

# Matematika ve staré Indii

---

## 5 Klasická éra indické matematiky

In: Irena Sýkorová (author): Matematika ve staré Indii. (Czech). Praha: Matfyzpress, Vydavatelství Matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy v Praze, 2016. pp. 77–86.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/404216>

### Terms of use:

© Sýkorová, Irena

© Matfyzpress, Vydavatelství Matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy v Praze

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

## 5 KLASICKÁ ÉRA INDICKÉ MATEMATIKY

Kolem roku 500 n. l. začíná tzv. klasická éra indické matematiky. Zpočátku však nevznikaly samostatné matematické práce, matematika byla součástí astronomických pojednání, která se nazývala *siddhānty* (*siddhānta*).<sup>1</sup> V této kapitole je uveden stručný přehled nejvýznamnějších autorů, od Áryabhaty I. po Nárájanu, a jejich prací. Životopisné údaje jsou velmi kusé, často pocházejí jen ze zmínek v dílech jiných autorů. Většinou se tito učenci zabývali astronomií nebo astrologií, matematice byla věnována pouze část jejich díla.



Obr. 5.1: Mapa středověké Indie<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Například *Súrjasiddhānta* (*Sūrya-siddhānta*).

<sup>2</sup> Zpracováno podle [Sm1], [SFHV], [ABK].

## 5.1 Ārjabhata I. (asi 476 až 550)

Ārjabhata I. (Āryabhaṭa) je autorem astronomické práce *Ārjabhatīja* (*Āryabhaṭīya*). O jeho životě se mnoho neví, některé údaje je možné odvodit z poznámek v dílech pozdějších autorů (viz [SaKV], [CR], [En1]). V době, kdy sepisoval práci *Ārjabhatīja*, žil pravděpodobně v Kusumapuře (pravděpodobně poblíž dnešní Patny v severovýchodní části Indie), jež tehdy byla jedním ze dvou hlavních matematických center; druhým byl Udždžain ve střední Indii.

*Ārjabhatīja* je převážně astronomická práce psaná ve verších. Ve čtyřech kapitolách obsahuje 118 slok, z toho je matematice věnováno 33 slok ve druhé kapitole (viz [Cla]). V úvodu první kapitoly *Daśagītika* (*Daśagītika*) je ještě popsán speciální způsob vyjádření čísel pomocí písmen.<sup>3</sup> Matematická část *Ganitatapāda* (*Ganitatapāda*) obsahuje pravidla pro aritmetické výpočty, metody řešení lineárních a kvadratických rovnic, nejvýznamnější je asi metoda *kuttaka* (*kuttaka*) na řešení neurčitých rovnic prvního stupně. Pravidla týkající se geometrie jsou věnována výpočtu obsahů geometrických útvarů, za zmínku stojí poměrně přesný výpočet délky kružnice a obsahu kruhu, kde hodnota  $\pi$  je dána vztahem  $\pi = \frac{62\,832}{20\,000} = 3,1416$ . Zbývající dvě kapitoly *Kālakriyā* (*Kālakriyā*) a *Gōla* (*Gōla*) jsou věnovány astronomii.

*Ārjabhatīja* je stručným souhrnem tehdejších znalostí astronomie a matematiky, která ovlivnila mnohé pozdější autory.<sup>4</sup>

## 5.2 Varāhamihira (asi 505 až 587)

Podle poznámek z jeho práce lze soudit, že Varāhamihira (Varāhamihira) pravděpodobně studoval a žil v Kapitthace, snad pracoval v Udždžainu (viz [CR], [P11]). Jeho nejznámějším dílem je *Pañčasiddhāntikā* (*Pañca-siddhāntikā*),<sup>5</sup> jež je souhrnem nedochovaných dřívějších astronomických pojednání *Romakasiddhānta*, *Pauliśasiddhānta*, *Vāsiṣṭhasiddhānta*, *Paitāmahasiddhānta* a *Śaurasiddhānta*.<sup>6</sup> Kromě astronomie se věnoval i tehdy populární astrologii. Zformuloval některé trigonometrické vzorce a kombinatorická pravidla, zabýval se vlastnostmi magických čtverců.

## 5.3 Brahmagupta (asi 598 až 670)

Na Ārjabhatu I. navázal zhruba o sto let později matematik a astronom Brahmagupta. Narodil se patrně ve městě Bhillamāla (dnešní Bhinmal) v severozápadní Indii. Podle některých pramenů se stal vedoucím astronomické observatoře v Udždžainu (viz [CR]), neexistují o tom však důkazy (viz [P11]).

<sup>3</sup> Podrobnější popis je uveden v 6. kapitole.

<sup>4</sup> Matematickými výsledky Ārjabhaty I. se zabývají například články [Beh], [Bag2], [Kak1], [Vol].

<sup>5</sup> Název práce se překládá jako *Pět astronomických předpisů*.

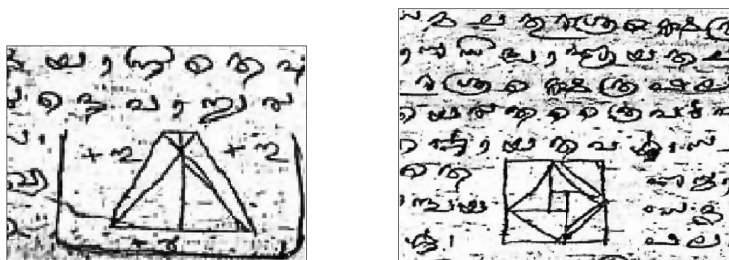
<sup>6</sup> *Romaka-siddhānta*, *Pauliśa-siddhānta*, *Vāsiṣṭha-siddhānta*, *Paitāmaha-siddhānta*, *Śaurasiddhānta*. *Siddhānty* byly ovlivněny řeckou astronomií, *Pauliśasiddhānta* (*Paulova siddhānta*) odkazuje na astrologa Paula, který žil v Alexandrii, viz [Bo].

Brahmagupta je autorem veršované astronomické práce *Brāhmasphuṭasiddhānta* (*Brāhma-sphuṭa-siddhānta*).<sup>7</sup> Oproti *Āryabhatīje* je tato práce mnohem obsáhlejší, skládá se z jednadvaceti kapitol, z nichž matematikou se zabývá dvanáctá *Ganita* (*Gaṇita*, tj. *Aritmetika*) a osmnáctá *Kuttaka* (*Kuṭṭaka*, tj. *Algebra*). Kapitola o aritmetice obsahuje deset částí, v nichž jsou rovněž jednoduché úlohy z geometrie – výpočty obsahů a objemů, problémy týkající se měřictví. Brahmagupta používal nulu jako plnohodnotnou číslici a jako první zformuloval pravidla pro počítání s nulou a zápornými čísly, která ovšem byla známa už dříve. V kapitole o algebře je osm částí, v nichž jsou uvedena pravidla pro řešení lineárních a kvadratických rovnic včetně neurčitých, významným výsledkem je metoda řešení tzv. Pellovy rovnice. Kromě této práce sepsal Brahmagupta astronomické pojednání *Khandakhādika* (*Khaṇḍa-khādika*). O životě a díle pojednává například [BhRk], [En2], [Chat].

Důležitý komentář k Brahmaguptově práci *Brāhmasphuṭasiddhānta* napsal v 9. století Prthūdakasvāmin (Prthūdakasvāmin).

## 5.4 Bháskara I. (asi 600 až 680)

Bháskara I. (Bhāskara) sepsal komentář k práci *Āryabhatīja*; je autorem dvou astronomických pojednání *Mahābhāskarīya* a *Laghubhāskarīya* (*Mahābhāskarīya*, *Laghu-bhāskarīya*). Je pravděpodobné, že žil v oblasti Ašmaka, v jeho díle jsou též zmínky o městě Valabhí. Komentář k *Āryabhatīje* se však týká jen matematické části – problému neurčitých rovnic prvního stupně, tětíkových čtyřúhelníků a trigonometrických vztahů.<sup>8</sup> Na obrázku 5.2 jsou Bháskarovy náčrtky.



Obr. 5.2: Bháskarovy geometrické náčrtky<sup>9</sup>

## 5.5 Lalla (asi 720 až 790)

Lalla (Lalla) je jedním z nejvýznamnějších indických astronomů 8. století, je autorem astronomického textu *Śiṣyadhīvrddhidatantra* (*Śiṣya-dhī-vrddhidatantra*) a několika dalších ztracených astronomických prací. *Śiṣyadhīvrddhida-*

<sup>7</sup> Název práce se překládá jako *Zdokonalené pojednání Brahmovo*.

<sup>8</sup> Podrobnější popis je např. v článcích [MA], [Maj1], [Ke3], [En3], [P11].


<sup>9</sup> Převzato z [Ke3].

*tantra* je velmi rozsáhlá dvousvazková práce, kterou později komentoval Bháskara II. (viz [En4]). Lalla též napsal populární astrologický text *Džjótišaratna-koša* (*Jyotiṣa-ratna-koša*) a komentář k Brahmaguptově práci *Khandakhádjaka* (viz [CR]).

## 5.6 Rukopis Bakhšálí (asi 7. nebo 8. století)

Rukopis byl nalezen v roce 1881 poblíž vesnice Bakhšálí (Bakhshālī) na severozápadě Indického poloostrova, v dnešním Pákistánu. Skládá se ze 70 lístků březové kůry, z nichž největší měří 14,5 krát 8,9 centimetrů, z některých se však zachovaly jen útržky. Autor je neznámý, stáří rukopisu je předmětem mnoha diskusí.<sup>10</sup> Struktura rukopisu se podstatně liší od jiných středověkých prací, které byly psány velmi stručně a úsporně. Je tedy možné, že rukopis je vysvětlujícím komentářem k nějaké staré práci.<sup>11</sup>

Ta část rukopisu, která je čitelná, je zcela věnována matematice, zejména aritmetice a algebře. Text se skládá z pravidel a příkladů. Pravidla neboli *sútry* jsou psána ve verších a obvykle jsou číslována, není však uvedeno, jak byla odvozena. Způsob vyjádření pravidel není příliš srozumitelný, ke správnému pochopení bylo nutné studovat připojené příklady označené jako *udáharana* (*udāharaṇa*). Příklad začíná zkratkou *udā* a končí otázkou. Zadáání je zapsáno slovy, pak někdy následuje ještě formální vyjádření, tzv. *sthápana* (*sthāpana*), se zkratkami a čísly. V řešení nazývaném *karana* (*karaṇa*) jsou někdy citovány části použitých pravidel. Nakonec bývá uveden důkaz či zkouška neboli *pratjaja* (*pratyaṃya*). Konec každého pravidla je označen za posledním příkladem sym-

bolem  (viz obr. 5.3 vlevo dole) a také číslo pravidla je uvedeno až na konci. Některé příklady jsou velmi jednoduché, přesto jsou podrobně vysvětleny a vyřešeny. Také zkoušky jsou pečlivě vypracovány. U zkoušky je někdy uvedeno *pratjajatrairášikena* (zkouška pravidlem tří) nebo *pratjajarúponākaranena* (zkouška metodou *rūponā*).<sup>12</sup>

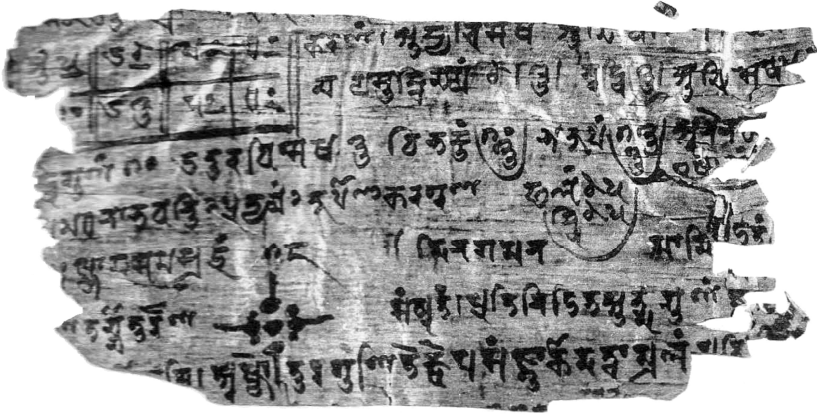
V rukopisu se už používá poziční zápis čísel v desítkové soustavě, v řešeních příkladů se vyskytují velká čísla obsahující až 23 číslic. Čísla jsou většinou zapsána do „buněk“, někdy jsou pouze oddělena jednou nebo dvěma svislými čarami (viz obr. 5.3 vlevo nahoře).

<sup>10</sup> Anglický orientalista Augustus Rudolf Hoernle (1841–1918) byl prvním, kdo se studiu rukopisu věnoval. Jako dobu vzniku uváděl 3. až 4. století n. l., viz [Hoe]. Rovněž M. N. Chanabasappa, B. Datta a A. N. Singh předpokládali, že práce mohla vzniknout někdy mezi roky 200 až 400 n. l., viz [Chan], [DS1]. G. G. Joseph považuje rukopis pravděpodobně za kopii díla z počátku letopočtu, viz [Jo1]. T. Hayashi soudí, že jde o kopii původní práce ze 7. století pořizenou v 8. až 12. století, viz [Ha1], zatímco G. R. Kaye si myslel, že rukopis pochází až z 12. století, viz [Kay1].

<sup>11</sup> Rukopisu jsou věnovány monografie [Kay1], [Kay2], [Ha1], různými typy rovnic nebo jejich soustav se zabývá článek [Gu4], stručný popis rukopisu je uveden též v [Sy3].

<sup>12</sup> *Pratyaya-trai-rāśikena*, *pratyaya-rūponā-karanena*.

V textu se vyskytují zkratky, jednak místo matematických symbolů,<sup>13</sup> jednak pro jednotky,<sup>14</sup> ale i místo běžných slov.<sup>15</sup>




ā 5	u 6	pa 0	dha 0	karaṇaṃ   ādyorviśeṣaṃādi . . .	[ 5r. ]
1	1	1	1		
10	u 3	pa 0	dha 0	chayaśuddhichayaṃ 6   3   śuddhi   3   ādiśeṣa 5	
	1	1	1		

dviguṇaṃ 10 uttaraviśeṣa 3 vibhaktāṃ | 10 | sarūpaṃ | 13 | anenakā . . .

samadhanābhavanti // pratyayaṃ - rūpoṇākaraṇeṇa phalaṃ | 65 |

ashtādaśamasūtraṃ 18 || dinagamana | 65 | mādirahitaṃ . . .

naṃtachchottareṇa  saṃyutaṃ | pratinihita ātmaṅgaṇaṃjñeyam

. . . . . o.i | ashtottaraṅgūṇitekshepaṣaṃjñakodativāmūlaṃprati . i

Obr. 5.3: Rukopis *Bakhšālī*, folio 5 recto a jeho přepis<sup>16</sup>

V rukopisu se používají základní aritmetické operace – sčítání, odčítání, násobení a dělení, ale chybí popis, jakým způsobem se operace prováděly. Nalezeme jen formální vyjádření výrazů a výsledky. Zvláštností rukopisu je výskyt znaménka +, které bylo umístěné za číslem a představovalo zápornou hodnotu, resp. označovalo číslo, které se mělo odečíst. Zajímavý je přibližný výpočet druhé odmocniny, který byl popsán v mnoha příkladech s poměrně velkou přesností.

<sup>13</sup> Například *bhā* (*bhāga*) umístěné za výrazem znamenalo, že jde o dělitele, *śe* (*śeṣa*) označovalo zbytek, *mū* (*mūla*) byla zkratka pro kořen, tj. druhou odmocninu, *pha* (*phala*) znamenalo odpověď, řešení.

<sup>14</sup> Například *li* (*liptā*) znamenalo úhlovou minutu, tj. šedesátinu stupně, *vi* (*viliptā*) úhlovou vteřinu.

<sup>15</sup> Například *a* (*aśva*) označovalo koně, *u* (*uṣṭra*) velblouda, *ya* (*yava*) byl symbol pro ječmen, *go* (*godhūma*) znamenalo pšenici, *śā* (*śālī*) rýži.

<sup>16</sup> Převzato z [Kay2].

V algebraických úlohách nebylo označení neznámých ustálené, někde se pro neznámou používal stejný symbol jako pro nulu, tj. tečka • či kroužek o,<sup>17</sup> někde byly neznámé označeny zkratkami slov.

Dr. A. R. Hoernle věnoval rukopis *Bakhšálí* knihovně Bodleian Library,<sup>18</sup> kde je uložen dodnes.

## 5.7 Góvindasvámin (asi 800 až 860)

Góvindasvámin (Govindasvāmin) byl indický matematik a astronom, jehož hlavním dílem byl komentář k práci *Mahábháskaríja* Bháskary I. (viz [Shu2], [CR], [P11], [Ha2]).

## 5.8 Mahávíra (asi 800 až 870)

Nejvýznamnějším indickým matematikem 9. století byl Mahávíra (Mahāvīra), autor práce *Ganitasárasamgraha* (*Gaṇita-sāra-saṃgraha*).<sup>19</sup> Mahávíra na rozdíl od svých předchůdců nebyl astronomem, byl členem matematické školy v jihoindickém Maisúru a celá jeho práce je matematická. Byl dobrým znalcem džinistické matematiky (viz [CR], [En5], [JaBS]).

Jeho kniha je rozdělena do devíti kapitol, v první z nich je uvedena použitá terminologie včetně názvů jednotlivých řádů v desítkové poziční soustavě, ve druhé části jsou popsány aritmetické operace, třetí a čtvrtá část je věnována zlomkům a výpočtům se zlomky včetně rozkladu na kmenné zlomky, v páté části je uvedeno pravidlo tří a jeho užití, šestá část obsahuje různé úlohy včetně mnoha problémů s úroky, v sedmé části jsou výpočty vztahující se k měření ploch, v osmé jsou popsány výpočty objemů v souvislosti s výkopy, a poslední devátá část je věnována pravidlům pro měření pomocí stínů (viz [Ran]).

## 5.9 Prthúdakasvámin (asi 830 až 890)

Prthúdakasvámin (Pṛthūdakasvāmin), známý též jako Čaturvéda (Caturveda),<sup>20</sup> napsal důležitý komentář *Vāsanābhāṣya* (*Vāsanā-bhāṣya*) k Brahmaguptově práci *Brāhmasphuṭasiddhānta* (viz [P11]).

## 5.10 Šrídharma (asi 870 až 930)

Šrídharma (Śrīdhara) je autorem aritmetické práce *Pátíganita* (*Pāṭi-gaṇita*) a jejím stručnějším zpracováním *Trišatiká* (*Tri-śatikā*; viz obr. 5.4),<sup>21</sup> které pojednávají zejména o aritmetice a měřictví. Pravidla popisují základní aritmetické operace i operace s nulou s výjimkou dělení, jsou zde uvedeny metody pro

<sup>17</sup> Jako neznámé, nepřítomné množství.

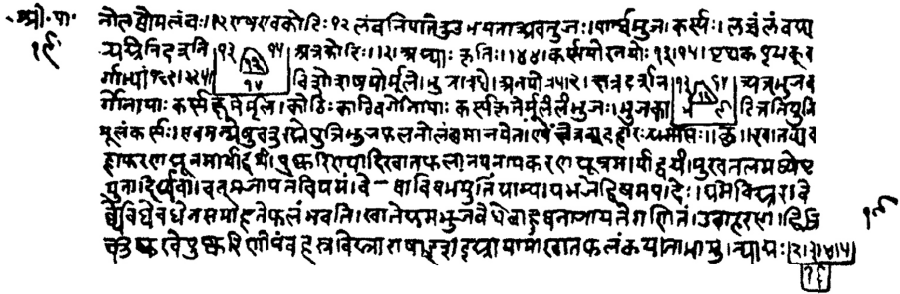
<sup>18</sup> Univerzitní knihovna Oxfordské univerzity

<sup>19</sup> Název práce se překládá jako *Krátký kurz početní věd*.

<sup>20</sup> Jméno lze přeložit jako ten, kdo zná čtyři vědy, protože *čatur* znamená čtyři, podle [P11], str. 324.

<sup>21</sup> Protože obsahuje 300 slok, *tri* (tři), *śata* (sto).

součet aritmetické a geometrické posloupnosti (viz [Shu1], [Jo1], [CR], [En6]). Bháskara II. zmiňoval ještě Śrīdharovu algebraickou práci, která je však ztracená.



Obr. 5.4: Dvě stránky kopie práce *Triśatikā* (kolem roku 1025)<sup>22</sup>

### 5.11 Āryabhata II. (asi 920 až 1000)

Āryabhata II. (Āryabhata) napsal astronomickou práci *Mahāsiddhānta* (*Mahā-siddhānta*), v níž tři z osmnácti kapitol jsou věnované aritmetice, geometrii a algebře, podrobně bylo popsáno řešení neurčité rovnice  $by = ax + c$  (viz [CR], [DvS], [Jha], [P11], [En7]).

### 5.12 Śrīpati (1019 – 1066)

Śrīpati (Śrīpati) byl astronomem, astrologem a matematikem, jeho hlavním dílem je astronomická práce *Siddhāntaśekhara* (*Siddhānta-śekhara*). Napsal též aritmetický spis *Ganitatilaka* (*Gaṇita-tilaka*), vycházející ze Śrīdharovy práce *Pátūganita*, a několika astronomických pojednání. Je rovněž autorem populárních astrologických prací, například *Śrīpatipaddhati* (*Śrīpati-paddhati*). Žil ve městě Róhinikhanda, asi 250 km jižně od Udždžainu (viz [CR], [P11], [En8], [BaMi]).

<sup>22</sup> Převzato ze [Sm1].

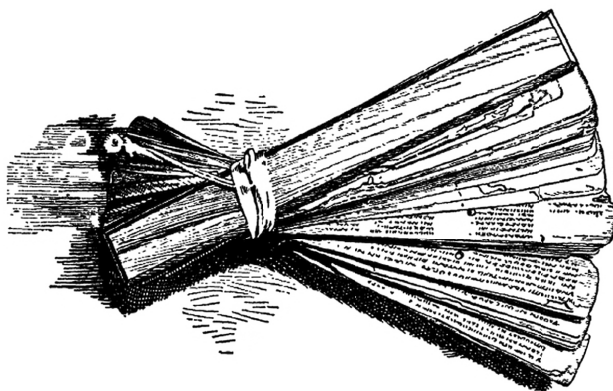


### 5.13 Bháskara II. (1114 – 1185)

Za největšího středověkého indického matematika bývá považován Bháskara (Bhāskara), který je znám též jako Bhāskarāčárja<sup>23</sup> nebo Bháskara II. na rozdíl od Bháskary I. Podle některých pramenů byl vedoucím astronomické observatoře v Udždžainu, kde byla známá matematická škola (viz [CR]), není to však dokázáno (viz [P11]).

Bháskara II. je autorem několika pozoruhodných prací; aritmetická *Līlāvati* (*Līlāvati*, tj. *Krasavice*) je podle legendy pojmenovaná podle Bháskarovy dcery.<sup>24</sup> Jeho dalšími významnými díly jsou *Bīdžaganita* (*Bījagaṇita*, tj. *Algebra*), patrně nejdůležitější indický algebraický text, a astronomická práce *Siddhāntašīromani* (*Siddhānta-śīromaṇi*, tj. *Koruna vědy*).<sup>25</sup>

*Līlāvati* (viz obr. 5.5) obsahuje 13 kapitol, ve kterých jsou v úvodu uvedeny měřické tabulky, v další části jsou pravidla pro aritmetické operace a pro počítání se zlomky. Ve třetí kapitole jsou popsány jednoduché algebraické postupy, například pravidlo chybného předpokladu, pravidlo tří. Ve čtvrté části jsou různé úlohy o úrocích, obchodní problémy, variace a kombinace, pátá kapitola obsahuje pravidla pro součet aritmetické a geometrické posloupnosti. Náplní šesté kapitoly je planimetrie, další tři kapitoly jsou také geometrické, věnují se především výpočtu objemů, v poslední kapitole jsou uvedeny různé kombinatorické úlohy (viz [Col]). K *Līlāvati* bylo připojeno několik komentářů; nejlepší napsal v 16. století Ganéša (Gaṇeśa).



Obr. 5.5: Rukopis *Līlāvati* na palmových listech<sup>26</sup>

<sup>23</sup> Bhāskarāčárja (Bhāskarācārya) znamená Bhāskara učený, vzdělaný.

<sup>24</sup> Otec Līlāvati podle horoskopu poznal, že vhodný čas pro svatbu dcery nastane konkrétní hodinu určitého dne. Do nádoby plné vody vložil pohárek s malou dírkou ve dně, který se pomalu plnil vodou a klesl by ke dnu na začátku příznivé hodiny. Když bylo vše připraveno, Līlāvati se ze zvědavosti naklonila nad nádobu a z jejích šatů spadla perla přímo do pohárku a ucpala díрку. Pohárek se nepotopil, ona tím zmeškala správný okamžik a nemohla se už vdát. Bháskara byl přesvědčen, že sklíčenou dceru nejlépe utěší, když jí napíše matematickou příručku – podle [Jo1]. Není však doloženo, že Bháskara měl dceru.

<sup>25</sup> Někteří považují první dvě práce za součást třetí, např. [Ju].

<sup>26</sup> Převzato ze [Sm1].

*Bīdžaganita* (viz obr. 5.6), se skládá z osmi kapitol. V první z nich jsou popsána základní algebraická pravidla, operace se zápornými čísly, s nulou, s odmocninami, v dalších dvou kapitolách jsou metody na hledání celočíselných řešení neurčitých rovnic lineárních a kvadratických. Kapitola čtvrtá a pátá obsahují různé problémy, které vedou na lineární, resp. kvadratické rovnice o jedné nebo více neznámých, jsou tu též obsaženy některé geometrické úlohy a dva důkazy Pýthagorovy věty. V šesté kapitole lze nalézt různé úlohy, které vedou na určité nebo neurčité lineární rovnice s více neznámými a v posledních dvou kapitolách jsou různé druhy kvadratických rovnic (viz [Col]). Důležitý komentář napsal v 17. století Kršna (Kṛṣṇa).

Bháskarova práce navazuje na předchozí díla, autor sám se odvolává zejména na Brahmaguptu a Śrīdharu. Práce byla velmi oblíbená, studovali ji mnozí další matematikové, bylo napsáno několik komentářů. Bháskara rovněž napsal několik komentářů (viz [CR], [En9]).

८८ बीजगणितं ॥

मष्टौ निखिलनवमभागाञ्चालिनी भृङ्गमेकं। निशि  
परिमल्लुब्धं पद्ममध्ये निवद्धं प्रनिरणति रणन्तं  
ब्रूहि कान्तेऽलिसङ्घां ॥ १२१ ॥

अत्रालिकुलप्रमाणं याव २ एतद्वृमूलंया १  
निखिलनवमभागाञ्चष्टौ याव १६ मूलभागैकं  
दष्टालियुगलयुतं राशिसममिति पक्षौ समच्छेदी  
छत्य छेदगमे

न्यासः याव १८ या ० हू ०  
याव १६ या ६ हू १८

शोधने छते जातौ पक्षौ

याव २ या ६ हू ०  
याव ० या ० हू १८

एतावद्यभिः सङ्गुण्य तयोरेकाशीतिरूपाणि  
प्रक्षिप्य मूले गृहीत्वा तयो साम्यकरणार्थं

न्यासः या ४ हू ६  
या ० हू १५

प्राग्वल्लुब्धं यावत्तावन्मानं ६ अस्य वर्गेणोत्थापि  
ना जानालिकुलसङ्घा ७२

उदाहरणं। पार्थः कर्षवधाय मार्गणगणं क्रुद्धौ

Obr. 5.6: První tištěné vydání *Bīdžaganity*<sup>27</sup>

<sup>27</sup> Převzato z [Er].

## 5.14 Nárájana (asi 1340 až 1400)

Mezi středověké indické matematiky patří rovněž Nárájana (Nārāyaṇa). Napsal aritmetickou a geometrickou práci *Ganitakaumudī* (*Gaṇita-kaumudī*; viz obr. 5.7) a algebraické pojednání *Bīdžaganitāvataṃsa* (*Bīja-gaṇitāvataṃsa*). Byl silně ovlivněn dílem Bháskary II., snad je i autorem komentáře k *Līlāvati* (viz [CR], [En10]). *Ganitakaumudī* obsahuje pravidla pro provádění aritmetických operací včetně přibližného určení druhé odmocniny v souvislosti s řešením tzv. Pellovy rovnice.<sup>28</sup> Nárájana studoval magické čtverce a jejich vztah k aritmetickým posloupnostem (viz [CR], [DS6]).

( २६६ )

हीनं चैव पुनश्च केनिजलवैः

संवर्जितं तद्युतौ

रूपार्थं कथयाशु कोविद, वदा-

ऽऽर्य, स्वं प्रगल्भोऽसि चेत् ॥७॥

न्यासः ।	$\frac{१०१}{२}$	$\frac{१०१}{३}$	$\frac{१०१}{४}$	}	फलम् $\frac{१}{२}$ । पूर्वोक्तस्य करणम् । इष्टा-
	०	०	०		नशान्स्वांशात्स्थानेषु विन्यसेदिति
	०	०	०		कल्पिता इष्टांशा- $\frac{१}{३}$ । $\frac{१}{४}$ । $\frac{१}{५}$
	३	३	३		ऊर्ध्वस्था जाताः । ततःस्वांशा-
	३	४	५		पत्राहविधिना संवर्णिता जाताः
	०	०	०		$\frac{१०१}{६}$ । $\frac{१०१}{३३}$ । $\frac{१०१}{२५}$ एभी रूपफल-

भागाः  $\frac{१}{६}$  ।  $\frac{१}{३३}$  ।  $\frac{१}{२५}$  फलं रूपार्थं वर्तते ।\*

इति श्रीसकलकलानिधिनरसिंहनन्दनगणितविद्याचतुरानन-  
नारायणपरिद्धतखिरचितायां गणितपाट्यां कैमुद्याख्यायां रूपाद्यंशा-  
वतारो नाम द्वादशो व्यवहारः ।

अथाऽङ्कपाशे सूत्राणि ।

अथ गणकानन्दकरं

संक्षेपादङ्कपाशकं वक्ष्ये ।

निपतन्ति यत्र मस्सखन्तो

बुद्धाः कुगणका ये ॥ १ ॥

Obr. 5.7: Jedna stránka práce *Ganitakaumudī*<sup>29</sup>

<sup>28</sup> Je-li  $x$  a  $y$  řešením Pellovy rovnice  $ax^2 + 1 = y^2$  ( $a \in \mathbb{N}$ ,  $\sqrt{a} \notin \mathbb{N}$ ), pak  $a \approx \frac{y}{x}$ .

<sup>29</sup> Převzato z [DvP].