

## Borůvka, Otakar: Other works

---

Otakar Borůvka

Aktuální otázky matematiky

Folia Přír. Fak. Univ. J. E. P. v Brně sv. III, Spis 2, 1962, 3-7

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/500255>

### Terms of use:

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

1962

SBORNÍK II. SJEZDU ABSOLVENTU PŘÍRODOVĚDECKÉ  
FAKULTY UNIVERSITY J. E. PURKYNĚ V BRNĚ

OTAKAR BORŮVKA

## AKTUÁLNÍ OTÁZKY MATEMATIKY

1. Ve své přednášce o aktuálních otázkách matematiky budu hovořit o perspektivách vývoje matematiky v příštích deseti až dvaceti letech z nejširšího hlediska světového a s přihlédnutím k našim specifickým potřebám a možnostem. Poznání hlavních směru vývoje v kterémkoli vědním oboru, stanovení jejich cílu a odhad účinnosti, tvoří základ pro cílevědomou práci organizační a umožňuje zaměřit badatelskou činnost jednotlivcu k pokroku vědy a prospěchu společnosti. V oboru matematiky, k jejímuž vývoji působí vedle nejrozmanitějších cílů praktických složité a velmi bohatě rozvětvené úkoly vnitřní výstavby, není odpověď na uvedenou otázku snadná. Pokusím se dojít k výsledkům extrapolací dosavadních zkušeností ve vývoji matematiky a v souvislosti s očekávaným společenským vývojem v našem státě, kterýžto vývoj, jak všichni víme, slibuje předčít naše nejsmělejší představy.

2. Při stanovení podkladu pro určení perspektivy rozvoje matematiky v celější uplatňuje se podstatně několik prvků: 1. Obsah a metoda matematiky, 2. podněty působící k vývoji matematiky, 3. způsob a směry vývoje matematiky, 4. současná vědecká produkce v matematice a kolektivní způsob práce, 5. dosavadní zkušenosti ve vývoji matematiky v poslední době. O těchto věcech nemíním hovořit, neboť jsem v tomto směru uveřejnil několik článků, na něž si dovoluji zájemce upozornit; jde zejména o článek „*Několik pohledu na moderní matematiku z hlediska vědecké práce v matematice u nás*“ (Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, III 1958, 507–515).

3. Obrátím se nyní k stanovení perspektivy budoucího vývoje matematiky v oborech a úsecích, které se pro další vývoj zdají zvlášť významné. Je přirozené,

že může jít jenom o odhad hlavních směrů, neboť skutečný vývoj bude pokračovat v plně nepostižitelné bohatosti obsahové a metodické.

#### 4. Klasická matematika

Klasickou matematikou rozumíme matematické teorie založené převážně na pojmu čísla a používající metod, které byly běžné koncem minulého a na začátku tohoto století. Tyto teorie jsou zpravidla aritmetické povahy; spočívají na bohatě rozvětvených systémech axiomu, jejich výsledky bývají zaměřeny ke speciálním otázkám a ve srovnání s moderními teoriemi mají poměrně malý dosah. Nicméně se dá očekávat, že rozvoj klasické matematiky v budoucnu bude nejenom pokračovat, ale jeho význam stále poroste. Jednak proto, že bezprostřední styk mezi matematikou a jejími aplikacemi v jiných oborech se uskutečňuje především na půdě klasické matematiky. Za druhé se moderní matematické obory vyvíjejí zpravidla na základě pojmu a metod klasické matematiky, která pro moderní teorie poskytuje modely a umožňuje jejich hlubší pochopení; tyto teorie pak zpětně působí k dalšímu rozvoji klasické matematiky. Hranice mezi moderní a klasickou matematikou se ovšem často ztrácejí; starší teorie se vlivem nových poznatku modernizují a novější nabývají klasického charakteru tím, že přecházejí do vědeckých knih a učebnic.

V oboru klasické analýsy bude rozvoj pokračovat na celé frontě vědeckého bádání. V souvislosti s aplikacemi v jiných oborech se dá u nás především očekávat mohutný další rozvoj teorie diferencních, diferenciálních, integrálních, integro-diferenciálních a funkcionálních rovnic ve všech směrech těchto teorií, v oboru reálním i komplexním a s tendencemi k zobecňování. U diferenciálních rovnic půjde o rozvíjení teorie rovnic obyčejných a parciálních, lineárních a hlavně nelineárních, o otázky existenční, kvalitativní a numerické, zejména globálního charakteru. Otázky numerického řešení zapadají současně do matematické kybernetiky mezi její úkoly vypracování metodik programování důležitých matematických úloh. Široce se pravděpodobně rozvine studium systému Pfaffových rovnic, jehož výsledky v nedávné minulosti vnesly rozhodný pokrok do diferenciální geometrie a pronikly též do metod matematické fyziky. V tomto směru půjde též o revisi dosavadních výsledku v souvislosti s jejich rozšířením na reální obor, který má pro geometrické a fyzikální aplikace největší důležitost.

V rozvíjení dalších disciplin klasické analýsy je u nás třeba věnovat pozornost teorii analytických funkcí jedné a více komplexních proměnných. Teorie analytických funkcí jedné komplexní proměnné je ve světovém měřítku bohatě rozvinuta, avšak u nás je pěstována velmi málo. Její význam je v řadě aplikací technických (teorie pružnosti, hydro- a aeromechanika, teorie rovinného pole aj.), ale hlavně má tato teorie význam jedné ze základních disciplin klasické analýsy, na níž je založena řada dalších teorií (speciální funkce, obyčejné diferenciální rovnice v komplexním oboru aj.). Teorie analytických funkcí více proměnných je ze starších počátků rozvíjena v moderním pojetí teprve v posledních desetiletích a v sou-

časné době vznikají obsáhlejší díla knižní v tomto oboru. Tato teorie dosáhne zajisté v blízké budoucnosti velkého rozvoje v souvislosti s bohatou problematikou a s jinými příbuznými teoriemi (např. parciální diferenciální rovnice).

Geometrie v klasickém pojetí bude rozvíjena v oboru kinematiky a v otázkách souvisících s technickými konstrukcemi (ve strojnictví, stavebnictví aj.). Geometrie diferenciální bude orientována zejména na studium variet klasických prostorů (projektivních, euklidovských, neeuklidovských, hermiteovských apod.) a na teorie obecných křivých prostoru. Bude dále rozvíjena teorie korespondencí mezi projektivními a jinými prostory s tendencemi po dosažení výsledků „ve velkém“. Po stránce metodické nabudou převahu metody E. CARTANA a tenzorový počet. V geometrii elementární půjde hlavně o studium polyedrů a konfigurací v  $n$ -rozměrných prostorech a vývoj metodik příslušných teorií.

## 5. Moderní matematika

Na rozdíl od klasické matematiky jsou moderní matematické teorie převážně založeny na pojmu abstraktní množiny. Na jejich začátku stojí zpravidla nepřilíš početný systém axiomu, umožňující dosažení cílu příslušných teorií. Moderní teorie mají obvykle široký dosah, avšak bez dalších specialisací předpokladů stačí často jenom na velmi obecné poznatky. Hodnota těchto teorií je v jednotlivých principech, které tyto teorie přinášejí a může být posouzena podle obecnosti a hlubokosti výsledku a podle vlivu, kterým přispívají ke klasickým metodám a k celkovému rozvoji matematiky. Moderní matematické teorie vznikají zpravidla na základě pojmu a metod klasické matematiky, která pro ně poskytuje modely, jež se pak jeví jako zvláštní případy těchto teorií. Při hodnocení výsledků je třeba posoudit, zda nové teorie obsahují mimo výchozí modely i další užitečné specialisace; často se tato užitečnost ukazuje teprve později v průběhu podrobnějšího rozpracování nově vzniklých teorií.

Moderní algebra je nauka o útvarech skládajících se z množin, na nichž jsou definovány tzv. algebraické operace. Různé obory algebry jsou pak charakterisovány tím, jaké operace jsou definovány, jak spolu souvisí a které jejich vlastnosti jsou vyšetřovány. V poslední době se hojně studují útvary, jež vedle algebraických operací jsou obdařeny dalšími vlastnostmi, např. uspořádáním, metrikou, topologií apod. Tím se komplexně a ustavičně rozvíjejí nové úseky moderní algebry, např. teorie uspořádaných grupoidu a grup, svazů s metrikou, topologických plogrup aj. Naopak se zase algebraické metody podstatně uplatňují v jiných oborech moderní matematiky (algebraická geometrie, topologie, funkcionální analyza aj.). Důležitých výsledků bylo u nás dosaženo v teoriích algebraických útvarů s binárními operacemi (obecné grupoidy, plogrupy, grupy, svazy). Tento vývoj není zdaleka ukončen a můžeme pro budoucnost s určitostí počítat s dalším podstatným pokrokem v těchto směrech. V rámci moderní algebry a dalších disciplin bude rozvíjena teorie vědeckých klasifikací, jejíž podrobné vypracování je některými matematiky považováno za jednu z nejdůležitějších potřeb vědy.

Velké důležitosti v moderní algebře nabudou útvary zvané kategorie, jejichž vlastnosti jsou v poslední době studovány v SSSR a jinde; kategorie zobecňují zejména tzv. Brandtovy grupoidy, které mají velký význam v některých otázkách klasické algebry (např. v teorii kvadratických forem) a též v jistých studiích krystalografických.

Topologie je nauka o kvalitativních vlastnostech množinových útvaru v souvislosti s pojmem spojitosti. V topologii se v širokém měřítku užívá geometrické terminologie, zejména názvu „prostor“ k označení množinového útvaru s možností limitních přechodu. Význam topologie v současné matematice se dá srovnat s tzv. aritmetisací matematiky v minulém století; vlivem topologie jsme v současné době svědky geometrisace, nebo lépe řečeno, topologisace širokých matematických oborů. U nás bylo v minulosti dosaženo velmi významných výsledků v obecné a kombinatorické topologii, zejména pracemi E. ČECHA. Budoucí výzkumy naší topologie naváží především na studium speciálních topologických funktorů a jejich vztahu k problémům matematické analýzy a na výzkum topologických struktur a charakteristik topologických objektů. Dále budou prohlubovány a rozvíjeny metody kombinatorické topologie. V souvislosti s topologií a algebrou bude dále rozvíjena teorie grafu, která má četné aplikace v hospodářské praxi.

Moderní geometrie je podstatně ovlivňována rozvojem topologie a algebry. V geometrii diferenciální vystupuje do popředí teorie tzv. fibrovaných prostorů. Pojem fibrovaného prostoru vznikl zobecněním variety tvořené repéry tečných lineárních prostorů v bodech diferencovatelné variety, zobecněním, při němž se nahradí tečné lineární prostory homeomorfními topologickými prostory, tzv. fibry, a lineární grupa, operující v tečných prostorech, obecnou Lieovou transformační grupou operující na fibrech. Francouzsko-americká a japonská topologická škola dosáhla v poslední době pronikavých úspěchů v tomto směru. Geometrie algebraická je u nás zatím pěstována převážně v klasickém pojetí a bude třeba i v tomto oboru se přiblížit světovému vývoji založenému na metodách moderní algebry.

Funkcionální analýza. Funkcionální analýzou se rozumí komplex matematických teorií, jejichž společným znakem je dalekosáhlá abstrakce na základě pojmu a metod matematické analýzy, algebry a geometrie a syntéza těchto abstrakcí v obecnější teorii. Funkcionální analýza je systematicky budována teprve v posledních 25ti letech. Přes krátkou dobu svého trvání přinesla již nové významné možnosti, zejména též v otázkách klasické analýzy (teorie distribucí, teorie operátoru, metoda pevného bodu aj.). Pro budoucnost se dá očekávat široký rozvoj funkcionální analýzy a zpětný vliv jejích metod na jednotlivé úseky klasické a moderní matematiky.

Moderní analýza. Tento obor se bude rozvíjet v řadě disciplin navazujících na klasické výsledky. Bude rozvíjena teorie množin zejména v souvislosti s výzkumy o základech matematiky, teorie míry a integrálu (Lebesgueova míra a Lebesgueova teorie integrálu a derivace, různé pojmy integrálu, míry různých di-

mensí, Haarova míra, obecná teorie míry), dále bude rozvíjena teorie reálných funkcí, teorie aproximací zejména funkcí více proměnných v reálném a komplexním oboru a se zřetelem k numerickým výpočtům, teorie pravděpodobnosti a matematická statistika s tendencemi ke stále širším a hlubším aplikacím v technických, biologických a ekonomických vědách.

**Matematická kybernetika.** V souvislosti s rychlým rozvojem počítačové techniky lze očekávat mohutný rozvoj řady matematických disciplín.

**Numerická matematika,** v jejímž rámci bude rozvíjena metodika programování běžných matematických úloh. V souvislosti s tím budou podrobně vyšetřovány speciální metody (Monte Carlo, metoda iterací aj.) a budou zkoumány speciální otázky (např. z oboru lineární algebry s aplikacemi v ekonomice, tzv. lineární programování).

**Matematická logika.** Bude rozvíjena ve dvou směrech: Jednak jako nástroj pro analýzu obvodu matematických strojů nebo kybernetických modelů (algebra výrokového počtu obecně vícehodnotového nebo takového, v němž výroky jsou funkcemi času), jednak jako nástroje pro zkoumání a zachycení principiálních možností číslicových počítačů (úlohy řešitelné algoritmy různých tříd, ekvivalentní problémy v teorii rekursivních funkcí, v konstruktivní analýze a teorii Turingových strojů; dále analýza jazyka programování, jeho formalisace a s tím související otázky automatisace programování).

**Teorie informací.** Pujde zejména o řešení složitých technických problémů přenosu a zpracování informací v počítačích a o studium obecných matematických metod (jejichž principy pravděpodobně proniknou do mnohých matematických disciplín) pro řešení otázek optimálního programování, matematické lingvistiky aj.

Pro využití získaných teoretických výsledků bude nutno řešit řadu úkolů, které s matematickými metodami kybernetiky bezprostředně souvisí. Budou sledovány teoretické problémy spolehlivosti složitých zařízení, problémy z oboru velkokapacitních pamětí, půjde o výzkum pravděpodobnostních elementů matematických strojů a jejich využití. Počítačové stroje skýtají nesmírné možnosti nejenom pro další mohutný rozvoj teoretických otázek v oboru matematiky ale též pokud jde o využití matematických metod ve fyzice, chemii, technice, ekonomii, biologii a i v takových oborech jako je jazykověda.

6. Jestliže jsem v hořejším výkladu naznačil perspektivu budoucího vývoje matematiky, naznačil jsem současně velké úkoly, které naše vědecké pracovníky a badatele v matematice v blízké budoucnosti očekávají. Mezi těmito pracovníky uplatní se zajisté v hojné míře i absolventi naší přírodovědecké fakulty. Proto mně dovoluňte, abych svoji přednášku ukončil přáním nejlepšího zdaru a hojných úspěchů v úsilí o další rozvoj matematiky všem vědeckým pracovníkům a zejména absolventům naší fakulty.

*Katedra matematiky přírodovědecké  
fakulty UJEP v Brně*