

# Beyträge zu einer begründeteren Darstellung der Mathematik

---

## Anhang über die Kantische Lehre von der Construction der Begriffe durch Anschauungen, §1 - §11

In: Bernard Bolzano (author): Beyträge zu einer begründeteren Darstellung der Mathematik. (German). Prag: Caspar Widtmann, 1810. pp. [135]--152.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/400067>

### Terms of use:

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library*  
<http://project.dml.cz>

---

## U n h a n g

über die Kantische Lehre von der Construction  
der Begriffe durch Anschauungen.

### §. 1.

Auf den wichtigen Unterschied, der zwischen dem analytischen und dem synthetischen Theile unsers Wissens obwaltet, zuerst recht aufmerksam gemacht zu haben, bleibt ein Verdienst, welches sich Kant auch dann erworben hat, wenn man nicht alles, was dieser Weltweise über die innere Natur unsrer synthetischen Urtheile noch sonst behauptet hat, sollte rechtfertigen und beybehalten können. Es ist gewiß, daß die Wahrheit analytischer Urtheile auf einem ganz andern Grunde als jene der synthetischen beruhe. Wenn nämlich  
era

er s t e r e anders den Namen w a h r e r U r t h e i l e verdienen (welches ich ihnen nicht ohne Bedenken einräume \*); so beruhen sie alle auf jenem E i n e n allgemeinen Satze, welchen die Formel ausspricht: (A cum B) ist eine Art von A. Nennet man diesen den Satz der Einheit oder des Widerspruches, so kann man immerhin sagen, der Satz des Widerspruches sey die allgemeine Quelle aller analytischen Urtheile. Aber ganz anders verhält es sich mit den synthetischen. Diese lassen sich offenbar aus jenem Grundsatz nicht herleiten. Kant warf daher die Frage auf, „was denn doch hier der Grund sey, der unsern Verstand bestimmt, einem gewissen Subjecte ein Prädicat, welches in dem Begriffe (in der Erklärung) des ersteren so ganz und gar nicht enthalten ist, beizulegen?“ — Und er glaubte zu finden, daß dieser Grund nichts anders seyn könne, als eine Anschauung, die wir mit dem Begriffe des Subjects verbinden, und die zugleich das Prä-

di-

---

\*) S. die II. Abth. S. 18.

dicat enthält. Es müssen sonach allen Begriffen, worüber wir synthetische Urtheile sollen bilden können, Anschauungen entsprechen. Sind aber diese Anschauungen nur immer bloß empirisch, so sind auch die durch sie vermittelten Urtheile allezeit empirisch. Da es nun gleichfalls synthetische Urtheile a priori gibt — (wie denn die Mathematik und reine Naturwissenschaft dergleichen unlängbar enthält); so muß es auch — so sonderbar das immer klingen mag — es muß auch Anschauungen a priori geben. Und hat man einmahl bey sich entschieden, daß es dergleichen geben könne, so überzeugt man sich auch zum Behufe der Mathematik und reinen Naturwissenschaft leicht, daß Zeit und Raum es sind.

§. 2.

Billig fragen wir hier, was denn Kant unter einer Anschauung verstehe? Und wir erhalten z. B. aus seiner durch Fäsche heraus gegebenen Logik, oder auch aus einer Menge anderer Stellen seiner Schriften (z. B. Kritik d. r. Vern.

S. 47. u. a.) die Antwort: Alle Vorstellungen sind entweder Anschauungen, d. h. Vorstellungen von einem Individuo, oder Begriffe, d. h. Vorstellungen von etwas Allgemeinem. Fragen wir endlich, was eine reine apriorische Anschauung heißen solle; so dünkt mir wenigstens hier keine andre Antwort möglich, als: eine Anschauung, die mit dem Bewußtseyn der Nothwendigkeit, daß sie so und nicht anders seyn müsse, verbunden ist. Denn nur, wenn in der Anschauung dieses Bewußtseyn der Nothwendigkeit enthalten ist, kann es auch in der durch sie vermittelten Verbindung zwischen dem Subjecte und Prädicate, d. h. in dem Urtheile liegen.

S. 3.

Bekanntlich haben schon mehrere an diesen apriorischen Anschauungen der kritischen Philosophie Anstoß genommen. Ich meines Theils gebe gern so viel zu, daß es einen gewissen, vom Satz des Widerspruches ganz unterschiedenen, Grund geben müsse, aus welchem  
der

der Verstand das Prädicat eines synthetischen Urtheils mit dem Begriffe des Subjects verknüpft. Allein wie dieser Grund Anschauung, und zwar bey apriorischen Urtheilen reine Anschauung seyn und heißen könne; das finde ich nicht einleuchtend. Ja, wenn ich aufrichtig gestehen soll, so scheint mir dieß alles auf einer nicht deutlich genug gedachten Unterscheidung zwischen dem, was in unsern Erkenntnissen empirisch, und dem, was apriorisch heiße, zu beruhen. Die Kritik der reinen Vernunft fängt zwar mit dieser Unterscheidung an; aber (was mir bey meiner ersten Bekanntwerdung mit diesem Buche schon anstößig war) sie gibt keine eigentliche Erklärung derselben an. Wie ließe sich nun dieser Mangel ersetzen? — Da die beyden Begriffe empirisch und apriori einander contradictorisch entgegen gesetzt sind; so wäre es genug, nur den einen, z. B. den des Empirischen, gehörig bestimmt zu haben; so gäbe sich dann die Bestimmung des andern von selbst durch bloßen Gegensatz. Was heißen wir denn also eigentlich empirisch? — Das wird man uns  
doch

doch nicht zur Antwort geben wollen, empirisch sey, was wir durch die fünf Sinne — oder durch einen äußern Gegenstand erhalten.“ Als Philosophen dürfen wir ja noch nicht voraus setzen, was die fünf Sinne sind; noch, daß es äußre Gegenstände gebe.

§. 4.

Meines Erachtens erstreckt sich der Unterschied zwischen dem Empirischen und Apriorischen in unsern Erkenntnissen ursprünglich nur auf unsre Urtheile, und erst durch diese kann derselbe mittelbar auch auf unsre Begriffe oder Vorstellungen ausgedehnet werden. Ich bin mir nämlich bewußt, Urtheile von der Form: „ich nehme wahr — X“, zu besitzen; und diese Urtheile nenn' ich empirische, Wahrnehmungs- oder Wirklichkeitsurtheile, und jenes X in ihnen heisse ich eine Anschauung, oder, wenn man will, eine empirische Vorstellung. Die wesentliche Copula all dieser Urtheile ist der Begriff des Wahrnehmens, den ich für einen einfachen, mit-

mithin indefiniblen halte. Um ihn doch zu umschreiben, und gegen Mißverständnis zu sichern, könnte man etwa sagen, es sey der Begriff von einem Seyn, a) von einem bloßen reinen Seyn, ohne Nothwendigkeit, b) von einem Seyn nicht eines äußern Gegenstandes, als solches, sondern nur einer bloßen Vorstellung in mir (nämlich der Anschauung \*). — Meine übrigen Urtheile nun, nämlich jene, die a) eine Nothwendigkeit, oder b) eine Möglichkeit, oder c) ein Sollen ausdrücken (vergl. S. 15. der II. Abth.) heiße ich apriorische; und die Begriffe, welche in ihnen als Subject oder Prädicat erscheinen, nenne ich apriorische Begriffe.

5.

Durch den Satz vom Grunde werde ich allerdings veranlaßt, von allen meinen Urtheilen einen gewissen Grund zu

---

\*) Denn daß der Vorstellung ein äußerer Gegenstand als Grund entspreche, muß erst geschlossen werde.

zu suchen. Dieser ist aber bey den empirischen ein ganz anderer, als bey den apriorischen. Die erstern oder die so genannten Wirklichkeitsurtheile haben das Eigenthümliche, daß ich den Grund derselben in dem, was ist — (in etwas Wirklichem, in Dingen) — suche; und zwar nach Umständen theils in dem, was ich „die besondere Beschaffenheit meines Wahrnehmungsvermögens“ heiße, theils in gewissen, „von mir verschiedenen d. h. äußeren Dingen, die (wie die Redensart lautet) auf mein Wahrnehmungsvermögen einwirken.“ — Nicht so verhält es sich mit meinen apriorischen Urtheilen, bey welchen ich den Grund, um dessentwillen ich dem Subjecte das Prädicat beylege, unmöglich irgendwo anders als in dem Subjecte selbst (und in der eigenthümlichen Beschaffenheit des Prädicats) annehmen kann \*); wie  
wir

---

\*) Sagt man zuweilen doch, dieser Grund liege in der absoluten Nothwendigkeit der Dinge, oder in der besondern Beschaffenheit unsers

wir dieß auch schon oben II. Abth. §. 20. gethan haben. — *A n s c h a u u n g e n* nützen und können hier nach meiner Einsicht zu nichts nützen, wie dieses vielleicht aus den noch folgenden §§ mit mehrerem erhellen wird.

§. 6.

Zwar gibt es wirklich eine Art von Urtheilen, die so genannten *Erfahrung*— oder *Wahrscheinlichkeitsurtheile* (S. II. Abth. §. 15), bey welchen die Verbindung des Prädicats mit dem Subjecte in der That durch *A n s c h a u u n g e n* vermittelt wird. Denn habe ich erst die Wahrnehmungsurtheile: „i c h n e h m e w a h r d i e A n s c h a u u n g e n X u n d Y; u n d z w a r X n i e m a h l s o h n e Y“; — so leite ich aus denselben, mittelst des Satzes vom Grunde das *Wahrscheinlichkeitsurtheil* her: „d a s D i n g, w e l c h e s d e r G r u n d d e r A n s c h a u u n g X i s t, h ä n g t w a h r s c h e i n l i c h e r W e i s e

---

Verstandes; so sind dieß, glaube ich, leere Redensarten, welche am Ende nichts mehr sagen, als es ist so, weil es — so ist.

se mit jenem, welches der Grund von Y ist, wie eine Ursache mit ihrer Wirkung zusammen.“ Von dieser Form sind meines Erachtens alle unsre so genannten Erfahrungsurtheile. Wenn wir z. B. sagen: die Sonne wärmt den Stein; so heisset dieß im Grunde nichts anders, als: der Gegenstand (Sonne), welcher die Ursache von der Anschauung X (nämlich der leuchtenden Sonnenscheibe) ist, ist auch der Grund von der Anschauung Y (nämlich der eines warmen Steines). — Aber alle diese Urtheile besitzen ihrer Natur nach nur Wahrscheinlichkeit.

S. 7.

Wie aber können durch die Verbindung mit Anschauungen absolut gewisse Urtheile hervor gehen, dergleichen alle apriorische sind \*)? Kant scheint sagen zu wollen:

---

\*) Die apriorischen Urtheile haben alle absolute Gewißheit; doch nicht nur sie allein, sondern auch die empirischen. Absolute Gewißheit haben nämlich nicht nur, wie man die Sache gewöhnlich vor-

len: „Wenn ich den allgemeinen Begriff z. B. von einem Puncte, oder von einer Richtung oder Entfernung mit einer Anschauung verbinde, d. h. mir einen einzelnen Punct, eine einzelne Richtung oder Entfernung vorstelle; so finde ich an diesen einzelnen Gegenständen, daß ihnen dieß oder jenes Prädicat zukomme; und fühle zugleich, daß dieses bey allen andern Gegenständen, die unter diesen Begriff gehören, gleichfalls so sey.“ Wenn dieses die Meinung Kant's und seiner Anhänger ist, so frage ich nun: wie kommen wir aber bey der Anschauung jenes einzelnen Gegenstandes zu dem Gefühle, daß

---

zustellen pflegt die Nothwendigkeits-, sondern auch die Möglichkeits-, Wirklichkeits-, und Pflichturtheile; kurz alle unsre Urtheile, außer denjenigen, von welchen wir in dem vorhergehenden §. gesprochen haben, die eben deshalb den charakteristischen Namen der Wahrscheinlichkeitsurtheile verdienen:

daß, was wir an ihm bemerken, auch jedem andern zukomme? Durch das, was einzeln und individuell; oder durch das, was allgemein an diesem Gegenstande ist? Offenbar nur durch das letztere, d. h. durch den Begriff, nicht durch die Anschauung (S. 2).

§. 8.

Wie mißlich die Kantische Lehre von den Anschauungen sey, erhellet besonders deutlich, wenn man sie auch auf andere, nicht in die Geometrie gehörige, Sätze ausdehnt. Der Satz vom Grunde, die meisten Sätze der Arithmetik sind nach Kants richtiger Bemerkung synthetische Sätze. Aber wer fühlt nicht, wie gezwungen das sey, was Kant, um seine Lehre von den Anschauungen allgemein durchzuführen, behaupten mußte, daß auch diesen Sätzen eine Anschauung, und zwar — (denn welche sonst sollte es seyn?) die Anschauung der Zeit zum Grunde liege? Der Satz vom Grunde gilt doch auch dort, wo keine Zeit vorhanden ist; und Kant selbst nimmt ja (nach einer Bemerkung, die man schon oft

oft gemacht hat) nur zufolge dieses Satzes die Existenz der *Noumena*, welche nicht in der Zeit sind, an. Die Sätze der *Arithmetik* bedürfen der Anschauung der Zeit auf keine Weise. Wir wollen nur ein einziges Beyspiel zergliedern. Kant führt den Satz  $7 + 5 = 12$  an; statt dessen wir, nur zu einer leichteren Ubersicht, den kürzeren  $7 + 2 = 9$  annehmen wollen. Der Beweis dieses Satzes hat keine Schwierigkeit, sobald man den allgemeinen voraus setzt, daß  $a + (b + c) = (a + b) + c$  sey, d. h. daß man bey einer arithmetischen Summe nur auf die Menge, nicht auf die Ordnung (ein gewiß weiterer Begriff, als Zeitfolge) der Glieder sehe. Dieser Satz schließt den Begriff der Zeit, statt ihn voraus zu setzen, vielmehr noch aus. Ihn aber angenommen, wird der Beweis des obigen auf folgende Art geführt werden können. Daß  $1 + 1 = 2$ ,  $7 + 1 = 8$ ,  $8 + 1 = 9$ , sind bloße Erklärungen und willkürliche Sätze. Es ist daher  $7 + 2 = 7 + (1 + 1)$ , (per def.)  $= (7 + 1) + 1$ , (per propos. praeced.)  $= 8 + 1$ , (per def.)  $= 9$ , (per def.)

§ 2

§ 9.

## §. 9.

„Aber so ist es doch wenigstens, wird man sagen, in der Geometrie wahr; daß hier gewisse Anschauungen zum Grunde liegen. Denn in der That, so wie man sich nur den Begriff Punct denken mag, so schwebt uns auch schon die Anschauung eines Punctes vor den Augen.“ Freylich, aber dieß, unsern reinen Begriff vom Puncte begleitende, Bild ist mit demselben gar nicht wesentlich, sondern nur durch Ideenassociation verbunden; weil wir beybeiderters zusammen gedacht haben. Daher denn auch, daß die Beschaffenheit dieses Bildes bey verschiedenen Menschen gar sehr verschieden ist, und sich nach tausend zufälligen Umständen richtet. Wer z. B. immer nur lauter grobe und stark gezeichnete Linien gesehen, oder dem man gerade Linien nur immer durch Ketten oder Stäbe vorstellig gemacht hätte, dem würde bey dem Gedanken einer Linie das Bild einer Kette oder eines Stabes vor-schweben. Bey dem Worte Dreyeck schwebet dem einen immer ein gleichseitiges, dem andern ein rechtwink-

liges, einem dritten vielleicht ein stumpfwinkliges Dreyeck vor. — Ich begreife daher auch gar nicht, wie Kant zwischen der Anschauung, die irgend ein wirklich vor uns hingezichnetes und zwischen derjenigen, die ein nur in der Einbildung construirtes Dreyeck hervorbringt, einen so großen Unterschied habe finden können, daß er das erstere zum Beweise eines apriorisch synthetischen Satzes zwar allerdings für überflüssig und unzureichend, das letztere aber für nothwendig und hinreichend erklärte. — Nach meinen Begriffen ist es wohl freylich unvermeidlich, daß unsre Einbildungskraft uns bey dem Gedanken an irgend einen oft gesehenen räumlichen Gegenstand ein Bild desselben vormahle; es ist auch nützlich und bequem zur leichteren Beurtheilung des Gegenstandes, daß dieses Bild uns vorschwebt; aber für schlechterdings nothwendig zu dieser Beurtheilung halte ich's nicht. So gibt es ja auch wirklich Lehrsätze in der Geometrie, bey welchen wir gar keine Anschauungen haben. Der Satz, daß jede gerade Linie sich ins Unendliche verlängern lasse, hat keine  
keine

keine Anschauung für sich; die Linien, die unsere Einbildungskraft uns vorzumahlen vermag, sind nicht unendlich lang. In der Stereometrie behandeln wir öfters so vielfach zusammen gesetzte räumliche Gegenstände, daß auch die lebhafteste Einbildungskraft dieselbe sich nicht mehr deutlich vorzustellen vermag; wir rechnen aber nichts desto weniger mit unsern Begriffen fort, und finden Wahrheit.

§. 10.

„Aber wenn es die Anschauungen nicht sind, welche den wesentlichen Unterschied zwischen der Mathematik und den übrigen Wissenschaften machen, woher denn doch die große Sicherheit und Evidenz der erstern?“ — Ich antworte: daher, weil man die Resultate der Mathematik sehr leicht an Anschauungen und Erfahrungen prüfen kann. Z. B. Daß die gerade Linie wirklich die kürzeste zwischen zwey Puncten sey, erprobt ein jeder aus uns — lange, bevor er es noch durch Schlüsse beweisen kann, — aus unzähligen Versuchen. Daher denn auch, daß die gerühmte Evidenz der Mathematik  
grad.

gradweise aufhört, wie die Erfahrung uns verläßt; ingleichen, daß Sätze, die doch gefolgerte sind, öfters einen weit höheren Grad von Anschaulichkeit haben, als echte Grundsätze. (Vergl. II. Abth. S. 21. Anm.)

§. 11.

„So wäre denn also durchaus kein Unterschied zwischen denjenigen Anschauungen, welche Kant apriorische genannt hat, und den empirischen zuzulassen? Eine Gestalt müssen doch alle Gegenstände haben; Farbe, Geruch, dgl. müssen sie nicht besitzen.“ — Ich antworte: nicht alle Gegenstände, die uns erscheinen sollen, müssen eine Gestalt besitzen, sondern nur diejenigen, welche uns eben als außer uns d. h. im Raume erscheinen sollen. Aber eben diese müssen sodann auch etwas haben, was diese Gestalt erfüllt, und dieses kann, nach der eigenthümlichen Beschaffenheit unsers Wahrnehmungsvermögens nur Eines von folgenden fünf Dingen seyn, entweder eine Farbe, oder ein Geruch, u. s. w. Also sind Farbe, Geruch, u. s. w. auch apriorische Formen in eben dem Sinne des Wortes, wie Raum  
und

und Zeit es sind, nur daß die Sphäre, worauf sich jene erstrecken, enger als die der letztern ist; gerade wie auch die Form des Raumes schon eine engere Sphäre hat, als die der Zeit. Unter den Begriffen gibt es nämlich (so lautet unser Endurtheil) keinen zu rechtfertigenden Unterschied; nach welchem sie, wie in empirisch und apriorisch, abgetheilt werden könnten; sondern sie alle sind apriorisch.

— Tu, si quae nosti rectius istis,  
Candidus imperti! si non: his utere  
mecum.

---