

Matematika v proměnách věků. II

Jan Preclík

Počítače: cesta od starověku do konce 19. století

In: Jindřich Bečvář (editor); Eduard Fuchs (editor); Matematika v proměnách věků. II. (Czech). Praha: Prometheus, 2001. pp. 81–105.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/402126>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

POČÍTAČE

CESTA OD STAROVĚKU DO KONCE 19. STOLETÍ

JAN PRECLÍK

1. Úvod

Než vzniklo zařízení dnes nazývané počítač, bylo nutno ujit dlouhou cestu, kterou se v tomto textu pokusíme čtenáři přiblížit. Budeme sledovat pouze hlavní mezníky na této cestě plné odboček a slepých uliček – zmiňovat se budeme především o zařízeních, jejichž tvůrci přišli s nějakou novou myšlenkou. Jakmile byl příslušný princip poprvé použit, vznikalo velké množství napodobenin, lišících se často pouze v nepodstatných technických detailech.

Slovo počítač je v současné době velmi často používané, ale podat přesnou definici tohoto pojmu není tak jednoduché. Proto si nejprve ujasníme, co budeme nazývat počítačem, co mechanickým počítačím strojem a co početní pomůckou.

Počítačem budeme nazývat zařízení, které splňuje následující podmínky:

- Provádí výpočty (početní úkony).
- Početní úkony provádí digitálně (tím eliminujeme analogová zařízení, jako je např. logaritmické pravítko nebo analogové počítače).
- Provádí celý početní úkon, tj. není to jen pomůcka pro lidskou paměť (jako je například abakus nebo Napierovy kosti).
- Pracuje „samostatně“ – podle předem zadaného programu a bez asistence člověka dokáže rozhodnout, jak v daném okamžiku pokračovat (tuto podmínku nesplňují neprogramovatelné kalkulačky, které sice počítají, ale postup výpočtu řídí člověk).

Početní pomůcky z uvedených podmínek nesplňují třetí a čtvrtou podmínku, analogová zařízení nesplňují podmínku druhou.

Mechanické počítačící stroje splňují pouze první tři uvedené podmínky.

2. Početní pomůcky

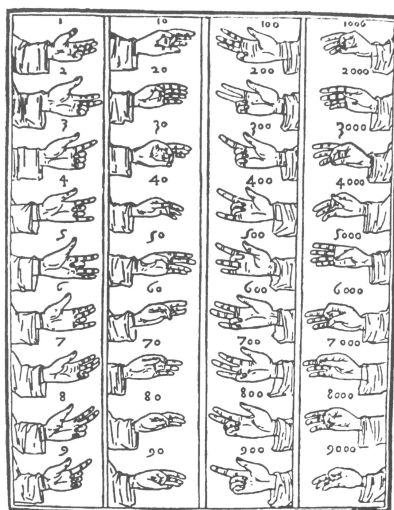
Pro početní pomůcky je charakteristické, že všechnu práci při výpočtu provádí člověk. Pomůcka slouží např. pouze k zapamatování si okamžitého stavu výpočtu.

2.1 Počítání na prstech

Nejstarší početní pomůckou byly pravděpodobně *lidské prsty*.

Nejprve se na prstech počítalo tak, jako i dnes počítají malé děti – počet vztyčených prstů určoval dané množství.

Později se množství začalo vyjadřovat různými pozicemi prstů. Tímto způsobem bylo možno vyjádřit i dosti velká čísla. První dochované zmínky o tomto systému pocházejí z pátého století př.n.l. z tehdejšího Řecka. Systém vyjadřování čísel pozicemi prstů byl přiveden k dokonalosti ve středověku – na prstech obou rukou bylo možno (kombinací pozic prstů uvedených na obr. 1) vyjádřit libovolné číslo až do 10 000.



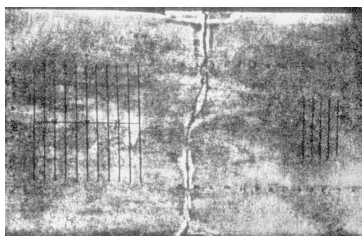
Obrázek 1: Počítání na prstech

2.2 Početní desky, abakus

Po objevu pozičního zápisu čísel se jako pomůcka pro počítání začaly používat tzv. *početní desky*. Nejprve to byly ploché kameny pokryté

pískem, ve kterém byly vyznačeny rýhy reprezentující jednotlivé řády (jednotky, desítky, stovky...). Do rýh se pokládaly kaménky nazývané *calculi* (zde je základ slova *calculus*, dnešního kalkulovat = počítat). Každý kamének znamenal jednu jednotku příslušného řádu.

Později byly desky vyráběny ze dřeva a dalších materiálů podléhajících zkáze. Nejstarší dochovaná deska (viz obr. 2), používaná Babyloňany, byla vyrobena z mramoru; pochází z období kolem roku 300 př.n.l. Obsahuje dvě sady svislých čar po deseti. Byla nalezena roku 1899 na ostrově Salamína.



Obrázek 2: Salamínská deska

Před rokem 1000 začal *Gerbert*, pozdější papež *Silvestr II.*, používat místo kamének značky (zvané *apices*), na nichž byly vyryty jednotlivé cifry. Značky se pokládaly do sloupců reprezentujících jednotlivé řády (viz obr. 3, reprezentace čísla 2074). Tento způsob počítání se však příliš nerozšířil.



Obrázek 3: Gerbertův „abakus“ (vlevo), liny (vpravo)

Z 15. století pochází jiná varianta početních desek – tzv. *liny* (viz obr. 3, reprezentace čísla 2074). Jednalo se o soustavu vodorovných čar odpovídajících jednotlivým řádům (jednotky dole). Na čáry se pokládaly kaménky nebo se na ně kreslily značky. Značka na čáře měla hodnotu jedné jednotky příslušného řádu, značka v mezeře mezi čarami měla

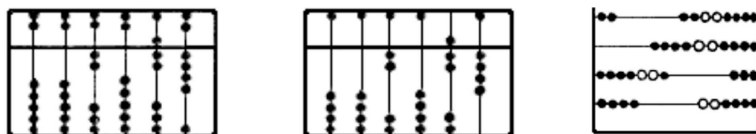
hodnotu pěti jednotek řádu určeného čarou pod ní. Na každé čáře mohly být nejvýše čtyři značky, v mezeře mezi čarami nejvýše jedna – jinak bylo nutno provést přenos do vyššího řádu.

Desky byly později nahrazeny obdélníkovým rámem, ve kterém byly na rovnoběžných drátcích (příp. žíních) navlečeny korálky (nebo pro-vrtnané kaménky, mušličky. . .). Korálky se mohly po drátcích volně po-souvat, pozice korálku na určitém drátu určovala číslici na této pozici v poziční soustavě. Toto zařízení se nazývá *abakus*, některé jeho vari-anty se používají dodnes. (Slovem abakus jsou často označovány i dříve popsané počtářské desky.)

Postupným vývojem vznikalo po celém světě velké množství variant abaku. Kolem roku 1200 vznikla v Číně (kde se abakus nazývá *suan-pan*) varianta označovaná jako $2/5$ a používaná dodnes – celý rám je rozdělen příčnou přepážkou na dvě nestejně části. V menší (horní) části jsou na každém drátu dva korálky, každý znamená pět jednotek. Ve větší (dolní) části je korálků pět a každý znamená jednu jednotku.

Kolem roku 1400 vznikla japonská varianta abaku označovaná $1/4$ a nazývaná *soroban*.

V Rusku se dodnes používá *sčot* – varianta abaku vzniklá v 17. století. Je založen na mírně odlišném principu – rám není rozdělen na dvě části. Počet jednotek příslušného řádu udává počet korálků přesunutých vlevo. Barevně odlišené korálky slouží pouze pro lepší orientaci.



Obrázek 4: Varianty abaku: zleva suan-pan (Čína), soroban (Japonsko), sčot (Rusko); nastaveno číslo 2074

2.3 Napierovy kosti (1617)

John Napier (1550–1617) byl skotský baron a matematik známý především objevem logaritmů. Zabýval se i tvorbou pomůcek usnadňujících počítání, které používal při sestavování prvních tabulek logaritmů. Jeho nejznámější pomůckou je sada hůlek zhotovených většinou z kostí nebo slonoviny a nazývaných *Napierovy kosti* nebo *Napierovy hůlky* (*Napier's*

bones, příp. *Napier's rods*). Jejich popis Napier poprvé uveřejnil roku 1617 v krátkém spisu *Rabdologiae Sev Numerationis per Virgulas*. Myšlenka pochází z pravděpodobně indického algoritmu pro násobení, který se ve středověku rozšířil mimo jiné i do Itálie, kde byl pojmenován *gelosia*.

Základem algoritmu gelosia je čtvercová síť, ve které je každé políčko úhlopříčně rozděleno. Cifry prvního činitele napíšeme do záhlaví sloupečků (zleva doprava), cifry druhého činitele píšeme vpravo vedle každé řádky (shora dolů).

Postupně násobíme každé číslo ve sloupci číslicí v daném řádku a výsledky zapisujeme do příslušných políček (desítky nad diagonálu, jednotky pod ni). Výsledek násobení získáme tak, že sečteme čísla v jednotlivých diagonálách – začneme v pravém dolním rohu a pokud je součet v diagonále větší než 9, zapíšeme pod diagonálu pouze číslici na místě jednotek a číslici na místě desítek přičteme k následující diagonále nalevo – provedeme přenos do vyššího řádu. Cifry výsledku čteme shora dolů a poté zleva doprava.

Příklad: $475 \times 27 = 12825$, postup výpočtu viz obr. 5.

| | | | | |
|----------|---|---|---|---|
| | 4 | 7 | 5 | |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 2 |
| 2 | 2 | 4 | 3 | 7 |
| | 8 | 2 | 5 | |

Obrázek 5: Algoritmus gelosia

Napierovy kosti jsou skupinou hůlek představujících všechny možné sloupečky, které se při násobení mohou vyskytnout v tabulce popsané výše – viz obr. 6.

Při výpočtu předchozího příkladu ze sady hůlek vybereme hůlky nadepsané 4, 7 a 5 a položíme je vedle sebe. Zajímat nás budou ty řádky, které odpovídají násobení 2 a 7 (druhý a sedmý řádek). Tyto částečné výsledky si poznamenejme stranou (případně už můžeme sečíst příslušné dvojice sousedních čísel) a dále postupujeme stejně jako u popsání algoritmu gelosia.

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 0/0 | 0/1 | 0/2 | 0/3 | 0/4 | 0/5 | 0/6 | 0/7 | 0/8 | 0/9 |
| 0/0 | 0/2 | 0/4 | 0/6 | 0/8 | 1/0 | 1/2 | 1/4 | 1/6 | 1/8 |
| 0/0 | 0/3 | 0/6 | 0/9 | 1/2 | 1/5 | 1/8 | 2/1 | 2/4 | 2/7 |
| 0/0 | 0/4 | 0/8 | 1/2 | 1/6 | 2/0 | 2/4 | 2/8 | 3/2 | 3/6 |
| 0/0 | 0/5 | 1/0 | 1/5 | 2/0 | 2/5 | 3/0 | 3/5 | 4/0 | 4/5 |
| 0/0 | 0/6 | 1/2 | 1/8 | 2/4 | 3/0 | 3/6 | 4/2 | 4/8 | 5/4 |
| 0/0 | 0/7 | 1/4 | 2/1 | 2/8 | 3/5 | 4/2 | 4/9 | 5/6 | 6/3 |
| 0/0 | 0/8 | 1/6 | 2/4 | 3/2 | 4/0 | 4/8 | 5/6 | 6/4 | 7/2 |
| 0/0 | 0/9 | 1/8 | 2/7 | 3/6 | 4/5 | 5/4 | 6/3 | 7/2 | 8/1 |

Obrázek 6: Sada Napierových hůlek

Existovaly i speciální hůlky určené pro výpočty druhých a třetích odmocnin – více viz [8], str. 85.

Nevýhodou Napierových hůlek je to, že si musíme někde poznamenávat mezivýsledky násobení a při sčítání pamatovat na případné přenosy z jedné diagonály do další.

První nevýhodu se pokusil odstranit sám Napier pomocí zařízení nazvaného *Multiplicationis Promptuarium*, což byla sada hůlek dvou druhů. Hůlky prvního druhu byly obdobou popsaných Napierových hůlek. Hůlky druhého druhu se pokládaly přes vybrané hůlky prvního druhu a obsahovaly otvory, kterými bylo vidět jen potřebné mezivýsledky násobení. Celé zařízení bylo velmi náročné na výrobu, a proto se nerozšířilo.

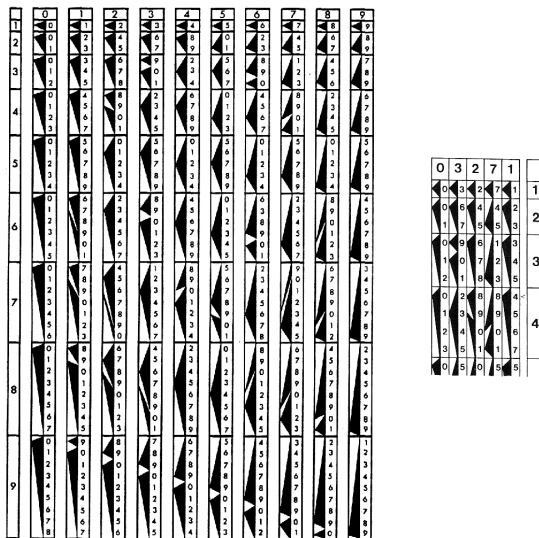
2.4 Genaille–Lucasovy hůlky (1891)

Druhá popsaná nevýhoda Napierových hůlek byla odstraněna až roku 1891, kdy francouzský železniční inženýr *Henry Genaille* vyřešil problém, který poprvé nadnesl roku 1885 *Edouard Lucas* – jak modifikovat Napierovy hůlky, aby při sčítání mezivýsledků nebylo nutno provádět přenosy z jedné diagonály do další.

Kompletní sadu *Genaille–Lucasových hůlek* vidíme na obr. 7.

Příklad: 3271×4 vypočítáme tak, že vezmeme hůlky nadepsané 3, 2, 7 a 1, položíme je vedle sebe a před ně ještě položíme hůlku pro 0 (viz obr. 7). Protože násobíme číslem 4, začneme ve čtvrté sekci úplně napravo a postupujeme podle šipek doleva – ihned přečteme výsledek 13084.

Obdobná sada hůlek existovala i pro dělení.



Obrázek 7: Úplná sada Genaille–Lucasových hůlek pro sčítání (vlevo), postup výpočtu $3271 \times 4 = 13084$ (vpravo)

V době svého vzniku byly Genaille–Lucasovy hůlky chápány spíše jako matematická hříčka, neboť už byly k dispozici mechanické násobící kalkulátory.

2.5 Logaritmické pravítko (1621)

Anglický matematik *William Oughtred* (1575–1660) sestrojil roku 1621 zařízení nazvané „*Circles of Proportion*“, které je předchůdcem dnešního logaritmického pravítka. Jednalo se o dva soustředné kruhy (větší a menší) uprostřed spojené, které se mohly navzájem otáčet. Na okrajích kruhů byly naneseny logaritmické stupnice. Díky logaritmům bylo možno obtížnější operace násobení a dělení převést na jednodušší sčítání a odčítání.

Později (pravděpodobně kolem roku 1650) sestrojil Oughtred i „lineární“ verzi logaritmického pravítka, bližící se jeho dnešní podobě (mezi dvěma pevnými stupnicemi byla třetí pohyblivá).

Kolem roku 1850 opatřil francouzský vojenský úředník *Amedee Mannheim* (1831–1906) „lineární“ logaritmické pravítko běžcem, který se mohl po stupnicích posouvat a umožňoval provádět i složitější operace.

Logaritmické pravítko bylo hlavním nástrojem inženýrů v 19. a v první polovině 20. století i později. Umožňovalo počítat s přesností až na tři desetinná místa, tato přesnost pro většinu praktických aplikací postačovala. V oblastech, kde bylo nutno počítat přesně (např. v účetnictví), nebylo možno logaritmické pravítko použít.



Obrázek 8: „Moderní“ logaritmické pravítko



Obrázek 9: „Kruhové“ logaritmické pravítko (původem ze Sovětského svazu)

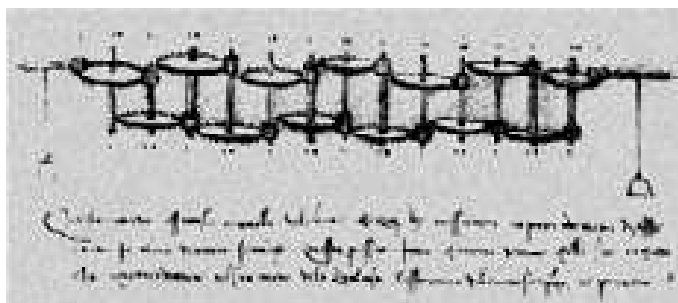
3. Mechanické počítací stroje

Mechanické počítací stroje na rozdíl od početních pomůcek už některé kroky výpočtu (např. přenosy do vyšších řádů) provádějí samostatně, ale postup výpočtu stále řídí člověk.

Jedním z hlavních problémů, se kterým se museli tvůrci mechanických počítacích strojů vypořádat, byla automatizace přenosů do vyšších řádů při sčítání mezivýsledků. Dalším problémem byla nezkušenost tehdejších řemeslníků s jemnou mechanikou a neznalost potřebných technologií.

3.1 Leonardo da Vinci (cca 1500)

Náčrtek konstrukce pravděpodobně prvního mechanického kalkulátoru (viz obr. 10) lze nalézt v zápiscích všestranného italského umělce a vědce *Leonarda da Vinci* (1452–1519).



Obrázek 10: da Vinciho náčrtek mechanického kalkulátoru

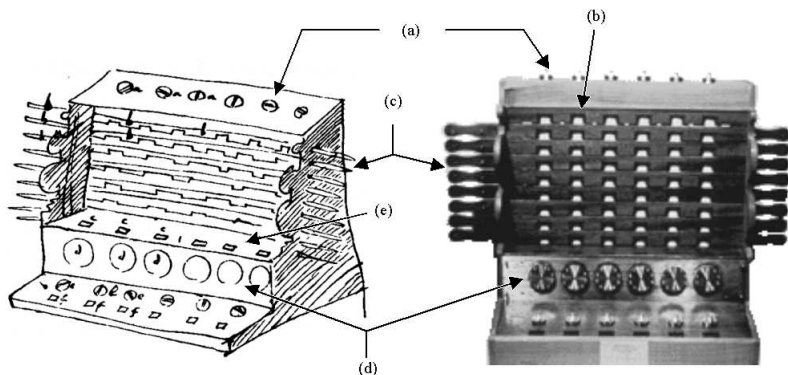
Podle tohoto náčrtku byl v sedmdesátých letech 20. století vyroben funkční model. V době Leonarda da Vinciho však pravděpodobně nebyla k dispozici technika potřebná pro jeho výrobu.

3.2 První mechanický kalkulátor (1623)

Wilhelm Schickard (1592–1635), profesor na univerzitě v Tübingenu, sestrojil na popud svého přítele Johanna Keplera první mechanický počítací stroj. Nazýval se „*Calculating Clock*“ a byl schopný násobit a dělit nejvýše šestimístná čísla.

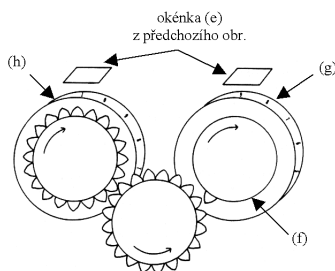
Vrchní část stroje (viz obr. 11) obsahovala Napierovy hůlky v podobě válečků (resp. válečky, na nichž byly po stranách vyryty Napierovy hůlky). Otáčením koleček (a) v horní části bylo možno na dané pozici nastavit libovolnou hůlku. Cifra (= číslo hůlky) se objevila v okénku (b). Takto se nejprve nastavily všechny cifry prvního činitele. Poté se násobilo postupně jednotlivými ciframi druhého činitele. Postupně se odkrývala (povytažením „šoupátka“ (c) odpovídajícího dané cifře) příslušná okénka a v nich se zobrazovaly mezivýsledky násobení. Mezivýsledky byly přičítány k akumulátoru otáčením druhé sady koleček (d) v dolní části stroje. Výsledek (resp. číslo nastavené v akumulátoru) se zobrazoval v okénkách (e).

Přenosy do vyššího řádu při přičítání mezivýsledků k akumulátoru byly řešeny pomocí ozubeného kola (f) s jediným zubem (viz obr. 12).



Obrázek 11: Schickardův mechanický kalkulátor, Schickardova skica (vlevo), rekonstrukce stroje (vpravo)

Toto kolo bylo připojeno ke kolečku (g) zobrazujícímu cifru v akumulátoru na dané pozici. Při otočení kola (f) o celou otočku tento jeden zub o jednu pozici pootočil ozubené kolo (h) příslušející nejbližšímu vyššímu řádu.



Obrázek 12: Přenosový mechanismus Schickardova stroje

I když toto řešení vypadá velmi jednoduše a funkčně, je zde několik technických problémů. Největším problémem je realizace přenosů přes více řádů (např. při výpočtu $499\,999 + 1$), kdy pootočení kola řádu jednotek způsobí pomocí popsaného mechanismu pootočení všech kol v akumulátoru o jednu pozici. K tomu je potřeba velké síly a hrozí nebezpečí poškození jemné mechaniky. To byl pravděpodobně důvod, proč Schickardův stroj počítal nejvýše s šestimístními čísly, i když při astro-

nomických výpočtech se určitě používala čísla větší.

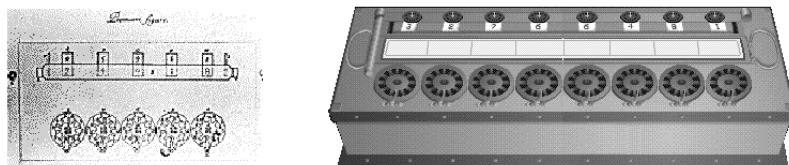
„Přetečení“ akumulátoru (přenos z nejvyššího řádu) bylo indikováno zazvoněním zvonečku.

Schickard údajně sestrojil několik exemplářů svého stroje, ale žádný se nedochoval. Plány stroje byly ztraceny během třicetileté války, roku 1935 byly objeveny a v průběhu druhé světové války opět ztraceny, aby mohly být opět objeveny roku 1956. Roku 1960 profesor Bruno Baron z Tübingenu Schickardův stroj podle dochovaných materiálů zrekonstruoval a potvrdil, že opravdu fungoval.

3.3 První dochovaný mechanický automatický kalkulátor (1642)

Francouzský matematik a filosof *Blaise Pascal* (1623–1662) za svůj život navrhl a vyrobil (nebo nechal vyrobit) na 50 různých mechanických početních strojů. Některé fungovaly, jiné ne. Všechny byly založeny na podobném principu, jako jeho první sčítačka nazývaná „*Pascaline*“, kterou ve svých 18-ti letech navrhl, aby pomohl svému otci, daňovému kontrolorovi, při sčítání dlouhých sloupců čísel.

Pascaline uměla sčítat a odčítat nejvýše osmiciferná čísla. Byla to dřevěná skříňka s osmi koly na vrchní straně (každé kolo pro jeden řád). Nad koly byla okénka, ve kterých se zobrazovaly číslice výsledku (viz obr. 13).



Obrázek 13: Pascalův náčrtek (vlevo), rekonstrukce stroje (vpravo)

Pro přičtení např. čísla 40 k akumulátoru (tj. k číslu, které bylo na Pascaline nastavené) bylo třeba zasunout tyčinku do otvoru označeného 4 na příslušném ozubeném kole (na pozici desítek) a otočit kolem, až se narazilo na zarážku. Vždy se postupovalo zprava doleva – od jednotek k vyšším řádům.

V okénkách pro zobrazení výsledků se zobrazovaly jak cifry čísla, tak jejich desítkové doplňky. Některé stroje měly posuvnou lištu zakrývající

nepotřebné údaje. Důvodem bylo to, že ozubenými koly bylo možno otáčet pouze v jednom směru, a tak se při odčítání muselo postupovat dosti komplikovaně.

Příklad 453 – 17 se vypočítal takto: Na akumulátoru se nejprve v té části, kde se zobrazovaly doplňky, nastavilo číslo 453 (tj. ve skutečnosti bylo nastaveno číslo 657). Poté se číslo 17 přičetlo k akumulátoru a výsledek výpočtu 436 bylo opět nutno přečíst v části pro zobrazení doplňků. První varianty Pascaline ještě desítkové doplňky nezobrazovaly, a tak se při odčítání musely cifry menšence nejprve převést na desítkové doplňky, menšitel se přičetl a cifry výsledku se opět převedly zpět na doplňky.

Mechanismus přenosů do vyšších řádů byl zcela odlišný od Schickardova – Pascal použil závaží. Ke každému kolu zobrazujícímu výsledky bylo připojeno závaží. Když se kolo otáčelo, závaží bylo výstupky na kole zvedáno. Při otočení kola z 9 na 0 se závaží uvolnilo a svojí vahou pootočilo kolo na vyšším řádu o jednu pozici. Tím byla odstraněna nevýhoda Schickardova řešení, kdy k přenosu přes více řádů bylo potřeba velké síly a hrozilo poškození mechaniky.

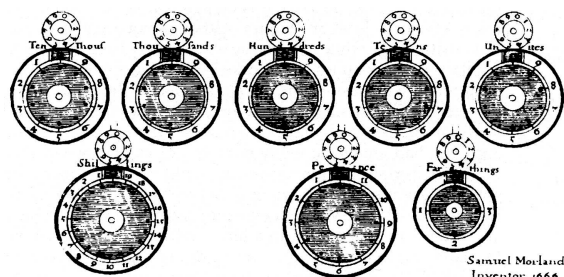
Pascal se pokusil svůj stroj komerčně prodávat, údajně se prodalo 10–15 strojů, z nichž některé se zachovaly dodnes.

3.4 Samuel Morland (1673)

Sir *Samuel Morland* (1625–1695) byl nejprve sekretářem Olivera Cromwella a později vrchním mechanikem na dvoře anglického krále Karla II. Vymyslel a sestrojil dva druhy počítacích strojů – jednoduchou sčítačku a stroj pro násobení založený na myšlence Napierových kostí. Oba stroje byly vymyšleny už kolem roku 1666, ale teprve roku 1673 publikoval Morland jejich popis.

První sčítací stroj byl určen především pro počítání s anglickou měnou, ale bylo na něm také možno sčítat libovolná nejvýše pětimístná čísla. Konstrukce stroje byla velmi jednoduchá – byla to malá krabička, která se vešla do kapsy. Na horní straně byly dvě řady kruhových číselníků (horní řada sloužila pro počítání s čísly v desítkové soustavě, spodní pro počítání s anglickou měnou). Viz obr. 14.

Pro přičtení čísla 3 k obsahu akumulátoru se do příslušného číselníku (v tomto případě číselníku na pozici jednotek) zastrčila tyčinka do otvoru označeného 3 a číselníkem se otočilo ve směru hodinových ručiček tak, aby se tyčinka ocitla na vrcholu číselníku. Nad číselníky byla okénka, ve kterých se zobrazovaly číslice výsledku.



Obrázek 14: Dobová rytina Morlandovy sčítačky



Obrázek 15: Morlandův disk pro číslo 3

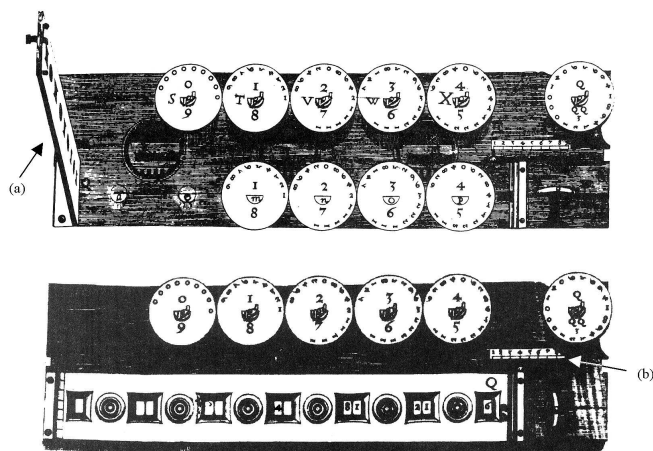
Zařízení nemělo automatizované přenosy, místo toho bylo nad každým číselníkem malé kolečko pro evidenci přenosů. Když se číselník přetočil z 9 na 0, jedním zubem toto malé kolečko pootočil o jednu pozici. Po ukončení výpočtu bylo nutno hodnoty nastavené na těchto pomocných kolečkách ručně přičíst k ciferníkům nalevo od nich.

Druhý stroj určený pro násobení byl založen na myšlence Napierových hůlek, které byly vyryty na kovových discích tak, že číslice výsledku byly umístěny na opačných koncích diagonály. Uprostřed disku bylo číslo Napierovy hůlky. Obrázek č. 15 ukazuje disk pro číslo 3.

Násobení jednociferným číslem se provádělo tak, že se disky reprezentující jednotlivé cifry čísla umístily na kolíčky (obr. 16, číslo 1234), překryly se kovovým pásem (a) s okénky a poté se otáčelo všemi disky najednou tak dlouho, až ukazatel (b) ukazoval na číslo, kterým se násobilo (číslo 4). Cifry výsledku se získaly sečtením dvojic čísel v každém okénku ($4 + 0 = 4$, $8 + 1 = 9$, $2 + 1 = 3$, $6 -$ výsledek je 4936).

3.5 Univerzální počítací stroj (1674)

Jakmile se *Gottfried Wilhelm Leibniz* (1646–1716) dozvěděl o Pascalově počítacím stroji, požádal svého přítele v Paříži o bližší informace.



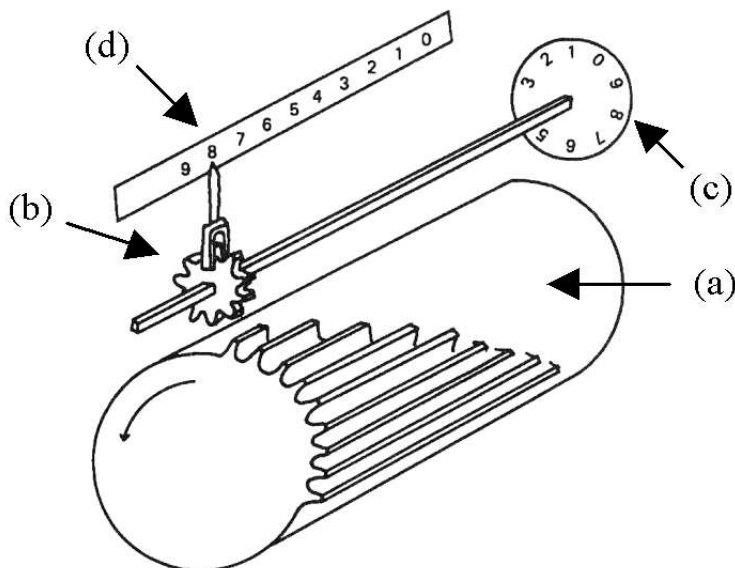
Obrázek 16: Morlandův násobící stroj, dobová rytina – výpočet $1\,234 \times 4$

Leibniz se poté pokusil sestavit zařízení, které by se postavilo na Pascaline a rozšířilo její počtářské možnosti o násobení a dělení. Protože pravděpodobně (alespoň zpočátku) nepochopil správně princip, jak se s Pascaline pracovalo, jeho zařízení bylo nefunkční a Leibniz se dále touto myšlenkou nezabýval.

Svoje další stroje založil Leibniz na zcela odlišné myšlence – používal válec se stupňovitým ozubením (*stepped drum*), známý také jako *Leibnizovo kolo*. Jeden z prvních strojů (zvaný „*Stepped Reckoner*“) uměl sčítat a násobit, detail konstrukce je na obr. 17. Základem je Leibnizovo kolo (a) s devíti až žádným zubem, nad kterým je malé ozubené kolečko (b) s 10 zuby. Toto kolečko lze posouvat po tyči se čtvercovým průřezem, která je připojena ke kotouči (c) s číslicemi 0–9. Tento kotouč ukazuje číslici, která je nastavena na dané pozici v akumulátoru. Kolečko (b) lze po tyči posunout do jedné z desíti pozic, ukazatel na stupnici (d) indikuje, ve které pozici se kolečko nachází (a do kolika zubů válce zapadá).

K přičtení např. čísla 4 k akumulátoru je třeba nastavit kolečko (b) tak, aby ukazatel na stupnici (d) ukazoval na 4. Poté se otočí válcem (a) o jednu otočku. Protože válec má na té pozici, kde je umístěno kolečko (b), čtyři zuby, bude celá tyč a k ní připojený kotouč otočen o čtyři pozice, tj. k danému řádu se přičtou čtyři jednotky.

Leibnizův stroj měl osm takovýchto propojených zařízení. Na každé



Obrázek 17: Leibnizovo kolo – detail konstrukce stroje

z osmi stupnic se nastavila cifra čísla, které mělo být přičteno k akumulátoru, a pak se pomocí kliky otočilo všemi osmi válci naráz. Tím bylo nastavené číslo přičteno k akumulátoru. Pro vynásobení nastaveného čísla např. šesti (resp. pro přičtení šestinásobku čísla k akumulátoru) bylo nutno otočit klikou šestkrát.

Problém s přenosy do vyššího řádu se Leibnizovi podařilo vyřešit jen zčásti – pouze pro přenosy mezi dvěma sousedními řády.

Při praktické realizaci svých myšlenek narážel Leibniz (podobně jako ostatní konstruktéři počítačích strojů) na problémy se špatným materiálem a nezkušeností tehdejších řemeslníků s jemnou mechanikou. Až roku 1674 se Leibnizovi s pomocí pařížského hodináře M. Oliviera podařilo sestrojít funkční exemplář stroje.

Leibnizův stroj se nazývá univerzální proto, že jako první realizoval obě operace – sčítání i násobení – pomocí jednoho mechanismu.

3.6 Další mechanické počítačící stroje

René Grillet, pravděpodobně francouzský hodinář, publikoval roku 1678 krátký popis svého stroje zvládajícího všechny aritmetické operace.

Snažil se uchovat detaily konstrukce stroje v tajnosti, údajně kombinoval myšlenky Pascalovy s Napierovými hůlkami ve tvaru válců. Nákresy ani stroj se nedochovaly.

Charles Earl Stanhope sestrojil roku 1775 násobící stroj podobný Leibnizovu. Jeho stroj opravdu násobil a byl to první mechanický stroj, který násobil bez problémů včetně automatizace přenosů.

Mathieus Hahn sestrojil nezávisle na Stanhopeovi násobící kalkulátor roku 1776.

Francouz *Charles Xavier Thomas de Colmar* (1785–1870) vytvořil na základě Leibnizova mechanismu kolem roku 1820 stroj zvaný „*Ari-thmometer*“, první masově prodávaný mechanický kalkulátor. Stroj se úspěšně prodával až do první světové války.

4. Stroje řízené programem (programové řízení)

Mechanické počítací stroje zmíněné v předchozí kapitole sice prováděly výpočty, ale postup výpočtu určoval člověk (obstarával řízení), to znamená, že určoval každý krok výpočtu.

Prvními mechanickými stroji řízenými programem byly pravděpodobně nejrůznější hrací skříňky vyráběné už ve 14. století. Hudební skladba byla zaznamenána nejčastěji v podobě válečků nebo kotoučů, které se otáčely a výstupky na nich brnkaly na příslušné struny. Tyto skříňky se „programovaly“ tak, že se vyměnil váleček a mohla se hrát jiná skladba.

4.1 Děrná páska (1724)

První praktickou aplikací programového řízení je pravděpodobně *tkalcovský stav řízený děrnou páskou*, na které byly zakódovány tkané vzory. Autorem tohoto řešení je *B. Bouchon*.

4.2 Jacquardův tkalcovský stav (1804)

Bouchonovu myšlenku zdokonalil roku 1804 francouz *Joseph–Maria Jacquard* (1752–1834), který k řízení tkalcovského stavu použil děrné štítky. *Jacquardův stav* způsobil doslova revoluci ve francouzském textilním průmyslu (roku 1812 se používalo 11 000 těchto stavů).

4.3 Diferenční stroje

V 18. století bylo jak násobení a dělení, tak výpočty hodnot logaritmů a trigonometrických funkcí velmi zdlouhavé a pracné, a tak bylo

v oblíbené vydávání tabulek. Bylo běžné, že vědec té doby měl ve své knihovně přes 150 svazků takovýchto tabulek.

Tabulky byly sestavovány ručně, což bylo zdrojem mnoha chyb. Další chyby vznikaly při jejich sazbě a tisku. Navíc se ukazovalo, že zdánlivě nezávisle vytvořené tabulky obsahují stejné chyby, takže mnohdy správnost výsledku nezaručilo ani porovnání hodnot uvedených v několika tabulkách.

4.4 Myšlenka diferenčního stroje (1786)

Z konce 18. století pochází myšlenka *diferenčního stroje* – stroje určeného k výpočtům a tisku tabulek hodnot funkcí. S touto myšlenkou přišel pravděpodobně jako první roku 1786 *J. H. Müller*, který však nesehnal dostatek financí k její realizaci.

Metoda diferencí slouží k výpočtu hodnot polynomu v daných (pravidelně vzdálených) bodech. Výhodou metody je, že vystačí pouze s operací sčítání (není potřeba násobit ani dělit). Základem metody je výpočet rozdílů (diferencí) mezi funkčními hodnotami ve dvou po sobě jdoucích bodech. Tento postup je případně nutno několikrát opakovat (počítat difference diferencí), až dospějeme ke konstantní diferencí.

Příklad: $f(x) = 2x + 5$

| | | | | | | | | | | | |
|------------------|---|---|---|---|----|---|----|---|----|--|----|
| x | 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | 5 | | 6 |
| $f(x)$ | 7 | | 9 | | 11 | | 13 | | 15 | | 17 |
| diference 1.řádu | + | 2 | + | 2 | + | 2 | + | 2 | 2 | | 2 |

Vidíme, že v tomto případě je difference prvního řádu konstantní, stačí tedy vypočítat $f(1)$ a pro výpočet dalších funkčních hodnot vystačíme pouze s přičítáním difference. (Postup výpočtu je naznačen šipkami.)

Příklad: $f(x) = x^3 + 3x^2 + 4$

| | | | | | | | | | | | | | |
|----------------------------|---|---|---|----|----|----|----|----|-----|----|-----|-----|-----|
| x | 0 | | 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | 5 | | 6 |
| $f(x)$ | 4 | | 8 | | 24 | | 58 | | 116 | | 204 | | 328 |
| diference 1.řádu (d_1) | | 4 | + | 16 | + | 34 | + | 58 | + | 88 | + | 124 | |
| diference 2.řádu (d_2) | 6 | | + | 12 | | 18 | | 24 | | 30 | | 36 | 42 |
| diference 3.řádu (d_3) | + | 6 | | + | 6 | | 6 | | 6 | | 6 | | |

Je zřejmé, že je-li funkce polynomem třetího stupně, bude konstantní až difference řádu třetího. Výpočet funkční hodnoty začíná „odzdola“,

tj. od difference nejvyššího řádu – označíme-li diferenci i -tého řádu d_i , potom lze algoritmus zapsat takto ($:=$ je přiřazovací příkaz):

| | |
|--------------|---|
| Inicializace | $d_3 := 6$ (konstantní) $d_2 := 6$ $d_1 := 4$ $f(1) := 8$ |
| 1. krok | $d_2 := d_2 + d_3 = 6 + 6 = 12$ $d_1 := d_1 + d_2 = 4 + 12 = 16$ $f(2) := f(1) + d_1 = 8 + 16 = 24$ |
| 2. krok | $d_2 := d_2 + d_3 = 12 + 6 = 18$ $d_1 := d_1 + d_2 = 16 + 18 = 34$ $f(3) := f(2) + d_1 = 24 + 34 = 58$ |
| 3. krok | $d_2 := d_2 + d_3 = 18 + 6 = 24$ $d_1 := d_1 + d_2 = 34 + 24 = 58$ $f(4) := f(3) + d_1 = 58 + 58 = 116$ |

Obecně platí, že u polynomu n -tého stupně bude konstantní až difference n -tého řádu.

Z nástinu algoritmu je vidět, že stačí, aby si diferenční stroj „pamatoval“ pouze poslední hodnoty diferencí každého řádu a poslední vypočtenou funkční hodnotu (předpokládáme, že ihned po výpočtu se funkční hodnota vytiskne).

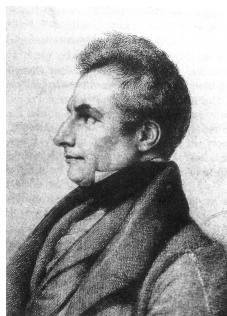
Tento postup lze aplikovat pouze na polynomy, např. hodnoty logaritmu takto vypočítat nelze. Ostatní funkce (nepolynomiální) je nutno na zvoleném intervalu nejprve s dostatečnou přesností aproximovat polynomem a poté počítat funkční hodnoty tohoto polynomu.

4.5 Babbageův diferenční stroj (1822)

Angličan *Charles Babbage* (1791–1871) je často nazýván „otcem“ moderních počítačů.

Babbage byl rozčarován spoustou chyb v tehdy dostupných matematických tabulkách. Dospěl k názoru, že chyby v tabulkách mají dvě příčiny – chyby počtářů při výpočtech a nepozornost při sazbě a tisku tabulek. Obě tyto příčiny se rozhodl odstranit vytvořením speciálního počítačového stroje, který by tabulky počítal i tiskl bez pomoci člověka. Od roku 1812 pracoval na vývoji tohoto stroje nazvaného „*Difference Engine*“, jehož základem byla již popsána metoda diferencí.

Roku 1822 byl hotov funkční prototyp schopný pracovat s šestimístními čísly a počítat funkční hodnoty polynomů s konstantní druhou diferencí (tj. polynomů nejvýše kvadratických).



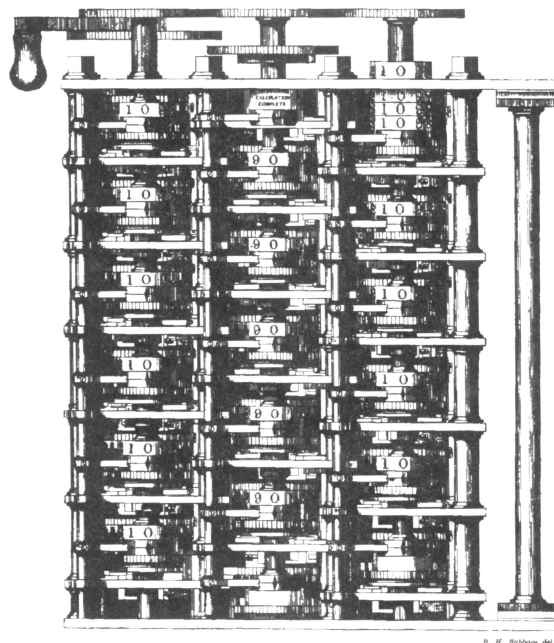
Charles Babbage (1791–1871)

Roku 1823 s finančními prostředky získanými od anglické vlády a s pomocí mechanika *Samuela Clementa* se Babbage pustil do konstrukce konečné verze stroje. „Difference Engine“ měl zabírat plochu celé místnosti, poháněn měl být parním strojem a pracovat měl s přesností 18 míst při konstantní šesté diferencí nebo s přesností na 30 míst pro konstantní diferencí třetího řádu.

Mechanická konstrukce stroje byla velmi složitá, pro výrobu některých součástí bylo nutno vyvinout specifické výrobní postupy. Základem stroje bylo sedm svislých tyčí, na každé bylo 18 kol. Na obvodu každého kola byly vyryty číslice 0 až 9. Na jedné tyči bylo tedy možno nastavit (pootočením kol) libovolné 18-ti místné číslo (jednotky na nejspodnějším kole). Prvních šest tyčí reprezentovalo hodnoty prvních šesti diferencí, poslední sloužila k uchování výsledku (funkční hodnoty). Také zde byl mechanismus pro realizaci přenosů. Za touto první sadou tyčí byla ještě jedna sada realizující diferencní algoritmus (tj. přičítání čísla nastaveného na jedné tyči k tyči následující).

Zařízení pro tisk výsledků bylo připojeno k sadě kol na poslední tyči reprezentující výsledek. Zařízení se skládalo z „kladívek“, na kterých byly symboly 0–9. Kladívka dopadala na měděný plát, do kterého „vy-máčkávala“ jednotlivé cifry výsledku. Tento plát se poté přímo používal pro tisk.

Roku 1842 byla veškerá vládní podpora pro konstrukci „Difference Engine“ zrušena (pro překročení rozpočtu i času a možná i z toho dů-



Obrázek 18: Rytina modelu části „Difference Engine“

vodu, že Babbage trávil příliš mnoho času vymýšlením svého „Analytical Engine“, o němž se zmíníme dále), a tak stroj zůstal nedokončen.

4.6 Další diferenční stroje

Švéd *George Scheutz*, inspirován krátkým popisem Babbageova „Difference Engine“, začal od roku 1837 pracovat na svém vlastním diferenčním stroji odlišné konstrukce. S pomocí syna Edvarda se Scheutzovi podařilo roku 1843 sestrojít funkční stroj pracující s pětimístnými čísly a konstantní třetí diferencí. Roku 1853 byla (s finanční podporou vlády) sestrojena konečná funkční verze stroje nazvaného „*Tabulating Machine*“ (počítala hodnoty funkcí s konstantní čtvrtou diferencí s přesností na 15 cifer a přímým tiskem výsledků). Výrazným vylepšením stroje bylo, že mohl pracovat jak v desítkové, tak v šedesátkové soustavě, což bylo výhodné pro výpočty tabulek týkajících se stupňů nebo jednotek času.

První „*Tabulating Machine*“ byla prodána do New Yorku na „Dudley Observatory“, kde se však díky organizačním neshodám příliš nepouží-

vala a nakonec skončila v muzeu. Druhý vyrobený stroj zakoupila britská vláda a používala ho dlouho a úspěšně pro výpočet pojišťovacích tabulek.

Podobně jako Scheutz se i Angličan *Alfred Decon* pokusil vytvořit svůj vlastní diferenční stroj, zůstalo však pouze u modelu.

Švéd *Martin Wiberg* upravil Scheutzův diferenční stroj tak, aby zredukoval jeho velikost a váhu. Tímto strojem vypočítal a poté roku 1875 publikoval tabulky logaritmů čísel od 1 do 100 000 na sedm míst spolu s logaritmy trigonometrických funkcí.

Francouzský mechanik *Léon Bollée* roku 1887 (ve věku 18 let) vytvořil první stroj, který přímo násobil (místo toho, aby násobení převáděl na opakované sčítání). V jeho pozůstalosti byly nalezeny plány diferenčního stroje pracujícího až s 27 úrovněmi diferencí.

4.7 Analytical Engine (1833)

Již zmiňovaný Charles Babbage se už v průběhu práce nad svým „Difference Engine“ zabíral myšlenkou na mnohem dokonalejší stroj, později nazvaný „*Analytical Engine*“ („*Analytický stroj*“).

Prvotní Babbageovou myšlenkou (kolem roku 1834) bylo, zda by nebylo užitečné, aby výsledek výpočtu diferenčního stroje ovlivňoval poslední diferencí (která by tedy už nebyla konstantní). Díky tomu by bylo možno počítat i tabulky funkcí, které nemají analytické vyjádření. Za tímto účelem změnil Babbage uspořádání první řady svislých tyčí ve svém „Difference Engine“ do kruhu tak, aby výsledek na sedmé tyči (funkční hodnota) mohl ovlivnit poslední diferencí nastavenou na tyči první.

Babbage si uvědomil, že při tomto kruhovém uspořádání mají všechny tyče v podstatě stejnou úlohu – hrají roli registrů uchovávajících čísla, a také, že by bylo výhodné, aby mezi čísla nastavenými na libovolných dvou tyčích bylo možno provést kteroukoliv základní operaci (sčítání, odčítání, násobení, dělení).

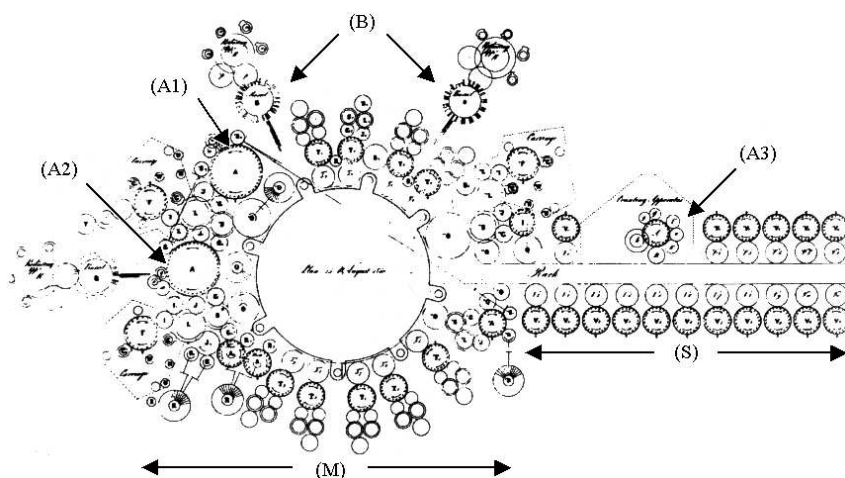
Odtud už je jen krůček k základní myšlence „Analytical Engine“, která předznamenává strukturu dnešních počítačů. Na obr. 19 je náčrt stroje shora.

„Analytical Engine“ se měl skládat ze tří hlavních částí:

- „*Paměť*“ (*store*) – část (S), na náčrtu obsahuje 16 tyčí (registrů), na každé lze uchovávat dvě čísla. V konečné fázi měl stroj obsaho-

vat 50 takových registrů (tj. paměť měla být schopna uchovávat až sto čtyřicetimístných čísel).

- „*Procesor*“ (*mill*) – část (M), sada tyčí uspořádaných do kruhu a vzájemně složitě propojených. Byly zde dva hlavní *střadače* (*akumulátory*) – (A1), (A2) a jeden pomocný (A3).
- „*Mikroprogram*“ (*control barrel*) – poslední hlavní částí byl otáčející se válec (B) s výstupky (připomínající válce z hracích skříněk). Válec se mohl otáčet na obě strany a výstupky na něm posouvaly systémem pák a tím realizovaly jednotlivé kroky početních operací (tj. staraly se o to, co se v moderních mikroprocesorech nazývá *mikroprogramováním*).



Obrázek 19: Nákres Babbageova „Analytical Engine“

Program „Analytical Engine“ měl být zaznamenán na *děrných štítcích* (převzatých z Jacquardova tkalcovského stavu). Na každém štítku měla být jedna instrukce, štítky měly být pospojované za sebou, a tak tvořit celý program. „Analytical Engine“ měl mít několik čteček děrných štítků (jednu pro vlastní program, druhou pro data. . .).

Babbage přichází i s myšlenkou *podmíněných a nepodmíněných skoků v programu* – pomocí speciální instrukce mělo být možno v posloupnosti štítků přejít o zadaný počet štítků vpřed nebo se vrátit (případně podmíněně podle hodnoty nastavené v některém z akumulátorů). Pomocí podmíněných skoků měla být možná i realizace cyklů v programu.

Další Babbageova myšlenka předznamenává ideu *podprogramů*. Pokud počítaná formule obsahovala např. logaritmy nebo jiné obtížně vyčíslitelné funkce, potom v případě, že se v programu narazilo na potřebu výpočtu takové funkční hodnoty, výpočet se měl zastavit, měl zaznít zvoneček a mělo se objevit upozornění pro obsluhu, aby do příslušné čtečky vložila děrný štítek odpovídající požadované funkci. Zda byl vložen správný štítek se mělo ještě automaticky kontrolovat a tím předejít chybám obsluhy.

Za spoluautorku (a možná i autorkou) těchto tří myšlenek, a tím současně i za prvního programátora (resp. programátorku) v historii, je považována blízká spolupracovnice Charlese Babbage, lady *Ada Augusta*, hraběnka z Lovelace (1815–1853), dcera lorda Byrona. Tato velmi nadaná matematicka pomáhala Babbageovi při plánování jeho „Analytical Engine“, jako jedna z mála byla obeznámena se všemi podrobnostmi a plány. Lady Augusta vytvořila první program pro „Analytical Engine“ určený pro výpočet tzv. Bernoulliho čísel. Na počest lady Augusty byl jejím jménem roku 1979 pojmenován jeden z programovacích jazyků – jazyk *ADA*.

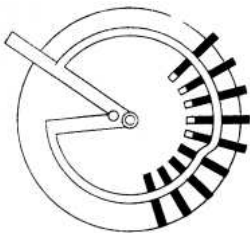
I když Babbage svůj „Analytical Engine“ nikdy nesestrojil a ani jeho plány nikdy úplně nedokončil, zformuloval se svými spolupracovníky základní principy programového řízení počítačů, které jsou dodnes platné.

Roku 1906 major Henry P. Babbage (syn Charlese Babbage) sestrojil alespoň část stroje – hlavní jednotku (mill) a dokázal, že opravdu funguje.

4.8 Další vylepšení početních strojů

V New Yorku roku 1878 sestrojil Španěl *Ramon Vereá* kalkulátor, který v sobě obsahoval násobící tabulky, takže nebylo nutno násobení realizovat jako opakované sčítání (jak bylo dosud obvyklé). Násobení na tomto stroji bylo výrazně rychlejší.

Američan *Frank S. Baldwin* a v Rusku žijící Švéd *W. T. Odhner* sestrojili násobící kalkulátor vycházející z myšlenky Leibnizova kola. Místo velkého a těžkého válce použili ploché kolo s proměnným počtem zubů – jednalo se o plochý disk, z jehož středu se mohly vysouvat kolíky (viz obr. 20). Kolík kolíků bylo vysunuto, tolik zubů kolo mělo. Díky této konstrukci mohl být stroj mnohem lehčí a menší a stal se velmi populární. Od roku 1885 do roku 1912 se prodalo více než 20 000 těchto strojů.



Obrázek 20: Kolo s proměnným počtem zubů

Dorr E. Felt (1862–1930) z Chicaga sestrojil roku 1886 první kalkulátor ovládaný stiskem kláves, což bylo mnohem pohodlnější než dosud obvyklé „vytáčení“ čísel na číselnicích. Stroj se nazýval „*Comptometer*“.

Početni stroj pracující na podobném principu jako „*Comptometer*“ sestrojil roku 1892 i *William S. Burroughs* (1857–1898) ze Sant Louis.

4.9 Děroštitkový stroj (1890)

Sčítání lidu roku 1880 ve Spojených státech a následné ruční vyhodnocení výsledků trvalo sedm a půl roku. S blížícím se sčítáním lidu roku 1890 byla vypsána veřejná soutěž na konstrukci počítačícího stroje, který by tento úkol urychlil a zautomatizoval.

Vítězem soutěže se stal profesor MIT *Herman Hollerith* (1860–1929), který spolu s úředníkem ministerstva *Jamesem Powersem* navrhl a sestrojil děroštitkový počítačící stroj. Základní myšlenkou bylo data každé osoby vyrazit na děrný štítek a tyto štítky nechat poté automaticky zpracovat.

Náklady na sčítání byly sice o 98% vyšší než před deseti lety, ale sčítání se výrazně zrychlilo (trvalo pouze dva a půl roku) a zpřesnilo. Tento způsob zpracování dat nadchl především statistiky, neboť nyní bylo snadné vytřídit např. štítky všech osob ve věku 30–40 let, žijících v New Yorku a majících vysokoškolské vzdělání.

Děrný štítek používaný Hollerithem měl přesně rozměr tehdejší jednodolarové bankovky a tento rozměr se později prosadil jako standard.

Po svém úspěchu Hollerith založil firmu *Tabulating Machine Company*, která později zakoupila několik menších firem a přejmenovala se roku 1924 na *International Business Machines Corporation (IBM)*.

Literatura

- [1] Fernandes, L., *The ABACUS – The Art of Calculating with Beads*,
<http://www.ee.ryerson.ca:8080/~elf/abacus>
- [2] Frolov, S., *A schoty*,
http://www.dotpoint.com/xnumber/russian_calcs.htm
- [3] Grado, V. M., *Nepohualtzitzin – A Mesoamerican Abacus*,
http://www.geocities.com/alma_mia/abacus
- [4] Chabert Jean–Luc, *A History of Algorithms – From the Pebble to the Microchip*,
Springer–Verlag, Berlin, 1999
- [5] Juškevič, A. P., *Dějiny matematiky ve středověku*, Academia, nakladatelství Československé akademie věd, Praha, 1978.
- [6] Peterka, J., Od tkalcovského stavu k von Neumannově koncepci, *Computerworld* **6**(1994).
- [7] Peterka, J., Jak šla historie, *Computerworld* **6**(1994).
- [8] Williams, M. R., *A History of Computing Technology*, IEEE Computer Society Press, Los Alamitos, California, 1997, 2nd Edition

Jan Preclík

Katedra software a výuky informatiky MFF UK

Praha

e-mail: preclik@ksvi.mff.cuni.cz