 má totéž znaménko jako člen s větší prostou hodnotou. Počítejme ještě: $-6+2=-4$; odvodíme z příjmu a dluhu. I zde vidíme, že součet čísel -6 a $+2$ má také totéž znaménko jako člen s větší prostou hodnotou.

Součet dvou čísel s opačnými znaménky má znaménko členu s větší prostou hodnotou. Jeho prostou hodnotu dostaneme, odečteme-li menší prostou hodnotu od větší.

Jak je tomu, mají-li sčítanci stejnou prostou hodnotu?

Opačné číslo k číslu 5 je -5; k 0 je 0; k -10 je 10; k a je $-a$; k $-b$ je $+b$. Opačné číslo k součtu s je $-s$.

Počítejme:
$$7+15-4+2-3=+17, \text{ kde součet } s=17,$$
a
$$-7-15+4-2+3=-17, \text{ kde součet } -s=-17.$$

Součet $-s = -17$ vznikl ze součtu $s = 17$ tak, že jsme změnili znaménko u každého členu. Proto můžeme říci:

K součtu s utvoříme opačné číslo $-s$, když u všech sčítanců v součtu s změníme znaménko.

Písmeno s může zde znamenat číslo kladné i záporné.

Cvičení.

249. Vyložte, co znamená, a pak na číselné ose vypočtěte:

$9 + 6$; $-5 + 6$; $0 - 4$; $-10 - 15$; $8 - 3$; $-5 - 3$;
$10 - 12$; $-19 + 24$; $10 - 15$; $-15 - 0$; $-11 - 6$; $-8 + 10$.

250. V součtu $-3 + 7 - 5$ zaměňte všemi možnými způsoby sčítance (6 způsobů) a na číselné ose se přesvědčte, že vždy dostanete týž součet!

251. Vyložte na číselné ose a potom vypočítejte:

$8 - 5 - 3$; $-2 - 7 - 8 + 2$; $-10 - 2 - 4 + 16$;
$+12 - 7 - 3 - 2$; $+5a - 2a - 4a + a$ (za a si volte úsečku vhodné délky).

252. Zpaměti:

$13 - 17$; $12 - 20$; $18 - 100$; $9 - 46$;
$18 - 24$; $18 - 36$; $19 - 200$; $27 - 72$;
$9 - 37$; $2 - 40$; $1 - 1000$; $100 - 801$.

253. Zpaměti:

$-20 + 12$; $-12 + 8$; $-2 - 12$; $-18 + 35$;
$-35 + 12$; $-16 + 4$; $-24 + 41$; $-31 - 13$;
$-27 - 72$; $-27 + 72$; $-47 - 73$; $-1 - 111$;
$-29 - 84$; $-29 + 84$; $-300 + 84$; $-25 - 145$.

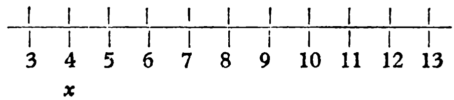
254. $37\,428 - 97\,632$; $-53\,842 + 43\,258$;
$-15\,621 - 79\,324$; $-21\,074 - 989$.

255. $2{,}97 - 3{,}846$; $-6{,}4 - 0{,}089$;
$-32{,}8 - 3{,}28$; $-32{,}8 + 0{,}328$.

256. K součtům $-9 + 3 + 2 - 4 - 3$; $-1 + 2 - 3 + 4 - 1$; $2a + b - a - 2b$; $5m - 3n + 2m - 7m - 3n$ utvořte opačná čísla a výpočtem součtů se přesvědčte o správnosti!

3. Odčítání relativních čísel.

Odčítání prostých čísel je obrácený výkon ke sčítání. Na příklad rozdíl $12 - 8$ je takové číslo x, pro které platí, že $x + 8 = 12$; $x = 4$. Ukažme si na ose číselné, co to znamená.



Vyjdeme-li od čísla x a postoupíme o 8 jednotek vpravo, přijdeme k číslu 12. Obráceně: Vyjdeme-li od čísla 12 a postoupíme o 8 jednotek opačným směrem, t. j. vlevo, přijdeme k našemu neznámému číslu, které je 4. Stejně tomu bude u čísel relativních.

1. úloha.

Večer bylo $-3°$ C. Do rána klesla teplota o 2 stupně. Kolik bylo ráno? Když teplota $-3°$ C poklesla o 2° C, bylo ráno $-5°$ C.

To zapíšeme:

$$-3-(+2)=-5.$$

Ukážeme si to na stupnici, která nám představuje číselnou osu. Kladný smysl stupnice je směrem nahoru, záporný směrem dolů. Od -3 musíme postoupit o 2 jednotky směrem záporným, chceme-li přijít k číslu -5. To znamená, že musíme od -3 odečíst 2. Proto píšeme:

$$-3-(+2)=-3-2=-5.$$

Zapišme příklad znovu a vyvoďme si postup ještě jinak:

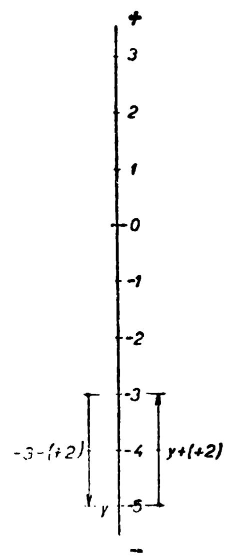
$$-3-(+2)=y.$$

Z vlastnosti početních výkonů víme, že součet rozdílu a menšitele se rovná menšenci. Proto platí:

$$y+(+2)=-3.$$

Když vyjdeme na číselné ose od neznámého čísla y, musíme postoupit v kladném smyslu (přičítáme $+2$) o dvě jednotky, abychom přišli k -3.

Obráceně: Od čísla -3 musíme postoupit v záporném smyslu o 2 jednotky, abychom přišli k našemu číslu y; potom vidíme, že $y=-5$.



Obr. 20b.

Od čísla -3 jsme vlastně odečetli $+2$. Zapíšeme: $-3-(+2)=-3-2=-5$.

Odečtení kladného čísla jsme převedli na přičtení opačného čísla.

2. úloha.

Ráno bylo $-3°$ C; do oběda ubyly 2 stupně mrazu. Kolik stupňů bylo potom?

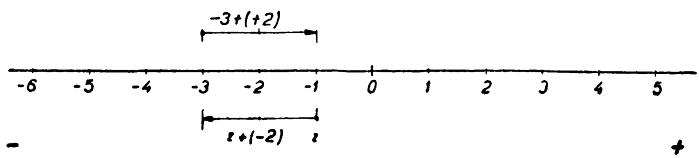
Když ubyly dva stupně mrazu, byl $-1°$ C.

To zapíšeme:

$$-3-(-2)=-1.$$

Na stupnici musíme postoupit od čísla -3 v kladném smyslu o dvě jednotky, abychom přišli k číslu -1. To znamená, že přičteme k číslu -3 číslo 2.

$$-3-(-2)=-3+2=-1.$$



Obr. 20c.

Zapišme si příklad znovu a počítejme ještě jinak:

$$-3-(-2)=z.$$

Z vlastnosti odčítání plyne podobně jako u předešlého příkladu: $z+(-2)=$ $=-3$. To znamená, že vyjdeme-li od neznámého čísla z, musíme postoupit v záporném smyslu o 2 jednotky (přičítáme -2); přijdeme k číslu -3. Obráceně: Vyjdeme-li od -3, musíme postoupit v kladném smyslu o 2 jednotky, abychom přišli k číslu z, které je, jak vidíme, -1. To znamená, že jsme k -3 přičetli dvě kladné jednotky. Zapíšeme-li tento postup, máme:

$$-3-(-2)=-3+2=-1.$$

Odečtení záporného čísla jsme převedli na přičtení opačného čísla.

Z obou příkladů vidíme, že **odečíst relativní číslo znamená totéž jako přičíst opačné číslo,** t. j. číslo s opačným znaménkem a stejnou prostou hodnotou.

Obecně:

$-(+n)$ znamená totéž jako $+(-n)$,
$-(-n)$ znamená totéž jako $+(+n)$, kde n je číslo prosté.

Odčítání relativních čísel se stává zbytečným, neboť je převádíme na sčítání; proto nám také pro sčítání i odčítání relativních čísel stačí pravidla pro sčítání.

Podle toho na příklad rozdíl čísel $(-100)-(+50)$ přeměníme na součet čísel $(-100)+(-50)$, což zapisujeme

$$-100-(+50)=-100-50=-150.$$

Podobně

$$-100-(-50)=-100+50=-50.$$

$-17+26+14-12+8-27$ můžeme sčítati upraveným způsobem, t. j. tak, že změníme pořádek sčítanců, aby přišli napřed všichni sčítanci kladní, jejichž součet je 48, potom všichni sčítanci záporní, jejichž součet je -56, načež celkový součet je $48-56$:

$$-17+26+14-12+8-27=26+14+8-17-12-27=$$
$$=48-56=-8.$$

Cvičení.

257. Vypočítejte: $(-5)-(+2)$; $13-(+2)$; $13-(-2)$; $(-10)-(-2)$; $(-8)-(-3)$.

258. Napsané rozdíly převeďte na součet a pak vypočtěte:

$+9-(+6)$;	$8-(-3)$;	$-2-(+4)$;
$-4-(-7)$;	$2-(-10)$;	$-5-(-5)$;
$a-(-b)$;	$m-(-n)$;	$2x-(-3x)$.

259. Sečtěte postupně i upraveným způsobem!

a) $-13+8+6-12-15$;	b) $-20+11+13-5-12$;
c) $-21-18+13+16-17$;	d) $-37+19+24-8-28$;
e) $23-15-16+4+34$;	f) $17-25-35+13+13$;
g) $0{,}824-8{,}24+82{,}4-824$;	h) $-2{,}097+3{,}086-4{,}075-5{,}064$.

260. Místo A leží 76 m nad hladinou moře; místo B leží 23 m pod hladinou moře. Oč leží A výše nežli B?

261. Podnik měl na začátku roku 100 000 Kčs dluhů a na konci roku mu zůstal dluh 20 000 Kčs. Kolik splatil během roku?

262. Teploměr ukazoval $+9°$ C, pak teplota klesla o 2°, stoupla o 5°, klesla o 13°, klesla o 2°, stoupla o 5°, klesla o $3\frac{1}{2}°$. Udejte konečnou teplotu!

263. Hladina Vltavy v Praze byla určitého dne 30 cm nad normálem; v následujících dnech klesla o 14 cm, pak klesla o 7 cm, stoupla o 7 cm, stoupla o 3 cm, stoupla o 0 cm, klesla o 30 cm a stoupla o $15\frac{1}{2}$ cm. Jak vysoko stála hladina vodní posledního dne?

4. Násobení relativních čísel.

A) *Násobení.*

Pro násobení relativních čísel musí platit zákony o záměně a sdružování, platné pro násobení prostých čísel, i zákon o roznásobení.

Kladná čísla dovedeme násobit, neboť to jsou vlastně čísla prostá.

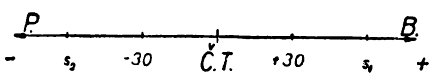
Na příklad $(+3) \cdot (+4) = 3 \cdot 4 = (+12) = 12$.

S o u č i n   d v o u   k l a d n ý c h   č í s e l   j e   k l a d n ý.

Jak násobíme, když je jeden činitel záporný, vyvodíme si na úloze:

Česká Třebová je mezi Prahou a Brnem. Z České Třebové vyjel vlak rychlostí 30 km/hod. Kde bude za 2 hodiny?

Pokud nevíme, kterým směrem vlak jede, nedovedeme jednoznačně odpovědět, neboť vlak může být od Třebové vzdálen 60 km směrem ku Praze nebo směrem k Brnu. Označme si směr do Brna kladně, směr ku Praze záporně. Potom budeme dráhu do Brna počítat kladně, dráhu do Prahy záporně.



Obr. 21.

To znamená, že dráhu, kterou směrem do Brna ujede vlak za 1 hodinu označíme $+30$ km, za 2 hodiny $(+30)\,\text{km} \cdot 2 = (+60)$ km, za n hodin $(+30)\,\text{km} \cdot n = (+30n)$ km. Podobně označíme dráhu, kterou ujede vlak za 1 hodinu směrem ku Praze -30 km, za 2 hodiny $(-30)\,\text{km} \cdot 2 = (-60)$km, za n hodin $(-30)\,\text{km} \cdot n = (-30n)$ km.

Když dráhu směrem do Brna označíme s_1, dráhu směrem ku Praze s_2, zapíšeme řešení příkladu takto:

$$s_1 = (+30) \cdot 2 = +60;$$
$$s_2 = (-30) \cdot 2 = -60.$$

Protože činitel 2 je prosté číslo, můžeme oba zápisy napsati také

$$(+30) \cdot (+2) = +60;$$
$$(-30) \cdot (+2) = -60.$$

Všimněme si podrobněji obou součinů: v obou jsou prosté hodnoty činitelů i výsledků stejné. (30; 2; 60.)

V druhém součinu se změnilo znaménko činitele, jehož prostá hodnota je 30, z + na —. Změnilo se však také znaménko součinu z + na —.

Ke stejnému závěru bychom došli řešením obdobných příkladů.

Proto si vyslovíme pravidlo:

Změní-li se znaménko některého činitele, změní se znaménko součinu.

1. úloha.

Čemu se rovná $(-6)\cdot(-4)$?

Víme, že $(-6)\cdot(+4) = -24$. Když změníme znaménko druhého činitele z $+4$ na -4, pak podle uvedeného pravidla je

$$(-6)\cdot(-4) = +24 = 24.$$

Ze všech uvedených příkladů poznáváme, že součin dvou čísel se stejnými znaménky je kladný, součin dvou čísel s opačnými znaménky je záporný; jeho prostá hodnota se rovná součinu prostých hodnot obou činitelů.

Pravidla o změně znaménka můžeme užít také při více než dvou činitelích. Ukážeme si, jak na příklad vznikl součin $(-3)\cdot4\cdot(-2)\cdot(-5) = -120$.

$$3\cdot4\cdot2\cdot5 = 120.$$

Změňme znaménko činitele 3. Potom

$$(-3)\cdot4\cdot2\cdot5 = -120.$$

Změňme znaménko činitele 2. Potom

$$(-3)\cdot4\,(-2)\cdot5 = 120.$$

Změňme znaménko činitele 5. Potom

$$(-3)\cdot4\,(-2)\cdot(-5) = -120.$$

Z toho vidíme, že součin o sudém počtu záporných činitelů je kladný, součin o lichém počtu záporných činitelů je záporný (pokud ovšem žádný činitel není roven nule).

2. úloha.

Kolik je a) $(-2)^2$; b) $(-2)^3$?

Víme, že mocnina je součin stejných činitelů.

$$(-2)^2 = (-2)\cdot(-2) = +4 = 2^2;$$

$$(-2)^3 = (-2)\cdot(-2)\cdot(-2) = -8 = -2^3.$$

Podobně $(-5)^4 = +(5)^4 = 5^4;$

$$(-8)^7 = -8^7.$$

Záporné číslo umocněno sudým mocnitelem dává kladnou mocninu; umocněno lichým mocnitelem dává zápornou mocninu.

Je-li před součinem znaménko $+$ nebo $-$, mohli bychom být na pochybách, zda patří k součinu nebo jen k prvnímu činiteli.

Na příklad $-2x$ může být buď $-(2x)$, nebo $(-2)\,x$.

Poněvadž $(-2)\cdot x = -2x$, vidíme, že výsledek je týž; zpravidla se díváme na výraz $-2ab$ jako na součin $(-2)\,ab$.

Číslo $-a$ vznikne z čísla a, když je znásobíme číslem -1, neboť $(-1)\,a = -a$. V tomto případě a znamená prosté číslo. $-a$ je číslo opačné k číslu a. Tedy:

K číslu a dostaneme opačné číslo, znásobíme-li je činitelem -1.

Násobíme-li $-a$ číslem (-1), dostaneme $(-1)(-a) = a$.

Číslo a je opačné číslo k číslu $-a$. Z těchto dvou vyjádření vidíme, že znásobíme-li relativní číslo číslem -1, dostaneme opačné číslo.

Zápisy pro součin relativních čísel se píší obecně takto:

$$\begin{aligned}(+a)(+b) &= ab,\\ (+a)(-b) &= -ab,\\ (-a)(+b) &= -ab,\\ (-a)(-b) &= ab.\end{aligned}$$

Vznikly tak, že jsme místo určitých čísel psali písmena a, b.

Písmena a, b značí v těchto zápisech čísla prostá.

Avšak zápisy platí také, znamenají-li písmena a, b čísla relativní, na příklad $a = -3$; $b = +2$. Potom je číslo $-a$ číslo kladné, neboť $-(-3) = +3$. Ověřme si toto tvrzení!

Do výrazu $(+a)(-b)$ dosaďme: $a = -3$; $b = +2$.

Levá strana: $[+(-3)][-(+2)] = [-3][-2] = +6$.

Pravá strana: $-(-3)(+2) = -(-6)$. Číslo $-(-6)$ je opačné číslo k -6, tedy $+6$.

Cvičení.

264. Vypočítejte:

$(-2)^3$; $-(-2)^4$; $(-2)^5$; $(-2{,}5)^2$; $(-3)^2$; $(-3)^4$; $(-4)^3$; $(-2{,}4)^3$.

265. a) $5\cdot(-4)\cdot(-3)$; b) $(-8)\cdot(-2)\cdot(-4)$; c) $(-6)\cdot 3\cdot(-5)^2$;
d) $8\cdot 12\cdot(-4)^4$; e) $(-7)^2\cdot(-3)^3$; f) $(-5)^3\cdot 2\cdot(-4)$.

266. Škrtněte znaménko rovnosti, kde rovnost neplatí:

$(-2)^3 = -2^3$; $(-3)^4 = 3^4$; $(-5)^4 = -5^4$; $(-2)^6 = -2^6$.

267. Do výrazu $100 - ab$ dosaďte:

a) $a = -11$, $b = 6$; b) $a = -\frac{2}{3}$, $b = -\frac{1}{4}$;
c) $a = 9$, $b = -8$; d) $a = -\frac{1}{2}$, $b = 2\frac{1}{2}$.

268. Do výrazu $2r - st$ dosaďte:

a) $r = 14$, $s = -3$, $t = 4$; b) $r = -2$, $s = \frac{1}{4}$, $t = -8$;
c) $r = 11$, $s = -5$, $t = -6$; d) $r = -23$, $s = -8$, $t = -6$;
e) $r = \frac{1}{2}$, $s = -\frac{1}{2}$, $t = \frac{1}{3}$.

269. Do výrazu $h^2px - k^3qy$ dosaďte:

a) $h = -3$, $k = -3$, $p = 12$, $q = -8$, $x = -6$, $y = -4$;
b) $h = 4$, $k = -2$, $p = -9$, $q = 10$, $x = -3$, $y = -8$;
c) $h = 1$, $k = -\frac{1}{2}$, $p = \frac{1}{2}$, $q = -1$, $x = 0{,}1$, $y = -10$.

270. Vypočítejte:

a) $4a \cdot (-2b)$; b) $(-a) \cdot (-2b) \cdot (-3a) \cdot (-a^2)$;
c) $(-x^2) \cdot (-2x^2) \cdot (-2y^2)$; d) $6x \cdot (-2y) \cdot (+3z)$.

271. Vypočítejte:

a) $(+a) \cdot (3ab) \cdot (-2ab)$; b) $(-2) \cdot (-3y) \cdot (-4c)$;
c) $2ab \cdot (-2ab) \cdot (-3ab)$; d) $(-3) \cdot (-5am) \cdot (2m)$.

B) *Zákony násobení.*

Násobíme: $(+a)(-b)(+c) = -abc$.
Písmena a, b, c znamenají čísla prostá.
Pro součin 3 prostých čísel platí zákon o záměně: $abc = bac = cab = \dots$
Proto také: $(+a)(-b)(+c) = (-b)(+a)(+c) = (+c)(-b)(+a)$.
Odtud: Zákon o záměně platí také pro čísla relativní.

Zákon o roznásobení součtu neboli zákon distributivní platí také pro čísla relativní. Víme již, že pro každé prosté číslo t platí

$$(5+3)\,t = 5t + 3t \quad \text{neboli} \quad (3+5)\,t = 3t + 5t, \qquad (1)$$
$$(5-3)\,t = 5t - 3t, \qquad (-3+5)\,t = -3t + 5t.$$

Nahradíme-li prvního činitele nalevo číslem opačným, víme, že i součin napravo musíme nahradit číslem opačným. Tedy

$$(-5-3)\,t = -5t - 3t \quad \text{neboli} \quad (-3-5)\,t = -3t - 5t, \qquad (2)$$
$$(-5+3)\,t = -5t + 3t, \qquad (3-5)\,t = 3t - 5t.$$

Jestliže v (1) a (2) nalevo nahradíme číslo t opačným číslem $-t$, dostaneme dále

$$(5+3)(-t) = -5t - 3t \quad \text{neboli} \quad (3+5)(-t) = -3t - 5t, \qquad (3)$$
$$(5-3)(-t) = -5t + 3t, \qquad (-3+5)(-t) = 3t - 5t,$$

$$(-5-3)(-t) = 5t + 3t \quad \text{neboli} \quad (-3-5)(-t) = 3t + 5t, \tag{4}$$
$$(-5+3)(-t) = 5t - 3t, \qquad (3-5)(-t) = -3t + 5t.$$

Místo prostých čísel 5 a 3 mohli jsme ovšem vzíti libovolná dvě prostá čísla, která označíme u a v. Můžeme tedy místo (1) až (4) napsati 8 vzorců

$$\begin{aligned}
(u + v)\, t &= ut + vt, & (u + v)(-t) &= ut - vt,\\
(u - v)\, t &= ut - vt, & (u - v)(-t) &= -ut + vt,\\
(-u + v)\, t &= -ut + vt, & (-u + v)(-t) &= ut - vt,\\
(-u - v)\, t &= -ut - vt, & (-u - v)(-t) &= ut + vt.
\end{aligned} \tag{5}$$

Jestliže nyní písmena a, b, c znamenají libovolná relativní čísla, můžeme položiti

$$\begin{aligned}
a &= u \text{ nebo } a = -u,\\
b &= v \text{ nebo } b = -v,\\
c &= t \text{ nebo } c = -t
\end{aligned}$$

a podle pravidel o násobení relativních čísel můžeme shrnouti všech 8 vzorců (5) v jediný vzorec

$$(a + b)\, c = ac + bc, \tag{6}$$

jehož platnost pro prostá čísla nám byla známa, který však platí i pro čísla relativní a, b, c a v tomto tvaru zahrnuje v sobě všech 8 vzorců (5), což je zjednodušení, které potvrzuje účelnost našich pravidel pro násobení relativních čísel.

Vzorec $(a + b)\, c = ac + bc$ vyjadřuje zákon o roznásobení neboli distributivní zákon pro relativní čísla ve tvaru omezeném na dva sčítance.

Snadno se rozšíří i na více sčítanců.

Na příklad
$$\begin{aligned}
(a + b + c)\, d &= ad + bd + cd,\\
(a + b + c + d)\, e &= ae + be + ce + de,\\
(2a - b + 3c)\, d &= 2ad - bd + 3cd.
\end{aligned}$$

Cvičení.

V příkladech s písmeny dosaďte si určitá čísla!

272. $(2a - b + 3c)\, d = 2ad - bd + 3cd$. Přesvědčte se o správnosti dosazením $a = 6$, $b = 10$, $c = 1$, $d = 2$.

273. V obdélníku o rozměrech a, b byl rozměr a zmenšen o 2 jednotky. Jaký obsah má zbývající část?

274. Průměrná rychlost rychlíku je a km/hod, osobního vlaku b km/hod. Vyjádřete, • kolik větší dráhu ujede rychlík za t hodin!

275. Těžní klec v uhelném dolu pohybuje se rychlostí 8 m/sec. Ve směru dolů počítejme směr rychlosti záporně, ve směru nahoru kladně. O kolik m klesne (stoupne) klec za $(t - 2)$ vteřiny?

276. Dělník A vykoná práci za a dní, s pomocníkem vykoná tutéž práci za b dní. Jakou část práce vykoná pomocník za t dní?

*277. Rychlost parníku je a km/hod, rychlost proudu je b km/hod. Vypočítejte dráhu, kterou ujede parník za t hodin, jede-li a) po proudu, b) proti proudu!

*278. Osazenstvo dolu se zavázalo, že každý dělník zvýší těžbu za jednu směnu o 3 q. Oč by se zvýšila celková těžba uhlí na tomto dole v r. 1949, když počet pracujících je a a počet pracovních směn v roce je $(365 - b)$.

*279. Ze stanic vzdálených od sebe a km vyjedou současně v stejném směru dva vlaky. První jede rychlostí c_1 m/min, druhý rychlostí c_2 m/min. Jaká je jejich vzdálenost po t minutách?

5. Dělení relativních čísel.

Dělení je obrácený výkon k násobení. Proto podíl 12 : 4 neboli zlomek $\frac{12}{4}$ je takové číslo, které násobeno čtyřmi dává součin 12, t. j. číslo 3. Stejnou úvahou najdeme, že

$$
\begin{aligned}
(+12):(+4) &= +3, \text{ neboť } (+4)\cdot(+3) = +12,\\
(+12):(-4) &= -3, \text{ neboť } (-4)\cdot(-3) = +12,\\
(-12):(+4) &= -3, \text{ neboť } (+4)\cdot(-3) = -12,\\
(-12):(-4) &= +3, \text{ neboť } (-4)\cdot(+3) = -12.
\end{aligned}
$$

$$\frac{+a}{+b} = \frac{a}{b}; \quad \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}; \quad \frac{-a}{-b} = \frac{a}{b},$$

kde a, b jsou čísla prostá.

Podíl dvou čísel se stejným znaménkem je kladný.

Podíl dvou čísel s různým znaménkem je záporný.

Podíl s dělitelem nula (zlomek s jmenovatelem nula) nemá žádný význam.

Cvičení.

280. Každé z čísel -36; $+48$; -60; -72; $+84$ dělte zpaměti číslem $+3$; -3; $+4$; -4; -6.

281. a) Do výrazu $\dfrac{2x+10}{3x-21}$ dosaďte $x = 3$; $x = 4$; $x = -2$; $x = -10$; $x = \frac{1}{2}$;

b) Kterou číselnou hodnotu nesmíme dosadit do výrazu, má-li mít význam?

282. a) Do výrazu $\dfrac{rs-1}{r-s}$ dosaďte $r = 4$, $s = -3$; $r = -4$, $s = -3$; $r = -5$, $s = 2$;

$r = -6$, $s = -8$; $r = \dfrac{-1}{2}$, $s = \frac{4}{5}$;

b) Proč nemůžeme dosadit $r = s$?

283. a) Dosaďte $h = 3$, $k = -5$, $p = -1$ do výrazu:

$$\frac{p}{h};\ \frac{k}{p};\ \frac{kp}{h};\ \frac{k^2}{h};\ \frac{p^3}{k^3};\ \frac{(p-h)^2}{k-h}.$$

b) Jaké hodnoty nesmí mít písmena v daných výrazech?

284. Zjednodušte:

$$\frac{a}{-a};\ \frac{-x^2}{(-x)^2};\ \frac{(-r)^3}{-r^3};\ \frac{-2u}{(-3u)^3}\cdot\frac{-3v}{-4v};\ \frac{-2x}{3y}\cdot\frac{-9y^2}{4x^2};$$

$$\frac{-3x}{-5a}\cdot\frac{-10a}{-6x};\ \frac{-2ab}{2ab}.$$

6. Početní výkony se zlomky.

Základní početní výkony s relativními čísly provádíme tak jako početní výkony s prostými čísly. Rozdíl je pouze v tom, že musíme určit znaménko výsledku.

Totéž platí pro zlomky, jejichž čitatel a jmenovatel jsou relativní čísla. Jak postupujeme při sčítání a odčítání, ukážeme si na několika úlohách:

a) $\frac{-4}{15} + \frac{7}{20} = -\frac{4}{15} + \frac{7}{20}$. Tyto zlomky převedeme na společného jmenovatele: $-\frac{4}{15} + \frac{7}{20} = -\frac{16}{60} + \frac{21}{60}$, což lze napsati také: $\frac{-16+21}{60} =$

$= \frac{+5}{60} = \frac{5}{60} = \frac{1}{12}$.

b) $\frac{7}{-15} + \frac{-9}{20} = -\frac{7}{15} - \frac{9}{20}$; převedeme na společného jmenovatele:

$-\frac{7}{15} - \frac{9}{20} = -\frac{28}{60} - \frac{27}{60} = \frac{-28-27}{60} = \frac{-55}{60} = -\frac{55}{60} = -\frac{11}{12}$.

c) Smíšená čísla převádíme na nepravý zlomek:

$$-2\tfrac{1}{3} + 4\tfrac{1}{2} - 1\tfrac{5}{6} = -\tfrac{7}{3} + \tfrac{9}{2} - \tfrac{11}{6} =$$

$$= \frac{-14+27-11}{6} = \frac{27-25}{6} = \tfrac{2}{6} = \tfrac{1}{3}.$$

Při násobení a dělení určíme nejdříve přívlastkové znaménko výsledku, potom postupujeme jako při násobení zlomků, jejichž čitatel a jmenovatel jsou prostá čísla.

a) $\frac{-4}{3}\cdot\frac{5}{2} = (-\frac{4}{3})\cdot\frac{5}{2} = -(\frac{4}{3}\cdot\frac{5}{2}) = -\frac{4\cdot5}{3\cdot2} = -\frac{10}{3} = -3\frac{1}{3}$;

b) $(-\frac{4}{3})\cdot\left(\dfrac{5}{-2}\right) = (-\frac{4}{3})\cdot(-\frac{5}{2}) = +(\frac{4}{3}\cdot\frac{5}{2}) = +\dfrac{4\cdot 5}{3\cdot 2} = \frac{20}{6} = \frac{10}{3} =$

$= 3\frac{1}{3}$;

c) $\frac{2}{3} : \left(\dfrac{-4}{5}\right) = \frac{2}{3} : (-\frac{4}{5}) = \frac{2}{3}\cdot(-\frac{5}{4}) = -\dfrac{2\cdot 5}{3\cdot 4} = -\frac{5}{6}$;

d) $\left(\dfrac{-2}{3}\right) : (-\frac{4}{5}) = (-\frac{2}{3}) : (-\frac{4}{5}) = (-\frac{2}{3})\cdot(-\frac{5}{4}) = +(\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{4}) =$

$= +\dfrac{2\cdot 5}{3\cdot 4} = \frac{5}{6}$.

Cvičení.

285. Zjednodušte:

a) $-\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$; b) $-\frac{1}{12}-\frac{1}{4}$; c) $\frac{1}{6}+\frac{2}{3}$;
d) $\frac{2}{3}-1\frac{1}{6}$; e) $-3+1\frac{1}{4}\cdot 2\frac{1}{6}$.

286. a) $-\frac{1}{4}+\frac{1}{6}-\frac{1}{2}$; b) $-\frac{10}{3}+\frac{13}{5}-\frac{11}{10}$; c) $-2\frac{2}{3}+3\frac{1}{4}+4\frac{1}{6}$.

287. a) $(-\frac{3}{5})\cdot\frac{2}{4}\cdot(-\frac{3}{4})$; b) $(1\frac{1}{2}-3\frac{1}{2})\cdot(-1\frac{3}{4}-2\frac{1}{4})$;
c) $-1+\frac{2}{3}(\frac{1}{2}+\frac{2}{5})$.

288. a) $(-\frac{5}{12}):\frac{3}{4}$; b) $(-3\frac{1}{2}):(-2\frac{1}{3})$; c) $(-3\frac{1}{4}+\frac{1}{6}):(-\frac{1}{4})$;
d) $(\frac{1}{4}-\frac{1}{3}):(\frac{1}{3}-\frac{1}{2})$.

***289.** a) $\dfrac{-10\frac{2}{5}+1\frac{3}{4}\cdot 10\frac{2}{3}}{-(3\frac{1}{4}:2\frac{1}{6})+1\frac{9}{16}}$; b) $\dfrac{1}{-1\frac{1}{3}}+\dfrac{1}{1\frac{1}{9}}-\dfrac{1}{-2\frac{1}{2}}$;
c) $\dfrac{(1\frac{1}{2}+3\frac{3}{4})-(2\frac{1}{5}-3\frac{2}{3})}{\frac{7}{2}-2\frac{1}{2}}$; d) $\dfrac{4\frac{1}{2}\cdot 8\frac{3}{4}\cdot(-2\frac{4}{5})}{-4\frac{1}{2}+8\frac{3}{4}-2\frac{4}{5}}$.

7. Užití relativních čísel v rovnicích.

Po zavedení relativních čísel můžeme zrychlit postup při řešení rovnic. Dosud jsme na příklad rovnici $5x - 2 = 4x + 10$ řešili takto:

$$5x - 2 = 4x + 10.$$

K oběma stranám jsme přičtli 2. S levé strany odpadl člen -2, na pravé straně přibyl člen $+2$.

$$5x = 4x + 10 + 2.$$

Od obou stran jsme odečtli $+4x$ (což znamená, že jsme přičtli $-4x$).

$$5x - 4x = 10 + 2.$$

Po sloučení dostáváme

$$x = 12.$$

Kořen rovnice je $x = 12$.

Vidíme, že jsme nejprve převedli s levé strany člen -2 na pravou stranu se změněným znaménkem, což znamená, že jsme na obou stranách přičtli 2. Potom jsme převedli s pravé strany člen $4x$ na levou stranu se změněným znaménkem, což znamená, že jsme na obou stranách přičtli $-4x$.

Již dříve jsme se přesvědčili, že obě provedené změny jsou dovolené a neporušily správnost rovnice.

Tyto změny v úpravě jsme prováděli podle pravidla:

Kterýkoli člen rovnice můžeme převésti s opačným znamením na opačnou stranu.

Všecky změny zpravidla provádíme najednou tak, že členy obsahující neznámou dáme na jednu stranu rovnice, ostatní členy dáme na druhou stranu rovnice.

Po zavedení relativních čísel je lhostejné, na kterou stranu převedeme neznámé členy, na kterou známé členy. Zpravidla však převádíme **neznámé členy nalevo, známé napravo.**

Podle toho upravíme na příklad rovnici

$$4r + 12 = 6r - 2$$

naráz takto:

$$\begin{aligned} 4r - 6r &= -2 - 12 \\ -2r &= -14 \mid : (-2) \\ r &= \frac{-14}{-2} = 7 \end{aligned}$$

(to znamená, že obě strany dělíme minus dvěma).

Vyskytují-li se v rovnici závorky, napřed je odstraníme a teprve potom převádíme členy rovnice s jedné strany na druhou. Po převedení slučujeme.

Na příklad

$$\begin{aligned} 3x + 2(5 - x) &= 4(2x - 3) \\ 3x + 10 - 2x &= 8x - 12 \\ +10 + 12 &= 8x - 3x + 2x \\ 22 &= 7x \mid : 7 \\ x &= 3\tfrac{1}{7}. \end{aligned}$$

Proveďte zkoušku.

Kořen rovnice může být také číslo záporné, jak poznáme z následující úlohy.

1. úloha.

Nyní je otci 60 let, synovi 24 roky. Kdy je otec třikrát tak stár jako syn?

Hledanou dobu si označíme r (r let).

Nyní je otci 60 let, synovi jsou 24 roky.

Za r let je otci $(60 + r)$ let, synovi $(24 + r)$ let; v té době má být otcovo stáří třikrát větší než synovo; to znamená, že trojnásobek synova věku se rovná věku otcovu.

Platí tedy:

$$
\begin{aligned}
60 + r &= 3(24 + r)\\
60 + r &= 72 + 3r\\
-2r &= 12 \mid :(-2)\\
r &= -6.
\end{aligned}
$$

Hledaná doba je -6 roků. To znamená, že nastala před 6 lety.

Zkouška 1: l. s.: $60 - 6 = 54$;
p. s.: $3(24 - 6) = 3 \cdot 18 = 54$.

Zkouška 2: Před 6 lety bylo otci $(60 - 6$ let$) = 54$ roky, synovi $(24 - 6)$ let $= 18$ let;
$$54 = 3 \cdot 18.$$

Cvičení.

290. $3n - 6 = 2n - \frac{1}{2}n$.

291. $3(2z - 4) + 2(4 - z) = 3(z - 2) + 2z$.

292. $6x + 2(7 - 2x) = x + 3(3x + 10)$.

293. $(2a - 5) + 5(6 - 4a) = 6 + 8a + 4(6 - 4a)$.

294. $8b - 3 + 4(4b - 5) = 5(4b - 3) - 9$.

295. $3(6e - 8) + 4(9 - 3e) = 2(3e + 6) + 4(4 + 12e)$.

296. Kdy žil Pythagoras? Kdyby se byl narodil o 1873 let později, mohl se účastnit založení pražské university.

297. Do 12 hodin stoupla teplota o 3 stupně, takže se v poledne rovnala $\frac{2}{5}$ ranní teploty. Jaká byla ranní teplota?

***298.** O kolik cm se lišila před deštěm výška hladiny řeky od normálu, když po dešti stoupla o 2 cm, čímž se její odchylka od normálu zmenšila na $\frac{3}{4}$?

***299.** Dělníci zvýšili normu výroby cementu. Když k $\frac{5}{6}$ rozdílu obou norem vyjádřených v q přidáme $3\frac{1}{2}$ q cementu, zmenší se jejich rozdíl na polovinu. O kolik q cementu je nová norma vyšší než stará?

VII. MNOHOČLENY.

1. Pojem jednočlenu a mnohočlenu.

A) *Pojem jednočlenu.*

Výrazům:

1. $4xy$; $-3a^2b$;
2. ab; xy; zu;
3. $-ab$; $-xy$; $-zu$;
4. 4; -5; $-\frac{1}{3}$ říkáme jednočleny.

1. Jednočleny $4xy$; $-3a^2b$ jsou součiny několika činitelů, z nichž jeden je číslo určité (4; -3) a ostatní jsou písmena (xy; a^2b). Činitele, který je určitým číslem, píšeme zpravidla na prvním místě a říkáme mu součinitel nebo koeficient.

2. Jednočleny ab, xy, zu mají koeficient 1. Tento koeficient nepíšeme, ale zpravidla si ho u takového jednočlenu myslíme.

3. Koeficient 1 nepíšeme jako součinitele, ani když je záporný. Místo $(-1)\,ab$ píšeme krátce $-ab$, ale pamatujeme si, že koeficient jednočlenu $-ab$ je -1.

4. Také každé určité číslo je jednočlen. Koeficient tohoto jednočlenu je číslo samo. Zlomek $\frac{r^2s}{2}$ je jednočlen s koeficientem $\frac{1}{2}$. Tak jako $\frac{3}{4}$ je součin $3\cdot\frac{1}{4}$, je podobně i $\frac{r^2s}{2} = \frac{1}{2}r^2s$; $\frac{3a^2b}{4} = \frac{3}{4}\cdot a^2b$; proto výrazy $\frac{r^2s}{2}$; $\frac{3a^2b}{4}$ jsou jednočleny s koeficienty $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$.

B) *Pojem mnohočlenu.*

Máme-li několik jednočlenů, pak jejich součet nazýváme mnohočlenem ($4ab + 3xy$). Říkáme, že **mnohočlen** (polynom) **je součet několika jednočlenů:** Na příklad $3x - 4y$ je součet jednočlenů $3x$; $-4y$. Jednotliví sčítanci se jmenují členy mnohočlenu. Obsahuje-li mnohočlen dva sčítance, nazývá se dvojčlen.

Na příklad

$$5m - 3a;\ 6x - 4y.$$

Mnohočlen se třemi členy je trojčlen. Na příklad

$$5 - 2x^2 + 4x^3;\ 6a - 26^2 + 3e^3.$$

Čtyrčlen má 4 členy:

$$5 - 3a^2 + 4b^2 - 3cz.$$

V mnohočlenu je někdy také člen bez písmene. Na příklad

$$3x^4 - 5x^3 + 2x - 4;\ 6ab - 3cd + 8.$$

Člen -4; $+8$ se jmenuje prostý neb absolutní člen; je to číslo určité.

Mnohočlen $6x^4 - 3x^3 + 2x^2$ nemá prostý člen.

Můžeme také říci, že prostý člen tohoto mnohočlenu rovná se nule; lze totiž psát:

$$6x^4 - 3x^3 + 2x^2 + 0.$$

Jsou-li dva členy mnohočlenu totožné nebo liší-li se mezi sebou pouze v koeficientech, nazýváme je stejnojmenné ($3a$, $4a$).

Stejnojmenné členy můžeme nahradit jediným členem s nimi stejnojmenným; říkáme, že je slučujeme.

$$3x^2 - 5x^2 = -2x^2.$$

Součet dvou stejnojmenných členů, jejichž koeficienty jsou čísla opačná, rovná se nule. Na příklad $2a - 2a = 0$. Říkáme také, že $2a - 2a$ se ruší.

Protože můžeme nulu napsat také jako součin $0 \cdot a$, je $2a - 2a = 0 \cdot a$, a proto i zde platí, že součet dvou stejnojmenných členů je zase člen stejnojmenný.

V mnohočlenu může být i více členů stejnojmenných.

Na příklad $3xy - 4x^2 + 6xy - 4xy$.

Stejnojmenné členy jsou: $3xy$; $+6xy$; $-4xy$. Tyto členy sloučíme. Slučujeme-li postupně, máme: $9xy - 4xy = 5xy$.

Vypišme si nyní koeficienty stejnojmenných členů a sečtěme je:

$$3 + 6 - 4 = 5.$$

Vidíme, že koeficient součtu $5xy$ rovná se součtu koeficientů $3 + 6 - 4$ všech stejnojmenných členů. Vzpomeňme na zákon distributivní: $3xy + 6xy - 4xy = (3 + 6 - 4)\,xy$.

Jiné příklady:

$$6p^2 - 4p^2 + 3p^2 = -4p^2,\ 6 - 4 + 3 - 9 = -4;$$
$$3x^2y - 4x^2y + 5x^2y - 12x^2y = -8x^2y,\ 3 - 4 + 5 - 12 = -8.$$

Součet koeficientů stejnojmenných členů se může také rovnat nule.

$$3x^2 - 9x^2 + 6x^2 = 0;$$
$$t - \tfrac{1}{2}t - \tfrac{1}{3}t - \tfrac{1}{6}t = 0.$$

Nulu můžeme psát jako součin $0 \cdot x^2$

$$3 - 9 + 6 = 0;$$
$$1 - \tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{3} - \tfrac{1}{6} = 0.$$

Často se vyskytují mnohočleny s jediným písmenem ve významu čísla. Na příklad v mnohočlenech $2x^3 + 7x^5 + 3x - 1$ se vyskytuje jen písmeno x.

Říkáme, že člen $7x^5$ je pátého stupně, $2x^3$ třetího stupně, $3x$ prvního stupně (neboť x je vlastně x^1).

Prostý člen $- 1$ (nebo $+ 1$, $- 3$, $+ 9$) nazýváme někdy také **člen nultého stupně.**

Takové mnohočleny obyčejně uspořádáme buď sestupně nebo vzestupně. Při sestupném uspořádání napíšeme nejprve člen nejvyššího stupně. Za ním napíšeme člen vyššího stupně vždy před člen nižšího stupně; prostý člen dáme až na konec.

Při vzestupném uspořádání přijde nižší člen před člen vyššího stupně; prostý člen napíšeme na první místo.

Tak na příklad mnohočlen

$$3x^3 - 5x^7 + 4x^2 - 2$$

uspořádáme

a) sestupně:

$$- 5x^7 + 3x^3 + 4x^2 - 2;$$

b) vzestupně:

$$- 2 + 4x^2 + 3x^3 - 5x^2.$$

Podobně

$$6a^4 - 3a^2 + a^7 - a$$

uspořádáme

a) sestupně:

$$a^7 + 6a^4 - 3a^2 - a;$$

b) vzestupně:

$$- a - 3a^2 + 6a^4 + a^7.$$

Také pro mnohočleny s více písmeny jsou pro uspořádání různá pravidla. Jsou složitější. Jimi se zde nebudeme zabývat.

Cvičení.

300. Slučte, pokud možno, a uspořádejte a) sestupně; b) vzestupně:

a) $1 + 9h^3 - 3h^3$; b) $7n^2 - 4n^2 + 3n$;

c) $2s^2 + 6s - 3 - 3s + s^2$; d) $5t^2 - 8 - 4t^2 + 2t - t^2 + 12$.

301. a) $6z^2 - z^2 + 2z^2 - 3z + 5z^2$; b) $9p^3 + 6 - 4p^3 - 3 - 2p^3$;

c) $8a^3 - 3a - 4a^2 + 2a^2 + 5a$; d) $10 - 2b^2 + b^2 - 5 + 5b^2$.

302. Slučte, pokud možno, a uspořádejte vzestupně:

a) $5t^2 - t^3 + 7 - 2t^2 - 1$; b) $5 - 2x^2 - x^2 + 1 + 3x^2$;
c) $7y - 4y^2 + 5y - y^2 - 6y^2$; d) $5r + r^3 + 2 - r + 6r^3$;
e) $8s^2 - 2 - 5s^2 - 5 - 3s^3 + 7$.

2. Sčítání a odčítání mnohočlenů.

Mnohočlen je součet několika jednočlenů. Z toho vyplývá, že součet několika mnohočlenů je součet jednočlenů a tedy mnohočlen.

Zjednodušme výraz:

$$a + (b - c + d).$$

Z vlastností početních výkonů již víme, že

$$a + (b - c + d) = a + b - c + d.$$

Mnohočlen přičteme, když přičteme každý jeho člen.

Máme-li sečísti více mnohočlenů, sečteme všecky jejich členy. Na příklad

$$(-3 + 5) + (2 - 6) + (-4 - 7) = -3 + 5 + 2 - 6 - 4 - 7 = -13;$$

$$(a - d) + (b - c + 2) = a - d + b - c + 2.$$

Poněvadž odčítání čísla převádíme na sčítání opačného čísla, dovedeme také mnohočlen odečíst. Na příklad

$$a - (2a + 3b).$$

K součtu $2a + 3b$ utvoříme opačné číslo: $-2a - 3b$ (změníme znaménka každého členu).

Potom $a - (2a + 3b) = a - 2a - 3b$. (K a přičteme $-2a - 3b$.)

Podobně

$$x - (3x - 4y + 2z) = x - 3x + 4y - 2z = -2x + 4y - 2z.$$

Mnohočlen odečteme, když přičteme každý člen tohoto mnohočlenu s opačným znaménkem.

1. úloha.

Zjednodušte výrazy:

$$(3xy - 5x + 6y - 7) - (xy + 5x + 6y - 9).$$

Rozdíl mnohočlenů převedeme na součet. Tím se stanou závorky zbytečnými a výrazy můžeme napsat bez závorek. Říkáme, že jsme závorky odstranili.

$$3xy - 5x + 6y - 7 - xy - 5x - 6y + 9$$

Stejnojmenné členy sloučíme. Sloučené členy pro kontrolu zatrhujeme. Na ukázku jsou zatrženy jen členy s písmeny xy a členy s písmenem x. Postupně tedy zpaměti slučujeme a zatrhujeme $3xy$, $-xy$ atd. Jestliže se nám členy ruší (na příklad $+6y-6y$) — nulu do výsledku nepíšeme. Výsledek je:

$$2xy - 10x + 2.$$

Přitom hleďme, aby se celý výraz vešel na řádek. Nevejde-li se celý výraz na jeden řádek, musíme napsat výkonné znamení $+$ nebo $-$ na konci řádku i na začátku dalšího.

Jsou-li někdy koeficienty složitější, vypočteme si pro každou skupinu součet koeficientů stranou a opíšeme ho do příkladu.

Na příklad

$$\left(\tfrac{5}{8}x^2 - \tfrac{3}{4}x + \tfrac{1}{2}\right) - \left(\tfrac{1}{4}x^2 - \tfrac{1}{2}x + \tfrac{3}{8}\right) =$$
$$= \tfrac{5}{8}x^2 - \tfrac{3}{4}x + \tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{4}x^2 + \tfrac{1}{2}x - \tfrac{3}{8} =$$
$$= \tfrac{3}{8}x^2 - \tfrac{1}{4}x + \tfrac{1}{8}$$

$$\tfrac{5}{8} - \tfrac{1}{4} = \frac{5-2}{8} = \tfrac{3}{8}$$
$$-\tfrac{3}{4} + \tfrac{1}{2} =$$
$$= -\frac{3-2}{4} = -\tfrac{1}{4}$$

Vedle závorek okrouhlých a lomených užijeme někdy závorek složených $\{\}$; tyto jsou vždy vnější, po nich následují lomené, které jsou uvnitř složených; okrouhlé jsou uvnitř obou.

Při zjednodušování složitějších výrazů můžeme postupovat dvěma způsoby.

A) Začneme odstraňováním vnitřních závorek, t. j. těch, uvnitř kterých již žádné nejsou. Co je vně těchto závorek, opíšeme.

$$3x - [2x - (3y + x)] =$$

odstraníme nejdříve závorky okrouhlé;

$$= 3x - [2x - 3y - x] =$$

odstraníme závorky lomené

$$= 3x - 2x + 3y + x =$$
$$= 2x + 3y.$$

B) Začneme odstraňováním vnějších závorek, t. j. takových, které nejsou uvnitř žádných jiných závorek; co je uvnitř ostatních závorek, opíšeme.

$$3x - [2x - (3y + x)] =$$

Odstraníme lomené závorky.

$$= 3x - 2x + (3y + x) =$$

Odstraníme okrouhlé závorky a sloučíme.

$$= 3x - 2x + 3y + x = 2x + 3y.$$

O správnosti výpočtu se přesvědčíme tak, že do původního výrazu dosadíme za písmena malá čísla a výrazy zjednodušíme. Na příklad $x = 2$, $y = 3$.

$$3 \cdot 2 - [2 \cdot 2 - (3 \cdot 3 + 2)] = 6 - [4 - (9 + 2)] =$$
$$= 6 - [4 - 11] = 6 - [-7] = 6 + 7 = 13.$$

Potom dosadíme do výsledku $2x + 3y$.

$$2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 = 4 + 9 = 13.$$

Při správném postupu a výpočtu se oba součty rovnají: $13 = 13$.

Cvičení.

303. Odstraňte závorky a pak sečtěte:

a) $4a - (5a + 3b) - 2b$;
b) $8c - (5 - 2c + 3d)$;
c) $(7x - 3x^2) - (3x - 7x^2)$;
d) $(4x^2 - 5x^3 + x^4) - (x^2 - 3x^3 - x^4)$.

304. Odstraňte závorky a slučte:

a) $(a + b + c) - (a + b - c) - (a - b + c) + (a - b - c)$;
b) $(3pq + 4p - 5q - 7) - (2pq - 3p + 6q - 8) - (3pq - p + 7q)$;
c) $(3u + 5v - 7) - (2 - 3v) - (4 - 5u) + (6u - 3v)$.

305. Zjednodušte:

a) $(32{,}7r^3 + 27{,}3r^2 - 13{,}8r - 0{,}46) - (25{,}3r^3 - 15{,}6r^2 - 17{,}36r + 2{,}9)$;
b) $(38{,}46 + 43{,}52s - 36{,}84s^2 - 27{,}94s^3) - (5{,}13 + 9{,}08s - 1{,}29s^2 + 8{,}72s^3)$;
c) $(234 + 7345a + 5456b + 1567ab) - (1385 - 2765a + 3843b - 2288ab)$.

306. Zjednodušte:

a) $(\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y + \frac{1}{6}z) - (\frac{1}{3}x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{6}z) - (\frac{1}{6}x + \frac{1}{12}y - \frac{5}{8}z)$;
b) $(\frac{3}{4}h + \frac{5}{12}k - \frac{5}{6}) - (\frac{5}{6}h - \frac{3}{8}k + \frac{5}{4}) - (\frac{7}{8}h - \frac{5}{24}k - \frac{7}{12})$;
c) $(\frac{3}{4} - \frac{5}{6}t + \frac{3}{2}t^2 - \frac{1}{3}t^3) - (\frac{1}{6} - \frac{7}{8}t + \frac{2}{3}t^2 - \frac{1}{4}t^3) + (-\frac{5}{8} + \frac{3}{4}t - \frac{1}{8}t^2 - t^3)$.

307. Zjednodušte tak, že začnete

1. odstraňováním okrouhlých závorek,
2. odstraňováním složených závorek.

a) $2s - \{3s - [4s - (5s - 6)]\}$;
b) $3r + 1 - \{4r + 2 - [5r + 3 - (6r - 4)]\}$;

308. Zjednodušte tak, že začnete

1. odstraňováním závorek vnitřních,
2. odstraňováním závorek vnějších.

a) $1 + 3t - \{1 + t - [1 + 2t - (t - 3) - (1 + 4t)] - 1\}$;
b) $1 - [x^2 - (3x - 2) + x] - \{x^2 - 3x - [1 - x^2 - (1 - 2x)] + 1\}$.

309. Řešte rovnice:

a) $4r - 1 - (3r - 2) = 5 - (r - 2)$;
b) $1 + 3s - (2 - s) = 4s - 1 - (s + 4)$;
c) $3 + 2t - (1 - 5t - t^2) = t^2 - 3 - (12 - 2t)$;
d) $1 - 2 - (3 - x) = 2 - 3 - (4 - 2x)$.

310. Zjednodušte:

a) $\frac{2r}{3} - \left[\frac{3r}{4} - \frac{1}{2}r + 1\right]$;

b) $\frac{1}{6}s - \frac{1}{4}t - [\frac{5}{3} + (\frac{1}{2}t - \frac{5}{9} + \frac{3}{8}t)]$;

c) $-\left[\frac{5a}{12} - \left(\frac{3b}{4} + \frac{1}{8}c\right)\right] - \left[\frac{5a}{6} - \left(\frac{5b}{8} - \frac{7c}{12}\right)\right]$;

d) $1 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x^2 - \left[1 - \left(\frac{3x}{4} - \frac{1}{6}x^2\right)\right] - [\frac{1}{3} - (\frac{1}{6}x - \frac{1}{9}x^2)]$.

3. Násobení, umocňování a dělení jednočlenů.

Znamenají-li písmena prostá čísla, dovedeme je násobit, umocnit i dělit. Písmena však mohou znamenat také relativní čísla.

Tak na příklad

$$r^2 \cdot r^3 = r \cdot r \cdot r \cdot r \cdot r = r^5.$$

Dosaďme a) $r = 2$; b) $r = -2$.

Potom:

a) $2^3 \cdot 2^2 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5$;
b) $(-2)^3 \cdot (-2)^2 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = (-2)^5 = -2^5$.

Podobně

$$x^4 \cdot x^3 \cdot x^2 = x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x = x^9.$$

Všimněte si, že mocnitel součinu se rovná součtu mocnitelů všech činitelů

$$(4 + 3 + 2 = 9).$$

Mocniny o stejném základu násobíme, když společný základ umocníme součtem mocnitelů.

Všimněte si, že

a) mocnina kladného čísla je vždy kladná,
b) mocnina záporného čísla je kladná, když je mocnitel sudé číslo,
c) mocnina záporného čísla je záporná, když je mocnitel liché číslo.

a) $(+5)^2 = (+5)\cdot(+5) = 5\cdot 5 = 5^2$; obecně $(+a)^2 = a^2$;

$(+5)^3 = (+5)\cdot(+5)\cdot(+5) = 5\cdot 5\cdot 5 = 5^3$; obecně $(+a)^3 = a^3$;

b) $(-5)^2 = (-5)\cdot(-5) = +25 = 5^2$; obecně $(-a)^2 = a^2$;

c) $(-5)^3 = (-5)\cdot(-5)\cdot(-5) = -125 = -5^3$; obecně $(-a)^3 = -a^3$.

Jak znásobíme $(-5x^3y^2)\cdot 4x^2y^6z$?

Podle pravidel o násobení relativních čísel určíme znaménko součinu (—).

První činitel je součin 3 čísel, druhý činitel je součin 4 čísel.

Celý výraz je tedy součin sedmi činitelů, které můžeme násobit v libovolném pořádku. Proto si výraz upravíme takto:

$$(-5x^3y^2)\cdot 4x^2y^6\cdot z = -(5\cdot 4)\cdot(x^3\cdot x^2)\cdot(y^2\cdot y^6)\cdot z,$$
$$= -20x^5y^8z.$$

Podobně postupujeme, když máme násobit více činitelů.

Na příklad

$$(-3x^2y^2)\cdot 4xy^4\cdot(-2x^2y^3) = +(3\cdot 4\cdot 2)\cdot(x^2x\cdot x^2)\cdot(y^2y^4y^3) = 24x^5y^9.$$

Jak umocníme součin $(-abc)^3$?

Víme, že

$$(-abc)^3 = (-abc)\cdot(-abc)\cdot(-abc).$$

Znaménko součinu je minus. Tedy

$$(-abc)^3 = -(abc)\cdot(abc)\cdot(abc) = -a\cdot b\cdot c\cdot a\cdot b\cdot c\cdot a\cdot b\cdot c =$$
$$= -a\cdot a\cdot a\cdot b\cdot b\cdot b\cdot c\cdot c\cdot c = -a^3b^3c^3.$$

Podobně

$$(-4ax)^4 = (-4ax)\cdot(-4ax)\cdot(-4ax)\cdot(-4ax) = 256a^4x^4.$$

Součin umocníme celým kladným číslem, když jím umocníme každého činitele součinu.

1. úloha.

Jak umocníme podíl $(a:b)^3$?

$$(a:b)^3 = \left(\frac{a}{b}\right)^3 = \frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b} = \frac{a^3}{b^3}.$$

Zápis $\left(\frac{a}{b}\right)^3 = \frac{a^3}{b^3}$ čteme:

Zlomek umocníme, umocníme-li čitatele i jmenovatele. Totéž se dá říci o podílu: Podíl umocníme, když umocníme dělence i dělitele.

Podle pravidla provedeme:

$$[(-2x):3y]^2 = \frac{-2x}{3y}\cdot\frac{-2x}{3y} = \left(-\frac{2x}{3y}\right)\cdot\left(-\frac{2x}{3y}\right) = \frac{(2x)^2}{(3y)^2} = \frac{4x^2}{9y^2}.$$

Jak umocníme $(x^2)^3$?

Víme, že

$$(x^2)^3 = (x^2)\cdot(x^2)\cdot(x^2) = x^2\cdot x^2\cdot x^2 = x^6.$$

Podobně

$$(-2a^3)^3 = (-2a^3)(-2a^3)(-2a^3) = -2^3\cdot a^9 = -8a^9,$$
$$(-3b^2)^4 = (-3b^2)(-3b^2)(-3b^2)(-3b^2) = +3^4b^8 = 81b^8,$$
$$(-2x^4y^3)^3 = (-2x^4y^3)(-2x^4y^3)(-2x^4y^3) = -2^3x^{12}y^9. = 8x^{12}y^9$$

Všimněte si:

$$(a^3)^4 = a^{12}.$$

Součin umocnitelů je $3\cdot 4 = 12$. Podobně $(b^2)^3 = b^6$. Součin mocnitelů je $2\cdot 3 = 6$.

Složitější výrazy umocňujeme takto:

$$[(x^2)^3]^4 = [x^6]^4 = x^{24}.$$

Mocninu umocníme celým kladným číslem, když umocníme základ součinem mocnitelů.

Ze součinu

$$r^4\cdot(-r)^3 = r^4\cdot(-r^3) = -r^7$$

plyne, že

$$(-r^7):r^4 = -r^3;\ \frac{-r^7}{r^4} = -\frac{r^7}{r^4} = -r^3;$$

$$(-r^7):(-r^3) = r^4;\ \frac{-r^7}{-r^3} = +\frac{r^7}{r^3} = r^4.$$

Mocniny, které jsme dělili, mají stejné základy.

Mocniny o stejném základu dělíme, když společný základ umocníme rozdílem mocnitelů dělence a dělitele.

$a^2 : b^3$ nemůžeme zjednodušit. Mocniny nemají stejný základ.

Zjednodušte:

$$64x^4y^8z^2 : (-4x^3y^2).$$

Určíme znaménko podílu a dělení přepíšeme do tvaru zlomku:

$$\frac{64x^4y^3z^2}{-4x^3y^2} = -\frac{64x^4y^3z^2}{4x^3y^2} = -16xyz^2.$$

Podíl $x^4 : x^3$ jsme psali ve tvaru x. Mohli jsme psát x^1.

Protože číslo a můžeme považovat za součin o jednom činiteli, lze napsat $a = a^1$. Podle toho máme

$$a \cdot a^2 = a^1 \cdot a^2 = a^3$$

a naopak

$$a^3 : a^2 = a^1 = a.$$

Podobně

$$a^5 : a = a^5 : a^1 = a^4.$$

Cvičení.

311. Vynásobte:

a) $8a^3xy \cdot (-3a^4y^2z)$; b) $(-11bx^3y^4) \cdot (-7b^3xy^4)$;
c) $(-24ac^3d) \cdot 7a^3cd^4$.

***312.** Vypočítejte:

a) $8ab^2c \cdot 7a^2bc \cdot 6abc^2$;
b) $(-4ah^3t^3) \cdot (-4a^3h^3t^6) \cdot (-4a^5h^{10})$;
c) $(r^4s^4t) \cdot (r^4s^4x) \cdot (r^4s^4y) \cdot (-3x^3y^3)$.

***313.** Vypočítejte:

a) $9rs^3t \cdot 12r^2s^2 \cdot 8r^3t^5$;
b) $8c^3x^3y^3z^3 \cdot (-14x^4y^5z) \cdot (-16c^5y^6z^4)$;
c) $-k^4u^5v^6 \cdot (-3k^5u^4v) \cdot (-7kuv^8)$.

314. Vypočítejte:

$(2a)^2$; $(-3x)^2$; $(5y)^2$; $(-xy)^4$; $(2ab)^3$; $(-4xyz)^3$; $(-2rstu)^5$.

315. $(x^2yz^3)^4$; $(r^3st^4)^3$; $(ab^2c^3)^5$; $(-p^4qr^2)^6$; $(-h^2q^4t^3)^2$.

316. Umocněte:

$(-d^2e^5f^6)^5$; $(2a^6b^5cd^2)^4$; $(3u^8v^6t^{12})^3$; $(-2k^3lm^4)^2$.

***317.** Umocněte:

$[(2^3)^2]^4$; $[(a^2)^2]^2$; $[(-x^2)^3]^2$; $\{[(-xy^2)^3]^3\}^2$; $\{[(-2a^2bc^3)^2]^2\}^2$.

***318.** Umocněte:

$(\frac{1}{2})^3$; $(\frac{2}{3})^2$; $\left(\frac{-1}{2}\right)^2$; $\left(\frac{-2}{3}\right)^3$; $\left(\frac{-a}{b}\right)^2$; $\left(\frac{2a}{b}\right)^3$; $\left(\frac{3a}{-2b}\right)^3$; $(0,1)^2$.

319. Umocněte:

$(\frac{1}{2})^2 + (\frac{1}{3})^2$; $(\frac{2}{3})^3 - (\frac{1}{3})^2$; $(-\frac{3}{4})^2 + (\frac{3}{4})^2$; $(\frac{3}{4})^{10} - (-\frac{3}{4})^{10}$.

320. Vysvětlete rozdíl mezi a^3, $\frac{1}{2}a^3$, $(\frac{1}{2}a)^3$ srovnáním objemů krychlí o hraně a.

321. Dělte:

$a^5 : a^2$; $x^6 : x^3$; $r^4 : r$; $6a^2 : 5$; $6a^2 : a$; $6a^2 : a^2$; $7a^4b^2c : a^3b^2c$.

322. Vypočítejte:

$4a^5c^2 : (-2a^3c)$; $(-3a^2b^3c^2) : (-3ab^2c)$; $(-25a^5b^3cd^7) : (-5ab^3cd^6)$.

4. Násobení mnohočlenu jednočlenem.

Zákon o roznásobení, který jsme už probírali, je vyjádřen zápisem $(a + b) \cdot c = ac + bc$, kde a, b, c jsou libovolná relativní čísla.

To znamená:

M n o h o č l e n n á s o b í m e j e d n o č l e n e m, k d y ž j í m z n á s o b í m e k a ž d ý č l e n m n o h o č l e n u.

Na příklad

$$(-3x^2y + 6xy^2)\,4xy^3 = -12x^3y^4 + 24x^2y^5,$$

$$(-2a^2b^3 + 3a^3b^4)(-2ab^2) = (-2a^2b^3)(-2ab^2) + 3a^3b^4(-2ab^2) =$$
$$= 4a^3b^5 - 6a^4b^6.$$

Cvičení.

323. Proveďte:

a) $(3u - 5v) \cdot 2x$; b) $(-4r + 6s) \cdot 3y$;

c) $(5 - 3a + 4a^2) \cdot 3a$; d) $(-8 + 2q - 6q^3) \cdot (-1)$.

324. Proveďte:

a) $(5t^4 - 6t^3 + 2t^2 - 7).(-4t^2)$;

b) $(-3 + 7p + 7p^2 - 5p^3) \cdot 8p^3$;

c) $(-5a^2b^2 + 3a^2b - 3ab^2 + 6ab - 7a + 5b) \cdot 9ab^2$;

d) $(3x^3yz - 4xy^3z + 6xyz^3 - 7xyz + 2x^3 - 8yz) \cdot (-7x^2yz)$.

325. Proveďte:

a) $3p(2p - 3q) + 2q(2p - 3q) - 3(p^2 + q^2)$;

b) $-a(a + c) - c(a + c) - a^2 + c^2$;

c) $1 - 4x + x(1 - 4x) - 1 + x^2$.

326. Proveďte:

a) $x(2x^2 - x - 2) - [1 - 3x(1 - 3x + x^2)]$;

b) $3[2p - 4(q - r)] - 2[5q - 3(r - p)]$;

c) $3z - 1 - \{2(3z - 1) - [1 - (3z - 1)]\}$;

d) $b + c - 3(b - c) - \{3(b - c) - 2[(b + c) - (b - c)]\}$.

327. Proveďte:

a) $6xy\left(\frac{1}{2}x - \frac{2}{3}y\right)$;
b) $8rs\left(\frac{3}{4}r^2s - \frac{1}{2}rs^2\right)$;
c) $\left(\frac{3}{8}p^2qr - \frac{9}{4}pq^3r + \frac{3}{16}pqr^3\right) \cdot \frac{8}{9}p^2qr^2$;
d) $\frac{1}{3}(t - 1) + \frac{1}{2}(t + 1)$.

328. Proveďte:

a) $\frac{1}{5}(2a - 1) + \frac{1}{7}(1 - 2a)$;
b) $\frac{1}{10}(2c - 3) - \frac{1}{15}(2c + 3)$;
c) $\frac{5}{6}(2f + 1) - \frac{3}{4}(2f + 3)$;
d) $\left[\frac{1}{3}x - \frac{1}{2}(y - z)\right] - \left[\frac{1}{2}z - \frac{1}{3}(y - x)\right]$.

329. Řešte:

a) $10 - 5(r + 2) = 7r$;
b) $\frac{1}{4}s - \frac{1}{8}(s - 1) = 1$;
c) $5 = \frac{2}{3}(2x - 1)$;
d) $\frac{3}{5}(1 + 2y) - \frac{1}{3}(7 - 2y) = 2$.

330. Rychlost zvuku ve vzduchu je 333 m/sec, ve vodě je o 1102 m/sec větší. Oč delší dráhu vykoná zvuk ve vodě než ve vzduchu za *a* vteřin? Výsledek nejdříve vyjádřete a potom vypočítejte!

331. Sál byl osvětlen *a* žárovkami 60 W, *b* žárovkami 100 W a *c* 40 W po *t* hodin. Jak veliká byla spotřeba elektrické energie?

332. V továrně bylo vyrobeno za 1 hodinu na jednom stavu *a* m plátna; na druhém stroji za 1 hodinu *b* m plátna. Z toho je nutné odpočítat *c* m kazového zboží. Kolik m bezvadného plátna bylo vyrobeno za *t* hodin?

333. Vypočítejte plášť čtyrbokého hranolu s podstavou o hranách a_1, a_2, a_3, a_4 a výšce v!

334. Jsou-li *a*, *b*, *c* čísla kladná, vysvětlete pomocí obsahů obdélníků rovnici $(a - b)\,c = ac - bc$.

335. Jsou-li *a*, *b*, *c*, *d* čísla kladná, vysvětlete pomocí objemů kvádrů rovnici $(ac + bc)\,d = acd + bcd$.

5. Násobení mnohočlenu mnohočlenem.

1. úloha.

Vypočtěte: $(a + b)(c + d)$.

Dvojčlen $c + d$ nahraďme jednočlenem, který označíme písmenem m. Potom podle zákona o roznásobení platí:

$$(a + b)\,m = am + bm.$$

Ve výrazu $am + bm$ pišme místo písmene m původní dvojčlen $c + d$.

Pak $\qquad am = a(c + d) = ac + ad,$

$$bm = b(c + d) = bc + bd,$$

takže $\qquad (a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd.$

Jak vysvětlíme vznik součinu $ac + ad + bc + bd$?

$ac + ad$ vzniklo, když jsme násobili prvním členem prvního dvojčlenu (a) každý člen druhého dvojčlenu ($c + d$).

$bc + bd$ vzniklo, když jsme druhým členem prvého dvojčlenu (b) násobili každý člen druhého dvojčlenu ($c + d$).

Tedy součin dvou dvojčlenů je mnohočlen. Jeho členy dostaneme, když znásobíme každý člen jednoho dvojčlenu každým členem druhého dvojčlenu.

Násobíme v určitém pořádku, abychom nevynechali některý člen. Buď jako nahoře: $(a + b)(c + d) = a(c + d) + b(c + d)$, nebo vyjdeme od prvého členu druhého dvojčlenu a násobíme jím každý člen prvního dvojčlenu:

$$(a + b)(c + d) = (a + b)\ c + (a + b)\ d = ac + bc + ad + bd.$$

Ověřte si pravidlo na obdélníku, jehož základna je součet dvou délek: ($a + b$) a výška rovněž součet délek ($c + d$).

(Obdélník je složen ze 4 obdélníků, jejichž obsahy jsou: ac; bc; ad; bd.)

Značí-li u součinu $(a + b)(c + d)$ písmena a, b, c, d relativní čísla, potom nám tento součin vyjadřuje součin jakýchkoli dvou dvojčlenů.

Podle toho pravidla počítáme:

$$(x - 2y)(3x^2 + 4y^2) = x \cdot 3x^2 + x \cdot 4y^2 - 2y \cdot 3x^2 - 2y \cdot 4y^2 =$$
$$= 3x^3 + 4xy^2 - 6x^2y - 8y^3.$$

Násobení provádíme zpravidla přímo a píšeme krátce:

$$(x - 2y)(3x^2 + 4y^2) = 3x^3 + 4xy^2 - 6yx^2 - 8y^3.$$

Pravidlo o násobení dvojčlenů rozšíříme na trojčleny.

$$(2x^3 - 3y^2)(6x^3 - 2y^2 + 4x^2) = 2x^3(6x^3 - 2y^2 + 4x^2) -$$
$$- 3y^2(6x^3 - 2y^2 + 4x^2) = 12x^6 - 4x^3y^2 + 8x^5 - 18x^3y^2 +$$
$$+ 6y^4 - 12x^2y^2 = 12x^6 - 22x^3y^2 + 8x^5 + 6y^4 - 12x^2y^2.$$

Obecně

Součin dvou mnohočlenů je opět mnohočlen; jeho členy dostaneme, znásobíme-li každý člen jednoho mnohočlenu každým členem druhého mnohočlenu.

2. úloha.

Máme znásobit $(a + 2b)(3a - b)(2a - 5b)$.

Podle zákona o sdružování platí $x \cdot y \cdot z = (xy) \cdot z = x(yz)$.

Tento zákon platí, i když x, y, z jsou mnohočleny.

Máme-li tedy znásobit $(a + 2b)(3a - b)(2a - 5b)$, znásobíme nejprve první dva dvojčleny a jejich součin třetím dvojčlenem:

$$(a + 2b)(3a - b)(2a - 5b) = (3a^2 - ab + 6ab - 2b^2)(2a - 5b) =$$
$$= (3a^2 + 5ab - 2b^2)(2a - 5b) = 6a^3 + 10a^2b - 4ab^2 - 15a^2b -$$
$$- 25ab^2 + 10b^3 = 6a^3 - 5a^2b - 29ab^2 + 10b^3.$$

K stejnému výsledku dojdeme, když znásobíme nejprve druhý a třetí dvojčlen a vzniklý součin znásobíme prvním dvojčlenem:

$$(a + 2b)(3a - b)(2a - 5b) = (a + 2b)(6a^2 - 2ab - 15ab + 5b^2) =$$
$$= (a + 2b)(6a^2 - 17ab + 5b^2) = 6a^3 - 17a^2b + 5ab^2 + 12a^2b -$$
$$- 34ab^2 + 10b^3 = 6a^3 - 5a^2b - 29ab^2 + 10b^3.$$

Cvičení.

336. Vynásobte:

a) $(p + q)(r + s)$; b) $(p - q)(r + s)$;
c) $(p - q)(r - s)$; d) $(a + b)(a - c)$.

337. a) $(m - 3)(n + 2)$; b) $(p - 3)(r - 3)$;
c) $(x + 5)(x + 7)$; d) $(y - 2)(y + 5)$.

338. a) $(1 - c)(1 - 4c)$; b) $(4 - e)(10 + e)$;
c) $(5u - 1)(5u + 2)$; d) $(2a - x)(3a - x)$.

339. a) $(x + z)^2$; b) $(x - z)^2$; c) $(2x + 3z)^2$.

340. a) $(r + 3)(r^2 + 2r + 2)$; b) $(r + s)(r^2 - rs + s^2)$;
c) $(2a^2 - 3a - 1)(3a - 2)$; d) $(2 + f)(1 - 7f - 3f^2)$.

341. a) $(p^2 + 2pq - q^2)(p - 2q)$; b) $(3 - 4x)(5 - 2x - 3x^2)$;
c) $(3s^2 - st - 2t^2)(2s + 3t)$; d) $(4 - 8x + 5x^2)(5 - 4x)$.

342. a) $(2y + 1)(2y + 3) + (2y + 3)(2y + 5) - 8(y + 1)(y + 2)$;
b) $(c + 4r)^2 - (c - 4r)^2 - 8cr$;
c) $(8h + 3k)(4h - 2k) - (5h + 4k)(3h - 5k) + (2h - 6k)(h - 3k)$.

343. a) $(x^3 - 3x + 1)(x^2 - 3x + 1)$; b) $(2y^2 - y + 3)(2y^2 + y - 1)$;
c) $(6r^3 + r^2 - 9r - 4)(2r + 1)$; d) $(s^3 - 3s^2y - 3sy^2 + y^3)(s - y)$.

344. a) $(1 - 3x)(1 - 5x)(1 - 7x)$;
b) $(x^2 - 3x + 4)(2 + x)(x - 3)$;
c) $(x - y - z)(x + y - 2z)(x - 2y - z)$.

345. a) $(p + 2q)(2p - q) + (p - 2q)(2p + q)$;
b) $(a + 2m)(2a - m) - (a - 2m)(2a - m)$;
c) $(a + b)(a^2 - ab + b^2) - (a^3 + b^3)$;
d) $(x^2 - y^2)(x^2 + y^2) - (x^4 + y^4)$.

346. Oč se zmenší obsah obdélníka o rozměrech a, b, když stranu a zmenšíme o délku c a stranu b o délku d?

6. Druhá mocnina dvojčlenu.

Součin dvou stejných dvojčlenů je druhá mocnina tohoto dvojčlenu.

$$(A + B)(A + B) = (A + B)^2.$$

Počítáme

$$(A + B)^2 = (A + B)(A + B) = A^2 + AB + AB + B^2 =$$
$$= A^2 + 2AB + B^2.$$

Podle toho vzoru umocníme na druhou $(2x + 3y)^2$ takto:

Postup:

a) První člen: $(2x)^2 = 4x^2$.

b) Druhý člen: Znaménko součinu je $+$. Potom dvojnásobek prvního a druhého členu jest

$$2 \cdot 2x \cdot 3y = 12xy.$$

c) Třetí člen: $(3y)^2 = 9y^2$.

$$(2x + 3y)^2 = 4x^2 + 12xy + 9y^2,$$

$$(4x^2 - 5y^2)^2 = (4x^2)^2 + 2 \cdot 4x^2 \cdot (-5y^2) + (-5y^2)^2 = 16x^4 - 40x^2y^2 + 25y^4.$$

Vzorce $(A + B)^2$ můžeme užít k výpočtu druhé mocniny čísel určitých, na příklad $36^2 = (30 + 6)^2 = 30^2 + 2 \cdot 30 \cdot 6 + 6^2$.

Psáno pod sebe:

$$\begin{array}{r} 30^2 = 900 \\ 2 \cdot 30 \cdot 6 = 360 \\ 6^2 = 36 \\ \hline 1\,296 \end{array}$$

V praxi zpravidla takto při umocňování určitých čísel nepostupujeme. Druhé mocniny počítáme buď jako součin dvou činitelů, nebo užijeme tabulek druhých mocnin.

Cvičení.

347. Umocněte:

a) $(r + 5)^2$; b) $(s - 7)^2$; c) $(2t + 1)^2$; d) $(3p + 4)^2$.

348. Umocněte:

a) $(7a - 6b)^2$; b) $(10c - 12e)^2$;
c) $(12h + 5k)^2$; d) $(23u - 14v)^2$.

349. Umocněte:

a) $(a - \frac{3}{2})^2$; b) $(2b - \frac{3}{4})^2$; c) $(3c - \frac{5}{6})^2$; d) $(138y - 264)^2$.

***350.** Umocněte:

a) $(5x - 3x^2)^2$; b) $(6y^2 - 4y^3)^2$;
c) $(3z^3 - 2z^5)^2$; d) $(10ab^2c - 9abc^3)^2$.

351. Umocněte:

a) $(a + c)^2 - (a - c)^2$; b) $(x + 3)^2 - (x - 3)^2$;
c) $(2x + 5y)^2 + (5x + 2y)^2$; d) $(3r - 7y)^2 + (7r + 6y)^2$.

352. Vysvětlete geometrický význam $(a + b)^2$ na obsahu čtverce o straně $(a + b)$.

353. Znázorněte graficky: $(2x + y)^2$; $(x + 3y)^2$. (Za x, y volte různě dlouhé úsečky!)

354. Vypočítejte:

$(a + b)^2 + (a - b)^2$; $(a + b)^2 - (a - b)^2$.

355. Dokažte:

$(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ac + bd)^2 + (ad - bc)^2$.

356. Vypočítejte:

$(2u + v)^2 - (u + 2v)^2$.

357. Vypočítejte:

$(3a + 2b)^2 + (3a - 2b)^2 - 8(a^2 + b^2)$.

358. Vypočítejte:

$(3x - 4y)^2 + (4x - 3y)^2 - 5(x - y)^2$.

7. Rozdíl čtverců.

1. úloha.

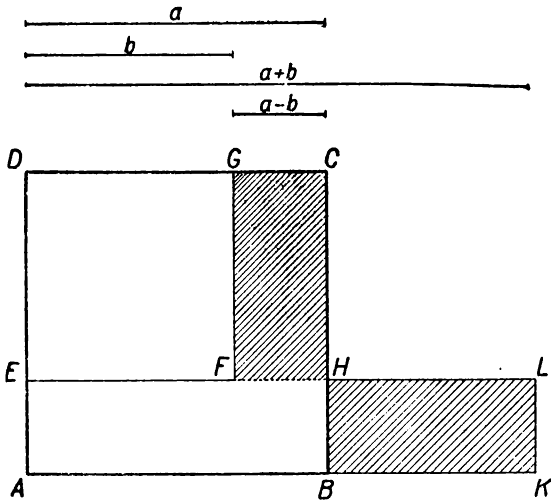
Násobte součet dvou jednočlenů jejich rozdílem.

$$(A + B)(A - B) = A^2 + AB - AB - B^2 = A^2 - B^2.$$

A i B může být jednočlen i mnohočlen.

Na příklad

$(3x^2 + 5y^3)(3x^2 - 5y^3) = (3x^2)^2 - (5y^3)^2 = 9x^4 - 25y^6.$



Obr. 22.

Toto pravidlo si vysvětlíme na obrazci:

Obdélník $AKLE$ má obsah $(a + b)(a - b)$.

Obdélník $BKLH$ má obsah $b(a - b)$.

Obdélník $FHCG$ má obsah $b(a - b)$.

Odečteme-li od čtverce $ABCD$ čtverec $EFGD$, dostáváme obrazec složený z obdélníků $ABHE$ a $FHCG$, který má týž obsah jako obdélník $AKLE$. Odtud:

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2.$$

Cvičení.

359. Vypočítejte:

a) $(a + 2)(a - 2)$; b) $(x + 1)(x - 1)$; c) $(x + 1)(1 - x)$.

360. Vypočítejte:

a) $(a^2 - 1)(a^2 + 1)$; b) $(2x^3 + 2)(2x^3 - 2)$;
c) $(2x^2 + 5x^3)(5x^3 - 2x^2)$.

361. Vypočítejte:

a) $(x + 3)(x - 3) - (x - 2)(x + 2)$;
b) $(3x^2 + 5x)(3x^2 - 5x) - (3x^2 - 3)(3x^2 + 3) + (5x - 3)(5x + 3)$.

362. Vypočítejte:

a) $(a + 2)(a - 2) - (a + 2)^2$;
b) $(2m + 3)(2m - 3) - (2m + 1)(2m - 1)$;
c) $(a^2 + 1)(a^2 - 1) - 2(a^2 + 1)$;
d) $(a + 1)(a - 2)(a - 1)(a + 2)$.

363. Počítejte dvojím způsobem, napřed podle poučky o druhé mocnině mnohočlenu, potom podle poučky o rozdílu čtverců!

a) $(2x + y)^2 - (x + 2y)^2$; b) $100 - (3x - 4y)^2$;

c) $(r - s)^2 - 9s^2$; d) $16(u - 2v)^2 - 25(v - 2u)^2$.

364. Vypočítejte dvojím způsobem, napřed druhé mocniny čísel, potom podle poučky o rozdílu čtverců. Návod:

$48^2 - 47^2 = (48 + 47) \cdot (48 - 47)$; $48^2 - 46^2$; $154^2 - 54^2$; $397^2 - 395^2$.

***365.** Vypočítejte:

a) $(a + b - c)(a + b + c)$ (počítejte jako rozdíl čtverců);

b) $(2a - 3 + c)(3 + 2a + c)$;

c) $(2m + n - p)(p + 2m + n)$.

8. Třetí mocnina dvojčlenů.

Podobně jako $(A + B)^2$ vyvodíme i $(A + B)^3$.

$$(A + B)^3 = (A + B)(A + B)(A + B) = (A + B)^2 \cdot (A + B) =$$
$$= (A^2 + 2AB + B^2)(A + B) = A^3 + 2A^2B + AB^2 + A^2B + 2AB^2 +$$
$$+ B^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3.$$

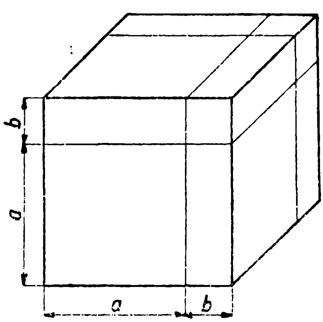
Podle toho je

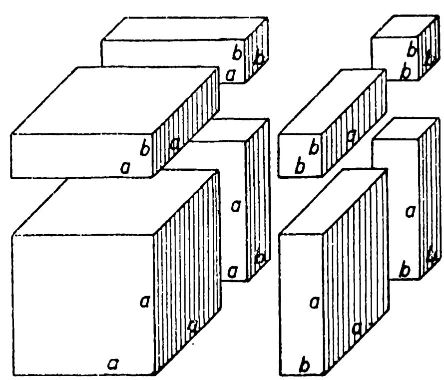
$$(2x + 3y)^3 = (2x)^3 + 3 \cdot (2x)^2 \cdot 3y + 3 \cdot 2x(3y)^2 + (3y)^3 =$$
$$= 8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3.$$

Podobně

$$(x^2 - 2y)^3 = (x^2)^3 + 3 \cdot (x^2)^2 \cdot (-2y) + 3 \cdot x^2 \cdot (-2y)^2 + (-2y)^3 =$$
$$= x^6 - 6x^4y + 12x^2y^2 - 8y^3.$$

Jsou-li a, b čísla kladná, pak $(a + b)^3$ vyjadřuje objem krychle o hraně $a + b$.





Obr. 23.

Geometrický význam vzorce $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ je patrný z obrazce, kde je krychle o hraně $a + b$ rozložena na krychle o hranách a, b a na čtyrboké pravidelné hranoly o hranách a a b.

Cvičení.

366. Umocněte:

a) $(x + 1)^3$; b) $(a + 2)^3$; c) $(2x + 3)^3$; d) $(4x + 5)^3$.

367. Umocněte:

a) $(x - 1)^3$; b) $(a - 2)^3$; c) $(4x - 2)^3$; d) $(3 - 4r)^3$.

***368.** Umocněte:

a) $(2x^3 - 5x)^3$; b) $(-3a^2 + 1)^3$; c) $(-x^2 - 1)^3$.

369. Umocněte:

a) $(5x - 2)^3$; b) $(3a + 4b)^3$; c) $(x^3 + 2x^2)^3$; d) $(4 - 2x^3)^3$.

***370.** Umocněte:

a) $(2x^3y + 3x^2y^2)^3$; b) $(6r^4 - 9rs^2)^3$;
c) $(-1 - z^2)^3$; d) $(-8 + 5t^3)^3$.

371. Oč se zvětší objem krychle mající hranu x (na př. 4) cm, zvětší-li se každá její hrana o y (na př. 2) cm?

372. Oč se zmenší objem krychle o hraně a, zmenší-li se každá její hrana o b? Jaký vztah musí platit mezi a a b?

373. Proveďte:

a) $(2x - 1)^3 - (x - 2)^3$;
b) $(3x + y)^3 - (9x^2 + 6xy + y^2)(3x - y)$;
c) $(a + 2)^3 - 3(a + 2)^2(a + 1) + 3(a + 2)(a + 1)^2 - (a + 1)^3$;
d) $(a + b)^3 + (a - b)^3$.

374. Proveďte:

a) $(a + b)^3 - (a - b)^3$;
b) $(x + y)^3 + (x - y)^3 + 4xy(x - y)$.

9. Dělení mnohočlenu jednočlenem.

Z definice dělení jako obráceného výkonu násobení plyne:

$$(a + b - c - d)\, m = am + bm - cm - dm,$$
$$(am + bm - cm - dm) : m = a + b - c - d.$$

Mnohočlen jsme dělili jednočlenem tak, že jsme jím dělili každý člen mnohočlenu.

Cvičení.

375. Dělte:

$(6s + 9) : 3;$
$(3x^2 + 6x^3 - 12x^4) : 3x;$

376. Dělte:

a) $(8n + 6) : 2;$ b) $(7x^2 + 3x) : x;$
c) $(12x^3 + 8x^2 + 40x) : 8x;$ d) $(12p^3q - 18pq^3 + 30p^2q^2) : 3pq.$

377. Dělte:

a) $(6s^2 - 8t^2) : (-2);$
b) $(-5a^3b + 20a^2b^2 - 10ab^3) : (-5ab);$
c) $(27x^3y^4 - 54x^2y^5 - 63x^4y^3) : 9x^2y^2;$
d) $(49m^4n^2 - 28m^2n^4 + 63m^5n^7) : (-7m^2n).$

10. Další příklady na řešení rovnic.

Řešte rovnice:

Cvičení.

378. a) $7 - 7 - (7 + x) = 7;$
b) $(x - 3)(x + 4) = (x - 4)(x + 7);$
c) $(x - 3)(x - 3) = (x - 7)^2;$
d) $(3x - 4)^2 + (4x - 3)^2 = (5x - 6)^2;$
e) $(2x - 3)^2 + (3x - 4)^2 + (4x - 5)^2 = 29x^2 + 430;$
f) $(3x + 2)^2 + (4x + 3)^2 + (5x + 4)^2 = (5x + 2)(10x + 11).$

379. a) $\frac{1}{2}x + 3\frac{1}{3}x = 23;$
b) $2\frac{1}{2}x + 3\frac{1}{3}x = 5;$
c) $x - \frac{5}{12} = 1 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x - \frac{1}{4}x;$
d) $\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x - \frac{1}{6}x + \frac{1}{8}x + \frac{1}{12}x = 11.$

380. a) $\dfrac{3x - 1}{4} - \dfrac{4x - 1}{6} = \frac{1}{2};$

b) $\dfrac{x + 1}{2} + \dfrac{x + 2}{3} + \dfrac{x + 3}{4} = x + \dfrac{x + 5}{6};$

c) $\dfrac{3\frac{1}{2}x}{3} + \dfrac{4\frac{1}{3}x}{4} + \dfrac{5\frac{1}{4}x}{5} = 3.$

381. Kterého čísla dvojnásobek je o 6 větší než jeho polovina?

382. Které číslo má vlastnost, že odečteme-li od jeho trojnásobku 18, zbudou $\frac{3}{4}$ téhož čísla?

383. Kolik váží 5 cihel, když cihla váží 2 kg a půl cihly?

384. Jedna odvěsna pravoúhlého trojúhelníka je 24, druhá je o 4 menší než přepona. Určete neznámé strany trojúhelníka!

385. Zvětšíme-li určité číslo o 2, zvětší se jeho čtverec o 100. Které je to číslo?

386. Povrch kvádru je $59j^2$. Hrany podstavné jsou $2{,}5j$ a $3j$. Vypočítejte velikost třetí hrany!

387. Kyvadlo jedněch hodin vykoná za 2 minuty 115 kyvů, jiné kyvadlo učiní za 3 minuty 220 kyvů. Za kterou dobu učiní jedno kyvadlo o 475 kyvů více než druhé?

388. Dvojciferné číslo má součet cifer 11. Přemístíme-li číslice, vznikne číslo o 45 větší, než bylo číslo původní. Které je to číslo?

389. Součin dvou činitelů, kteří se liší o 4, se nezmění, když většího činitele zmenšíme o 2 a menšího činitele zvětšíme o 1. Kteří jsou to činitelé?

390. Připojte vhodný slovní doprovod k rovnicím a vypočtěte neznámou.
$3x - 18 = \frac{3}{4}x$; $x^2 - 120 = (x - 10)^2$.

391. Schůze závodní odborové skupiny se zúčastnilo 82 členů. Pro návrh hlasovalo o 36 členů více než proti. Nikdo se nezdržel hlasování. Kolik členů hlasovalo proti návrhu?

***392.** Dělník vydal z měsíční mzdy $\frac{3}{40}$ na byt, $\frac{2}{5}$ na stravu, $\frac{1}{40}$ na knihy a časopisy, $\frac{1}{10}$ na šatstvo, $\frac{4}{10}$ zbytku na jiné potřeby a ještě mu zbylo 960 Kčs. Kolik činila jeho měsíční mzda?

***393.** Dva zedníci omítají zeď. První by ji omítl za 5 hodin, druhý za 7 hodin. Za kolik hodin budou s prací hotovi? (Pomocná otázka: Jakou část práce vykonají dohromady za 1 hodinu?)

***394.** Kabát a kalhoty stojí 2 100 Kčs. Kabát je o 500 Kčs lacinější než troje kalhoty. Kolik stojí kabát, kolik stojí kalhoty?

***395.** Obec obnovila 4 bývalé rybníky. Rozloha prvních dvou rybníků byla v poměru 2 : 3, třetí rybník byl o 15 a větší než první, čtvrtý byl o 15 a menší než první a třetí dohromady. Vypočtěte rozlohu jednotlivých rybníků, jestliže rozloha všech rybníků dohromady je 3,23 ha.

***396.** V továrně vyrobili za 4 týdny 9 990 párů obuvi. Kolik párů vyrobili denně v prvním a ve druhém týdnu, jestliže po uplatnění zlepšovacího návrhu vyrobili v druhé polovici o 25% obuvi více než v prvé polovici?

***397.** Cukrovar zpracoval v prvním měsíci $\frac{3}{7}$ z dovezené cukrové řepy, v druhém měsíci $\frac{3}{8}$ zbytku a ve třetím měsíci zbývajících 220 tun řepy. Kolik tun cukru vyrobil cukrovar při šestnáctiprocentní cukernatosti řepy?

***398.** Součet tří čísel je 850. První číslo se rovná $53\frac{4}{7}$% druhého, třetí číslo se rovná $\frac{3}{2}$ druhého. Určete tato čísla!

***399.** Průvodčí elektrické pouliční dráhy prodal za den 650 lístků v ceně 1 650 Kčs. Prodával lístky po 1,50 Kčs, po 2,50 Kčs a po 3—, Kčs. Počet nejdražších lístků se rovnal $\frac{1}{3}$ počtu lístků po 2,50 Kčs, počet nejlacinějších lístků se rovnal $\frac{1}{3}$ počtu nejdražších lístků. Kolik kterých lístků prodal?

*400. Prodavač stočil 120 litrů šťávy do 141 lahví. Některé byly $\frac{3}{4}$litrové, některé litrové. Kolik bylo kterých?

*401. Prodavač v družstvu měl z počátku měsíční plat 3 250 Kčs; během roku mu byl plat zvýšen podle výkonu na 3 440 Kčs měsíčně, takže za rok dostal 40 520,– Kčs. Od kterého měsíce mu byl plat zvýšen?

*402. Při scelování pozemků byla vyměněna 3 pole za jediný velký pozemek. Všechny pozemky měly tvar obdélníku. Délka prvního pole byla o 50 m větší než jeho šířka. Druhé pole měřilo 50 arů. Výměra třetího pole se rovnala $\frac{7}{5}$ výměry druhého. Scelený pozemek byl sice o 10 m užší, ale za to o 200 m delší než šířka prvního pole. Vypočtěte rozměry prvního pole i sceleného pozemku!

*403. Továrna si odvážela z cihelny k přístavbě dílny 18 720 cihel. Cihly odvážela na 3 autech. Na druhé auto nakládali o $\frac{1}{3}$ cihel více než na první auto, na třetí auto se vešlo $\frac{5}{4}$ nákladu druhého auta. Kolik cihel odvezli prvním, kolik druhým a kolik třetím autem?

*404. Ve státní strojní stanici měli 2 nádrže na benzin. Z první nádrže vzali o $\frac{2}{5}$ benzinu více než z druhé. V obou nádržích zbylo 108 litrů benzinu, což byla $\frac{1}{14}$ benzinu, který byl v obou nádržích na počátku. Množství zbylého benzinu v první a druhé nádrži bylo v poměru $4:5$.

a) Kolik litrů benzinu vzali z první, kolik z druhé nádrže?
b) Kolik litrů benzinu bylo původně v první nádrži a kolik v druhé?

VIII. CVIČENÍ NA UŽITÍ TABULEK.

405. Určete, kolik je

a) $3{,}14^2$; $31{,}5^2$; $0{,}649^2$; $9{,}08^2$;
b) $84{,}15^2$; $0{,}2486^2$; $4{,}939^2$; $8{,}102^2$.

406. a) Kolik cm^2 je čtvereční palec, když 1 palec $\doteq$ 2,63 cm?
b) Kolik m^2 je čtvereční sáh, když 1 délkový sáh $\doteq$ 1,87 cm?

407. Určete, kolik je

a) $\sqrt{2}$; $\sqrt{20}$; $\sqrt{200}$; $\sqrt{2\,000}$;
b) $\sqrt{3\,764}$; $\sqrt{376{,}4}$; $\sqrt{37{,}64}$; $\sqrt{3{,}764}$; $\sqrt{0{,}376\,4}$.

408. Určete z tabulek stranu čtverce, jehož obsah je

a) 6,464 cm^2; b) 64,64 m^2; c) 2,045 m^2; d) 20,45 m^2.

409. a) Kolik cm měří 1 aršín, když čtvereční aršín $\doteq$ 0,507 m^2?
b) Kolik metrů měří 1 versta, když 1 čtvereční sážeň $\doteq$ 4,55 m^2 a když 500 (délkových) sážní je 1 versta?

410. V dílně vyráběli dvojí druh plechových krabic tvaru krychle. Na jednu krabici prvního druhu bylo třeba 24 479,4 cm^2 plechu. Z toho připadlo na zahnutí a obrubu víka 10% plechu. Na jednu krabici druhého druhu bylo třeba 8 362,2 cm^2 plechu, z čehož na zahnutí a obrubu víka připadlo 10% plechu. Jak dlouhá byla hrana první krabice, jak dlouhá hrana té druhé?

411. Malířské družstvo účtovalo za 1 m^2 malby 16,50 Kčs. Kolik zaplatíme za vymalování pokoje 4,5 m dlouhého, 3,5 m širokého a 3,5 m vysokého? (Plocha oken a dveří se neodčítá.)

412. Do pokoje o rozměrech 4,25 × 4,25 nutno dát xylolit. 1 m^2 xylolitové podlahy stojí 160 Kčs.

413. Kolik čtvercových dlaždic o straně 25 cm potřebovali do předsíně 6 m dlouhé a 2,75 m široké?

414. Hrana eternitové desky měří 40 cm. a) Kolik cm^2, b) kolik procent plochy připadá na přeložení jedné desky přes druhou, dává-li se na 1 m^2 střechy 9 eternitových desek?

415. Vypočtěte velikost okna, které má 6 čtvercových tabulek o straně 45 cm. Na rámy připočtěte 10% plošného obsahu tabulek!

416. Výměra polí se dosud udává v jitrech nebo v korcích. 1 jitro = 2 korce = = 1 600 čtverečních sáhů. Délkový sáh je 1,896 m, čtvereční sáh je čtverec o straně 1,896 m.

417. Kolik váží voda v nádobě 120 cm vysoké, jejíž dno má tvar čtverce a která je naplněná do $\frac{2}{3}$? Hrana dna je 35 cm.

418. V cukrovarské kádi o čtvercové podstavě je 110 cm vysoko syrupu. Hustota syrupu je 1,6. Syrup váží 8 911 kg. Jak dlouhá je podstavná hrana kádě?

419. Hrana podstavy cihlového sloupu o čtvercové podstavě je 70 cm, výška sloupu je 4,25 m, hustota zdiva je 2. Vypočítejte tlak sloupu na podstavu.

420. Na betonové podložce stojí 4 betonové sloupy o čtvercovém průřezu. Hrana průřezu je 65 cm. Sloupy jsou 4 m vysoké a nesou betonovou desku o rozměrech $4 \cdot 3 \cdot 0{,}15$ (m). 1 m^3 betonu bez vody váží asi 2 300 kg. Vypočítejte tlak stavby na podložku!

421. Vypočítejte tlak větru na okenní tabulku tvaru čtverce o hraně 45 cm. Rychlost větru je a) 3,825 m/vt, b) 12,4 m/vt, c) 20,5 m/vt. (Tlak větru v kg na 1 m^2 plochy vypočítáte, když čtverec rychlosti větru v metrech za 1 vteřinu násobíte číslem 0,123.)

422. Na čtvercový uzávěr parní komory, v níž je tlak $3\frac{1}{4}$ atm, tlačí pára silou 4 693 kg. Vypočtěte délku hrany uzávěru!

423. Určete z tabulek, kolik je

$\frac{1}{109}$; $\frac{1}{246}$; $\frac{1}{140}$; $\frac{1}{14}$; $\frac{1}{333}$; $\frac{1}{101}$; $\frac{10}{13}$; $\frac{1}{909}$.

424. Pomocí tabulek určete

a) 1 : 1 015; 1 : 573,3; 1 : 99,65; 1 : 0,6 743;

b) 54 : 8 695; 41 : 0,5 808; 25 : 93,64; 101 : 654,7; 64 : 3,14.

425. V prvním čtvrtletí 1948 činil náš vývoz okrouhle 7 610 milionů Kčs; z toho jsme vyvezli do SSSR za 913 mil. Kčs zboží, do Velké Britannie za 493 mil. Kčs, do Polska za 446 mil. Kčs, do Bulharska za 191 mil. Kčs, do Rakouska za 290 mil. Kčs, do Maďarska za 337 mil. Kčs zboží.

a) Vyjádřete v procentech podíl uvedených států na našem vývozu!

b) Vyjádřete v procentech podíl neuvedených států na našem vývozu!

426. Vypočtěte, na kolik % byl splněn roku 1948 v českých zemích plán osevu pšenice, žita a brambor.

	Plán ha	Oseto ha	Plán splněn na %
Pšenice	467 tisíc	485 tisíc	
Žito	528 tisíc	553 tisíc	
Brambory	10,3 tisíce	13,5 tisíce	

427. Obvod kruhového poklopu měří 8,5 m. Kolik měří poloměr poklopu? ($2\pi \doteq 6{,}283$.) Vypočítejte také, jak velkou plochu poklop zakrývá.

428. Mlékárna dostává denně 450 litrů mléka. 0,970 9 litrů mléka váží 1 kg. Kolik váží dodané mléko?

429. Doplňte tabulku, která podává přehled o tom, jak byly v prvních dvou měsících 1949 splněny některé úkoly z různých výrobních odvětví.

Úkol	Jednotka	Výroba		Procento splnění plánu
		plánovaná	skutečná	
Hnědé uhlí	1 000 t		4 377,2	98,5
Elektřina	mil. kWh		1 373,3	102,9
Hospodářské stroje	1 kus		55 540	122,3
Mýdlo	1 t		4 828,8	99,99
Nebílená buničina	1 t		41 276,4	99,7
Vlněné tkaniny	1 000 m		7 507,0	116,3
Prádlo pánské a chlapecké	1 000 párů		1 831,8	113,8

IX. OPAKOVÁNÍ.

Cvičení.

430. Dělte:

a) $645{,}6 : 243{,}1$; b) $8{,}645 : 3{,}284$.

431. Dělte:

a) $0{,}635 : 0{,}16$; b) $6{,}426 : 8{,}41$.

432. Proveďte:

a) $(6{,}39 - 2{,}102\,8) : (18 - 5{,}340\,8 - 11{,}302\,2 : 1{,}35)$;

b) $[1{,}91 . 6 : (2{,}5 . 5)] : (114{,}6 \cdot 0{,}002)$.

433. Jedním z ukazatelů sociálních poměrů je spotřeba potravin.

a) V řadě za sebou je uvedena průměrná měsíční spotřeba potravin v kg na 1 osobu v rodině dělnické a v rodině s vyšším důchodem v letech 1925—1938, kdy u nás vládli kapitalisté. Vypočítejte, kolikrát víc spotřeboval člen rodiny s vyšším důchodem!

Maso: 2,81; 4,50. Drůbež: 0,20; 0,70. Tuky: 1,16; 2,36. Mléko: 10,8; 16,67. Máslo: 0,3; 0,96. Mouka pšeničná: 3,70; 4,04. Mouka žitná: 4,46; 3,80. Brambory: 7,05; 5,47. Zelenina: 2,52; 5,50. Ovoce: 2,46; 10. Vejce: 11,8; 33,5 kusu. Cukr: 2,0; 2,75.

b) Naše lidově demokratická republika, v níž vládne pracující lid, pečuje o rozšíření životní úrovně všech pracujících občanů. Vypočítejte, o kolik více nebo méně (kolikrát více nebo méně) měli pracující lidé v neúrodném roce 1947*) ve srovnání s léty 1925—1938. Maso: 3,15. Tuky: 0,71. Mléko: 11,98. Máslo: 0,21. Mouka pšeničná: 4,85. Mouka žitná: 5,96. Ovoce: 4,20. Cukr: 2,56.

434. V továrně odpracovali 354 dělníci celkem 23 010 přespočetných hodin. Kolik odpracoval průměrně každý dělník? Administrativní zaměstnanci odpracovali $\frac{2}{15}$ z tohoto počtu hodin. Těchto zaměstnanců byla $\frac{1}{6}$ počtu dělníků. Kolik hodin odpracoval každý administrativní zaměstnanec?

435. V lednu zameškali dělníci pro nemoc 288 hodin; v tomto měsíci bylo nemocno 4,5% osazenstva. Každý nepřítomný dělník zameškal průměrně 8 hodin. Kolik zaměstnanců měla továrna?

436. Na rekreaci jelo 7 zaměstnanců, což bylo 5% všeho zaměstnanectva. Kolik lidí je zaměstnáno v závodě?

437. V závodní kuchyni se v březnu stravovalo 112 zaměstnanců, což je přibližně 45% všech.

438. Žáci konali sbírku na řecké děti. Dá-li každý žák 2,50 Kčs, seberou o 45 Kčs méně než se předpokládalo; dá-li každý žák 6 Kčs, bude sbírka o 60 Kčs větší, než se předpokládalo. Kolik žáků je ve třídě?

439. Jeden tkadlec utkal 58,6 m látky za 2,4 hodiny; druhý by ji utkal za 2,6 hodiny. Za kolik hodin utkají oba dělníci dohromady 58,6 m?

---

*) Rok 1947 byl u nás rokem velikého sucha. Tehdy nám velkodušně pomohl bratrský SSSR.

440. 15,5 m^3 suchého a 20,6 m^3 syrového dříví váží dohromady 16,29 t. Kolik váží 1 m^3 suchého a kolik 1 m^3 syrového dřeva, jestliže dohromady váží 0,87 t?

441. 1,5 kg jednoho zboží a 28 kg druhého zboží je za 2 525 Kčs. 4,5 kg prvého zboží a 30 kg druhého zboží je za 3 255 Kčs. Kolik stojí 1 kg každého zboží?

442. Zmenším-li šířku obdélníka o 2 cm, zmenší se jeho obsah o 80 cm^2. Bude-li šířka obdélníka 35 cm a délka nezměněna, obsah se zvětší o 0,02 m^2. Vypočítejte rozměry obdélníka!

443. Součin dvou čísel je 87,6. Zvětším-li jednoho činitele o 1,35 zvětší se součin o 32,4. Určete obě čísla!

444. Podle úřední statistiky bylo v září 1948 v USA 1,5 mil. nezaměstnaných. Koncem března 1949 již 3 016 000, v červnu 1949 4 120 000 nezaměstnaných. Americké odborové organisace uvádějí 5 mil. nezaměstnaných a 12 mil. částečně zaměstnaných. Vypočítejte, o kolik % vzrostl počet nezaměstnaných v březnu a v červnu 1949 proti září 1948 a proti březnu 1949. O kolik % více nezaměstnaných uvádějí organisace než úřady?

445. Zjistěte, kolik elektrického proudu jste spotřebovali v lednu a v únoru. Víte-li, že 1 kWh stojí 4,05 Kčs, vypočtěte, kolik proudu jste spotřebovali průměrně denně!

446. Žehlička má příkon 0,320 kWh. Vypočítejte, kolik stálo žehlení, které trvalo 2 hodiny 45 minut.

447. Čtvereční sáh měří 3,597 m^2. Kolik měří délkový sáh?

448. Kvadratnyj ďujm (stará ruská plošná míra) měřil 6,451 cm^2. Kolik měřil 1 ďujm?

449. Vypočtěte

$$\text{a) } (3\cdot 7)^2;\ \text{b) } (4\cdot 0{,}99)^2;\ \text{c) } 2\cdot 0{,}25^2;\ \text{d) } 3\cdot 1{,}08^2;\ \text{e) } (\tfrac{4}{5})^2;\ (\tfrac{2}{3})^2;\ \text{f) } \frac{2^2}{3}.$$

450. Jeden tkadlec utkal denně *b* metrů látky. Druhý utkal denně bez 15 metrů dvakrát více než první tkadlec. Kolik utkali oba za týden?

451. Napište příslušný početní výraz: Rozdíl dvojnásobku čísla a zmenšeného o číslo 3 a pětinásobku součtu čísel b a $3c$ dělte pěti.

452. Nákupní cena 1 kg másla je pro prodejnu a Kčs. Soudek s máslem vážil b kg, prázdný soudek c kg. Dovozné, obal a režijní výlohy činily x Kčs. Vypočtěte, zač byl prodáván 1 kg másla.

***453.** Z 1 kg mouky se upeče $1\frac{1}{4}$ kg chleba. 1 kg mouky je za a Kčs, 1 kg chleba za b Kčs. O kolik korun méně stojí 1 kg mouky než chléb z ní upečený? Jaká je podmínka pro a, aby úloha měla smysl?

454. Oblek stojí c Kčs. V této ceně je zahrnuto d Kčs výrobních výloh (přípravy, mzdy, režie, atd.). 1 metr látky stojí b Kčs. Kolik metrů látky je třeba na 1 oblek? Vypočítejte nejdříve obecně, potom dosaďte $b = 400$, $c = 2\,550$, $d = 1\,350$.

***455.** Továrna vyrobila v prvním pololetí x elektrických praček druhu A, c elektrických praček druhu B. V druhém pololetí zvýšila podle plánu výrobu o y%. Výrobní cena pračky druhu A byla 12 560 Kčs, výrobní cena pračky druhu B byla 17 600 Kčs. Vypočítejte výrobní cenu všech praček vyrobených za rok!

456. Strana většího čtverce je $5k$ cm. Strana menšího čtverce je k cm.

a) O kolik cm je větší strana prvního čtverce než strana druhého?

b) Kolikrát je větší?

c) O kolik cm² je větší obsah většího čtverce než obsah pěti menších čtverců dohromady?

d) Kolikrát větší je obsah většího čtverce než obsah pěti menších dohromady?

457. Slučte:

a) $2mn^2 + 4mn^2 - 4mx + 2xm$; b) $\frac{a}{b} + 2\frac{a}{c} - 3\frac{b}{c} + 3\frac{a}{b}$;

c) $\frac{8}{6}b + \frac{2}{3}a + \frac{1}{3}b - \frac{1}{6}a - a$.

458. V kterém příkladě je chyba? Proč?

$a^3 + 3a^3 = 4a^3$;	$7b^2 - 4b^2 = 3b^2$;	$12b^4 + 6b^3 = 18b^7$;
$4a^4 + 2a^4 = 6a^4$;	$5c^3 + 3c^3 = 8c^3$;	$8x^3 - 4x^3 = 4x^3$;
$3z^2 - 2z^2 = z^2$;	$6y - 3y^2 = 3y^2$;	$6y^2 + 2y^2 = 8y^2$;
$5x^3 - 2x^3 = 3x$;	$10z^3 - 5z^3 = 5z^3$;	$18z^5 + z^2 = 19z^7$.

459. Zjednodušte:

$(4a)^2 \cdot 2a^3$; $(2xy)^2 \cdot 2xy^2$; $(3my)^2 \cdot 3m$; $(6ab)^2 \cdot (6ab)^2$.

460. Do výrazu

a) $\dfrac{u^2 + v^2}{u^2 - v^2}$ dosaďte $u = 4$, $v = \frac{3}{4}u$;

b) $\dfrac{x + 2y}{2x - y}$ dosaďte $x = \frac{2}{3}y$, $y = 6$;

c) $\dfrac{x - 2y}{2x - y}$ dosaďte $x = \frac{2}{3}y$, a výraz zapište co nejjednodušeji!

461. Jestliže $a = \frac{1}{2}$, $b = 2$, $c = \frac{1}{3}$, $d = a$, vypočtěte, kolik je

$$4c^2 + 3a^2 + b^2 + \frac{2a^2 + 3ab}{2d}.$$

462. Na opracování hřídele bylo počítáno n minut. Dělník tuto dobu dokázal svým důmyslem zkrátit o 15 minut. Kolik hodin činila zkrácená doba potřebná k opracování t hřídelů? Dosaďte $n = 115$, $t = 20$.

463. Úderka čítající a dělníků zvýšila týdenní normu n o 18 výrobků. Stanovte zvýšenou denní normu, připadající na 1 dělníka.

464. Napište jako naznačený podíl:

a) $a \cdot 2c$; b) $3x \cdot 2y$; c) $4x^2 \cdot \frac{1}{4x^2}$.

465. $A = \frac{2}{3b}$; $B = \frac{2b}{3}$; napište výraz $\frac{A}{B}$ jako naznačený součin dvou lomených výrazů.

466. Napište jako zlomek: V továrně zvýšili v lednu výrobu n párů obuvi o $35\frac{1}{2}\,\%$.

467. Zapište pomocí závorek:

a) Délka obdélníka je $(a + 2)$ cm; jeho šířka je o 4 cm menší než je jeho délka. Kolik měří jeho obvod? Kolik měří jeho obsah?

b) O kolik je $a - b$ menší než c?

c) O kolik je $a - b$ větší než c?

468. Proč můžeme $56 + 28 + 44 + 12 + 5$ sečíst takto:

a) $56 + 44 + 28 + 12 + 5$;

b) $(56 + 44) + (28 + 12) + 5$?

469. Na zahradě bylo 30 jabloní a 15 hrušní. Na jaře jsme přisadili 6 hrušní. Kolik stromů bylo na zahradě? Vysvětlete tyto 3 zápisy řešení úlohy a vyvoďte z toho důsledky pro zákon o sčítání:

$30 + 15 + 6$;
$30 + (15 + 6)$;
$(30 + 15) + 6$.

470. Zapište a zjednodušte:

a) K číslu $2a$ máme přičíst rozdíl $a - c$.

b) Od čísla $4x$ máme odečíst součet čísel x a y.

c) Od čísla $3m$ máme odečíst rozdíl $2m - n$.

471. Do družstva dovezli na dvou autech zboží v bednách. Na druhém autu bylo čtyřikrát méně beden než na prvním, ale každá byla dvakrát tak těžká jako bedna na prvním. Na kterém autu bylo méně zboží a kolikrát?

472. Které číslo nesmíme dosadit do výrazu $\frac{64}{4a}$ za a,

a) aby měl výraz smysl?

Které číslo musíme dosadit,

b) aby se výraz rovnal 1; -1?

473. Zjednodušte:

a) $6ax + 2a(1 - 3x)$; b) $\frac{1}{2}b(c + 2) - \frac{1}{2}b(2 - c)$;

c) $2 + 4(1 - b) - 5(b - 1)$; d) $x(x + a^2) - x(a^2 - x)$.

474. Obsah obdélníka je $144\ \mathrm{m}^2$. Jeho obvod se rovná 10 šířkám. Vypočtěte délku i šířku obdélníka!

475. Které číslo musíte násobit třemi čtvrtinami, aby vyšly 2 pětiny?

476. Které číslo musíte dělit 0,26, aby vyšly 3 osminy?

477. Obec dodala 9 730 litrů mléka, což bylo o $\frac{1}{6}$ více, než se zavázala. Kolik litrů mléka se zavázala dodat?

478. V krabici o rozměrech a, b, c, jsou 2 obdélníkové otvory o rozměrech $\frac{1}{2}b$, $\frac{1}{2}c$. Sestavte vzorec pro výpočet povrchu této krabice!

479. Délka obdélníka je o tolik delší než strana a čtverce, o kolik je šířka obdélníka kratší než strana čtverce. Jaký je jeho obsah?

480. Zjednodušte $(x + 2y)^2 - (x - 2y)^2$!

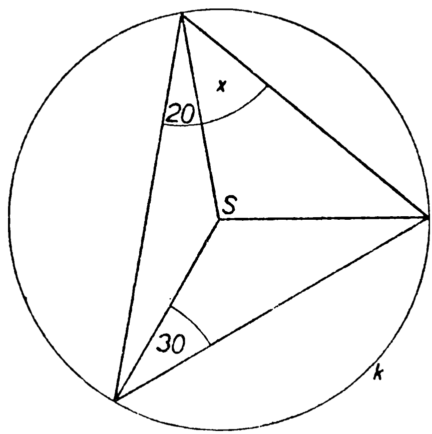
481. 5 hodin k minut je týž čas jako 6 hodin bez $2k$ minut. Určete k!

482. Otec je pětkrát tak stár jako dcera. Za 21 let bude otec dvakrát tak stár jako dcera. Kolik je jim let?

483. Kterého čísla druhá mocnina se zvětší o 100, zvětší-li se číslo samo o 2?

484. Které číslo je o tolik menší než 14, o kolik je 14 větší než neznámé číslo?

485. Bohouš dostal plnou kapsu lískových oříšků. Rozdělil se o ně s chlapci. Když jim chtěl dát po 30 oříšcích, zůstávalo mu 25 oříšků. Když jim chtěl dát po 40, nedostávalo se mu 45 oříšků. Kolik bylo chlapců a kolik oříšků měl Bohouš?



Obr. 24.

486. (Viz obr. 24.) S je střed kružnice k. Určete x!

487. Olovo se taví při 332° C, rtuť mrzne při teplotě o 371° C nižší. Při které teplotě mrzne rtuť?

488. Znásobte: $(-5)(+4)(-3)(+2)$; $(-5)(+4a)(-3b)(-2a)$.

489. Kterou číselnou hodnotu nesmíme dosadit za a do výrazu

$$\frac{2a + 3}{(a - 1) \cdot (a + 2)}?$$

490. Podíl $x : y$ přeměňte v podíl o stejné hodnotě s dělitelem $-16xyz$!

491. Které pravidlo je zapsáno vzorcem $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$?

492. Z rovnice $u = \frac{j \cdot p \cdot r}{100}$ vypočítejte postupně j, p, r!

493. Z rovnice $\frac{ab}{2d} = \frac{ef}{gh}$ vypočítejte postupně a, b, ..., h!

494. Mnohočlen $2x^4 - 3x^2 + 4$ přepište v mnohočlen jemu rovný, který by obsahoval také členy s x^3 a s x. Jaké budou koeficienty u těchto členů?

495. Vypočítejte:

$$2a^2 + \{5a - [- a + 5 + (- 6 + a^2) - (a + a^2)]\}.$$

496. Vypočítejte:

$$(- 2a^2b^3c^4)^3, \; [- (- abcd)^2]^3.$$

497. Vynásobte:

$$\left[2x^3 + 3x + 1 - \frac{4}{x} + \frac{5}{x^2} - \frac{1}{x^4}\right] (- 2x^4).$$

498. Vypočítejte:

$$[(- 2a^2)^2 - (- a)^3 + (- a^3)^2] \cdot \left(- \frac{1}{a}\right)^3.$$

499. Vypočítejte:

$$(x - 1)\,(x^2 + x^3 + x^2 + 1).$$

500. Vypočítejte:

a) $(1 - x)^2\,(1 + x)^2$, b) $(1 - a^2)^2\,(1 + a^2)^2$, c) $(1 - a^2)^3\,(1 + a^2)^3$.
[Užijte vzorce $a^2 b^2 = (ab)^2$.]

501. Řešte rovnici:

$$\frac{x + 2}{4} - \frac{x - 25}{5} + \frac{x - 3}{7} = 7.$$

502. Řešte rovnici:

$$\frac{x}{a} + \frac{x}{b} = c.$$

503. Řešte rovnici:

$$\frac{x}{a} + \frac{x}{b} = a + b.$$

Výsledky příkladů.

I. Opakování.

1. 7; 11; 12; 13; 2; 5; 7; 14; 6; 8; 3; 6. **2.** a) $1\frac{1}{21}$; b) $1\frac{7}{10}$; c) $\frac{\bullet}{15}$; d) 3; e) 0; f) $\frac{27}{35}$. **3.** $\frac{5}{12}$. **4.** $\frac{1}{4}$ m. **5.** 3 kg. **6.** $\frac{7}{10}$; 1; $3\frac{3}{4}$; $19\frac{1}{2}$; $\frac{3}{16}$; $\frac{9}{25}$; 20; $4\frac{1}{4}$. **7.** $1\frac{1}{5}$; 6; $\frac{3}{20}$; $1\frac{3}{10}$; $1\frac{5}{7}$; $\frac{25}{36}$; $6\frac{2}{3}$; $\frac{4}{21}$; $2\frac{10}{39}$; $\frac{14}{15}$. **8.** $1\frac{2}{5}$; $\frac{1}{12}$; $\frac{7}{30}$; $19\frac{1}{2}$. **9.** 5,4; 0,15; 0,16; 0,056; 3,125. **10.** $\frac{5}{12}$; $1\frac{5}{16}$; $\frac{2}{3}$; $3\frac{3}{5}$.

11. $\frac{1}{3}$; $1\frac{3}{11}$; $2\frac{2}{7}$; $\frac{5}{63}$; $1\frac{2}{5}$; $\frac{24}{121}$. **12.** A) a) $\frac{25}{100}$; $\frac{33\frac{1}{3}}{100}$; $\frac{12\frac{1}{2}}{100}$; $\frac{75}{100}$; $\frac{5}{100}$; $\frac{4}{100}$. b) $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{8}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{1}{20}$; $\frac{1}{25}$. c) 0,25; –; 0,125; 0,75; 0,05; 0,04. B) a) $\frac{112\frac{1}{2}}{100}$; $\frac{200}{100}$; $\frac{150}{100}$; $\frac{37\frac{1}{2}}{100}$; $\frac{16\frac{2}{3}}{100}$. b) $1\frac{1}{8}$; 2; $1\frac{1}{2}$; $\frac{3}{8}$; $\frac{1}{6}$. c) 1,125; 2; 1,5; 0,375; –. **13.** a) 50; $33\frac{1}{3}$; 25; 40; 100; 37,5; 2,5; 62,5%. b) 80; 8; 250; 4,5; 34; 0,5%. **14.** a) 25; $33\frac{1}{3}$; 140; 110%. b) 13; 5; 75; 18%. c) 300; $133\frac{1}{3}$. **15.** a) 345; b) 325; c) 203; d) 432; e) 1 296; f) 692,25. **16.** Vyrobeno kusů: 2 760; 663; 7 744; 357. Dohromady 10 430 kusů; 110,4%; 11 524 kusy. **17.** Skutečný čas: 45; 42; 240 hodin; zkrácení v hodinách: 6; 24; 39; v %: 10; 20; 47,6; $16\frac{2}{3}$. **18.** 1. část: 800 Kčs; 4%; 6 měsíců; 14 měsíců; 15,75 Kčs. 2. část: 1 200 Kčs; 5%; 3%; 7 měsíců; 440 Kčs. **19.** leden 1930 = 100%: 424,29; 789,19; 1 181,17; 1 196,33; 1 107,04; 324,21; 658,22; 1 034,38; 1 231,79; 1 018,23; 1 078,87%. **20.** 6 cm.

21. a) $\frac{9}{4}$; 2,475 m; b) 11 cm; $24\frac{3}{4}$ cm. **22.** a) 5 : 3; b) 3 : 5. **23.** a) 14 : 25; 21,875 cm²; b) 3,5 cm, $6\frac{1}{4}$ cm. **24.** 13 : 8 : 7; 26; 16; 14 cm. **25.** $8\frac{1}{6}$ m; 5 m; $4\frac{3}{6}$ m **26.** a) 6 m²; b) 3 m. **27.** 21 : 200. **28.** $\alpha = 37°$. **29.** Z map zvaných speciálka a generálka. **30.** 21 válec.

31. 318,75 Kčs. **32.** $\frac{1}{4}$ litru oleje; $7\frac{1}{2}$ litru benzinu. **33.** 196 litrů. **34.** a) $44\frac{1}{2}$ km; b) 54 km/hod. **35.** Motorová vozidla 119,21%; motocykly: 167,76%. **36.** 1,65krát více než roku 1937. **37.** a) O $4\frac{2}{3}$%; b) 127,55%.

II. Písmena ve významu čísel.

38. a) 22 let; b) $(y + 14)$ let. **39.** a) 38 let; $(50 - n)$ let. **40.** 360 – 300; $(p - 360)$ q brambor.

41. $3 \cdot 7$; $3n$. **42.** 80; $\frac{20z}{3}$; $\frac{100y}{3}$. **43.** x; $x - 100$; $x + 300$. **44.** A) $\frac{23}{10}n + 400$; B) $\frac{5}{2}n + 200$. **45.** a) 48 let; b) $[45 + (x - 11)]$ let; c) $[45 + (y + 15 - 11)]$ let. **46.** a) 8, t. j. $2 + 6$; b) $12 - v + 6$; c) $2 + r$; d) $12 - v + r$. **47.** a) 73; b) 2; c) 48; d) 140. **48.** a) 20; b) 24; c) 16; d) 36. **49.** a) $2\frac{2}{3}$; b) 4; c) $5\frac{1}{3}$; d) $2\frac{1}{4}$. **50.** a) 10; b) 0; c) 0; d) 95.

51. a) 0; b) 20; c) 4; d) 3. **52.** a) $t + 2$; b) $3q$; c) $m - 5$; d) $\frac{p}{3}$. **53.** a) $3c - 2$; b) $2efg$; c) $\frac{1}{2} - \frac{1}{5}x$; d) $\frac{z + 8}{3}$. **54.** a) $\frac{2}{3}a$; b) $\frac{3}{4}b$; c) $\frac{3abc - 2}{4}$; d) $\frac{3x + 2n}{4b - 4}$.

55. a) 3 027; b) 22,7; c) 1. **56.** a) $2x$; b) $8y$; c) $4z$; d) 0. **57.** a) $2m - 2n$; b) $3x + 3y$; c) $6e + 6f$; d) $6p + 2q$. **58.** a) $r + s - t$; b) $8a - 4b - 4$; c) $7r$; d) $3u + 3v$. **59.** a) $\frac{4}{5}a$; b) $\frac{9}{t}$; c) $\frac{10m}{n}$; d) $\frac{5a}{3}$. **60.** a) $3\frac{1}{5}$; b) 18; c) 4; d) $6\frac{2}{3}$.

61. $k - (\frac{2}{3}k + \frac{1}{8}k + \frac{1}{10}k)$. **62.** $(68c + 50m + 78n)$ dní. **63.** $(18x + 20y)$ hod. **64.** a) $6rs$; b) $30pq$; c) 3 600 cm²; 600 dm². **65.** a) $6ab$; b) $30xyz$; c) $6axyz$; d) $120abmn$. **66.** a) 81; 7 776; 0,000 002 56; 0,000 000 001; b) $16a^2$; $1\,000x^3y^3$; $16x^4z^4$. **67.** a) 16; $\frac{1}{243}$; 9,61; b) 54; 324; c) $\frac{1}{32}$; $\frac{1}{8}$. **68.** a) b^7; b) y^6; c) c^3d; d) a^3b^3. **69.** a) $8m^3n^3o^2$; b) $15o^3p^6q^4$; c) $10x^4y^2z^5$. **70.** a) $27a^4$; b) y^7z^7; c) $16a^5c^5$.

71. a) 32 640; b) 12; c) 3; d) $\frac{29}{49}$. **72.** $x^2 = 0; 4; 9; 49; 64$; $x^2 - 10x + 21 = 21; 5; 0; 0; 5$. **73.** a) xyz; b) $6abc$; c) $30a^2b$. **74.** $8s^3$; $0{,}125z^3$. **75.** $4a$; $10x^2$; $5pq$; $3k^2m$. **76.** $2x$; $4n$; $4q^2$; $2p^2$. **77.** a) $3u$; b) 3; c) $3r$; d) $2a^3$. **78.** a) $\frac{1}{12}c$; b) $\frac{1}{5}c$; c) $\frac{3}{4}c$. **79.** a) $\frac{1}{5}x$; $\frac{x}{300}$. **80.** a) $\frac{15c}{4}$; b) $4mn$; c) $3xy$; d) $\frac{4s^3}{5}$.

81. a) $\frac{1}{2}$; b) $\frac{1}{2}$; c) $\frac{a}{c}$; d) 2. **82.** a) $1\frac{1}{2}$; b) $\frac{2s}{r}$; c) $\frac{x^2}{y^2} = \left(\frac{x}{y}\right)^2$; d) $\frac{a}{x^5}$.

83. a) $\frac{4a^2}{9b^3}$; b) $\frac{9ps}{49}$. **84.** a) $4b + c$; b) $c - 4b$; c) $4bc$; d) $\frac{4b}{c}$. **85.** $a \cdot \frac{1}{b}$; $x^2 \cdot \frac{1}{c}$; $2ab \cdot \frac{1}{3d}$; $16a \cdot \frac{1}{4a^2}$. **86.** $3 : \frac{1}{5}$; $4a : \frac{1}{8}$; $2c : \frac{1}{3b}$. **87.** $\frac{a}{b} : \frac{c}{d}$; $\left(\frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}\right)$. **88.** a) $\frac{2u}{5} - \frac{3v^2}{6}$; b) $\left(\frac{3a}{9}\right)^3$; c) $6ac^3$; d) $(7a)^2 - (14a)^3$. **89.** a) 212; b) 7 820; c) $1\frac{5}{11}$; d) $1\frac{348}{491}$.

90. a) $9pq - 7p + 8q$; b) $18ac - 9ad - 8a$; c) $33abc - 6a + 9b$; d) $15a - 19b + 13ab$.

91. a) $(x + 3)$ hodin; b) $\frac{x}{n}$ hodin; c) $\left(\frac{x}{n} + \frac{3}{p}\right)$ hodin; d) $\left(\frac{px}{n} + 3\right)$ hodin.

92. $72x^5y^6$; $96u^5v^6$. **93.** $(5a + 3b + 2c)$ hodin. **94.** a) $(nt - 2)$ hod.; b) 38 hod. **95.** $a + b$; b) $3xy$. **96.** a) 1 300; b) 500; c) 360 000; d) $2\frac{1}{4}$. **97.** $\frac{5}{16}$. **98.** $5\frac{1}{2}$.

99. $\frac{m + n + 2s}{4}$ dělníků; $\frac{3m + 3n + 2s}{4}$ dělníků. **100.** a) $\frac{10}{11}a$ párů; b) $\frac{5}{7}x$ párů.

101. Za $12t$ hodin. **102.** a) uv hodin; b) $\frac{uv}{v - u}$; c) $\frac{35uv}{v - u}$ korun.

III. Vlastnosti početních výkonů.

103. $20 - (3 \cdot 5 - 3)$. **104.** a) $150 + \frac{120}{3}$; b) $150 + 120 - \frac{150}{3} - \frac{120}{3}$.

105. a) $7 + 8$; b) $9 \cdot 4$; c) $3a + 20$; d) $8a \cdot 4$. **106.** a) $8 \cdot 2$; b) $32 - 2$; c) $8x - 3x$; d) $2 \cdot x$. **107.** a) $16 + 3 \cdot 9$; b) $16 + 5 - 18$; c) $3 \cdot \frac{2}{5}$; d) $1\frac{3}{5}$. **108.** a) $a + 2b + (x - y)$;

b) $a + 2b + (x - y)$; c) $(a + 2b) - (x + y)$; d) $(a - 2ab) + (x - y)$. **109.** a) $(a - 2b) - (x - y)$; b) $a - 2b - (x + y)$; c) $a - 2b + (x - y)$; d) $a - (2b + x) - y$. **110.** a) $(a - d)\,4$; b) $6(2e + 3f)$; c) $(5g - 4h) \cdot 5$; d) $\frac{1}{2}(3k + 4m)$.

111. a) $(a + 2b)\,5$; b) $(2p - q) - (m - 2n)$; c) $(2a - r) - (2a + r)$; d) $(u - v) - s$. **112.** $4(x + 2y) + 3(4u - v)$. **113.** $(p + q)^2 - (p^2 + q^2)$. **114.** $(r - n)\,x$. **115.** $[30t + (6 - t) \cdot 40]$ km. **116.** a) $(t - m)$ Kčs; b) $\left(\dfrac{t - m}{4}\right)$ Kčs; c) $\left(\dfrac{3m + t}{4}\right)$ Kčs; d) $\left(5m + n\dfrac{t - m}{4}\right)$ Kčs. **117.** $\left(\dfrac{12 - s}{4}\right)$ cm. **118.** $\left(\dfrac{t + r}{2}\right)$ dkg. **119.** a) $(56 + 44) + (28 + 12) + 5$; b) $(145 + 155) + (456 + 546)$; c) $(\frac{2}{3} + \frac{2}{6}) + \frac{1}{4} + \frac{1}{2}$; d) $(\frac{2}{5} + 0{,}6) + (\frac{2}{5} + 0{,}6)$. **120.** Sčítáme obráceným směrem.

121. a) 1 028; b) 1 895; c) 2,659. **122.** a) 337; b) 154; c) 1,32. **123.** $x + 6y$; $2a$; 3; $n - m$. **124.** $360 - 1$; $264 + 200 - 1$; $156 - 50 + 2$; $148 - 100 + 4$; $220 - 34 - 2$; $5\,000 - 750 - 4$. **125.** a) 30 km; b) 70; 120 km; c) 50; 70; 120 km. **126.** a) $a + 30$; $b + 20$; $a + b + 50$; $a - b + 10$; b) $a + 20$; $b + 20$; $a + b + 40$; $a - b$; c) $a - 20$; $b + 10$; $a + b - 10$; $a - b - 30$; d) $a - 10$; $b + 10$; $a + b$; $a - b - 20$; e) $a - 30$; $b - 10$; $a + b - 40$; $a - b - 20$. **127.** a) $3 + 3 + 3 + 3 + 3$; b) $\frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4}$; c) $0{,}5 + 0{,}5 + 0{,}5 + 0{,}5 + 0{,}5$; d) $a^2 + a^2 + a^2 + a^2 + a^2$. **128.** $2a$ metrů; $(a + 2)$ metry. **129.** a) $3 \cdot 5$; $5x$; $\frac{1}{3} \cdot 5$; $1{,}3 \cdot 5$; b) $3 + 5$; $x + 5$; $\frac{1}{3} + 5$; $1{,}3 + 5$. **130.** $7 \cdot 3 \cdot 100$; $(62 \cdot 4) \cdot (10 \cdot 100)$; $(8 \cdot 45) \cdot 10$.

131. a) $8{,}2 \cdot 100$; $27 \cdot 2 \cdot 100$; $(20 \cdot 50) \cdot 32{,}2$. **132.** a) $(25 \cdot 4) \cdot 3$; b) $(4 \cdot 2) \cdot 81$; c) $(5 \cdot 4)(9 \cdot 9)$; d) $(250 \cdot 8) \cdot 7$. **133.** a) zákon o sdružování; b) zákon o záměně, zákon o sdružování; c), d) zákon o sdružování. **134.** a) $8 \cdot 4 \cdot 100$ (obou zákonů); b) $\dfrac{340 \cdot 2}{1\,000\,000}$ (zákon o sdružování). c) $\dfrac{24 \cdot 6}{100\,000}$ (jako b); d) $\dfrac{38 \cdot 200}{100}$ (jako b). **135.** a) $\dfrac{1 \cdot 1\,000}{1\,000}$; b) $\dfrac{5 \cdot 4}{1\,000} \cdot 1\,000$; c) $\dfrac{250 \cdot 25}{100}$; d) $\dfrac{45 \cdot 220}{100}$. **136.** $101 \cdot 35$; $3\,535 : 101$; $3\,535 : 35$. **137.** $(125 \cdot 8)(6 \cdot 15) = 9 \cdot 1\,000 \cdot 10$. **138.** $\frac{1}{2}$ prvé částky. **139.** Za $3\frac{1}{3}$ hod. **140.** $100 + 15$.

141. $210 - 7$. **142.** Jsou správně. **143.** a) 35; b) $\frac{5}{12}$; c) $2\frac{7}{16}$; d) $\frac{3}{4}$. **144.** a) $\frac{7}{18}$; b) $22\frac{2}{3}$; c) $\frac{19}{24}$; d) $6\frac{1}{4}$. **145.** Obdélníky o stranách: a) x; $(a + b + c)$; b) 3; $(a + b)$; c) y; $(y + 3)$; d) c; $(b - a)$. **146.** a) $4a - 12$; b) $5m^2 + 5mn$; c) $\dfrac{p - 3}{4}$; d) $2b - bx$. **147.** a) $3a^2 + 3a$; b) $3y + 3x^3$; c) $\dfrac{2a}{9} - \frac{5}{18}$; d) $\dfrac{3}{xy} - \frac{2}{3}$. **148.** a) $5c + 8$; b) $t^2 + 4t + 3$; c) $10e + 3\frac{1}{2}$; d) $r^2 + rs - 4s^2$. **149.** a) $14a^2 + 3a$; b) $4\frac{1}{4} + \dfrac{3n}{2}$; c) $4t$; d) $u + 1$. **150.** a) 4; b) $3n$; c) $2ab + ac + bc$; d) $2r^2 + 4s^2$.

151. a) $p^2 - 2p$; b) $10x^3 - 15x^2 - 10x - 15$; c) $ax + 2a$; d) $5y + 18$. **152.** a) $3 - h$; b) $a^2 - 3$; c) 2; d) $2e$. **153.** a) $40c$; b) $(40c - 60)$; $(1\,200c - 1\,800)$;

c) $(56c + 840)$; d) $(t - 25) \cdot \frac{7}{4}$. **154.** a) $\frac{a}{n}$; $\frac{a}{c}$; b) $\frac{p}{a}$; c) $\frac{6a}{3}$; d) $\frac{4a^3}{a^2}$. **155.** a) $5ax - 10a$; $\frac{5ax}{10a}$; b) $y + x$; c) $m - b$; $\frac{m}{b}$; d) xy. **156.** a) $y - x$; b) $\frac{y}{x}$; c) $4m$; 3krát; d) $7m^2$; 8krát. **157.** 6; 24. **158.** a) $4xy$; b) $\frac{9}{10}$; c) $6a^3b$; d) $3a^2$. **159.** 1 664; 510; 23; 54. **166.** a) 88; b) 93; c) 6; d) $a - 1$.

161. 750 q. **162.** 41 a; (4 961 a.) **163.** $7\frac{8}{9}$ milionu. **164.** a) 2 miliardy; b) 32,2 mil. **165.** 18 laboratoří. **166.** a) $12 - 2u$; b) $11s + 10$; c) a; d) $18p + 12q$. **167.** a) $n^2 + 3n$; b) $5u + 4$; c) $\frac{1}{3}a$; d) $b + 6$. **168.** a) 20; b) $1\frac{1}{2}$. **169.** a) $3b$; b) $m - 10n + 4$; c) $4ab + 2ac + 4bc$; d) $\frac{3}{4}$. **170.** a) $2(a + b)$; b) $(a + b - m)\ 2$.

171. $2\,005 - 1\,022$; $1\,022 + 983$. **172.** $x - 180$; $x - 240$. Na prvním. **173.** Záměna činitelů. **174.** a) $\frac{245 \cdot 8}{10}$; $\frac{36 \cdot 42}{100}$; c) $(40 \cdot 6 - 6) \cdot 10$; d) $6 \cdot 3 + 8 \cdot 3$ nebo 14.3. **175.** $12\,928 : 64$; $12\,928 : 202$. **176.** $864 : 36$; $24 \cdot 36$. **177.** $1\,440 : 5 : 8$; $1\,440 : 5.8$. **178.** 37. **179.** a) Dvakrát méně. b) Čtyřikrát méně. c) Dvakrát více. d) Čtyřikrát více. **180.** Pětkrát; (dvacetkrát).

IV. Vzorce.

181. a) $o = 4x$; b) $o = a + b + c$; c) $o = 3s$. **182.** a) $S = 2z^2 + 4zv$; b) $S = a^2 + 2av$. **183.** a) $L = \frac{1}{2}v(a + b)$; b) $(a + b)\ \frac{1}{2}v$; c) $(a + b)\ \frac{1}{2}v$. **184.** a) $180° - (70° + 80°)$ b) $z = 180 - (x + y)$. **185.** $q = 100°$; $p = \frac{1}{2}(180 - q)$. **186.** a) 52 cm; b) $s = 8x + 4z$. **187.** 5,25; 13,25; 7,75. **188.** 60 m; (60,025). **189.** 250 m. **190.** a) 35; b) 399.

191. a) 49; b) 2 500. **192.** a) 441; b) 25 502 500.

V. Rovnice.

193. a) Od obou stran rovnice odečteme $3x$. b) K oběma stranám rovnice přičteme $5y$. c) K oběma stranám rovnice přičteme z. d) K oběma stranám rovnice přičteme y. **194.** a) Od obou stran rovnice odečteme k. c) Od obou stran rovnice odečteme $2p$. b) K oběma stranám rovnice přičteme $3h$. d) K oběma stranám rovnice přičteme r. **195.** a) 3; b) 7; c) 6; d) 8; e) 8; f) 12,5; g) 24; h) 28. **196.** a) Od obou stran odečteme $3c$; 2. b) Odečteme $2e$, přičteme $7\frac{1}{2}$. c) Přičteme $3u$, odečteme 2. d) Přičteme $2n$; 2. **197.** a) 1; b) 8; c) 17; d) 9. **198.** a) 7; b) $4\frac{1}{2}$; c) $1\frac{1}{2}$; d) $15\frac{1}{3}$. **199.** a) 2; b) $\frac{1}{12}$; c) 9. **200.** a) 30; b) 6; c) 10; d) $9\frac{1}{3}$.

201. a) $2\frac{1}{2}$; b) 12,5; c) 9; d) $\frac{1}{4}$. **202.** a) 8; b) 5; c) 1; d) 2. **203.** a) 10; b) 3; c) 4; d) 2. **204.** 16 q, 32 q. **205.** 81 Kčs. **206.** Před 5 lety. **207.** 13; 14; 15; 16. **208.** 23; 25; 27. **209.** 2. **210.** 1,5.

211. 3,5. **212.** 10,5 kg. **213.** 12 Kčs. **214.** 35 Kčs. **215.** $\frac{1}{2}$ hodiny. **216.** 5 km; 4 km. **217.** Za $1\frac{1}{5}$ hodiny. **218.** V 5.50 hod. **219.** Ve 12 hodin. **220.** Za 10 minut.

221. 12 km. **222.** 840 q uhlí. **223.** $A = 33$; $B = 27$; $M = 30$. **224.** a) Za 35 hodin; b) druhá skupina. **225.** 32,5 t; 37,5 t; 42,5 t; 47,5 t. **226.** a) 1 080; 1 620; 1 050 kg; b) 900 kg; 950 kg. **227.** 16 000 t. **228.** $p = 3$. **229.** $d = 7$. **230.** 20; 20; 20; 22; 25; 13 cm.

231. 54°; 54°; 72°. **232.** a) $a = 120°$, $b = 240°$; b) $a = 135°$; 225°. **233.** $s = 56\frac{2}{3}°$. **234.** $p = 18$. **235.** $h = 17$. **236.** 1. řešení: $y = 10$; 2. řešení: $y = 40$; 3. řešení: $y = 34$.

VI. Relativní čísla.

237. + 15; − 9; + 17; − 26. **238.** a) + 23; b) + 40; c) − 20; d) − 22; e) − 9; f) + 112; g) + 1; h) − 5. **239.** a) + 60°; − 3°; b) + 32°45′; − 122°15′; c) + 4 800; + 26; − 12.

241. + 11; − 5; + 15; + 6. **242.** Jsou stejně vzdálena od nuly. **243.** 6; 2; 4; 15; 25; 100. **245.** + 4; + 2; + 1; $+\frac{7}{8}$; $+\frac{1}{2}$; 0; $-\frac{2}{5}$; $-\frac{1}{2}$; $-\frac{3}{4}$; − 6; − 10. **246.** $+5 < +10$; $0 > -1$; $-2 > -8$; $-\frac{3}{5} > -\frac{2}{3}$; $5 > -4$; $-3\frac{1}{2} < 3\frac{1}{2}$; $-\frac{7}{8} < -\frac{5}{6}$; $\frac{3}{2} > \frac{6}{5}$. **247.** a) Byla psána kolem roku 300 před Kristem. b) Rozdíl od správného času je − 4 minuty. **248.** 7 251 000; 3 644 000; 3 536 000; 14 431 000; 5 626 566; 3 135 775; 3 402 300; 12 164 631.

251. 0; − 15; 0; 0; 0. **252.** − 4; − 8; − 82; − 37; − 6; − 18; − 181; − 45; − 28; − 38; − 999; − 701. **253.** − 8; − 4; − 14; + 17; − 23; − 12; + 17; − 44; − 99; + 45; − 120; − 112; − 113; + 55; − 216; − 170. **254.** − 60 204; − 10 584; − 94 945; − 22 063. **255.** − 0,876; − 6,489; − 36,08; − 32,472. **256.** $+9 - 3 - 2 + 4 + 3 = +11$; $+1 - 2 + 3 - 4 + 1 = -1$; $-2a - b + a + 2b = -a + b$; $-5m + 3n - 2m + 7m + 3n = +6n$. **257.** − 7; 11; 15; − 8; − 5. **258.** 3; 11; − 6; 3; 12; 0; $a + b$; $m + n$; $5x$. **259.** a) − 26; b) − 13; c) − 27; d) − 30; e) 30; f) 17; g) − 749,016; h) 1,978. **260.** $99m$.

261. 80 000 Kčs. **262.** − 1,5° C. **263.** $+4\frac{1}{2}$ cm. **264.** − 8; − 16; − 32; + 6,25; + 9; + 81; − 64; − 13,824. **265.** a) + 60; b) − 64; c) − 450; d) + 24 576; e) − 1 323; f) + 1 000. **266.** V posledních dvou případech. **267.** a) + 166; b) $+99\frac{5}{6}$; c) + 172; d) $+101\frac{1}{4}$. **268.** a) + 40; b) − 2; c) − 8; d) − 94; e) $+1\frac{1}{6}$. **269.** a) + 216; b) − 208; c) $+1\frac{3}{4}$. **270.** a) $-8ab$; b) $+6a^4b$; c) $-4x^4y^2$; d) $-36xyz$.

271. a) $-6a^3b^2$; b) $-24cy$; c) $+12a^3b^3$; d) $+30am^2$. **273.** $(a - 2)b$. **274.** $at - bt$. **275.** $-8(t - 2)$; $8(t - 2)$. **276.** $\frac{t}{b} - \frac{t}{a}$. **277.** a) $at + bt$; b) $at - bt$. **278.** $1\,095a - 3ab$. **279.** $1\,000\,a + c_1t - c_2t$ nebo $1\,000\,a - c_1t + c_2t$. **280.** − 12; + 16; − 20; − 24; + 28; + 12; − 16; + 20; + 24; − 28; − 9; + 12; − 15; − 18; +21; + 9; − 12; + 15; +18; − 21; + 6; − 8; + 10; + 12; − 14.

281. a) $-1\frac{1}{3}$; − 2; $-\frac{2}{9}$; $+\frac{10}{51}$; $-\frac{8}{15}$. b) $x = 7$. **282.** a) $-1\frac{6}{7}$; − 11; $+1\frac{4}{7}$; $+\frac{47}{2}$; $+\frac{4}{13}$. b) Pro $r = s$ je jmenovatel roven 0. **283.** a) $-\frac{1}{3}$; + 5; $+1\frac{2}{3}$; $+8\frac{1}{3}$; $+\frac{1}{125}$; − 2; b) $h, k, p \neq 0$; $h \neq k$. **284.** − 1; − 1; + 1; $+\frac{1}{18u^2}$; $+\frac{3y}{2x}$; − 1; − 1. **285.** a)

$-\frac{1}{6}$; b) $-\frac{1}{3}$; c) $\frac{1}{2}$; d) $-\frac{1}{2}$; e) $-\frac{7}{24}$. **286.** a) $-\frac{7}{12}$; b) $-\frac{11}{6}$; c) $4\frac{3}{4}$. **287.** a) $\frac{9}{40}$; b) 8; c) $-\frac{2}{5}$. **288.** a) $-\frac{5}{9}$; b) $\frac{3}{2}$; c) $12\frac{1}{3}$; d) $\frac{1}{2}$. **289.** a) $132\frac{4}{15}$; b) $-\frac{11}{20}$; c) $6\frac{43}{60}$; d) $-76\frac{1}{29}$. **290.** $n = 4$.

291. $z = 2$. **292.** $x = -2$. **293.** $a = -\frac{1}{2}$. **294.** $b = -\frac{1}{4}$. **295.** $c = -\frac{1}{3}$. **296.** -525. **297.** $-5°$. **298.** -8 cm. **299.** $-10{,}5$ q.

VII. Mnohočleny.

300. a) $1 + 6h^3$; b) $3n^2 + 3n$; c) $3s^2 + 3s - 3$; d) $2t + 4$.

301. a) $12z^2 - 3z$; b) $3p^3 + 3$; c) $8a^3 - 2a^2 + 2a$; d) $4b^2 + 5$. **302.** a) $-t^3 + 3t^2 + 6$; b) 6; c) $12y - 11y^2$; d) $7r^3 + 4r + 2$; e) 0. **303.** a) $-a - 5b$; b) $10c - 3d - 5$; c) $4x + 4x^2$; d) $3x^2 - 2x^3 + 2x^4$. **304.** a) 0; b) $-2pq + 8p - 18q + 1$; c) $14u + 5v - 13$. **305.** a) $7{,}4r^3 + 42{,}9r^2 + 3{,}56r - 3{,}36$. b) $33{,}33 + 34{,}44s + 35{,}55s^2 - 36{,}66s^3$. c) $-1\,151 + 10\,110a + 1\,613b + 3\,855ab$. **306.** a) $\frac{3}{4}y + \frac{23}{24}z$; b) $-\frac{23}{24}h + k - \frac{3}{2}$; c) $-\frac{1}{24} + \frac{19}{24}t + \frac{17}{24}t^2 - \frac{13}{12}t^3$. **307.** a) $-2s + 6$; b) $-2r - 6$. **308.** a) $4 - t$; b) $-2 + 7x - 3x^2$. **309.** a) $r = 4$; b) $s = -4$; c) $t = -3\frac{2}{5}$; d) $r = 1$. **310.** a) $\frac{5r}{12} - 1$; b) $\frac{1}{6}s - \frac{9}{8}t - 1\frac{1}{9}$; c) $-\frac{5a}{4} + \frac{11b}{8} - \frac{11c}{24}$; d) $-\frac{1}{3} + \frac{5x}{12} + \frac{x^2}{18}$.

311. a) $-24a^9xy^3z$; b) $77b^4x^4y^8$; c) $-168a^9c^9d^5$. **312.** a) $336a^4b^4c^4$; b) $-64a^{13}h^{16}t^{14}$; c) $-3x^4y^4r^{12}s^{12}t$. **313.** a) $864r^6s^5t^6$; b) $1\,792c^8x^7y^{14}z^8$; c) $-21k^{10}u^{10}v^{15}$. **314.** $4a^2$; $9x^2$; $25y^2$; x^4y^4; $8a^3b^3$; $-64x^3y^3z^3$; $-32r^5s^5t^5u^5$. **315.** $x^8y^4z^{12}$; $r^9s^3t^{12}$; $a^5b^{10}c^{15}$; $p^{24}q^6r^{12}$; $h^4q^8t^{12}$. **316.** $-d^{15}e^{25}f^{30}$; $16a^{24}b^{20}c^4d^8$; $27u^{24}v^{18}t^{36}$; $4k^6l^2m^8$. **317.** 2^{24}; a^8; x^6; x^{12}; $x^{18}y^{36}$; $2^8a^{16}b^8c^{24}$. **318.** $\frac{1}{8}$; $\frac{4}{9}$; $\frac{1}{4}$; $-\frac{8}{27}$; $\frac{a^2}{b^2}$; $\frac{8a^3}{b^3}$; $-\frac{27a^3}{8b^3}$; 0,01. **319.** $\frac{13}{36}$; $\frac{5}{27}$; $\frac{9}{8}$; 0.

321. a^3; x^3; r^3; $\frac{6a^2}{5}$; $6a$; 6; $7a$. **322.** $-2a^2c$; abc; $5a^4d$. **323.** a) $6xu - 10xv$; b) $-12ry + 18sy$; c) $15a - 9a^2 + 12a^3$; d) $8 - 2q + 6q^3$. **324.** a) $-20t^6 + 24t^5 - 8t^4 + 28t^2$; b) $-24p^3 + 56p^4 + 56p^5 - 40p^6$; c) $-45a^3b^4 + 27a^3b^3 - 27a^2b^4 + 54a^2b^3 - 63a^2b^2 + 45ab^3$; d) $-21x^5y^2z^2 + 28x^3y^4z^2 - 42x^3y^2z^4 + 49x^3y^2z^2 - 14x^5yz + 56x^2y^2z^2$. **325.** a) $3p^2 - 9q^2 - 5pq$; b) $-2a^2 - 2ac$; c) $-3x^2 - 3x$. **326.** a) $5x^3 - 10x^2 + x - 1$; b) $-22q + 18r$; c) $3 - 6z$; d) $-5b + 11c$. **327.** a) $3x^2y - 4xy^2$; b) $6r^3s^2$; $-4r^2s^3$; c) $\frac{1}{3}p^4q^2r^3 - 2p^3q^4r^3 + \frac{1}{6}p^3q^2r^5$; d) $\frac{5}{6}t + \frac{1}{6}$. **328.** a) $\frac{4a}{35} - \frac{2}{35}$; b) $\frac{c}{15} - \frac{1}{2}$; c) $\frac{f}{6} - \frac{17}{12}$; d) $-\frac{y}{6}$. **329.** a) $r = 0$; b) $s = 16$; c) $x = \frac{17}{4}$; d) $y = 2$. **330.** $1\,102a$.

331. $(60a + 100b + 40c)\,t$ Wh. **332.** $(a + b - c)\,t$. **333.** $(a_1 + a_2 + a_3 + a_4)\,v$. **336.** a) $pr + qr + ps + qs$; b) $pr - qr + ps - qs$; c) $pr - qr - ps - qs$; d) $a^2 + ab - ac - bc$. **337.** a) $mn + 2m - 3n - 6$; b) $pr - 3p - 3r + 9$; c) $x^2 + 12x + 35$; d) $y^2 + 3y - 10$. **338.** a) $1 - 5c + 4c^2$; b) $40 - 6e - e^2$; c) $25u^2 + 5u - 2$; d) $6a^2 - 5ax + x^2$. **339.** a) $x^2 + 2xz + z^2$; b) $x^2 - 2xz + z^2$; c) $4x^2 + 12xz + 9z^2$. **340.** a) $r^3 + 5r^2 + 8r + 6$; b) $r^3 + s^3$; c) $6a^3 - 13a^2 + 3a + 2$; d) $2 - 13f - 13f^2 - 3f^3$.

341. a) $p^3 - 5pq^2 + 2q^3$; b) $15 - 26x - x^2 + 12x^3$; c) $6s^3 + 7s^2t - 7st^2 - 6t^3$; d) $20 - 56x + 57x^2 - 20x^3$. **342.** a) 2; b) $8cr$; c) $19h^2 - 3hk + 32k^2$. **343.** a) $x^5 - 3x^4 + 4x^3 - 8x^2 + 1$; b) $4y^4 + 3y^2 + 4y - 3$; c) $12r^4 + 8r^3 - 17r^2 - 17r - 4$; d) $s^4 - 4s^3y + 4sy^3 - y^4$. **344.** a) $1 - 15x + 71x^2 - 105x^3$; b) $x^4 - 4x^3 + x^2 + 14x - 24$; c) $x^3 + 2x^2y - 4x^2z - xy^2 - 7xyz + xz^2 - 2y^3 + 3y^2z - 5yz^2 + 2z^3$. **345.** a) $4p^2 - 4q^2$; b) $6am - 4m^2$; c) 0; d) $-2y^4$. **346.** $ad + bc - cd$. **347.** a) $r^2 + 10r + 25$; b) $s^2 - 14s + 49$; c) $4t^2 + 4t + 1$; d) $9p^2 + 24p + 16$. **348.** a) $49a^2 - 84ab + 36b^2$; b) $100c^2 - 240ce + 144e^2$; c) $144h^2 + 120hk + 25k^2$; d) $529u^2 - 644uv + 196v^2$. **349.** a) $a^2 - 3a + \frac{9}{4}$; b) $4b^2 - 3b + \frac{9}{16}$; c) $9c^2 - 5c + \frac{25}{36}$; d) $19\,044y^2 - 72\,864y + 69\,696$. **350.** a) $25x^2 - 30x^3 + 9x^4$; b) $36y^4 - 48y^5 + 16y^6$; c) $9z^6 - 12z^8 + 4z^{10}$; d) $100a^2b^4c^2 - 180a^2b^3c^4 + 81a^2b^2c^6$.

351. a) $4ac$; b) $12x$; c) $29x^2 + 40xy + 29y^2$; d) $58r^2 + 42ry + 85y^2$. **354.** $2a^2 + 2b^2$; $4ab$. **356.** $3u^2 - 3v^2$. **357.** $10a^2$. **358.** $20x^2 - 38xy + 20y^2$. **359.** a) $a^2 - 4$; b) $x^2 - 1$; c) $1 - x^2$. **360.** a) $a^4 - 1$; b) $4x^6 - 4$; c) $25x^6 - 4x^4$.

361. a) -5; b) 0. **362.** a) $-4a - 8$; b) -8; c) $a^4 - 2a^2 - 3$; d) $a^4 - 5a^2 + 4$. **363.** a) $3x^2 - 3y^2$; b) $100 - 9x^2 + 24xy - 16y^2$; c) $r^2 - 2rs - 8s^2$; d) $39v^2 + 36uv - 84u^2$. **364.** 95; 188; 20 800; 1 584. **365.** a) $a^2 + 2ab + b^2 - c^2$; b) $4a^2 + 4ac + c^2 - 9$; c) $4m^2 + 4mn + n^2 - p^2$. **366.** a) $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$; b) $a^3 + 6a^2 + 12a + 8$; c) $8x^3 + 36x^2 + 54x + 27$; d) $64x^3 + 240x^2 + 300x + 125$. **367.** a) $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$; b) $a^3 - 6a^2 + 12a - 8$; c) $64x^3 - 96x^2 + 48x - 8$; d) $27 - 108r + 144r^2 - 64r^3$. **368.** a) $8x^9 - 60x^7 + 150x^5 - 125x^3$; b) $-27a^6 + 27a^4 - 9a^2 + 1$; c) $-x^6 - 3x^4 - 3x^2 - 1$. **369.** a) $125x^3 - 150x^2 + 60x - 8$; b) $27a^3 + 108a^2b + 144ab^2 + 64b^3$; c) $x^9 + 6x^8 + 12x^7 + 8x^6$; d) $64 - 96x^3 + 48x^6 - 8x^9$. **370.** a) $8x^9y^3 + 36x^8y^4 + 54x^7y^5 + 27x^6y^6$; b) $216r^{12} - 972r^9s^2 + 1\,458r^6s^4 - 729r^3s^6$; c) $-1 - 3z^2 - 3z^4 - z^6$; d) $-512 + 960t^3 - 600t^6 + 125t^9$.

371. $3x^2y + 3xy^2 + y^3$; (152 cm³). **372.** $3a^2b - 3ab^2 + b^3$ $(a > b)$. **373.** a) $7x^3 - 6x^2 - 6x + 7$; b) $18x^2y + 12xy^2 + 2y^3$; c) 1; d) $2a^3 + 6ab^2$. **374.** a) $6a^2b + 2b^3$; b) $2x^3 + 4x^2y + 2xy^2$. **375.** $2s + 3$; $x + 2x^2 - 4x^3$. **376.** a) $4n + 3$; b) $7x + 3$; c) $\frac{3}{2}x^2 + x + 5$; d) $4p^2 - 6q^2 + 10pq$. **377.** a) $-3s^2 + 4t^2$; b) $a^2 - 4ab + 2b^2$; c) $3xy^2 - 6y^3 - 7x^2y$; d) $-7m^2n + 4n^3 - 9m^3n^6$. **378.** a) -14; b) 8; c) 5; d) $\frac{11}{12}$; e) -5; f) -7. **379.** a) 6; b) $\frac{6}{7}$; c) 1; d) 24. **380.** a) 7; b) 13; c) $\frac{10}{11}$.

381. 4. **382.** 8. **383.** 20 kg. **384.** 70; 74. **385.** 24. **386.** $4j$. **387.** 30. **388.** 38. **389.** 6; 2. **390.** a) 8; b) 11.

391. 23 členové. **392.** 4 000 Kčs. **393.** 2 hodiny 55 minut. **394.** 1 450; 650 Kčs. **395.** 0,56; 0,84; 0,71; 1,12 ha. **396.** 370 párů; **397.** 616 t řepy; 98,56 t cukru. **398.** 150; 280; 420. **399.** 450 po 2,50 Kčs; 150 po 3,— Kčs; 50 po 1,50 Kčs. **400.** 84 $\frac{3}{4}$litrových, 57 litrových.

401. 8 měsíců; od 1. května. **402.** 1. pole: 100 × 150; scelený pozemek: 90 × 300. **403.** 4 680; 6 240; 7 800 cihel. **404.** a) 585 l; 819 l; b) 633 l; 879 l.

VIII. Cvičení na užití tabulek.

405. a) 9,860; 992,3; 0,4212; 82,45; b) 7 081; 0,06180; 24,39; 65,64. **406.** a) 6,917 cm^2; b) 3,497 m^2. **407.** a) 1,414; 4,472; 14,14; 44,72; b) 61,35; 19,4; 6,135; 1,94; 0,6135. **408.** a) 2,542 cm; b) 8,04 m; c) 1,43 m; d) 4,522 m. **409.** a) 71,2 cm; b) 1 066,5 m. **410.** 60,9 cm; 35,6 cm.

411. 1 068,40 Kčs. **412.** 2 889,60 Kčs. **413.** 264 dlaždice. **414.** a) asi 489 cm^2; b) asi 32%. **415.** 1,3365 m^2. **416.** 1 čtvereční sáh $\doteq$ 3,596 m^2. **417.** 98 kg. **418.** 2,25 m. **419.** 4 165 kg. **420.** 19 688 kg.

421. a) 1,80 kg; b) 3,83 kg; c) 10,47 kg. **422.** 38 cm. **423.** 0,009 174; 0,004 065; 0,007 143; 0,071 43; 0,003 003; 0,009 901; 0,076 92; 0,001 100. **424.** a) 0,000 985 0; 0,001 744; 0,010 05; 1,483. b) 0,062 10; 70,602; 0,267; 0,154 328; 20,384 0. **425.** a) 12%; 6,48%; 5,86; 2,51; 3,81; 4,43; b) 64,9%. **426.** 103,9%; 104,7%; 131,1. **427.** $r = 1{,}353$ m; $\pi r^2 = 5{,}75$ m^2. **428.** 463,5 kg. **429.** 4 438,6; 1 334,6; 45 413; 4 829,3; 41 400,6; 6 454,9; 1 609,7.

IX. Opakování.

430. a) 2,66; b) 2,63.

431. a) 3,97; b) 0,76; **432.** a) 1; b) 4; **433.** a) 1,60; 3,5; 2,03; 1,55; 3,2; 1,09; 0,85; 0,77; 2,18; 4,06; 2,84; 1,37; b) + 0,34; − 0,45; + 1,12; − 0,09; + 1,15; + 1,50; + 1,74; + 0,56; (1,12; 0,61; 1,10; 0,70; 1,30; 1,34; 1,71; 1,28). **434.** Dělník: 65 hodin. Zaměstnanci: 59 lidí, odprac. 3 068 hod., průměrně 52 hodiny. **435.** 800 dělníků. **436.** 140 zaměstnanců. **437.** 249 zaměstnanců. **438.** 30 žáků. **439.** Asi za $1\frac{1}{4}$ hodiny (1,248). **440.** 3,2 q; 5,5 q.

441. 190 Kčs; 80 Kčs. **442.** $d = 40$ cm; $š = 30$ cm. **443.** 3,65; 24. **444.** O 100,33%; o 36,60%; o 174,67%; o 21,36%. **446.** 3,56 Kčs. **447.** 1,897 m. **448.** 2,54 m. **449.** a) 441; b) 15,68; c) 0,125; d) 3,498; e) $\frac{16}{25}$; f) $\frac{4}{9}$; g) $1\frac{1}{3}$. **450.** $(18b - 90)$ metrů.

451. $[2(a - 3) - 5(b + 3c)] : 5$. **452.** $\dfrac{a(b - c) + x}{b - c}$. **453.** $\dfrac{5b}{4} - a$; $\dfrac{5b}{4} \geqq a$.

454. $\dfrac{c - d}{b}$; $3m$. **455.** $12\,560\,\dfrac{100x + xy}{100} + 17\,600\,\dfrac{100c + cy}{100}$. **456.** a) o $4k$; b) pětkrát; c) o $20k^2$; d) pětkrát. **457.** a) $6mn^2 - 2mx$; b) $\dfrac{4a}{b} + \dfrac{3a - 3b}{c}$; c) $1\frac{2}{3}b - \frac{1}{2}a$.

458. $12b^4 + 6b^3 = 18b^7$; $6y - 3y^2 = 3y^2$; $5x^3 - 3x^2 = 3x$; $18z^5 + z^2 = 19z^7$. **459.** $32a^5$; $8x^3y^4$; $27m^3y^2$; $(6ab)^4$. **460.** a) $2\frac{5}{7}$; b) 8; c) − 4.

461. $8\frac{25}{36}$. **462.** $\dfrac{t}{60}(n - 15)$; (33 hod. 20 min.). **463.** $\dfrac{n + 18}{6a}$. **464.** a) $a : \dfrac{1}{2c}$; b) $3x : \dfrac{1}{2y}$; c) $4x^2 : 4x^2$. **465.** $\dfrac{2}{3b} \cdot \dfrac{3}{2b}$. **466.** $\dfrac{271\,n}{200}$ párů obuvi. **467.** a) $2[(a + 2) +$

$+ (a - 2)]$; $(a + 2)(a - 2)$; b) $c - (a - b)$; c) $a - b - c$. **468.** a) Užitím zákona o záměně při sčítání. b) Užitím zákona o záměně a o sdružování sčítanců. **469.** a) Součet stromů vůbec. b) Součet jabloní a hrušní. c) Součet stromů, které byly na zahradě a stromů přisazených. Při výpočtu součtu tří sčítanců můžeme sčítance libovolně sdružovat. **470.** a) $2a + (a - c) = 3a - c$; b) $4x - (x + y) = 3x - y$; c) $3m - (2m - n) = m + n$.

471. Na druhém autu bylo dvakrát méně zboží. **472.** a) $a = 0$; b) $a = 16$; $a = -16$. **473.** a) $2a$; b) bc; c) $-9b + 11$; d) $2x^2$. **474.** $a = 24$; $b = 6$. **475.** $\dot{1}5$. **476.** 0,0975. **477.** 8 340 l. **478.** $2ab + 2ac + \frac{3}{2}bc$. **479.** Délka obdélníku $a + x$; šířka $a - x$. **480.** $8xy$.

481. $k = 20$ minut. **482.** Dcera 7 let; otec 35 let. **483.** 14. **484.** 7. **485.** 7 chlapců; 235 oříšků. **486.** 40°. **487.** Při $-39°$ C. **488.** 120; $-120a^2b$. **489.** $a = 1$; $a = -2$. **490.** Čitatel $-16x^2z$.

491. Zlomkem dělíme, násobíme-li jeho převrácenou hodnotou. **492.** $j = \frac{100u}{pr}$; $p = \frac{100u}{jr}$; $r = \frac{100u}{jp}$. **493.** $a = \frac{2def}{bgh}$; $b = \frac{2def}{agh}$; $d = \frac{abgh}{2ef}$; $e = \frac{abgh}{2df}$; $f = \frac{abgh}{2de}$; $g = \frac{2def}{abh}$; $h = \frac{2def}{abg}$. **494.** $2x^4 + 0 \cdot x^3 - 3x^2 + 0 \cdot x + 4$. **495.** $2a^2 + 7a + 1$.

496. $-8a^6b^9c^{12}$; $-a^6b^6c^6d^6$. **497.** $-4x^7 - 6x^5 - 2x^4 + 8x^3 - 10x^2 + 2$. **498.** $-1 - 4a - a^2$. **499.** $x^5 - 1$. **500.** a) $1 - 2x^2 + x^4$; b) $1 - 2a^4 + a^8$; c) $1 - 3a^4 + 3a^8 - a^{12}$.

501. $x = 10$. **502.** $\frac{abc}{a + b}$. **503.** $x = ab$.

Rejstřík.

OBSAH

Strana

VÝZKUMNÝ ÚSTAV PEDAGOGICKÝ J. A. KOMENSKÉHO

Redakční rada pro učebnice. Předseda: Bohumír Kujal

Komise pro matematiku. Předseda: prof. Dr František Vyčichlo

Subkomise pro školy střední. Předseda: prof. Dr Eduard Čech

Autoři: Dr Jan Bílek, Dr Eduard Čech, Dr Karel Hruša, Vítězslav Jozífek, Karel Prášil, Karel Rakušan

ARITMETIKA pro třetí třídu středních škol

Schváleno výnosem ministerstva školství, věd a umění ze dne 23. ledna 1950, č. 50960/50-I/1, v druhém vydání jako učebnice pro školy střední

Vydalo roku 1950 Státní nakladatelství v Praze

Druhé vydání (90 001. — 165 000. výtisk)

Vytiskla Státní tiskárna, n. p., závod 03 v Praze v nákladu 75 000 výtisků

Cena sešitého výtisku Kčs 9,60

Čkm. 235-III Cena Kčs 9,60