14. Cyklografické promítání

In: Josef Klíma (author): Různé způsoby zobrazování v deskriptivní geometrii. (Czech). Praha: Jednota českých matematiků a fysiků, 1944. pp. 75–79.

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/403098

do $z = \frac{1}{2}v$. Šroubový průmět bodu B je souměrně sdružený k půdorysu B_1 podle středu o_1.

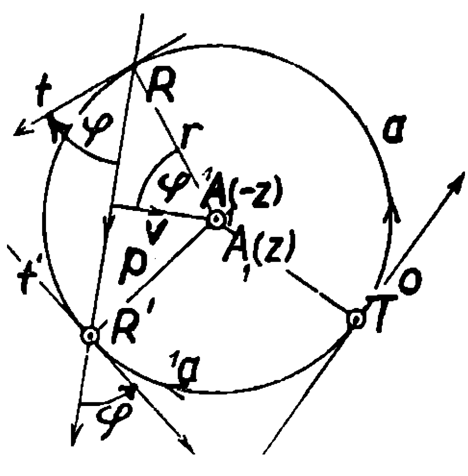
Když *přímka p protíná osu o*, má bod P_1 od tečny ${}^2p_1$ vzdálenost rovnou poloměru kružnice ${}^1s_1$ a její průmět, t. j. křivka p' přechází v *Archimedovu spirálu*.

Přímka p kolmá k průmětně π má za šroubový průmět *kružnici* o středu o_1.

Je patrno, že konstrukce šroubového průmětu přímky je dosti pracná; tím spíše je tomu u jiných křivek v prostoru, kde bychom museli sestrojovati průmět jen z bodů.

14. CYKLOGRAFICKÉ PROMÍTÁNÍ

Určení středu promítání v středovém promítání (odst. 2) hlavním bodem a distanční kružnicí je v podstatě *cyklografickým* promítnutím středu do průmětny. Libovolný bod A prostoru zobrazujeme v průmětně, kterou myslíme si vodorovnou, kolmým průmětem A_1 do této roviny a kružnicí a opsanou kolem A_1 poloměrem rovným vzdálenosti z_A (kótou) bodu A od průmětny. Poněvadž týž obraz by měl také bod ${}^1A$ souměrně sdružený k bodu A podle průmětny (který má kótu zápornou, ale co do absolutní hodnoty stejnou), opatřujeme kružnici a ještě smyslem, který vyznačujeme šipkou na zmíněné kružnici a sice tak, že díváme-li se z promítaného bodu, jeví se tento smysl jako kladný (t. j. proti pohybu ručiček na hodinách). Potom je cyklografickým průmětem bod prostoru jednoznačně určen.

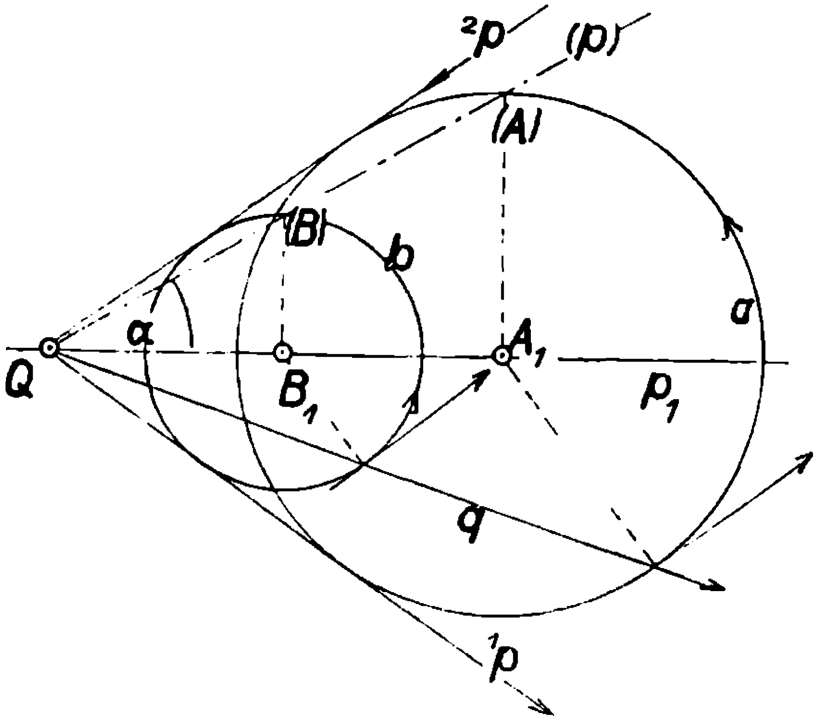


Obr. 50. Cyklografický průmět bodu A.

Kružnice v obr. 50 je orientována dvěma způsoby; říkáme, že obsahuje dva *cykly* a to kladný a a záporný ^1a; z nich prvý zobrazuje bod A o kótě $+z$ a druhý bod ^1A o kótě $-z$, kde z je rovno poloměru r cyklu a. Rotační kuželové plochy, jež mají vrcholy v bodech prostoru a řídicí křivky v jejich zobrazujících cyklech, svírají s průmětnou π úhel 45°; na všech lze vyznačiti tvořící přímky vzájemně rovnoběžné; tyto všechny plochy procházejí úběžnou kružnicí k_∞. Cyklografické průměty bodů jsou tudíž průměty bodů z úběžné kružnice k_∞, při čemž průmětům přisuzujeme smysl, abychom rozeznali dva body, jež by jinak měly tutéž kružnici za průmět.

Přímky, jež protínají úběžnou křivku k_∞ a svírají proto s průmětnou π úhel 45°, jmenujeme dále k-přímkami a roviny, jež se dotýkají křivky k_∞ označme obdobně k-rovinami; jsou to roviny, jež svírají s průmětnou π úhel 45°. Všechny body k-roviny zobrazují se v cykly, jež se dotýkají stopy p této roviny na průmětně π a smysl těchto cyklů se přenáší souhlasně na jejich tečnu p. Takto orientovaná přímka p v obr. 50 v průmětně určuje nám jedinou k-rovinu, jež jí prochází a svírá s průmětnou úhel 45° a je nad π na naší levé straně, pohybujeme-li se v přímce p ve směru vyznačeném šipkou. Neorientovanou přímkou v průmětně procházejí dvě k-roviny odpovídající dvojímu orientování přímky. Úhlem dvou orientovaných přímek p a t v tomto pořadí (obr. 50) rozumíme úhel $\varphi < 180°$, o který musíme otočiti přímku p kolem průsečíku $R \equiv (p, t)$, aby splynula s přímkou t nejen co do polohy, ale i co do smyslu. Úhel orientované přímky p s cyklem a je úhel orientované přímky p s orientovanou tečnou t cyklu a v některém z průsečíků (p, a). Oba úhly jsou co do velikosti stejné a jen se liší znaménkem; jejich kosiny jsou tedy stejné: $\cos\varphi = \frac{v}{r}$, kde v je vzdálenost orientované přímky p od středu A, cyklu a a r je poloměr cyklu a. (V obrazci jsou obě délky v, r kladné, ježto body obou k-rovin, jdoucích orientovanými přímkami p, t, a které mají půdorys v bodě A_1, jsou nad průmětnou π.)

Cyklografickým průmětem křivky je soustava (řada) *cyklů*, obrazů to jejích bodů, jež v případě přímky jmenuje se lineární, jinak křivá. Tyto řady mají orientované obálky, jež ovšem nemusí býti reálné. Středy cyklů řady jsou na půdorysu křivky. V případě, že křivka je v rovině rovnoběžné s průmětnou, je obálkou příslušné řady ekvidistanta půdorysu křivky, ne-

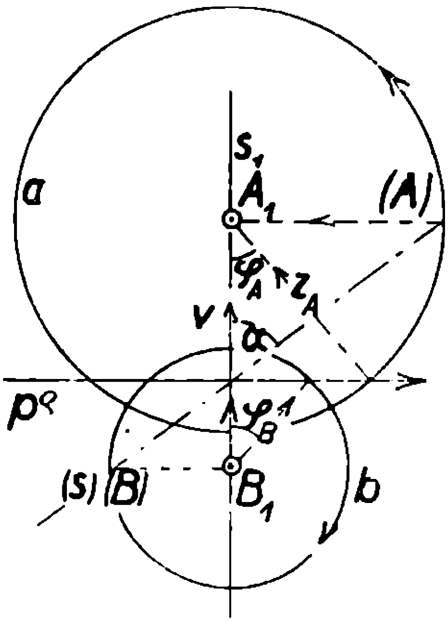


Obr. 51. Cyklografický průmět přímky p.

boli rovnoběžná křivka s ní ve vzdálenosti rovné kótě roviny té křivky. Obálky jsou též stopy ploch o spádu 1, proložené křivkou.

Všimněme si jen cyklografického průmětu obecné přímky p (obr. 51) dané půdorysem p_1 a sklopenou polohou (p) kolmo promítací její roviny. Cykly $a, b, \ldots$, jež zobrazují body A, $B, \ldots$ přímky p, obalují dvě orientované přímky ${}^1p, {}^2p$, jež jdou stopníkem Q přímky p a které jsou reálné různé pokud je úhel $\alpha = \sphericalangle\, p_1(p)$, který svírá přímka p s průmětnou π menší než 45°. Kdyby $\alpha = 45°$, byla by přímka k-přímkou a přímky ${}^1p, {}^2p$ by splynuly v orientované přímce, jíž se v bodě Q dotýkají cykly lineární řady tvořící cyklografický průmět přímky. Jestliže $\alpha > 45°$, jsou přímky ${}^1p, {}^2p$ imaginární.

Body plochy zobrazují se v tak zvanou *kongruenci cyklů* obsahující ∞^2 cyklů. Všimněme si v obr. 52 případu, kdy plocha je rovinou ϱ, jež má stopu p^ϱ na průmětně a od této odchylku $\alpha > 45°$. Abychom sestrojili obrazný cykl bodu A roviny, myslíme si tím bodem v rovině spádovou přímku $s \perp p^\varrho$ a tuto s její promítací rovinou sklopíme do polohy (s), kde $\sphericalangle s_1(s) = \alpha$ a na ní je bod (A) a je $A_1(A) \perp s_1$. Kružnice o středu A_1 a poloměru $\overline{A_1(A)} = z_A$ je nositelkou cyklu a, který je kladně orientován, ježto podle orientace stopy p^ϱ je bod A nad průmětnou π. Cykl a protíná stopu p^ϱ pod úhlem φ_A, jehož $\cos\varphi_A = v : z_A = \operatorname{cotg}\alpha$, takže *tento kosinus* je pro *všechny cykly kongruence, do níž se body roviny* ϱ *zobrazují, konstantní a roven kotangentě úhlu, jejž rovina* ϱ *svírá s průmětnou.* Ovšem kosinus ten je reálný i pro $\alpha < 45°$, ale příslušný úhel není reálný. Platí též obráceně, že body v prostoru patřící k cyklům, jež orientovanou přímku p^ϱ protínají pod úhlem, jehož kosinus je dán, vyplňují rovinu ϱ, jež jde stopou p^ϱ a svírá s průmětnou úhel, jehož kotangenta je rovna danému kosinu; z toho lze tuto rovinu určiti.



Obr. 52. Cyklografický průmět roviny ϱ.

Z jiných ploch je zajímavá k-kuželová plocha, jejíž body se zobrazují v cykly dotýkající se cyklu zobrazujícího její vrchol. Této plochy a jejího cyklografického zobrazení lze na př. použíti k určení cyklu, který se dotýká tří daných cyklů.[19][20]

15. ZOBRAZENÍ VEKTORŮ V PROSTORU DO VEKTORŮ V ROVINĚ

Volný vektor v prostoru je úsečka opatřená smyslem, kterou lze rovnoběžně přemístiti kamkoliv v prostoru. Stejně máme volné vektory v rovině, které možno ovšem rovnoběžně posouvati jen v této rovině. Když vektor je vázán ve svém posunu jen na přímku, svoji nositelku, říkáme, že je *vázaným vektorem.*

Zavedeme-li v prostoru pravoúhlou soustavu souřadnic x, y, z o počátku O, lze všechny volné vektory $\mathbf{v}$ v prostoru posunouti tak, že jejich počátek je v počátku O soustavy souřadnic a druhý koncový bod vektoru je v bodě $V(x; y; z)$. Délka, nebo modul vektoru $\mathbf{v}$ je $v = \overline{OV}$. Vektor $\mathbf{v}$ se rozkládá ve složky x, y, z v osách souřadnic, jež jsou souřadnicemi bodu V. Za průmětnu, na níž zobrazujeme, volme rovinu souřadnic (x, y); vektor $\mathbf{v}$ se kolmo promítá do vektoru $\mathbf{v}_1$ délky $v_1 = \overline{OV_1}$ (obr. 53), který má v osách x, y tytéž složky jako vektor $\mathbf{v}$. Aby se nám v tomto průmětě objevila též složka z, vážeme vektor $\mathbf{v}_1$ na přímku $v_u \parallel v_1$, aby moment vektoru $\mathbf{v}_1$ k počátku O byl $d \,.\, z$, kde d je vhodně zvolená konstanta. Geometricky lze dospěti k nositelce v_u zobrazujícího vektoru takto: Mysleme si válcovou rotační plochu o ose z a poloměru d; pak orientovaná nositelka vektoru $\mathbf{v}$ posunutého do počátku O protíná válcovou plochu v bodě M, který má od průmětny (x, y) vzdálenost $r = \overline{M_1M}$. Bod M sklo-

[19]) Viz *J. Holubář*: „O methodách rovinných konstrukcí“, Cesta k vědění 4, 2. vyd., 1949 a „O rovinných konstrukcích odvozených z prostorových útvarů“, Cesta k vědění; 47, 1948.

[20]) Obšírně pojednává o cyklografii monografie *L. Seifert*: Cyklografie, Kruh 15, JČMF, 1949.