Nomogramy s jednou průsvitkou

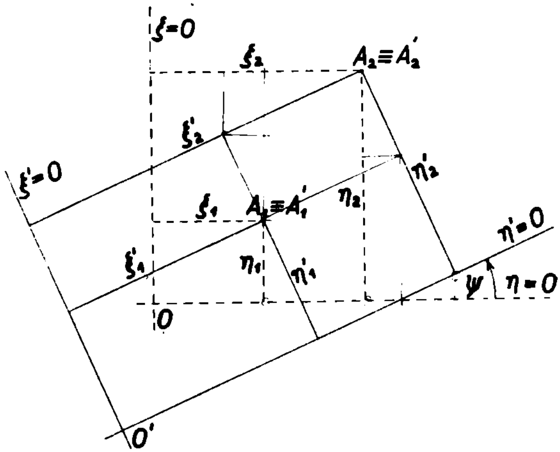
Úvod

In: Václav A. Hruška (author): Nomogramy s jednou průsvitkou. (Czech). Praha: Jednota československých matematiků a fysiků, 1947. pp. 5–24.

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/402816

1. ÚVOD

1,1. Nomogramy se stálým úhlem indexů[1]) užívají k zobrazení funkce geometrických útvarů ve dvou na sebe položených rovinách, jichž vzájemnou polohu můžeme měniti. Kótované útvary (jako stupnice obyčejné nebo binární) se však v nich nalézají pouze v jedné a téže rovině (spodní). Pokusme se zevšeobecniti tento druh nomogramů umístěním kótovaných útvarů v obou navzájem pohyblivých rovinách.



Obr. 1. Vztahy mezi pravoúhlými souřadnicemi bodů ve dvou rovinách na sebe položených.

Polohu bodů určujeme v pravoúhlých soustavách souřadnic (ξ, η) v rovině spodní a (ξ', η') v rovině horní. Je-li ψ úhel obou os $\eta = 0$ a $\eta' = 0$ a padnou-li body $A'_1(\xi'_1, \eta'_1)$, $A'_2(\xi'_2, \eta'_2)$ horní roviny na body $A_1(\xi_1, \eta_1)$ resp. $A_2(\xi_2, \eta_2)$ v rovině dolní, platí mezi jejich souřadnicemi vztahy (obr. 1).

$$(1,11) \qquad \begin{aligned} \xi_2 - \xi_1 &= (\xi'_2 - \xi'_1) \cos \psi - (\eta'_2 - \eta'_1) \sin \psi, \\ \eta_2 - \eta_1 &= (\xi'_2 - \xi'_1) \sin \psi + (\eta'_2 - \eta'_1) \cos \psi. \end{aligned}$$

Jsou to obyčejné rovnice transformační pro posunutí a otočení soustavy souřadnicové.

---

[1]) Dr. V. PLESKOT, Spojnicové nomogramy, str. 104 (sv. 12. sbírky „Cesta k vědění“, Praha 1941). Tamtéž viz terminologii, pokud ji nebudu v této knížce definovati.

1,2. V dolní rovině sestrojme binární stupnici[2]) pro (z_1, z_2)

$$\xi_1 = f_{1,2}; \quad \eta_1 = g_{1,2} \tag{1,21}$$ [3])

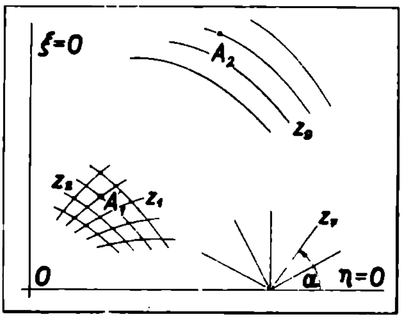
(obr. 2*a*), soustavu isoplét pro z_9

$$F(\xi_2, \eta_2; z_9) = 0 \tag{1,22}$$

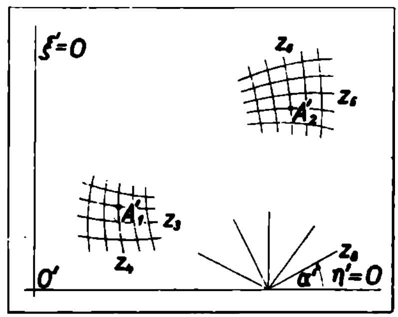
a svazek kótovaných paprsků, jichž úhel s osou $\eta = 0$ buď funkcí z_7

$$\alpha = f_7. \tag{1,23}$$ [4])

V horní rovině (obr. 2*b*) mějme dvě binární stupnice pro (z_3, z_4) a (z_5, z_6)



Obr. 2*a*).



Obr. 2*b*).

Schema nomogramu o třech stupních volnosti; *a*) podklad, *b*) průsvitka.

$$\begin{aligned} \xi'_1 &= -f_{3,4}, & \eta'_1 &= -g_{3,4} \\ \xi'_2 &= f_{5,6}, & \eta'_2 &= g_{5,6} \end{aligned} \tag{1,24}$$

a svazek kótovaných paprsků, jichž úhel s osou $\eta' = 0$ buď funkcí z_8

$$\alpha' = -f_8. \tag{1,25}$$ [4])

---

[2]) Viz PLESKOT, l. c. str. 74.

[3]) Obyčejně se neklade čárka mezi oba indexy, jichž se užívá v nomografii k označení funkcí dvou proměnných. My však budeme nyní užívati funkcí i více než 9 proměnných, takže indexy bodou také čísla dvoumístná. Musíme proto vkládati čárku mezi indexy, abychom rozlišili funkci $f_{1,2}$ dvou proměnných z_1, z_2 od funkce f_{12} jedné proměnné z_{12}.

[4]) Vrchol tohoto svazku paprsků ovšem nemusí býti na ose souřadnic jako v obr. 2. Umístili jsme jej tam pouze pro názornější vyznačení úhlů α resp. α'.

Položme horní rovinu bodem $A'_1(\xi'_1, \eta'_1)$, jehož kóty v binární stupnici jsou (z_3, z_4), na bod $A_1(\xi_1, \eta_1)$ binární stupnice v dolní rovině, jehož kóty jsou (z_1, z_2), a otočme horní rovinu kolem bodu $A_1 \equiv A'_1$ proti rovině dolní o úhel

$$\psi = \alpha - \alpha' = f_7 + f_8 \tag{1,26}$$

tak, aby paprsky o kótách z_7 a z_8 byly rovnoběžné (obr. 2). Bod A_2 isopléty o kótě z_9, na nějž padne bod $A'_2(\xi'_2, \eta'_2)$ binární stupnice pro (z_5, z_6), má podle (1,11) a (1,21) až (1,26) souřadnice

$$\begin{aligned} \xi_2 &= f_{1,2} + (f_{3,4} + f_{5,6}) \cos (f_7 + f_8) - (g_{3,4} + g_{5,6}) \sin (f_7 + f_8) \\ \eta_2 &= g_{1,2} + (f_{3,4} + f_{5,6}) \sin (f_7 + f_8) + (g_{3,4} + g_{5,6}) \cos (f_7 + f_8) \end{aligned}$$

které hoví rovnici (1,22). Dosadíme-li je tam, dostaneme rovnici mezi devíti proměnnými $z_1, z_2, \ldots, z_9$

$$F(M, N; z_9) = 0, \tag{1,27}$$

v níž M, N jsou funkce osmi proměnných tvaru

$$\begin{aligned} M &= f_{1,2} + (f_{3,4} + f_{5,6}) \cos (f_7 + f_8) - (g_{3,4} + g_{5,6}) \sin (f_7 + f_8) \\ N &= g_{1,2} + (f_{3,4} + f_{5,6}) \sin (f_7 + f_8) + (g_{3,4} + g_{5,6}) \cos (f_7 + f_8). \end{aligned} \tag{1,28}$$

Naopak, jsou-li dány hodnoty kterýchkoliv osmi proměnných z_i, dovoluje obr. 2 čísti hodnotu deváté, která splňuje rovnici (1,27). Jest to tedy nomogram rovnice (1,27).

1,3. Horní rovina nomogramů tohoto druhu musí býti z průhledné, transparentní látky, aby bylo možno čísti kóty útvarů v rovině spodní. Budeme ji stručně nazývati průsvitkou (franc. transparent, něm. Schiebeblatt). Dolní rovině budeme říkati podklad (franc. fond, něm. Grundblatt) a nomogramům tohoto druhu nomogramy s průsvitkou. Za podklad doporučuje se voliti neprůhledný papír kreslicí, aby proti němu útvary na průsvitce dostatečně kontrastovaly.

Na věci by se zřejmě nic nezměnilo, kdybychom naopak umístili na podkladě veškeré útvary, které jsme označovali akcentem, a na průsvitce útvary bez akcentu. Toho skutečně často užíváme z praktických důvodů. Za průsvitku volíme zpravidla onu rovinu, v níž jsou útvary méně složité, čímž docilujeme její lepší průhlednosti.

Při sestrojování nomogramů s průsvitkou nějaké rovnice uvedeme ji vždy napřed na tvar (1,27) a (1,28), z něhož vypíšeme podle čl. **1,2** velmi snadno rovnice (1,21) až (1,25) kótovaných útvarů v tomto nomogramu. Obdobně jako u spojnicových nomogramů budeme proto nazývati (1,27) a (1,28) kanonickým tvarem zobrazované rovnice a (1,21) až (1,25) konstrukčními nebo zobrazovacími rovnicemi nomogramu.

1,4. Na každém nomogramu s průsvitkou jest uvésti klíč, podle kterého se má čísti. Za účelem stručného vyjadřování si zavedeme označení geometrických útvarů podle tab. 1.

Tab. 1.

Útvar	Označení
Bod binární stupnice, která zobrazuje proměnné z_m a z_n	$P(z_m, z_n)$ nebo $P_{m,n}$
Bod křivé nebo přímé stupnice, která zobrazuje proměnnou z_n	$P(z_n)$ nebo P_n
Bod úběžný přímé isopléty o kótě z_n	$P_\infty (z_n)$
Jakýkoliv bod nekótovaný	P, O (počátek) atd.
Úběžný bod přímky o rovnici $\eta = 0$	$U(\eta = 0)$
Isoplétu systému, který zobrazuje proměnnou z_n	$L(z_n)$ nebo L_n
Totéž, jsou-li isopléty přímky	$D(z_n)$ nebo D_n
Totéž, jsou-li přímé isopléty rovnoběžné	$\Delta(z_n)$ nebo Δ_n
Tvoří-li isopléty systém kružnic, označíme kružnici o kótě z_n	$C(z_n)$ nebo C_n
Totéž, jsou-li kružnice soustředné	$\Gamma(z_n)$ nebo Γ_n
Nekótovanou křivku (index)	I
Nekótovanou přímku (přímý index)	I_d
Nekótovanou kružnici	I_c

Body a křivky průsvitky budeme akcentem odlišovati od bodů podkladu.

Padne-li bod $P'_{5,6}$ průsvitky na isoplétu L_9 podkladu, označíme to symbolem

$$P'_{5,6} \mid\!\!-\!\!\mid L_9.$$

Padne-li bod $P'_{3,4}$ na bod $P_{1,2}$, označíme to symbolem

$$P'_{3,4} \mid\!\!=\!\!\mid P_{1,2},$$

neboť vlastně $P'_{3,4}$ padne současně na dvě isopléty $L(z_1)$ a $L(z_2)$ binární stupnice (z_1, z_2). Podle toho klíč nomogramu v obr. 2 jest

$$P'_{34} \mid\!\!=\!\!\mid P_{1,2}, \quad P'_{\infty}(z_8) \mid\!\!-\!\!\mid D_7, \quad P'_{5,6} \mid\!\!-\!\!\mid L_9$$

a čteme jej takto: Bod $P'_{3,4}$ binární stupnice (z_3, z_4) na průsvitce položme na bod $P_{1,2}$ binární stupnice (z_1, z_2) na podkladě a otočme průsvitku kolem tohoto bodu $P'_{3,4} = P_{1,2}$, až paprsek kótovaný na ní z_8 bude rovnoběžný s paprskem kótovaným z_7 na podkladě; bod $P'_{5,6}$ binární stupnice (z_5, z_6) na průsvitce padne pak na isoplétu o kótě z_9 na podkladu.

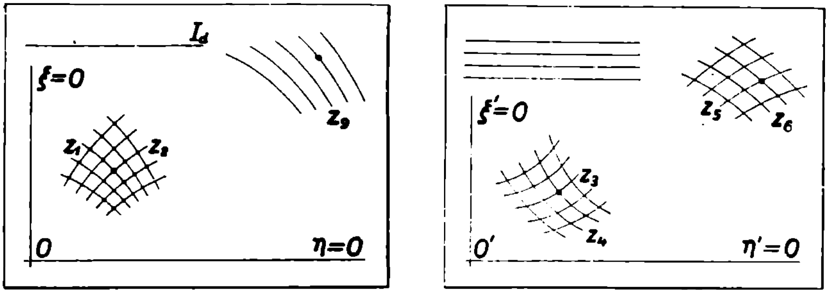
V nomogramu načrtnutém v obr. 2 mají obě roviny navzájem tři stupně volnosti pohybu: Posuny (translace) ve směru obou os a vzájemnou rotaci. Kdybychom oběma rovinám udělili navzájem menší počet stupňů volnosti pohybu, obdržíme řadu speciálnějších nomogramů, jimiž můžeme zobrazovati funkce o menším počtu argumentů.

1,5. Ponecháme-li oběma rovinám posuny směrem obou os, nikoliv však vzájemnou rotaci, bude v (1,11) $\psi = 0$. Místo (1,28) budou tedy M a N míti tvar

$$(1{,}51) \qquad M = f_{1,2} + f_{3,4} + f_{5,6}; \quad N = g_{1,2} + g_{3,4} + g_{5,6},$$

takže (1,27) bude rovnicí mezi pouze 7 proměnnými $z_1, z_2, \ldots z_6$ a z_9. Tentýž výsledek bychom byli ostatně obdrželi, kdybychom byli v (1,28) položili $f_7 \equiv f_8 \equiv 0$. Nomogram má tvar načrtnutý v obr. 3 a sestrojujeme jej podle rovnic (1,21), (1,22) a (1,24), které se nemění.

Vyloučení vzájemné rotace obou rovin docílíme jednoduše přímým indexem I_d na podkladě (na př. $I_d \parallel \eta = 0$ a soustavou rovnoběžek s I_d na průsvitce nebo obráceně. Jsou-li rovnoběžky dosti



podklad průsvitka

Obr. 3. Schema nomogramu o dvou posuvech a bez rotace.

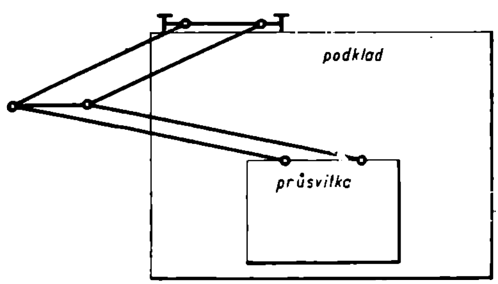
husté, lze tím docíliti velmi přesného posunování průsvitky po podkladě bez vzájemného natáčení.

Klíč k užívání tohoto nomogramu

$$P'_{3,4} \mid=\mid P_{1,2};\quad U'(\eta'=0) \mid-\mid I_d,\quad P'_{5,6} \mid-\mid L_9$$

čteme: Bod (z_3, z_4) ztotožníme se (z_1, z_2), osy souřadnic v obou rovinách zachováme rovnoběžné, načež kóta z_9 isoplěty jdoucí bodem (z_5, z_6) hoví rovnici (1,27), v níž M, N jsou hodnoty (1,51).

Mechanicky docílíme vedení průsvitky po podkladě bez rotace buď artikulovaným zařízením načrtnutým v obr. 4, které bývá sou-



Obr. 4. Jeden způsob mechanického vedení průsvitky po podkladě pro nomogramy o dvou posuvech a bez rotace.

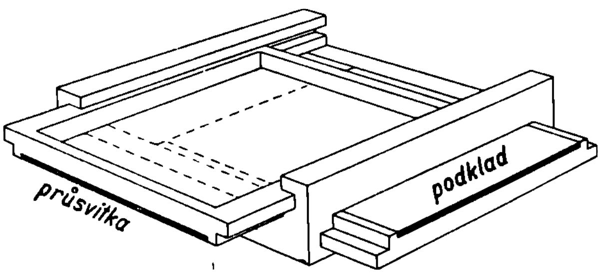
částí moderních kreslicích stolů (na př. značky Mikron), nebo užitím rámu s vedením pro posun podkladu směrem jedné osy souřadnic a průsvitky směrem druhé osy, kolmé na prvou (obr. 5).

Na příklad rovnici[5])

$$t = -\frac{p}{\beta E} + \frac{a^2\gamma^2 z^2}{24p^2\beta \,.\, 10^6} \tag{1,52}$$

uvedeme na tvar (1,27), položíme-li

$$\begin{aligned}
\xi_1 &= f_{1,2} = -2\alpha(\log a - \log b_1) + \alpha \log \beta,\\
\eta_1 &= g_{1,2} = +\delta(\log \beta - \log c_1),\\
\xi'_2 &= f_{5,6} = -2\alpha(\log z - \log b_2) + 2\alpha \log p,\\
\eta'_2 &= g_{5,6} = -\delta(\log p - \log c_2),\\
-\xi'_1 &= f_{3,4} = -2\alpha(\log \gamma - \log b_3),\\
-\eta'_1 &= g_{3,4} = +\delta(\log E - \log c_3),
\end{aligned} \tag{1,53}$$



Obr. 5. Jiný způsob mechanického vedení průsvitky po podkladě pro nomogramy o dvou posuvech a bez rotace.

kde log značí logaritmy desítkové a α, δ, b_i a c_i, $(i = 1; 2; 3)$ stálé, které zvolíme vhodně až později. Obdržíme pak

$$M = f_{1,2} + f_{3,4} + f_{5,6} = -\alpha \log \left[\frac{a^2\gamma^2z^2}{p^2\beta} \cdot \frac{1}{b_1^2 \,.\, b_2^2 \,.\, b_3^2}\right],$$

$$N = g_{1,2} + g_{3,4} + g_{5,6} = -\delta \log \left[\frac{p}{\beta E} \cdot \frac{c_1c_3}{c_2}\right].$$

[5]) Dr. Ing. J. Řezníček-Ing. Š. Matěna: Universální diagramy pro výpočet vrchních vedení krátkých rozpětí, vzorec (5'). Elektrotechnický obzor XXII, a Dr. V. Hruška-Dr. Ing. V. Kelbich: Universální nomogram pro mechanický výpočet venkovních elektrických vedení, tamtéž roč. XXV (1936).

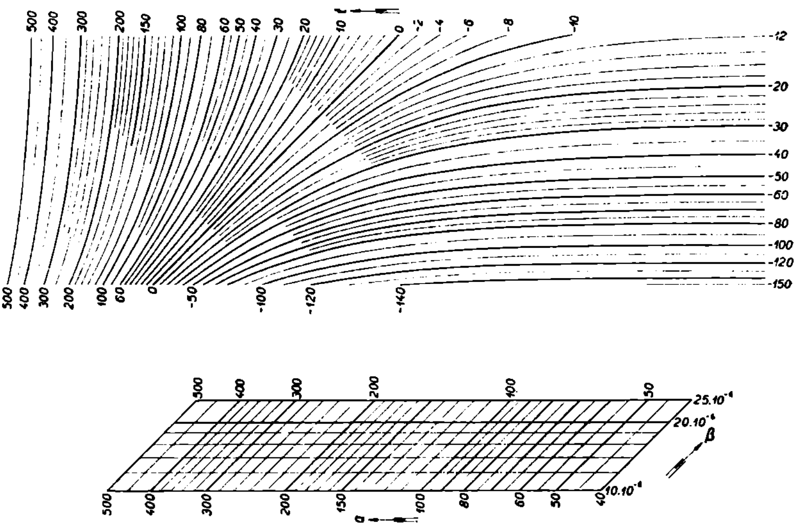
V rovnici (1,52) jsme užili spec. váhy γ kg/dm^3 vedení místo váhy ξ kg/m vodiče o průřezu 1 mm^2, jelikož ξ jsme užívali k označení souřadnice. Ostatně jest $\gamma = 1000\ \xi$.

Rovnici (1,52) lze tedy psáti ve tvaru (1,27)

$$t = -\frac{c_2}{c_1 c_3}\, 10^{-N:\delta} + \frac{b_1^2 b_2^2 b_3^2}{24\,.\,10^6}\,.\,10^{-M:\alpha},$$

pročež isoplěty t mají rovnici podle (1,22)

$$10^{-\xi_2:\alpha}\frac{b_1^2 b_2^2 b_3^2}{24\,.\,10^6} - 10^{-\eta_2:\delta}\,\frac{c_2}{c_1 c_3} = t.$$



Obr. 6. Podklad nomogramu funkce $t = -\dfrac{p}{\beta E} + \dfrac{a^2\,.\,\gamma^2\,.\,z^2}{24\,.\,p^2\,.\,\beta\,.\,10^6}$

(asi v třetině velikosti uvedené v textu).

Průsvitku k tomuto podkladu viz v kapse na konci knihy.

Konstanty α, δ, b_i, c_i, ($i = 1; 2; 3$) volme tak, aby stupnice měly vhodné rozměry a vhodnou polohu, hlavně aby stupnice do sebe navzájem nezasahovaly. Při rozsazích $40 \leqq a \leqq 500$, $10 \leqq \beta\,.\,10^6 \leqq$ $\leqq 25$, $1 \leqq z \leqq 5$, $3 \leqq p \leqq 30$, $2 \leqq \gamma \leqq 10$, $5000 \leqq E \leqq 25000$ volme tedy vhodně $\alpha = \delta = 9$ cm, $b_1^2 = 125\,.\,10^8$, $b_2 = 0{,}24$, $b_3 = 2$, $c_1 = 10^{-4}$, $c_2 = 300$, $c_3 = 25000$ (obr. 6).

Isoplěty a binární stupnice (a, β) pak jsou rovnoběžky

$$(a) \qquad \eta_1 - \xi_1 = 18\,(\log a - \log 500\,\sqrt{5})$$

a isopléty β rovnoběžky s osou

$$(\beta) \qquad \eta_1 = 9\,(\log \beta - \log 10^{-4}).$$

V stupnici (z, p) obdržíme rovněž vesměs přímé isopléty

$$(z) \qquad 2\eta'_2 + \xi'_2 = -18\,(\log z - \log 72),$$

$$(p) \qquad \eta'_2 = -9\,(\log p - \log 300),$$

kdežto v stupnici (γ, E) isopléty jsou rovnoběžky s osami.

$$(\gamma, E) \quad \xi'_1 = 18\,(\log \gamma - \log 2), \quad \eta'_1 = -9\,(\log E - \log 25000).$$

Rovnice isoplét t nyní zní

$$120 \,.\, 10^{-\xi_2 : 9} - 120 \,.\, 10^{-\eta_2 : 9} = t. \tag{1,54}$$

Isopléta $t = 0$ jest přímka

$$\eta_2 = \xi_2, \tag{1,55}$$

která jest také společnou asymptotou všech isoplét. Píšeme-li totiž (1,54) ve tvaru

$$\eta_2 = \xi_2 - 9 \log \left(-\frac{t}{120} \,.\, 10^{\xi_2 : 9} + 1 \right),$$

vidíme, že při $\xi_2 \to -\infty$ blíží se tato křivka přímce (1,55). Píšeme-li rovnici (1,54) jednou ve tvaru

$$\eta_2 = -9 \log \left(\frac{-t}{120} + 10^{-\xi_2 : 9} \right)$$

a po druhé ve tvaru

$$\xi_2 = -9 \log \left(\frac{t}{120} + 10^{-\eta_2 : 9} \right)$$

vidíme, že kromě toho isopléty $t < 0$ mají asymptotu

$$\eta_2 = -9 \log \left(\frac{-t}{120} \right), \qquad \xi_2 > 0$$

a isopléty $t > 0$ asymptotu

$$\xi_2 = -9 \log \left(\frac{t}{120} \right), \qquad \eta_2 > 0.$$

Isopléty jsou v podstatě addiční a subtrakční křivky.[6]) Při jejich sestrojování si všimněte, že vytínají na každé přímce $\xi_2 =$ konst. stupnici funkce o proměnné t

[6]) LÁSKA-HRUŠKA: Počet grafický a grafickomechanický, Praha 1923, str. 50.

$$(1{,}56) \qquad \eta_2 = -9 \log\left(\frac{-t}{120} + 10^{-\xi_2 : 9}\right)$$

a na každé přímce $\eta_2 =$ konst. stupnici funkce rovněž proměnné t

$$(1{,}57) \qquad \xi_2 = -9 \log\left(\frac{-t}{120} + 10^{-\eta_2 : 9}\right),$$

které sestrojujeme buď přímo výpočtem jednotlivých jejích bodů, nebo pohodlněji podle Dodatku **6,5**. Spojením stejně kótovaných bodů několika takových stupnic obdržíme isopléty (t). Blíže o sestrojování takových soustav isoplét jako (1,54) viz Dodatky čl. **6,6.**

Upozorněme ještě na příkladě (1,52), jak si počínati při převádění nějaké rovnice na kanonický tvar (1,27). Z (1,52) jest zřejmé, že člen

$$\frac{a^2\gamma^2z^2}{p^2\beta}$$

můžeme logaritmováním převésti na tvar

$$M = f_{1,2} + f_{3,4} + f_{5,6}$$

a že člen

$$\frac{p}{\beta E}$$

můžeme rovněž logaritmováním současně převésti na tvar

$$N = g_{1,2} + g_{3,4} + g_{5,6}.$$

Skutečně logaritmováním obou a vhodným přeskupením sčítanců na pravé straně obdržíme na př.

$$\log \frac{a^2\gamma^2z^2}{p^2\beta} = (2 \log a - \log \beta) + 2 (\log z - \log p) + 2 \log \gamma$$

$$\log \frac{p}{\beta E} = -\log \beta + \log p - \log E$$

a odtud vidíme, že položením

$$(1{,}58) \qquad \begin{aligned} f_{1,2} &= 2 \log a - \log \beta, & g_{1,2} &= -\log \beta \\ f_{3,4} &= 2 (\log z - \log p), & g_{3,4} &= \log p, \\ f_{5,6} &= 2 \log \gamma, & g_{5,6} &= -\log E, \\ M &= f_{1,2} + f_{3,4} + f_{5,6}, & N &= g_{1,2} + g_{3,4} + g_{5,6} \end{aligned}$$

obdržíme již (1,52) ve tvaru (1,27)

$$(1{,}59) \qquad t = -10^N + \frac{1}{24 \cdot 10^6} \cdot 10^M.$$

Jiné takové možné přeskupení by bylo na př.

$$\log \frac{a^2\gamma^2z^2}{p^2\beta} = 2(\log a - \log p) + (2\log z - \log\beta) + 2\log\gamma,$$

$$\log \frac{p}{\beta E} = \log p - \log\beta - \log E,$$

atd. Prvé přeskupení bylo při sestrojení nomogramu voleno proto, že při výpočtech elektrických venkovních vedení se mění pouze t, z, p, kdežto ostatní: a, β, γ, E jsou dané veličiny; zastavíme-li tedy jednou průsvitku pomocí těchto daných veličin, nepotřebujeme při změnách t, z, p již průsvitkou vůbec pohybovati, čemuž by tak nebylo při přeskupení druhém.

Volba (1,58) by ovšem mohla vésti, a zpravidla by i vedla, k stupnicím buď nevhodně velkým, nebo k stupnicím nečitelně malým. Rovněž by jedna stupnice mohla zasahovati do druhé a tím rušiti čitelnost obou. Odpomůžeme tomu tím, že místo funkcí (1,58) zavedeme za funkce $f_{i,k}$ a $g_{i,k}$ funkce trochu odlišné, které budou obsahovati vhodný počet konstant, jichž volbou budeme moci měniti velikost a polohu stupnic na nomogramu. Tak volíme-li místo funkcí (1,58) funkce (1,53), jichž jsme užili na počátku tohoto příkladu a které obsahovaly dosud neurčené stálé α, δ, b_i, c_i, můžeme volbou α a δ měniti velikost stupnic a volbou b_i a c_i jejich polohu vzhledem k soustavě souřadnic. Na úpravu rovnice (1,52) na tvar (1,27) má to pouze ten vliv, že nyní místo rovnice (1,59) obdržíme

$$t = -\frac{c_2}{c_1c_3} \cdot 10^{-N:\delta} + \frac{b_1^2b_2^2b_3^2}{24 \cdot 10^6} \cdot 10^{-M:\alpha}$$

atd.

Jak vidno, zavádění takových vhodných konstant jako byly α, δ, b_i, c_i jest velmi důležité při skutečném sestrojování nomogramů. Jak najdeme vhodné hodnoty těchto konstant, bude podrobně ukázáno na příkladě propočteném v čl. **1,7** a **1,8**.

Podobně jest možno zobraziti rovnice tvaru

$$f_{1,2} \cdot f_{3,4} \cdot f_{5,6} + g_{1,2} \cdot g_{3,4} \cdot g_{5,6} = f_7.$$

Soustava isoplét (z_7) se sestrojuje podle čl. **6,8**.

1,6. Kdyby oběma rovinám zůstala vzájemná rotace a translace směrem jedné osy, na př. $\eta = 0$, budou míti opět dva stupně volnosti. Místo binárními stupnicemi (z_1, z_2) a (z_3, z_4) určíme nyní vzájemnou polohu obou rovin posouváním obyčejné stupnice (z_3) na ose $\eta' = 0$ podél stupnice (z_1) na ose $\eta = 0$ (obr. 7). Klademe tedy místo (1,21)

(1,61) $$\xi_1 = f_{1,2} \equiv f_1, \quad \eta_1 = g_{1,2} \equiv 0$$

a místo (1,24)

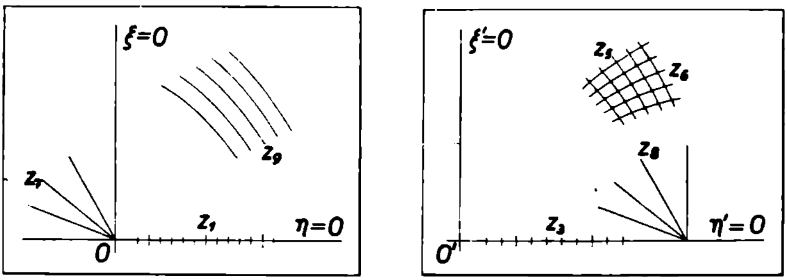
$$(1{,}62)\qquad \begin{aligned} \xi'_1 &= -f_{3,4} \quad - f_3, & \eta'_1 &= -g_{3,4} \quad 0 \\ \xi'_2 &= \quad f_{5,6}, & \eta'_2 &= \quad g_{5,6}. \end{aligned}$$

M, N v (1,27) budou tvaru

$$(1{,}63)\qquad \begin{aligned} M &= f_1 + (f_3 + f_{5,6}) \cos (f_7 + f_8) - g_{5,6} \sin (f_7 + f_8), \\ N &= \quad (f_3 + f_{5,6}) \sin (f_7 + f_8) + g_{5,6} \cos (f_7 + f_8). \end{aligned}$$

Rovnice (1,27) obsahuje opět 7 proměnných. Rovnice isoplét (1,22) zůstane nezměněna a vypíšeme ji přímo ze zobrazované rovnice (1,27). Klíč ke čtení nomogramu je

$$P'_3 \mid=\mid P_1; \quad P'_\infty(z_8) \mid-\mid D_7; \quad P'_{5,6} \mid-\mid L_9.$$



podklad průsvitka

Obr. 7. Nomogram o jednom posuvu a rotaci.

1,7. Zůstane-li oběma rovinám pouze vzájemný posuv směrem osy $\eta = 0$, bez rotace, položíme v (1,63) opět prostě $f_7 \equiv f_8 \equiv 0$. Nomogramem (obr. 8) zobrazují se rovnice (1,27) mezi pěti proměnnými, v nichž

$$(1{,}71)\qquad M = f_1 + f_3 + f_{5,6}; \quad N = g_{5,6}.$$

Sestrojujeme jej podle rovnic (1,22), (1,61) a (1,62) a jeho klíč je

$$P'_3 \mid=\mid P_1; \quad U'(\eta' = 0) \mid-\mid I_d; \quad P'_{5,6} \mid-\mid L_9.$$

Mechanicky zajistíme translaci směrem osy $\eta = 0$ drážkami na podkladě, do nichž zasuneme okraje průsvitky (obr. 8). Nomogram se stává počítacím pravítkem, jehož speciálním případem je pravítko logaritmické. (Viz Dodatky čl. 6,9.)

Na příklad rovnici

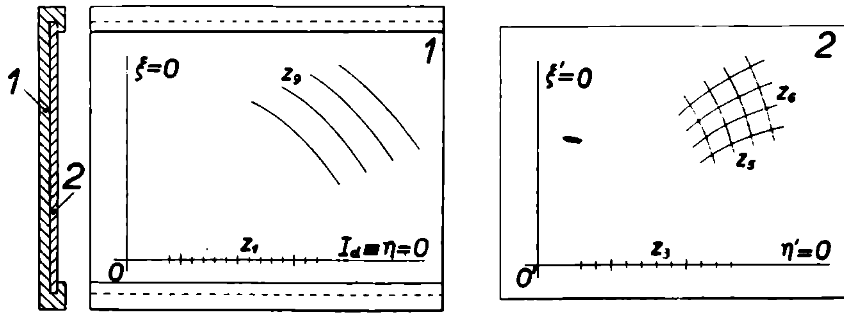
$$(1{,}72) \qquad pv^n = p_0 v_0{}^n,$$

$$0{,}6 \leqq p, p_0 \leqq 40; \quad 0{,}5 \leqq v, v_0 \leqq 20; \quad 1 \leqq n \leqq 1{,}4$$

uveďme na tvar

$$(1{,}73) \qquad \begin{aligned} &\alpha(a + \log p) - \alpha(b + \log p_0) + \alpha[n(c + \log v) - a + b] = \\ &= \frac{\alpha}{\beta}(n - d) \,.\, \beta(c + \log v_0) + \alpha d\,(c + \log v_0). \end{aligned}$$

Sestrojíme-li na průsvitce stupnice



Obr. 8. Schema nomogramu o jednom posuvu upraveného ve tvar počítacího pravítka. Podklad *1* je opatřen žlábky pro vedení průsvitky *2*.

$$(p_0) \qquad \xi'_1 = -f_3 = \alpha(b + \log p_0), \quad \eta'_1 = 0,$$

$$(n, v) \qquad \xi'_2 = f_{5,6} = \alpha[n(c + \log v) - a + b], \quad \eta'_2 = g_{5,6} = \frac{\alpha}{\beta}(n - d)$$

a na podkladě stupnici

$$(p) \qquad \xi_1 = f_1 = \alpha(a + \log p), \quad \eta_1 = 0$$

obdržíme podle (1,71)

$$(1{,}74) \qquad \begin{aligned} M &= \alpha(a + \log p) - \alpha(b + \log p_0) + \alpha[n(c + \log v) - a + b] \\ N &= \frac{\alpha}{\beta}(n - d). \end{aligned}$$

Rovnici (1,73) lze nyní psáti ve tvaru (1,27)

$$(1{,}75) \qquad M = N \,.\, \beta(c + \log v_0) + \alpha d(c + \log v_0).$$

Srovnáním s (1,22) plyne, že isopléty v_0 na podkladě mají rovnici

$$(v_0) \qquad \xi_2 = (\beta\eta_2 + \alpha d)(c + \log v_0).$$

V binární stupnici (n, v) isopléty n jsou rovnoběžky s osou $\eta' = 0$. Krajní z nich volme

$$n = 1; \qquad \frac{\alpha}{\beta}(1 - d) = 2{,}4 \text{ cm},$$

$$n = 1{,}4; \qquad \frac{\alpha}{\beta}(1{,}4 - d) = 8{,}4 \text{ cm}.$$

Odtud plyne

$$\alpha : \beta = 15 \text{ cm}; \quad d = 0{,}84.$$

Isopléty v_0 tvoří svazek paprsků o vrcholu $\xi_2 = 0$, $\eta_2 = -\frac{\alpha d}{\beta} = -12{,}6$ cm na ose $\xi = 0$. Disponujme c tak, aby krajní isopléty

$$v_0 = 0{,}5, \quad \xi_2 = \alpha\left(\frac{1}{15}\eta_2 + 0{,}84\right)(c + \log 0{,}5)$$

$$v_0 = 20{,}0, \quad \xi_2 = \alpha\left(\frac{1}{15}\eta_2 + 0{,}84\right)(c + \log 20)$$

byly souměrné k ose $\xi = 0$;

$$c + \log 0{,}5 = -(c + \log 20),$$

$$-c = \log \sqrt{0{,}5 \cdot 20} \approx \log 3{,}1.$$

Tento svazek sestrojíme nejlépe z jeho průsečíků s přímkami

$$\eta_2 = 2{,}4 \text{ cm}; \quad \xi_2 = \alpha(\log v_0 - \log 3{,}1),$$
$$\eta_2 = 8{,}4 \text{ cm}; \quad \xi_2 = 1{,}4\,\alpha(\log v_0 - \log 3{,}1),$$

jelikož jeho vrchol (0; — 12,6) padne mimo nákresnu.

Modul α mají však také logaritmické stupnice pro p a p_0 na osách $\eta = 0$ a $\eta' = 0$. Aby měly přiměřené rozměry, volme $\alpha = 5$ cm, takže i svazek isoplét v_0 bude míti vhodnou šířku. Obě stupnice (p) a (p_0) umístěme na osách $\eta_1 = 0$ resp. $\eta'_1 = 0$ opět přibližně souměrně k osám $\xi = 0$ a $\xi' = 0$, aby nomogram vypadl co nejkratší. Vyžaduje to volbu

$$-a = -b = \log \sqrt{0{,}6 \cdot 40} \approx \log 5.$$

Celkem tedy máme sestrojiti: Na podkladě stupnici

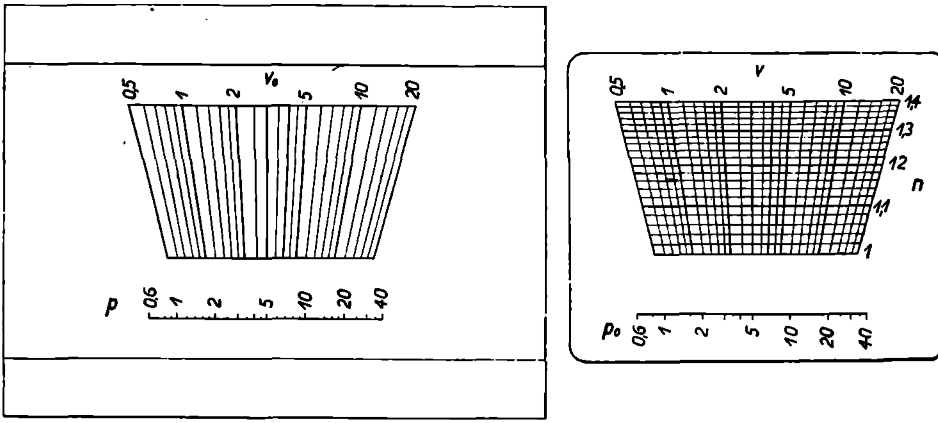
$$(p) \qquad \xi_1 = 5\,(\log p - \log 5); \quad \eta_1 = 0$$

a svazek isoplét

$$(v_0) \qquad \xi_2 = \left(\frac{1}{3}\,\eta_2 + 4{,}2\right)(\log v_0 - \log 3{,}1).$$

Na průsvitce pak stupnici

$$(p_0) \qquad \xi'_1 = 5\,(\log p_0 - \log 5); \quad \eta'_1 = 0$$



podklad průsvitka

Obr. 9. Nomogram funkce $pv^n = p_0v_0^{\,n}$ upravený jako počítací pravítko (asi v třetině velikosti uvedené v textu).

a binární stupnici

$$(n, v) \quad \xi'_2 = 5n(\log v - \log 3{,}1), \quad \eta'_2 = 15\,(n - 0{,}84),$$

v níž isopléty n jsou ekvidistantní rovnoběžky s $\eta' = 0$ a isopléty v tvoří svazek paprsků

$$\xi'_2 = \left(\frac{1}{3}\,\eta'_2 + 4{,}2\right)(\log v - \log 3{,}1)$$

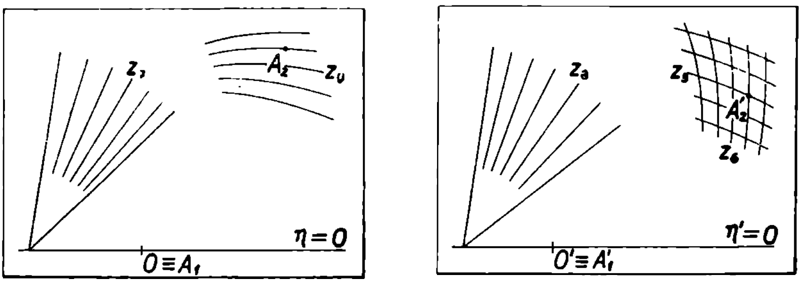
shodný se svazkem isoplét v_0 v rovině spodní. Nomogramu dáme vhodně tvar počítacího pravítka (obr. 9).

1,8. Může-li se průsvitka kolem počátku pouze otáčeti, náleží oběma rovinám (t. j. rovině podkladu a průsvitky) rovněž jediný stupeň vzájemné volnosti. Nomogramy tohoto druhu nazýváme stručně **rotačními**; s oblibou jich užíváme pro snadnost mechanického vedení průsvitky po podkladě. Body $A_1 \equiv A'_1$ padnou do společného počátku, takže je

$$\begin{aligned} \xi_1 &= f_{1,2} = 0; \quad \eta_1 = g_{1,2} = 0, \\ \xi'_1 &= -f_{3,4} = 0; \quad \eta'_1 = -g_{3,4} = 0. \end{aligned}$$

Zbude tedy pouze

$$\begin{aligned} \xi'_2 &= f_{5,6}; \quad \eta'_2 = g_{5,6}, \\ \alpha &= f_7, \quad \alpha' = -f_8. \end{aligned}$$



podklad průsvitka

Obr. 10. Schema nomogramu pouze s rotací průsvitky vzhledem k podkladu.

Výrazy M a N v (1,27) pak mají tvar

$$\begin{aligned} M &= f_{5,6} \cos (f_7 + f_8) - g_{5,6} \sin (f_7 + f_8), \\ N &= f_{5,6} \sin (f_7 + f_8) + g_{5,6} \cos (f_7 + f_8). \end{aligned} \tag{1,81}$$

Rovnice ispolét z_9 je opět (1,22).

Nomogramem se zobrazují rovnice mezi pěti proměnnými (obr. 10). Umístěme ještě vrcholy obou svazků přímých isoplét pro z_7 a z_8 v společném počátku $O \equiv O'$. Pak je můžeme nahraditi dvěma **stupnicemi** pro z_7 a z_8 na kružnicích o stejném poloměru kolem počátku (obr. 11), v nichž jsme označili A_0 a A'_0 body, které při čtení nomogramu padnou na sebe. Klíč nomogramu jest tedy

$$O' \mid=\mid O, \quad P'_8 \mid=\mid P_7, \quad P'_{5,6} \mid=\mid L_9.$$

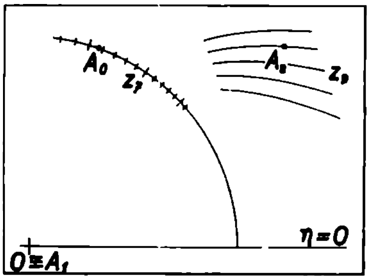
Místo úpravy rovnice na tvar (1,27); (1,81), která není právě jednoduchá, dáváme zpravidla přednost úpravě rovnice na tvar

(1,27); (1,71) a k sestrojení nomogramu užijeme pak prostě polárních souřadnic místo pravoúhlých.

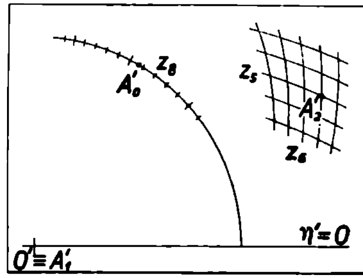
$$(1,82)\quad \begin{aligned} A_0&: \quad \varphi_0 = f_1; \quad \varrho_0 = k = \text{konst.} \neq 0, \\ A'_0&: \quad \varphi'_0 = -f_3; \quad \varrho'_0 = k, \\ A'_2&: \quad \varphi'_2 = f_{5,6}; \quad \varrho'_2 = g_{5,6}. \end{aligned}$$

Buď $A_2(\varphi_2, \varrho_2 = \varrho'_2)$ bod podkladu ležící pod bodem $A'_2(\varphi'_2, \varrho'_2)$ průsvitky, jestliže jsme průsvitku otočili kolem počátku $O \equiv O'$ tak, aby $A_0 \equiv A'_0$. Z rovnic

$$\sphericalangle A_2OA_0 = \varphi_0 - \varphi_2 = \sphericalangle A'_2O'A'_0 = \varphi'_0 - \varphi'_2; \quad \overline{OA_2} = \overline{O'A'_2},$$



podklad



průsvitka

Obr. 11. Variace nomogramu z obr. 10.

však plyne

$$(1,83)\quad \varphi_2 = \varphi_0 - \varphi'_0 + \varphi'_2 = f_1 + f_3 + f_{5,6} = M; \qquad \varrho_2 = \varrho'_2 = g_{5,6} = N.$$

Rovnici isoplét pro z_9

$$(1,84)\qquad F(\varphi_2, \varrho_2; z_9) = 0$$

vypíšeme tedy opět přímo z kanonického tvaru (1,27) zobrazované rovnice.

Tak v případě rovnice (1,72) uveďme ji opět na tvar (1,73) a podle (1,82) sestrojme stupnice

$$\begin{aligned} &(p) && \varphi_0 = \alpha(a + \log p); && \varrho_0 = k = 10\text{ cm}, \\ &(p_0) && \varphi'_0 = \alpha(b + \log p_0); && \varrho'_0 = k = 10\text{ cm}, \\ &(n, v): && \varphi'_2 = \alpha\,[n(\log v + c) - a + b]; && \varrho'_2 = \frac{\alpha}{\beta}(n - d). \end{aligned}$$

Vzhledem k (1,83) mají M a N opět tvar (1,74) a rovnici (1,73) lze tedy uvésti na tvar (1,75), z něhož plynou podle (1,84) rovnice isoplét

$$(v_0) \qquad \varphi_2 = (\beta\varrho_2 + \alpha d)\,(c + \log v_0).$$

Isopléty n (obr. 12) jsou soustředné ekvidistantní kružnice kolem počátku O', isopléty v jsou závitnice

$$(v) \qquad \varphi'_2 = (\beta\varrho'_2 + \alpha d)\,(c + \log v) + \alpha(b - a),$$

shodné se soustavou isoplét v_0. Velikost binární stupnice (n, v) volme

$$n = 1{,}0;$$

$$\varrho'_2 = \frac{\alpha}{\beta}\,(1 - d) = 5 \text{ cm},$$

$$n = 1{,}4;$$

$$\varrho'_2 = \frac{\alpha}{\beta}\,(1{,}4 - d) = 10 \text{ cm},$$

odkud plyne

$$\alpha : \beta = 12{,}5 \text{ cm}; \qquad d = 0{,}6.$$

Přímou isoplétu $v = 10^{-c}$ položme do polární osy $\varphi' = 0$, takže $a = b$. Volme c tak, aby krajní isopléty

$$v = 20\,;$$

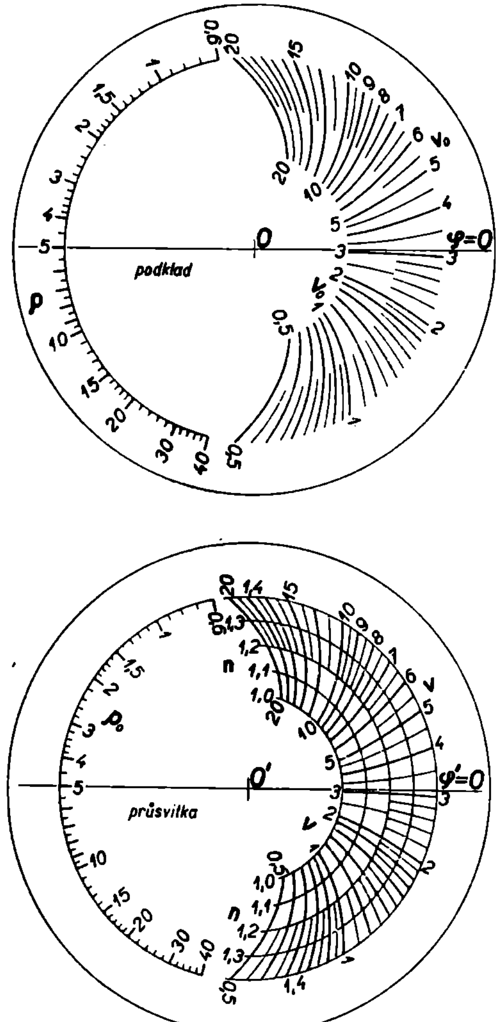
$$\varphi'_2 = (\beta\varrho'_2 + 0{,}6\alpha)\,(c + \log 20)$$

$$v = 0{,}5;$$

$$\varphi'_2 = (\beta\varrho'_2 + 0{,}6\alpha)\,(c + \log 0{,}5)$$

byly přibližně souměrně položené k přímé isoplétě $v = 10^{-c}$ na ose $\varphi' = 0$, takže

$$-c = \log \sqrt{0{,}5 \, . \, 20} \approx \log 3{,}1.$$



Obr. 12. Nomogram funkce $pv^n = p_0 v_0^{\,n}$ ve tvaru rotačního počítacího pravítka (asi v ¼ velikosti uvedené v textu).

Volme dále $a = b$ tak, aby každá ze stupnic (p_0) a (p) byla přibližně souměrně položená vzhledem k paprsku $\varphi' = \pi$ resp. $\varphi = \pi$

$$\alpha(\log 40 + b + \log 0{,}6 + b) = 2\pi$$

$$-b = \log \sqrt{0{,}6 \,.\, 40} - \frac{\pi}{\alpha} \approx \log 5 - \frac{\pi}{\alpha}.$$

α volme tak, aby stupnice (p_0) nezasahovala do stupnice (n, v)

$$\alpha(\log 40 - \log 0{,}6) + 1{,}4\alpha(\log 20 - \log 0{,}5) \leqq 2\pi,$$
$$\alpha \leqq 1{,}54.$$

Volme tedy $\alpha = 1{,}5$. Odtud plyne $\beta = 0{,}12$, takže také úhel ω tečen krajních isoplét v s průvodičem

$$\cotg \omega = \frac{1}{\varrho'_2} \cdot \frac{d\varrho'_2}{d\varphi'_2} = \frac{1}{\beta(\log 20 - \log 3{,}1)} \geqq 1{,}04$$

nepřestoupí 44°. Isopléty v a n se pak neprotínají pod úhlem ostřejším než 46°.

Stupnice (p) se nalézá na kružnici o poloměru $k = 10$ cm. Rektifikujeme-li ji na tečnu kružnice, obdržíme na ní logaritmickou stupnici o mod. $k\alpha = 15$ cm, se stejnou kótou v dotyčném bodě, jakou má tento bod v (p). Provedeme-li tuto rektifikaci známým způsobem přibližně[7]) promítnutím z bodu $\varphi = 0$, $\varrho = 2k = 20$ cm na tečnu v bodě $p = 5$, který jsme zvolili na $\varphi = \pi$, obrácením této konstrukce můžeme naopak přibližně sestrojiti vhodně dlouhý úsek stupnice (p) jako průmět takové logaritmické stupnice. Další úseky stupnice (p) přibližně sestrojujeme stejným způsobem promítáním téže logaritmické stupnice na některé jiné tečně kružnice, jejíž dotykový bod vhodně zvolíme v prvém, již sestrojném úseku stupnice (p) atd.

K přesnému sestrojení stupnice (p) bylo by však výhodné použíti polárního koordinátografu, jakého používají zeměměřičtí inženýři k vynášení svých měření (na př. tachymytrických) na papír.

Stupnice (p_0) jest shodná s (p) a sestrojuje se právě tak. Rovněž isopléty (v) vytínají na kružnicích (n) takové stupnice. Sestrojíme-li tyto stupnice na jednotlivých isoplétách (n), spojením stejně kóto-

---

[7]) V. Hruška: Konstrukce omezenými prostředky a geometrické aproximace, str. 50 (sv. 7. sbírky Cesta k vědění, Praha 1940).

vaných bodů těchto stupnic dostaneme isopléty (v). Isopléty (v_0) sestrojujeme právě tak jako isopléty (v), s nimiž jsou shodné.

1,9. Kdyby obě roviny neměly vzájemně žádný stupeň volnosti, bylo by trvale v (1,81)

$$\psi = \alpha - \alpha' = f_7 + f_8 \equiv 0$$

a v (1,21)

$$M = f_{5,6}, \quad N \equiv g_{5,6}.$$

Nomogram by se stal obyčejným průsečíkovým nomogramem rovnice

$$F(f_{5,6}, g_{5,6}; z_9) = 0,$$

která by byla rovnicí mezi 3 proměnnými z_5, z_6 a z_9.