3. MATICE TRANSPONOVANÉ, SYMETRICKÉ A POLOSYMETRICKÉ

3.1. Definice transponované matice. Matici typu n/m, kterou dostaneme z dané matice $\boldsymbol{A}$ typu m/n tím, že v ní vyměníme řádky za sloupce (aniž změníme jejich pořadí), nazýváme *transponovanou* z matice $\boldsymbol{A}$ nebo *sdruženou* s maticí $\boldsymbol{A}$ a značíme ji $\boldsymbol{A}'$, popř. $\boldsymbol{A}^T$. Jsou-li tedy a_{jk} prvky matice $\boldsymbol{A}$, jsou a_{kj} prvky matice $\boldsymbol{A}'$.

Příklad 2. Určete transponované matice z matic

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 4 \end{bmatrix}.$$

Řešení:

$$\boldsymbol{A}' = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{B}' = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

3.2. Poznámky. 1. Snadno se zjistí, že matice transponovaná z transponované matice se rovná původní matici, tj.

$$(\boldsymbol{A}')' = \boldsymbol{A}.$$

2. Všimněme si, že pro následující čtvercové matice stupně n platí:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{O}' &= \boldsymbol{O}, \\ \boldsymbol{E}' &= \boldsymbol{E}, \\ \boldsymbol{E}'_{jk} &= \boldsymbol{E}_{kj} \quad (j, k = 1, 2, \ldots, n) \end{aligned}$$

3.3. Definice symetrické matice. Čtvercová matice $\boldsymbol{A}$ stupně n, která se rovná své transponované matici $\boldsymbol{A}'$, takže je

$$\boldsymbol{A}' = \boldsymbol{A},$$

se nazývá *symetrická* matice stupně n.

Je zřejmé, že v symetrické matici prvky souměrně položené vzhledem k hlavní diagonále jsou si rovny, takže platí vztahy

$$a_{jk} = a_{kj} \quad \text{pro} \quad j, k = 1, 2, \ldots, n \,.$$

Příkladem symetrické matice je matice $\mathbf{B}$ z odst. 3.1. Také matice nulová $\mathbf{O}$ stupně n a jednotková $\mathbf{E}$ stupně n jsou symetrické.

3.4. Definice polosymetrické matice. Čtvercová matice $\mathbf{B}$ stupně n, pro jejíž prvky b_{jk} platí vztahy

$$b_{jk} = -b_{kj} \quad \text{pro} \quad j, k = 1, 2, \ldots, n \,,$$

se nazývá *polosymetrická* stupně n.

Snadno se zjistí, že prvky b_{jj} (v hlavní diagonále) polosymetrické matice jsou vesměs rovny nule, neboť ze vztahu

$$b_{jj} = -b_{jj} \quad \text{plyne} \quad b_{jj} = 0 \,.$$

Příklad polosymetrické matice:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & -\sqrt{3} \\ -1 & 0 & 2 \\ \sqrt{3} & -2 & 0 \end{bmatrix}$$