

Jarník, Vojtěch: Scholarly works

Vojtěch Jarník

Zur Theorie der diophantischen Approximationen

Comptes Rendus du Congrès International des Mathématiciens, Oslo 1936, II, p. 11

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/500759>

Terms of use:

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

ZUR THEORIE DER DIOPHANTISCHEN APPROXIMATIONEN

VON VOJTECH JARNÍK, Praha.

Kleine lateinische Buchstaben bedeuten ganze Zahlen, griechische Buchstaben — reelle Zahlen.

I. Sind $\theta_1, \dots, \theta_n$ vorgegeben, so definiere man $\beta(\theta_1, \dots, \theta_n)$ bzw. $\gamma(\theta_1, \dots, \theta_n)$ als die obere Grenze derjenigen Zahlen α , für welche die Ungleichungen

$$\left| \sum_{i=1}^n x_i \theta_i + x_{n+1} \right| < \frac{1}{x^{n+\alpha}}, \quad 0 < x = \text{Max}_{1 \leq i \leq n} |x_i|$$

bzw. die Ungleichungen

$$q > 0, \quad |q \theta_i - p_i| < q^{-\frac{1+\alpha}{n}} \quad (1 \leq i \leq n)$$

unendlichviele Lösungen (in x_1, \dots, x_n, x_{n+1} bzw. in q, p_1, \dots, p_n) besitzen.

1) Es läßt sich zeigen, daß die durch den Khintchineschen Übertragungssatz

$$\beta \geq \gamma \geq \frac{\beta}{(n-1)\beta + n^2}$$

gegebenen Schranken für γ für jeden vorgegebenen Wert von β scharf sind.

2) Ist $\beta(\theta_1), \beta(\theta_2)$ vorgegeben, so kann man scharfe Schranken für $\beta(\theta_1, \theta_2)$ und $\gamma(\theta_1, \theta_2)$ angeben.

II. Wenn $1 < k \leq n$ ist und wenn aus $\sum_{i=1}^n x_i \theta_i + x_{n+1} = 0$ folgt $x_1 = x_2 = \dots = x_{n+1} = 0$, so hat man folgende Sätze:

1) Für jedes hinreichend große $t > 0$ kann man Zahlen x_1, \dots, x_{n+1} mit

$$\left| \sum_{i=1}^n x_i \theta_i + x_{n+1} \right| < t^{-n+k-1}, \quad |x_i| \leq t \quad \text{für } 1 \leq i \leq n$$

finden, wobei mindestens k von den Zahlen x_1, \dots, x_n von Null verschieden sind.

2) Für unendlichviele $t > 0$ kann man Zahlen x_1, \dots, x_{n+1} mit

$$\left| \sum_{i=1}^n x_i \theta_i + x_{n+1} \right| < c(n) t^{-n+k-2}, \quad |x_i| \leq t \quad \text{für } 1 \leq i \leq n$$

finden, wobei mindestens k von den Zahlen x_1, \dots, x_n von Null verschieden sind.

3) Die Exponenten $-n+k-1, -n+k-2$ sind scharf.