Teorie fází, dispersí a transformací

In: Petra Šarmanová (author): Otakar Borůvka a diferenciální rovnice. (Czech). Brno: Masarykova univerzita, Přírodovědecká fakulta, 1998. pp. 25--26.

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/401466

III Teorie fází, dispersí a transformací

Cílem této části je vyložit Borůvkovu teorii fází, dispersí a transformací lineárních diferenciálních rovnic 2. řádu. Jedná se o velmi rozsáhlou a bohatou globální kvalitativní teorii s vysokým stupněm geometrizace a algebraizace. O. Borůvka shrnul základní principy a výsledky této teorie ve své monografii *Lineare Differentialtransformationen 2. Ordnung* [16], vydané v Berlíně v roce 1967 a v rozšířené verzi *Linear Differential Transformations of the Second Order* [25] vydané v Londýně roku 1971. Na tyto výsledky navázal Borůvkův žák a později jeho nejbližší spolupracovník František Neuman, který vytvořil globální teorii transformací pro rovnice n-tého řádu.

Náš výklad teorie fází, dispersí a transformací vychází z Borůvkova analytického přístupu popsaného v jeho monografii [25]. Hlavním cílem je vyložit tuto teorii stručně a srozumitelně s důrazem na nejdůležitější Borůvkovy výsledky. Zvolili jsme přitom vlastní přístup, částečně odlišný od Borůvkovy knihy. Snažíme se o výklad v „dnes používaném matematickém stylu“, tj. základní pojmy uvádíme v definicích, základní výsledky ve větách. Zdůrazňujeme to zde proto, že Borůvkova monografie je sepsána dřívějším stylem „jednolitého“ textu bez výrazných definic pojmů, což poněkud komplikuje orientaci v textu.

Výklad Borůvkovy teorie je rozdělen na čtyři hlavní kapitoly. První kapitola je věnována připomenutí obecnějších pojmů, které budou později používány. Jedná se především o průvodní diferenciální rovnici, konjugované body a typy diferenciálních rovnic. Je zde také zařazen odstavec věnovaný transformaci závisle a nezávisle proměnné, kterou použijeme při odvození některých důležitých výsledků.

Další kapitoly jsou věnovány postupně teoriím fází, dispersí a transformací. Snažíme se přitom o zachování podobného schématu každé kapitoly a o uvedení předpokladů, za nichž je daná teorie budována. Jak již bylo řečeno, důležité pojmy jsou uvedeny v definicích, důležitá tvrzení ve větách. Důkazy budeme provádět pouze v případě, že se jedná o větu velmi důležitou nebo užijeme-li jiný způsob důkazu než používá O. Borůvka. U některých vět však z důvodu přílišné zdlouhavosti důkazu uvádíme pouze odkaz na důkaz v monografii [25].

Námi užívaná terminologie vychází z překladů anglických termínů z monografie [25]. Je třeba podotknout, že některé názvy se vlivem prací dalších autorů postupem času pozměnily, my se však snažíme zachovat Borůvkovu původní terminologii.

Vzniku teorie fází, dispersí a transformací v rámci činnosti semináře pro studium diferenciálních rovnic a vlivu této teorie na vědeckou činnost dalších matematiků je věnována IV. část práce. Při popisu témat probíraných v semináři budeme často využívat pojmy z Borůvkovy teorie, což je také důvodem zařazení matematického výkladu této teorie před historické poznámky k jejímu vzniku.

Použitá označení

Označení použitá pro rovnici $(q):\ y'' = q(t)y$

q	$\dots$	nosič rovnice
u, v, y	$\dots$	řešení
w	$\dots$	wronskián řešení
j	$\dots$	definiční interval
t	$\dots$	nezávisle proměnná
$' = \frac{d}{dt}$	$\dots$	derivace
α, β	$\dots$	první a druhá fáze
$\varphi_n, \psi_n, \chi_n, \omega_n$	$\dots$	centrální disperse 1. až 4. druhu
X	$\dots$	obecná disperse

Označení použitá pro rovnici $(Q):\ \ddot{Y} = Q(T)Y$

Q	$\dots$	nosič rovnice
U, V, Y	$\dots$	řešení
W	$\dots$	wronskián řešení
J	$\dots$	definiční interval
T	$\dots$	nezávisle proměnná
$\dot{} = \frac{d}{dT}$	$\dots$	derivace
$\mathcal{A}$	$\dots$	první fáze

Další označení

$C^0(j)$	$\dots$	třída všech spojitých funkcí na intervalu j
$C^k(j)$	$\dots$	třída všech funkcí, jež mají na intervalu j spojitou derivaci až do k-tého řádu včetně ($k = 1, 2, \dots$)
$\{h, t\}$	$\dots$	Schwarzovská derivace funkce h v bodě t
$\widehat{q}$	$\dots$	nosič průvodní rovnice $(\widehat{q})$ k rovnici (q)
y_1	$\dots$	řešení průvodní rovnice $(\widehat{q})$