Aritmetické hry a zábavy

11. Úlohy o čase

In: Karel Čupr (author): Aritmetické hry a zábavy. (Czech). Praha: Jednota českých matematiků a fysiků, 1942. pp. 48–51.

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/403039

$$\alpha + 6x = 12\left(\beta + \frac{x}{2}\right) - 360E\left(\frac{2\beta + x}{60}\right)$$

čili

$$\alpha = 12\beta - 360E\left(\frac{2\beta + x}{60}\right) = 12\beta - 360k_3,$$

kdež $k_1, k_3 = 0, 1, 2, \ldots, 11$. Odečteme-li však třetí rovnici od první, jest $13(\alpha - \beta) = 360(k_1 - k_3)$, t. j. pravá strana má býti dělitelna 13, což však za předpokladu o k_1, k_3 není možné jinak, než když $k_1 = k_2$, t. j. $\alpha = \beta$. Tedy po této záměně hodinových ručiček ukazují hodiny správný čas, jen když se kryjí.

Proveďte některé tyto úvahy v případě, že ciferník jest rozdělen od 1 do 24 hodin.

11.
ÚLOHY O ČASE.

Základních vět A) i B) vyložené v úvodu k úlohám z foronomie lze užíti i k výkladům některých úloh o měření času, z nichž nejznámější jest tato: Ten, kdo cestuje ustavičně směrem východním, jde Slunci vstříc a má den o tolikráte 4 minuty kratší, kolik prošel za den šířkových stupňů, jichž délka v naší šířce jest asi 75 km; Slunce totiž při svém zdánlivém pohybu projde jeden šířkový stupeň za 4 minuty. Kdo tedy ujede za den 300 km stále na východ, projel 4 šířkové stupně, den se mu zkrátil o 4kráte 4 minuty, t. j. 16 minut, což se projeví tím, že jeho hodinky jsou zpožděny o 16 minut. Ten, kdo ujede za den 300 km směrem západním, má den delší o 16 minut, jeho hodinky proti místnímu času budou o 16 minut napřed. Kapitán lodi, jež Suezským průplavem vyjela směrem východním na cestu kolem světa, byla po návratu do východní stanice o 360×4 min. čili celý den napřed — to se stalo na př. panu Phileasu Foggovi a jeho věrnému sluhovi Passpartoutovi ve známém Verneově románě Cesta kolem světa za 80 dní. Aby datování po návratu souhlasilo, počítá posádka lodi jedouc přes stoosmdesátý poledník tento den dvakráte (ve skutečnosti tato čára změny data jest klikatá). — Lodi plující směrem západním kolem světa opět ztrácejí celý den; přecházejíce tuto čáru počítají dny tak, že po dnešku přichází hned pozítří: viz o tom humorné vypravování našeho Kořenského (Cesta kolem světa, I, str. 349); tato příhoda stala se v r. 1522 i Magellanovi, jenž první objel Zemi směrem západním.

I zdá se, jako bychom mohli sestrojiti stroj, jímž by bylo možno konati výlety do „minula" i do „budoucna". Až bude létání tak zdokonaleno, že bude možno na př. v našich zeměpisných šířkách oblétnouti zeměkouli za dobu kratší jednoho dne, vzlétne létadlo, které se vrátí za 18 hodin. Vznese-li se dne 1. května o 10. hod., přelétne čáru změny data, zachovajíc datum 1. května přilétne na své východiště dne 1. května ve 4 hod., kdežto místní obyvatelstvo bude počítati 2. května čtyři hodiny. Vysvětlení jest jednoduché: Den své datum mění při dolní kulminaci Slunce, kdy počítáme půlnoc. Lidé v letadle rovněž v jistém místě své dráhy stihnou Slunce v dolní kulminaci — a musí změniti své datum o jeden den — a tak skutečně doletí k svému východisku se správným datem.

Ukažte, že není možno konati výlet do „budoucna", letí-li letadlo ustavičně směrem západním.

Avšak v naší krásné literatuře známe stroj, jenž umožňuje výlet do „minula"; bohužel Jakub Arbes, jenž nám ho předvádí v novele Newtonův mozek, neudává jeho konstrukci ani druh motoru. Jest to jakýsi aeroplán, jenž letí rychlostí větší rychlosti světla, jeho rychlost může pilot libovolně zvětšovati. Cestovatelé jsou vyzbrojeni velmi dokonalými brýlemi a vidí při ustavičně stupňované rychlosti dohánějíce světelné paprsky, které se od naší země odrazily před minutou, hodinou, dnem, měsícem, rokem a stoletím, co se tenkráte na zemi dálo. Konstruktérem tohoto stroje jest Jakub Arbes sám.

Připojme několik úvah o kalendáři. V životě jednotlivcově i veřejném jest nutno někdy znáti, na který den v týdnu padlo jisté datum. Uvědomíme-li si, že každým rokem obyčejným resp. přestupným postoupí datum o jeden resp. dva dny, není v úloze nějakých nesnází, zejména, jedná-li se o data dnešnímu dni nevalně vzdálená, na př. kterým dnem začne rok 1943? Rok 1941 začal středou, tedy rok 1943 začne pátkem. Pro data ve vzdálené minulosti nebo budoucnosti byly sestrojeny přehledné tabulky; mnemotechnikové při svých produkcích užívají tohoto vzorce platného pro kalendář gregoriánský (u nás platný od počátku ledna 1584, po 6. lednu následoval ihned 17.).

Značí-li d, m, l řadové číslo dne, měsíce, let ve století, S pak počet uplynulých století, při čemž pro leden a únor $m = 13, 14$ a oba měsíce se počítají k minulému roku, vypočteme nejprve číslo

$$d + \tfrac{1}{10}(m + 1)\,26 + l + \tfrac{1}{4}l + \tfrac{1}{4}S - 2S,$$

při čemž při dělení ponecháváme jen čísla celá; zbytek při dělení toho čísla sedmi udává den v týdnu, při tom neděle jest dána zbytkem 1, pondělí 2, ..., sobota 6. Na př. kterým dnem začínají století počínaje stoletím sedmnáctým? Počítejme 31. prosinec roku předchozího, tedy $d = 31$, $m = 12$, $l = 0$,

$$d + \tfrac{1}{10}(m + 1)\,26 + l + \tfrac{1}{4}l = 31 + 33 + 0 + 0 = 64,$$

jest tedy počátek století určen zbytkem při dělení $65 + (\tfrac{1}{4}S - 2S)$ sedmi. Na př. pro $S = 20$, jest 1. leden 2001 pondělí, poněvadž zbytek při dělení čísla $65 + 5 - 2 \,.\, 20$ sedmi jest 2.

Zjistěte, že v dvacátém století pouze v letech 1920, 1948, 1976 má únor pět nedělí.

Církevní i veřejný život potřebuje znáti datum velikonočních svátků a s nimi souvisících pohyblivých svátků. Velmi jednoduché pravidlo ustanoviti datum velikonoční neděle v gregoriánském kalendáři pochází od Gausse: Je-li l daný letopočet, stanovme zbytky a, b, c, d, e vzniklé při dělení $l : 19$, $l : 4$, $l : 7$, $19M + N : 30$, $2b + 4c + 6d + N : 7$, při čemž M a N jsou dány v této tabulce:

	M	N
do 1699	22	2
1700—1799	23	3
1800—1899	23	4
1900—1999	24	5
2000—2099	24	5
2100—2199	24	6
2200—2299	25	0
2300—2399	26	1
2400—2499	25	1

velikonoce jsou pak buď $22 + d + e$ března nebo $d + e - 9$ dubna. Nejnižší možné datum jest 22. března, t. j. $d = e = 0$; lze snadno ukázati, že v době 1600—2499 nastalo nebo nastane v letech: 1693, 1761, 1818, 2285, 2353, 2437. I datum nejblíže vyšší jest vzácné, 23. III. byla velikonoční neděle posledně v r. 1913.

O nejzazším datu pak platí: Vyjde-li $d = 29$, $l = 6$, takže velikonoční neděle by měla býti $29 + 6 - 9 = 26$. dubna, volí se vždy datum 19. dubna; tak tomu bude r. 1981. Vypočteme-li však $d = 28$, $e = 6$, a je-li mimo to zbytek při dělení $11(M + 1)$ třiceti menší než 19, jsou velikonoce 18. IV, nikoliv 25. IV. Nejzazší datum 25. dubna jest velmi vzácné: bylo na př. 1886, bude 1943 a pak až v r. 2038. Středověký verš o tomto datu praví: Usque Marcus pascha dabit, Antonius pentecosabit, totus mundus vae clamabit, t. j. Až na sv. Marka (25. dubna) budou velikonoce, na sv. Antonína (13. VI.) svatodušní svátek, zaběduje celý svět.

V r. 1848 byla velikonoční neděle 24. dubna.

12.

ÚLOHY Z KOMBINATORIKY.

Slovem kombinatorika v tomto odstavci budeme rozuměti něco více než obvyklou nauku o permutacích, variacích a kombinacích; budeme míti na zřeteli jakékoliv řadění daných předmětů buď všech daných nebo některých z nich.