I.3 Staroegyptské jednotky délky a objemu

V Egyptě, stejně jako v jiných raných kulturách, bylo přirozené používat části lidského těla k porovnávání rozměrů určitých předmětů. Postupem času se abstrahovalo od původního významu a tyto míry začaly být chápány jako skutečné jednotky. Jako první byly stanoveny jednotky délkové, o něco později pak byly v závislosti na nich definovány i jednotky plošné. V egyptských matematických textech se délkové míry používají zejména pro popsání rozměrů pyramid, polí a sýpek. Problémy týkající se polí používají rovněž jednotky plošné.

Nezávislý systém byl stanoven pro duté míry, přičemž se využívalo nádob různých rozměrů. Pro obilí to byla měřice, vůči níž se potom vymezily další jednotky jako její zlomky a násobky. Množství tekutin se udávalo pomocí nádob, jež byly, zdá se, typické svým tvarem a měly přibližně jednotný objem.[3] S jednotkami objemu se setkáváme především v příkladech týkajících se objemů sýpek, rozdělování obilí či vaření piva a pečení chleba. Na tabulkách z Achmímu nacházíme doklad o práci s jednotkou měřice.
Přehled základních jednotek používaných v úlohách:

1 loket	= 52,5 cm	= 7 dlaní
1 dlaň	= 75 mm	= 4 prsty
1 prst	= 18,5 mm	
1 *chet*	= 52,5 m	= 100 loktů
1 *secat*	$= 2\,756,5\ \mathrm{m}^2$	$= 1\ chet^2 = 10\,000$ loktů^2

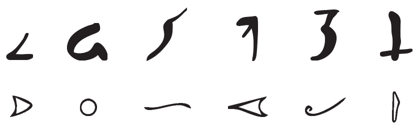
1 měřice	= 4,805 l	= 320 *ro*
1 *ro*	= 0,015 l	
1 dvojnásobná měřice	= 9,610 l	= 2 měřice
1 čtyřnásobná měřice	= 19,22 l	= 4 měřice
1 pytel	= 96,114 l	= 20 měřic
1 *henu*	= 0,4805 l	$= \frac{1}{10}$ měřice

Souvislost mezi jednotkami délky a objemu je možné najít v Rhindově papyru, a to v úlohách počítajících objem sýpek různého tvaru. Rozměry sýpek jsou udávány v loktech, první výsledek je v loktech^3 a následně se převede na pytle a stovky čtyřnásobné měřice, přičemž platí vztah 1 loket$^3 = 1 + \frac{1}{2}$ pytle, čili 1 pytel $= \frac{2}{3}$ lokte^3.

[3] O nejrůznějších nádobách máme doklady v textech a vyobrazeních náboženské a zádušní povahy, kde jsou vyjmenovávány obětiny skladované v různých typech nádob.

Počítání s jednotkou měřice

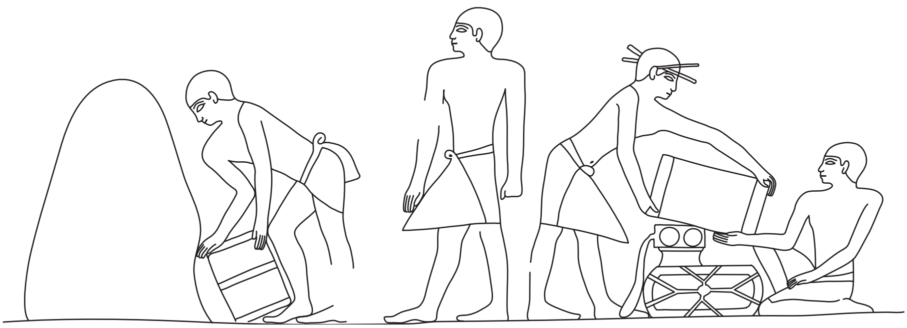
Množství zrna se ve starověkém Egyptě vyjadřovalo pomocí měřice a jejích částí a násobků (viz výše). Zejména části měřice stojí za bližší pozornost, neboť pro jejich vyjádření se používal zvláštní systém zlomků, z nichž každý byl reprezentován vlastním znakem, přičemž tyto znaky se liší od běžných egyptských zlomků. Všechny tyto zlomky činí dohromady $\frac{63}{64}$ a spojení jejich znaků vytváří znak  *vedžat*, posvátné oko boha Hora;[4] proto se systém zlomků měřice někdy označuje jako „zlomky Horova oka“.



1/2 *1/4* *1/8* *1/16* *1/32* *1/64*

Abychom tyto zlomky měřice odlišili od obyčejných zlomků, píšeme je v překladech *kurzivou.*

V praxi se však písaři setkávali i s takovými objemy obilí, jež odpovídaly jiným zlomkům měřice, než se kterými operoval tento systém. V takových případech bylo zapotřebí „nevhodný“ zlomek převést na součet zlomků, které systém měřice používal.



Pomocníci přeměřují množství sklizeného ječmene, zatímco písař sýpky předkládá účty sedícímu správci. Sechemptahanchova hrobka v Sakkáře, 5. dynastie

Doklad takových převodů se dochoval na dvou dřevěných tabulkách z Achmímu, uložených dnes v Egyptském muzeu v Káhiře. Je na nich zaznamenáno několik výpočtů, jež se vztahují k $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{11}$ a $\frac{1}{13}$ měřice. Ve většině těchto případů se jedná o zlomek s lichým jmenovatelem, pro

[4] J. Janák, *Brána nebes. Bohové & démoni starého Egypta*, Praha 2005, s. 87–88; G. Pinch, *Magic in Ancient Egypt*, London 1994, s. 109–110.

který se během výpočtu najde odpovídající součet zlomků používaných pro měřici.

Výpočty pro jednotlivé zlomky měřice se na tabulkách několikrát opakují. Ne vždy jsou zaznamenány celé a různé verze téhož výpočtu někdy obsahují tytéž písařské chyby. Můžeme se tedy domnívat, že tabulky posloužily k procvičování výpočtů s jednotkou měřice a že účelem bylo nejen dosáhnout výsledku, ale rovněž procvičit početní postup. Chyby ve výpočtech nicméně naznačují, že ne vždy byl písař dostatečně pozorný.

Výpočty hledající $\frac{1}{n}$ z měřice sestávají ze dvou částí. První část tvoří dělení 1 měřice $\div\, n$, přičemž měřice je zde vyjádřena ve tvaru 320 *ro*. Během dělení se používá postupné zdesateronásobování a menší hodnoty se dohledávají pomocí zdvojnásobování n a $\frac{1}{n}$.

Ve druhé části se ověřuje správnost výsledku, a to tak, že výsledek převedený z *ro* na součet zlomků Horova oka se vynásobí hodnotou n. Samotný převod z *ro* na vhodné zlomky měřice se u žádného z výpočtů neobjevuje. Tato operace byla pravděpodobně natolik automatická, že písař nepokládal za nutné ji ve svých cvičeních zdůrazňovat. Při zdvojnásobování výsledku, zejména části s malými hodnotami v *ro*, se často využívá hodnot z tabulky $2 \div n$ (viz oddíl I.4).

$\frac{1}{7}$ měřice:

$320 \div 7 = 45 + \frac{1}{2} + \frac{1}{7} + \frac{1}{14}$

$7 \cdot (\frac{1}{8} + \frac{1}{64}\text{ měřice} + \frac{1}{2} + \frac{1}{7} + \frac{1}{14}\ ro) = 1\text{ měřice}$

Výpočet pro stanovení $\frac{1}{7}$ měřice se na tabulkách objevuje čtyřikrát. Ve všech verzích se objevuje tatáž chyba při určování dvojnásobku a čtyřnásobku dělitele, v jedné verzi výpočtu navíc došlo ke sloučení dvou řádků v dělení. Je tedy zjevné, že v těchto případech písař výpočty přinejmenším částečně opisoval a byl dost nepozorný.

$\frac{1}{10}$ měřice:

$320 \div 10 = 32$

$10 \cdot (\frac{1}{16} + \frac{1}{32}\text{ měřice} + 2\ ro) = 1\text{ měřice}$

Jediný případ, kdy je jmenovatel hledaného zlomku měřice sudý. Z tohoto důvodu je výpočet velice jednoduchý a na tabulkách se objevuje pouze jednou.

$\frac{1}{11}$ měřice:

$320 \div 11 = 29 + \frac{1}{11}$

$11 \cdot (\frac{1}{16} + \frac{1}{64}\text{ měřice} + 4 + \frac{1}{11}\ ro) = 1\text{ měřice}$

Výpočet $\frac{1}{11}$ měřice se na tabulkách objevuje čtyřikrát. Jeden z výpočtů obsahuje chyby v dělení a stojí za pozornost, že další dva výpočty jsou zapsány bezprostředně vedle něj. Snad si písař chyb povšiml a pro jistotu spočítal úlohu znovu a správně. Je však také možné, že výpočet prováděl či opisoval znovu, aby si jej lépe zapamatoval.

$\frac{1}{13}$ měřice:

$320 \div 13 = 24 + \frac{1}{2} + \frac{1}{13} + \frac{1}{26}$

$13 \cdot (\mathit{\tfrac{1}{16}}$ měřice $+ 4 + \frac{1}{2} + \frac{1}{13} + \frac{1}{64}\ ro) = 1$ měřice

Výpočet $\frac{1}{13}$ měřice se na tabulkách objevuje třikrát, pouze jednou je však zapsán celý. Ve druhé části výpočtu se objevují chyby z nepozornosti, přičemž v jedné verzi si písař chyb nepovšiml, zatímco ve druhé verzi se chyby promítly do všech kroků násobení a výpočet nebyl dokončen. Třetí verze výpočtu byla přerušena již v průběhu dělení, a to zřejmě opět v důsledku opomenutí.

$\frac{1}{3}$ měřice:

$\frac{1}{3} \cdot 5 = 1 + \frac{2}{3}$

$\frac{63}{64} \cdot (1 + \frac{2}{3}) + 1 + \frac{2}{3} = \mathit{\tfrac{1}{4}} + \mathit{\tfrac{1}{16}} + \mathit{\tfrac{1}{64}}$ měřice $+ 1 + \frac{2}{3}\ ro$

$3 \cdot (\mathit{\tfrac{1}{4}} + \mathit{\tfrac{1}{16}} + \mathit{\tfrac{1}{64}}$ měřice $+ 1 + \frac{2}{3}\ ro) = 1$ měřice

Výpočet $\frac{1}{3}$ měřice se od ostatních příkladů na tabulkách výrazně odlišuje, neboť používá jiný postup řešení. V prvním kroku je stanovena hodnota třetiny z 5 *ro* (tedy třetiny z $\mathit{\tfrac{1}{64}}$ měřice). Druhý krok postupně zdvojnásobuje výsledek z prvního kroku, až se od $\mathit{\tfrac{1}{64}}$ měřice dojde k 1 měřici. Tak se postupně stanoví třetiny všech zlomků Horova oka a také třetina měřice, která společně se svým dvojnásobkem slouží ve třetím kroku jako zkouška.

Výpočet $\frac{1}{3}$ měřice se na tabulkách opakuje dvakrát a v obou případech je proveden bez chyb. Odlišná metoda výpočtu v těchto případech pravděpodobně souvisí se skutečností, že egyptští písaři museli velmi dobře ovládat práci se $\frac{2}{3}$ a $\frac{1}{3}$. Při hledání třetiny měřice se snad změnou postupu docílilo snazšího výpočtu a také názorného vyjádření třetin všech součástí systému užívaného pro jednotku měřice.

Rovněž Rhindův papyrus obsahuje příklad, který, jak se zdá, procvičoval počítání s jedotkou měřice a jejími zlomky. Úloha se však liší od výpočtů na tabulkách z Achmímu.

R47: $\frac{1}{10}$ obsahu sýpky $= 10$ měřic

$\frac{1}{20} = 5$ měřic

$\frac{1}{30} = 3 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64}$ měřice $+ \frac{2}{3}$ *ro*
$\frac{1}{40} = 2 + \frac{1}{2}$ měřice
$\frac{1}{50} = 2$ měřice
$\frac{1}{60} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{32}$ měřice $+ 3 + \frac{1}{3}$ *ro*
$\frac{1}{70} = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}$ měřice $+ 2 + \frac{1}{14} + \frac{1}{21} + \frac{1}{42}$ *ro*
$\frac{1}{80} = 1 + \frac{1}{4}$ měřice
$\frac{1}{90} = 1 + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}$ měřice $+ \frac{1}{2} + \frac{1}{18}$ *ro*
$\frac{1}{100} = 1$ měřice

Převádění měřic na *henu*

Dvě úlohy v Rhindově papyru ukazují vztah měřice k další jednotce *henu*. Příklad R80 je uveden zajímavým nadpisem odkazujícím na strážce skladů a na nádobu, v níž se jim odměřuje obilí. Po nadpisu nicméně následuje pouze jednoduchá tabulka, kde je měřice a rovněž všechny její zlomky vyjádřena v jednotce *henu*.

R80: 1 měřice = 10 *henu*
$\frac{1}{2}$ měřice = 5 *henu*
$\frac{1}{4}$ měřice $= 2 + \frac{1}{2}$ *henu*
$\frac{1}{8}$ měřice $= 1 + \frac{1}{4}$ *henu*
$\frac{1}{16}$ měřice $= \frac{1}{2} + \frac{1}{8}$ *henu*
$\frac{1}{32}$ měřice $= \frac{1}{4} + \frac{1}{16}$ *henu*
$\frac{1}{64}$ měřice $= \frac{1}{8} + \frac{1}{32}$ *henu*

Úloha R81 obsahuje množství převodů, kdy jsou různé složitější části měřice vyjádřeny v jednotce *henu*. V samotném úvodu se opakuje tabulka z úlohy R80, následující obtížnější případy mohly tedy snadno využít kombinace těchto základních zlomků měřice. Například pro převedení $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$ měřice tedy stačilo dohledat příslušné zlomky v tabulce a sečíst jim odpovídající hodnoty v *henu*, čili $5+2+\frac{1}{2}+1+\frac{1}{4} = 8+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$ *henu*.

Nejzajímavější na tomto příkladu jsou jistě údaje stanovující vztah mezi *henu* a měřicí za vyjádření pomocí obyčejných zlomků (tedy nikoli zlomků užívaných pro jednotku měřice). Například tedy $\frac{1}{8} + \frac{1}{16}$ měřice + 4 *ro* = 2 *henu* $= \frac{1}{5}$ měřice. Tento údaj je velice neobvyklý. Písař se v této úloze dopustil poměrně mnoha chyb.