

3. Matice transponované, symetrické a polosymetrické

In: Otakar Borůvka (author): Základy teorie matic. (). Praha: Academia, 1971. pp. 15--16.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/401330>

Terms of use:

© Akademie věd ČR

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

3. MATICE TRANSPONOVANÉ, SYMETRICKÉ A POLOSYPETRIKÉ

3.1. Definice transponované matice. Matici typu n/m , kterou dostaneme z dané matice \mathbf{A} typu m/n tím, že v ní vyměníme řádky za sloupce (aniž změníme jejich pořadí), nazýváme *transponovanou* z matice \mathbf{A} nebo *sdruženou* s maticí \mathbf{A} a značíme ji \mathbf{A}' , popř. \mathbf{A}^T . Jsou-li tedy a_{jk} prvky matice \mathbf{A} , jsou a_{kj} prvky matice \mathbf{A}' .

Příklad 2. Určete transponované matice z matic

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 4 \end{bmatrix}.$$

Řešení:

$$\mathbf{A}' = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B}' = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

3.2. Poznámky. 1. Snadno se zjistí, že matice transponovaná z transponované matice se rovná původní matici, tj.

$$(\mathbf{A}')' = \mathbf{A}.$$

2. Všimněme si, že pro následující čtvercové matice stupně n platí:

$$\begin{aligned} \mathbf{O}' &= \mathbf{O}, \\ \mathbf{E}' &= \mathbf{E}, \\ \mathbf{E}'_{jk} &= \mathbf{E}_{kj} \quad (j, k = 1, 2, \dots, n) \end{aligned}$$

3.3. Definice symetrické matice. Čtvercová matice \mathbf{A} stupně n , která se rovná své transponované matici \mathbf{A}' , takže je

$$\mathbf{A}' = \mathbf{A},$$

se nazývá *symetrická* matice stupně n .

Je zřejmé, že v symetrické matici prvky souměrně položené vzhledem k hlavní diagonále jsou si rovny, takže platí vztahy

$$a_{jk} = a_{kj} \quad \text{pro } j, k = 1, 2, \dots, n.$$

Příkladem symetrické matice je matice \mathbf{B} z odst. 3.1. Také matice nulová \mathbf{O} stupně n a jednotková \mathbf{E} stupně n jsou symetrické.

3.4. Definice polosymetrické matice. Čtvercová matice \mathbf{B} stupně n , pro jejíž prvky b_{jk} platí vztahy

$$b_{jk} = -b_{kj} \quad \text{pro } j, k = 1, 2, \dots, n,$$

se nazývá *polosymetrická* stupně n .

Snadno se zjistí, že prvky b_{jj} (v hlavní diagonále) polosymetrické matice jsou vesměs rovny nule, neboť ze vztahu

$$b_{jj} = -b_{jj} \quad \text{plyne } b_{jj} = 0.$$

Příklad polosymetrické matice:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & -\sqrt{3} \\ -1 & 0 & 2 \\ \sqrt{3} & -2 & 0 \end{bmatrix}$$