4 MATEMATIKA V DŽINISTICKÝCH A BUDDHISTICKÝCH TEXTECH

Kolem poloviny 1. tisíciletí př. n. l. nastal odklon od krvavých obětí a krutého zabíjení zvířat. Nespokojenost s násilím provázejícím rituály a hinduistickým kastovním systémem vyústila ve vznik nových náboženských a filozofických směrů, z nichž jedním byl džinismus.

Za zakladatele džinismu bývají považováni Páršva (8. stol. př. n. l.) a Vardhamána (6. až 5. stol. př. n. l.), neboli Mahávíra (velký hrdina) zvaný Džina (vítěz), současník Buddhův, který učení zreformoval.[1] Z Mahávírova učení se zachovaly jen aforismy, které jeho žáci uspořádali a uchovávali ústní tradicí. Džinismus proti rituálům s krvavými oběťmi postavil požadavek neubližování živým tvorům. Přisuzuje živou duši i neživým předmětům. Správný způsob života znamená zříci se veškerého majetku, postit se, studovat a meditovat.

Matematické poznatky byly využívány zejména v kosmologii, filozofii, astronomii a prozódii.[2]

Mezi džinistické a buddhistické texty patří *Súrjapradžňapti* (4. stol. př. n. l.), *Čandrapradžňapti* (4. stol. př. n. l.), *Džambúdvípapradžňapti* (4. stol. př. n. l.), *Uttarádhjajanasútra* (kolem 300 př. n. l.), *Bhagavatísútra* (3. stol. př. n. l.), *Sthánángasútra* (3. až 2. stol. př. n. l.), *Tattvárthasútra* (kolem roku 150 př. n. l.), *Anujógadvárasútra* (2. až 1. stol. př. n. l.), *Lalitavistara* (1. stol. př. n. l.) a *Šatkhandágama* (asi 2. stol. n. l.).[3]

Práce *Sthánángasútra* obsahuje seznam matematických témat, kterými se v té době indičtí učenci zabývali:[4]

1. čtyři základní operace – *parikarman* (*parikarman*),
2. aplikace základních operací – *vjavahára* (*vyavahāra*),
3. geometrie – *radždžu* (*rajju*),
4. výpočet objemů – *ráši* (*rāśi*),
5. operace se zlomky – *kalásavarna* (*kalā-savarṇa*),
6. jednoduché rovnice – *jávat-távat* (*yāvat-tāvat*),
7. kvadratické rovnice – *varga* (*varga*),
8. kubické rovnice – *ghana* (*ghana*),
9. bikvadratické rovnice – *varga-varga* (*varga-varga*),
10. kombinatorika – *vikalpa* (*vikalpa*).

[1] Mahávíra pocházel ze zámožné rodiny, kde žil do svých 28 let jako princ. Pak náhle opustil domov, rodinu i veškerý majetek a stal se asketou. Po třinácti letech dosáhl osvícení, stal se Džinou a od té doby byl nazýván též Mahávíra. Zemřel dobrovolnou smrtí hladem ve věku 72 let, viz [Pra].

[2] Prozódie se zabývá zvukovými vlastnostmi jazyka. Podle toho, jaké prvky rozhodují o rytmu verše, se rozlišují různé prozodické systémy.

[3] *Sūrya-prajñapti*, *Candra-prajñapti*, *Jambū-dvīpa-prajñapti*, *Uttarādhyayana-sūtra*, *Bhagavatī-sūtra*, *Sthānāṅga-sūtra*, *Tat-tvārtha-sūtra*, *Anuyogadvāra-sūtra*, *Lalita-vistara*, *Ṣaṭ-khaṇḍāgama.*

[4] Podle [JaP], [Jo1].

4.1 Geometrie – měření kruhu

Nejstarší indické představy o světě byly zachyceny v textech zvaných *purány* (*purāṇa*; nejstarší jsou asi ze 4. stol. př. n. l.). Byly to nábožensko-historické práce, které byly psány za účelem šíření vzdělanosti a náboženství mezi obyčejnými lidmi. Svět byl uzavřen do skořápky vejcovitého tvaru zvané „vesmírné vejce“, vytvořené jako sloup z kruhových desek různých průměrů. Plochá Země ležela v centru, byl to disk obrovských rozměrů odpovídající polovině velikosti dnešní sluneční soustavy. Střed Země tvořila kruhová pevnina (známý svět) obklopená slaným oceánem. Za ním byla jiná pevnina prstencového tvaru obklopená dalším oceánem sladké třtinové šťávy. Takto se střídaly prstence sedmi různých pevnin a sedmi oceánů. Ve středu (severně od Himalájí) stála veliká hora *Méru*, na jejímž vrcholu sídlili bohové. Na jednotlivých deskách obíhala nebeská tělesa po kruhových oběžných drahách rovnoběžných s povrchem Země okolo hory *Méru* a to způsobilo, že se zdálo, že zapadají, když zacházely za horu, a vycházejí, když se objevily na její druhé straně. Oběžná dráha Slunce byla nejblíže k Zemi, za ní následovala dráha měsíce a nad nimi dráhy pěti planet – Merkuru, Venuše, Marsu, Jupiteru a Saturnu, stejně jako v helénistické astronomii. Nad tím, na vrcholu hory *Méru*, bylo Sedm Mudrců, tj. sedm hvězd Velkého vozu s Polárkou, k níž byla připojena obíhající tělesa provazcem vesmírného větru tak, že kroužila kolem *Méru*. Nad Polárkou byly vyšší nebeské klenby, prostor pod Zemí byl zaplněn různými pekly. Země byla zespodu podpírána velkým hadem nebo želvou nebo jiným tvorem (viz [Pl1]).

Vesmírný model byl doplněn časovými údaji využívajícími velké časové cykly. Vesmír byl stvořen a zanikne během éry *kalpa*, tato doba představovala 4 320 000 000 let. Kratší časová perioda zvaná *mahájuga* (*mahā-yuga*, tj. dlouhá doba) neboli 4 320 000 let byla rozdělena do menších intervalů v poměru 4 : 3 : 2 : 1, během nichž přijde úpadek a svět se změní z dobrého na špatný, podobně jako v řecké legendě doby zlatá, stříbrná, bronzová a železná (viz [Pl1]).

Tato kosmologie hluboce ovlivnila džinisty a buddhisty, kteří Zemi nazývali *Džambúdvípa* (*Jambū-dvīpa*)[5] a představovali si ji, jak už bylo řečeno, jako kruhový ostrov obklopený kruhovým oceánem a soustředně uspořádanými kruhovými pásy pevniny vzájemně oddělenými kruhovými oceány. *Džambúdvípa* byla rozdělena šesti rovnoběžnými stejně vzdálenými pohořími směřujícími od východu na západ do sedmi částí zvaných *varša* (*varṣa*), z nichž nejjižnější byla Indie.[6] Průměr Země byl stanoven jako $d = 100\,000$ *jódžanů* (*yojana*),[7] každý další kruh (ostrov nebo oceán)[8] měl dvojnásobný průměr než předchozí, průměry tedy tvořily geometrickou posloupnost. Ve starých textech je možno nalézt různé hodnoty obvodu Země, tj. délky kružnice, od hrubého odhadu

[5] *Džambúdvípa* znamená ostrov *Džambú* (*Jambū*).

[6] Podle [Sr], str. 22, [SaTA].

[7] *Jódžana* označuje vzdálenost, kterou lze ujet na jeden zápřah. Její hodnota se v různých textech liší, udává se přibližně 10 až 16 kilometrů.

[8] Jen první dvě ostrovní pevniny a vnitřní část třetí byly obyvatelné, dále od centra končila lidská působnost, viz [MaJ].

300 000 *jódžanů* až po hodnotu uvedenou v díle *Džambúdvípapradžňapti*[9]

$$316\,227 \textit{ jódžanů } 3 \textit{ króši } 128 \textit{ dandů } 13\tfrac{1}{2} \textit{ angulů},$$

kde

$$96 \textit{ angulů } (\textit{aṅgula}) = 1 \textit{ danda } (\textit{daṇḍa}),$$

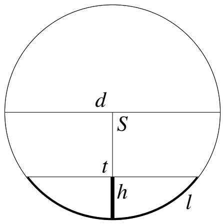
$$2\,000 \textit{ dandů} = 1 \textit{ króša } (\textit{krośa}), \quad 4 \textit{ króši} = 1 \textit{ jódžana}.$$

Tento výsledek odpovídá výpočtu podle vzorce $o = \sqrt{10}\,d$, kde $\sqrt{10}$ byla v té době běžně používaná hodnota pro naše π. Hodnota $\sqrt{10}$ se počítala přibližně podle vztahu používaného po mnoho století až do středověku

$$\sqrt{Q} = \sqrt{a^2 + b} \approx a + \frac{b}{2a}\,,$$

tedy $\sqrt{10} \approx 3\frac{1}{6} \approx 3{,}16$ (viz [DS8]).

Důležitá je práce *Tattvárthasútra*, kterou napsal pravděpodobně kolem roku 150 př. n. l. Umásváti (Umāsvāti),[10] člen známé matematické školy v Kusumapuře. Mezi matematickými výsledky této práce jsou vzorce pro výpočet obvodu a obsahu kruhu, délky tětivy, délky kruhového oblouku a výšky kruhové úseče (viz obr. 4.1).



Obr. 4.1: Měření kruhu

Pro výpočty týkající se kružnice s průměrem d používal Umásváti postupy odpovídající vzorcům:[11]

a) obvod kružnice: $o = \sqrt{10}\,d$,
b) obsah kruhu: $S = \frac{1}{4} o\, d$,[12]
c) délka tětivy: $t = \sqrt{4h\,(d-h)}$, kde h byla výška kruhové úseče.

Poslední vzorec ukazuje znalost geometrických vlastností kruhu. Čtverec nad polovinou tětivy má stejný obsah jako obdélník se stranami h a $d - h$, vztah známý dnes jako Eukleidova věta o výšce. Ze vztahu c) byly odvozeny další vzorce pro výpočet průměru kružnice a výšky kruhové úseče (viz [SA]):

$$d = \frac{1}{h}\left(h^2 + \frac{t^2}{4}\right), \qquad h = \frac{1}{2}\left(d - \sqrt{d^2 - t^2}\right). \tag{4.1}$$

[9] Podle [Sr], str. 22, podrobněji v [Gu1]. S. A. Parahmans v článku [Pa] uvádí poněkud odlišné délkové jednotky : 96 *angulů* = 1 *dhanu* (*dhanu*), 1 000 *dhanu* = 1 *króša* (*krośa*), 2 *króši* = 1 *gavjúti* (*gavyūti*), 4 *gavjúti* = 1 *jódžana*.

[10] Někdy zvaný též Umásvámi (Umāsvāmi).

[11] Podle [Sr], str. 21.

[12] Stejně počítal obsah kruhu Archimédés, ve svém spisu *Měření kruhu* uvedl tvrzení, jemuž v současné symbolice odpovídá vzorec $S = \frac{1}{2} or$, viz [BS].

Je zřejmé, že Umásváti uměl řešit kvadratické rovnice. To však není překvapivé, neboť řešení kvadratických rovnic bylo objeveno mnohem dříve,[13] i v *šulbasútrách* jsou jednoduché příklady kvadratických rovnic.[14] Délka kruhového oblouku (kratšího než polokružnice) se počítala podle vzorce

$$l = \sqrt{6h^2 + t^2}\,.$$

V díle *Súrjapradžňapti* jsou uvedeny další vztahy odpovídající dnešním vzorcům (viz [SA])

$$h = \sqrt{\frac{l^2 - t^2}{6}}\,, \qquad t = \sqrt{l^2 - 6h^2}\,.$$

Práce *Džambúdvípapradžňapti* obsahuje rozměry nejjižnější části Země – Indie nazývané *Bharatavarša* (*Bharata-varṣa*), která byla chápána jako kruhová úseč:

a) šířka Indie (výška kruhové úseče) byla $h = 526\frac{6}{19}$ *jódžany*,
b) délka Indie (délka tětivy) byla „něco přes“ $t = 14471\frac{6}{19}$ *jódžany*,
c) délka jižní hranice (délka kruhového oblouku omezující úseč) byla $l = 14528\frac{11}{19}$ *jódžany*.

O výše uvedené vzorce se opírá jedno z možných vysvětlení, proč se počítalo s hodnotou $\pi = \sqrt{10}$ (viz [SA]). Uvažujme kružnici o průměru d a vepišme do ní pravidelný šestiúhelník. Strana šestiúhelníku je tětivou a má délku $a_6 = t = \frac{d}{2}$. Jestliže budeme počítat výšku h kruhové úseče nad tětivou podle vzorce (4.1), dostaneme

$$h = \frac{1}{2}\left(d - \sqrt{d^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2}\right) = \frac{1}{2}\left(d - \sqrt{\frac{3d^2}{4}}\right) = \frac{d}{4}\left(2 - \sqrt{3}\right).$$

Dosazením přibližné hodnoty $\sqrt{3} \approx \frac{5}{3}$ stanovíme výšku $h = \frac{d}{12}$. Nyní vepišme do téže kružnice ještě pravidelný 12-ti úhelník. Pro délku jeho strany platí $a_{12}^2 = h^2 + \left(\dfrac{a_6}{2}\right)^2$. Dosazením $h = \dfrac{d}{12}$ a snadnou úpravou získáme $a_{12}^2 = \dfrac{10d^2}{144}$. Protože obvod kružnice byl přibližně roven obvodu 12-ti úhelníku, obdržíme

$$o \approx 12\sqrt{\frac{10d^2}{144}} = \sqrt{10}d\,.$$

Tato hodnota džinistům vyhovovala i vzhledem k tomu, že průměry ostrovů a oceánů vyjadřovali v mocninách deseti *jódžanů*.

[13] V Mezopotámii už ve 2. tisíciletí př. n. l., viz [BBV].
[14] Viz 3. kapitola, odstavec 3.7.

4.2 Velká čísla

Staří Indové byli fascinováni velkými čísly, která potřebovali zejména pro svá kosmologická měření prostoru a času. Džinisté používali pro měření času jednotky:[15]

$$\textit{purvi} = 7{,}5 \cdot 10^{13}\text{dní}, \qquad \textit{šíršaprahelik\'a}\ (\textit{śīrṣaprahelikā}) = (8\,400\,000)^{28}\ \textit{purvi}.$$

Komentátor Hema Čandra (11. stol.) tvrdil, že toto číslo obsahuje 194 míst.[16]

Ve známém buddhistickém díle *Lalitavistara* je uveden rozhovor mezi matematikem Arjunou a princem Guatamou – Buddhou. Princ ukazoval, že zná velká čísla až do *tallakšana* (*tallakṣaṇa*, tj. 10^{53}), a jmenoval řadu čísel založenou na stovkovém základu.

Současné číslice ještě neexistovaly, džinistické práce však používaly čísla v desítkové soustavě nazývaná podle jejich pozic:[17] *éka* (*eka*, tj. 1), *daša* (*daśa*, tj. 10), *šata* (*śata*, tj. 100), *sahasra* (1 000), *daša sahasra* (10 000), *šata sahasra* (100 000), *daša šata sahasra* (10^6), *kóti* (*koti*, tj. 10^7), *daša kóti* (10^8), *šata kóti* (10^9).

Pojem matematického nekonečna se rozvinul díky džinistickým kosmologickým myšlenkám. Čas je věčný a bez tvaru, svět je nekonečný, nikdy nevznikl a vždy bude existovat (viz [CR]). Kosmologie v mnoha směrech silně ovlivnila džinistické matematiky a motivovala je k matematickým úvahám o nekonečnu.

V matematickém a astronomickém textu *Súrjapradžňapti* se objevila první zmínka o nekonečnu. Čísla byla rozdělena do tří základních skupin, z nichž každá obsahovala ještě tři podskupiny:[18]

1. vyčíslitelná, tzv. *samkhjéja* (*saṃkhyeya*): nejmenší, střední, největší,
2. nevyčíslitelná,[19] tzv. *asamkhjéja* (*asaṃkhyeya*): téměř nevyčíslitelná, opravdu nevyčíslitelná, nevyčíslitelně nevyčíslitelná,
3. nekonečná, tzv. *ananta* (*ananta*): téměř nekonečná, opravdu nekonečná, nekonečně nekonečná.

První skupina, tj. vyčíslitelná čísla, obsahovala všechna čísla od 2 (jedničku vynechávali) po největší. Myšlenka nalezení největšího čísla je popsána v díle *Anujógadvárasútra*:[20]

> *Uvažuj koryto, jehož průměr je stejný jako průměr Země (*100 000 *jódžanů) a jehož obvod je* 316 227 *jódžanů. Naplň ho semínky bílé hořčice a počítej jedno po druhém. Podobně naplň hořčičnými semínky další koryta velikosti různých zemí a moří. Stále největší vypočitatelné číslo není dosaženo.*

[15] Podle [Jo1], str. 242.
[16] Podle [DS1], str. 12.
[17] Podle [Sr], str. 23.
[18] Podle [MaJ], podrobnější klasifikaci lze nalézt např. v [ShRS].
[19] Čísla konečná, která byla tak velká, že pro ně neexistovalo pojmenování.
[20] Podle [Sr], str. 24.

Když se dospělo k největšímu číslu (označme je N), bylo možno postupně celý proces opakovat, a tím se získalo nekonečno:

$$\begin{gathered} 2, 3, \ldots, N, \\ N+1, N+2, \ldots, (N+1)^2-1, \\ (N+1)^2, (N+1)^2+1, \ldots, (N+1)^4-1, \\ (N+1)^4, (N+1)^4+1, \ldots, (N+1)^8-1 \\ \text{atd.} \end{gathered}$$

Tato myšlenka je podobná Archimédově úvaze o velkých číslech – přechodu od „největšího čísla“ *myriada* (10^4) k ještě větším pomocí čísel rozdělených do řádů a period (viz [ArV], [BS]). Pro představu největšího realizovatelného čísla však Archimédés uvažoval sféru hvězd naplněnou zrnky písku.

Džinisté zformulovali poznatek, že existují různě velká nekonečna, rozlišovali pět různých druhů: nekonečné v jednom směru, nekonečné ve dvou směrech, nekonečné v ploše, nekonečné všude (ve všech směrech), nekonečné věčně.

4.3 Mocniny a odmocniny

Džinisté znali jednoduchá pravidla pro počítání s mocninami. V díle *Anujógadvárasútra* jsou uvedeny pojmy *první čtverec, druhý čtverec, třetí čtverec* atd., podobně *první odmocnina, druhá odmocnina, třetí odmocnina* atd., tedy pro číslo a se počítalo:

$$a^2, (a^2)^2, ((a^2)^2)^2, \ldots \quad \text{neboli} \quad a^2, a^4, a^8, \ldots$$

$$\sqrt{a}, \sqrt{\sqrt{a}}, \sqrt{\sqrt{\sqrt{a}}}, \ldots \quad \text{neboli} \quad a^{\frac{1}{2}}, a^{\frac{1}{4}}, a^{\frac{1}{8}}, \ldots$$

Zatímco uvedené exponenty byly pouze ve tvaru 2^p, kde p je celé číslo, v práci *Uttarádhjajanasútra* je možné nalézt i některé další mocniny, například *varga* (druhá), *ghana* (třetí), *varga-varga* (čtvrtá), *ghana-varga* (šestá), *ghana-varga-varga* (dvanáctá) (viz [Sr]).

Anujógadvárasútra obsahuje také jednoduchá pravidla pro počítání s exponenty:[21]

> *Druhá odmocnina násobená druhou druhou odmocninou* [je] *třetí mocnina druhé druhé odmocniny; druhá druhá odmocnina násobená třetí druhou odmocninou* [je] *třetí mocnina třetí druhé odmocniny.*

V dnešním zápisu vyjádříme pravidlo vzorci:

$$a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{4}} = \left(a^{\frac{1}{4}}\right)^3, \qquad a^{\frac{1}{4}} \cdot a^{\frac{1}{8}} = \left(a^{\frac{1}{8}}\right)^3.$$

[21] Podle [Jo1], str. 252.

Francouzský matematik François Viète (1540 – 1603) používal k vyjádření mocnin neznámých tzv. *species*. Neznámou reprezentovala samohláska, mocnina byla vyjádřena slovem, resp. zkratkou. Například *A cubum*, resp. *A cub.* znamenalo x^3, *E quadratum*, resp. *E quad.* představovalo y^2. Při násobení exponenty sčítal, *A quadratum* krát *A* bylo *A cubum*. Perský matematik al-Káší (asi 1380 až 1429)[22] v traktátu *Klíč aritmetiky* (*Miftāḥ al-Ḥisāb*) formuloval obecně dnešní pravidla

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}, \quad a^m : a^m = a^{m+n}, \quad \sqrt[m]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[mn]{a^n}\,\sqrt[mn]{b^m} = \sqrt[mn]{a^n b^m}\,.$$

Anujógadvárasútra obsahuje číslo 2^{96}, které má 29 dekadických číslic a vyjadřuje počet existujících lidských bytostí:[23]

> *Je to číslo získané násobením šestého čtverce* [čísla 2] *pátým čtvercem* [čísla 2] *nebo číslo, které může být děleno* [dvěma] 96 *krát.*

Získali je tedy násobením $2^{64} \cdot 2^{32} = 2^{96}$.

Uvedené poučky odpovídají našim současným vzorcům

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}\,, \qquad (a^n)^m = a^{nm}\,.$$

V komentáři (9. stol.) džinistického díla *Šatkhandágama* je naznačena jakási myšlenka logaritmu o základu 2, 3 a 4.[24] Termíny *ardhačhéda, trakačhéda, čaturthačhéda*[25] vyjadřovaly, kolikrát může být dané číslo x děleno dvěma, resp. třemi či čtyřmi beze zbytku, tedy

$$\textit{ardhačhéda}\ x = \log_2 x\,,\ \textit{trakačhéda}\ x = \log_3 x\,,\ \textit{čaturthačhéda}\ x = \log_4 x\,.$$

4.4 Kombinatorika

Jak už bylo uvedeno, jedním z témat, kterými se džinisté zabývali, byla kombinatorika, tzv. *vikalpa*.[26]

Bhagavatísútra obsahuje první úlohy týkající se kombinatoriky, například jak určit počet filozofických doktrín, které mohou být formulovány kombinováním jistého počtu základních filozofických kategorií, vezme-li se jedna, dvě, tři nebo více najednou. Podobně počítali skupiny, které mohou být získány z pěti smyslů nebo se zabývali výběrem skupiny lidí provedeným z daného počtu mužů a žen.

---

22 Vlastním jménem Ghiyāth al-Dīn Jamshīd Mas'ūd al-Kāshī.

23 Podle [Sr], str. 25.

24 Podle [Jo1], str. 252, [JaLC].

25 *Ardha-cheda, traka-cheda, caturtha-cheda.*

26 Název *vikalpa* označoval permutace, pro kombinace se používal termín *bhanga* (*bhaṅga*), viz [DS5].

Metody pro výpočet kombinací a variací (permutací) odpovídají současným vzorcům:

$$C_1(n) = n\,, \qquad C_2(n) = \frac{n\cdot(n-1)}{1\cdot 2}\,, \qquad C_3(n) = \frac{n\cdot(n-1)\cdot(n-2)}{1\cdot 2\cdot 3}\,,$$

$$P_1(n) = n\,, \qquad P_2(n) = n\cdot(n-1)\,, \qquad P_3(n) = n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\,.$$

Hodnoty byly uvedeny pro $n = 2$, 3, 4, pak následovalo:[27]

> *Takto* 5, 6, 7, … , 10 *atd. nebo vyčíslitelné, nevyčíslitelné nebo nekonečné množství věcí může být stanoveno. Vytvořením kombinací jednočlenných, dvoučlenných, tříčlenných atd., desetičlenných, jedenáctičlenných, dvanáctičlenných atd., jak jsou postupně kombinace vytvářeny, všechny by měly být brány v úvahu.*

Dokonce už v medicínské práci *Sušrutasamhitá* (*Suśruta-saṃhitā*; 6. stol. př. n. l.) se objevuje tvrzení, že může být získáno 63 různých chutí ze 6 základních – hořké, kyselé, slané, trpké, sladké, ostré tak, že se z těchto chutí vezme jedna, dvě, tři atd.[28] Výsledek 63 je získán výpočtem

$$C_1(6)+C_2(6)+C_3(6)+C_4(6)+C_5(6)+C_6(6) = 6+15+20+15+6+1 = 63\,.$$

Kombinatorika byla zkoumána i v souvislosti s prozódií, která byla založena na střídání metricky dlouhých slabik, tzv. *guru*, a metricky krátkých slabik, tzv. *laghu*. Sanskrtský verš, tzv. *šlóka* (*śloka*), se skládal ze čtyř čtvrtin, tzv. *páda* (*pāda*), z nichž každá měla daný počet slabik.[29]

Pingala (Piṅgala; kolem 200 př. n. l.) ve své práci *Čhandasútra* (*Chandas-sūtra*)[30] zkoumal některé problémy týkající se uspořádání dlouhých a krátkých slabik:

a) určit všechny způsoby uspořádání n slabik,
b) stanovit celkový počet různých uspořádání n slabik (aniž by bylo třeba je vypisovat).

Pokud jde o všechny možnosti uspořádání dlouhých a krátkých slabik, použil Pingala následující úvahu. Pro jednu slabiku jsou pouze dvě možnosti – dlouhá (a) nebo krátká (b), budou-li slabiky dvě, ke každé se může přidat jak dlouhá (a), tak krátká (b). Tímto způsobem pak bylo možno přidávat i další slabiky.[31] Pro dvě slabiky je možno mít obě dlouhé (aa), obě krátké (bb) nebo jsou dvě možnosti, jak je kombinovat (ab, ba), tj. počet možností je tvořen součtem koeficientů binomického rozvoje

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2\,.$$

[27] Podle [DS5].
[28] Podle [DS5].
[29] *Guru* znamená těžký, *laghu* lehký. Podrobnější popis sanskrtských veršů lze nalézt např. v [Kak5], [SiSL] nebo [Pl1].
[30] Někdy nazývaná *Čhandašástra* (*Chandas-śāstra*).
[31] Podle [Bag1].

Možnosti pro tři slabiky jsou vypsány v následující tabulce, symbolicky je můžeme vyjádřit jako

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3b^2a + b^3 \,.$$

a
b

a	a	a a
b		b a
a	b	a b
b		b b

a a	a	a a a
b a		b a a
a b		a b a
b b		b b a
a a	b	a a b
b a		b a b
a b		a b b
b b		b b b

Koeficienty binomického rozvoje Pingala uspořádal do tabulky; původní pravidlo však není příliš srozumitelné, komentátor Halájudha (Halāyudha; 10. stol.) je vysvětlil takto:[32]

> *Nejdříve nakresli čtverec. Pod ním, od středu dolní strany, nakresli dva čtverce. Podobně pod nimi nakresli tři čtverce atd. Napiš číslo* 1 *doprostřed horního čtverce a do prvního a posledního čtverce v každé řadě. Do každého čtverce má být pak zapsáno číslo, jež je součtem čísel v sousedních horních čtvercích. Takto druhý řádek dává kombinace* [krátkých a dlouhých] *jedné slabiky, třetí řádek totéž pro dvě slabiky, čtvrtý řádek pro tři atd.*

Takto vytvořený diagram se nazýval *Méru-prastára* (*Meru-prastāra*)[33] (viz obr. 4.2); není to nic jiného než tzv. Pascalův trojúhelník.[34]

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1

Obr. 4.2: Diagram *Méru-prastára*

[32] Podle [Sr], str. 27–28, [Bag1], str. 72.

[33] Název je podle svaté hory Méru.

[34] V Číně byl znám jako Huiův trojúhelník, podle Yang Huie (asi 1238 až 1298), v Itálii mu říkali Tartagliův trojúhelník po Niccolò Fontanovi – Tartagliovi (1499 – 1557), viz [KakS].

Metodu výpočtu počtu všech možností, jak seřadit celkem n dlouhých a krátkých slabik, popsal Pingala takto:[35]

> *Dva* [dej]*, když půleno, nulu* [dej]*, když jednička odečtena; násob dvěma, když nula, umocni, když půleno.*

Postup popíšeme pro $n = 6$. Nejprve se použila první část poučky:

Dva [dej]*, když půleno, nulu* [dej]*, když jednička odečtena.*

Vzalo se dané číslo 6 a zjišťovalo se, zda je dělitelné dvěma. Pokud ano, rozpůlilo se a zapsala se dvojka. Jestliže bylo dané číslo liché, odečetla se jednička a poznamenala se nula. Takto se pokračovalo až k nule.

vezmi číslo	6		
dva, když půleno	3	zapiš	2
nulu, když jednička odečtena	2	zapiš	0
dva, když půleno	1	zapiš	2
nulu, když jednička odečtena	0	zapiš	0

V dalším kroku se využila druhá část pravidla:

násob dvěma, když nula, umocni, když půleno.

Začalo se jedničkou a sloupec nul a dvojek se zpracovával zdola.

vezmi 1			
násob dvěma, když nula	0	zdvojnásob	$2 \cdot 1 = 2$
umocni, když půleno	2	umocni	$2^2 = 4$
násob dvěma, když nula	0	zdvojnásob	$2 \cdot 4 = 8$
umocni, když půleno	2	umocni	$8^2 = 64$
výsledek:			$2^6 = 64$

Nula a dvojka zde označují dvě různé operace – bylo by možno je označit i jinak. Naskýtá se otázka, proč si Pingala zvolil právě nulu a dvojku. Užití dvojky se dá snadno vysvětlit tím, že naznačuje proces půlení – dělení dvěma. Nula byla užita pravděpodobně proto, že bývala ztotožňována s pojmem nepřítomnost, v tomto případě snad mohla znamenat, že číslo dělit dvěma nelze. Užití nuly v tomto smyslu bylo v indické matematice běžné. *Čhandasútra* je považována za nejstarší dílo, ve kterém se nula vyskytuje.

Přestože není dochováno mnoho džinistických textů týkajících se matematiky, je zřejmé, že matematika byla rozvíjena a využívána. Džinistická matematika tak vyplňuje dobu mezi védskou matematikou spojenou zejména s konstrukcí oltářů a klasickou středověkou indickou matematikou.

---

[35] Podle [DS1], str. 76.