

Rozhledy matematicko-fyzikální

POP IT

Rozhledy matematicko-fyzikální, Vol. 99 (2024), No. 2, 42–43

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/152489>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2024

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ*:
The Czech Digital Mathematics Library <http://dml.cz>

MATEMATICKÉ OŘÍŠKY

POP IT

Milí čtenáři, jestlipak znáte hračku POP IT? Takové ty silikonové bublinky, s kterými si hrají jak malé děti, aby si procvičily motoriku, tak i dospělí, aby zahrnali stres. Ovšem hrají si s ní i děti ve škole. Průzkumem mezi 9letými žáčky jsme zjistili, že pravidla jsou následující:¹⁾

- Hrají dva hráči a pravidelně se střídají.
- V každém tahu musí hráč zmáčknout jednu, dvě, nebo tři bubliny.
- Prohrává hráč, který zmáčkne poslední bublinu.

Na obrázku 1 je POP IT ve tvaru jednorožce, který má 29 bublin.



Obr. 1: POP IT ve tvaru jednorožce

Máme pro čtenáře několik otázek:

1. *Je lepší začínat, nebo hrát jako druhý v případě hry POP IT z obr. 1?*
2. *Pokud si můžete vybrat, kdo začne, umíte vždy vyhrát v případě hry POP IT z obr. 1?*
3. *Pokud si můžete vybrat, kdo začne, umíte vždy vyhrát v případě hry POP IT s libovolným počtem bublin?*

¹⁾Ale existuje i celá řada jiných pravidel.

Minule měli čtenáři za úkol odpovědět na otázku týkající se palindromů, tedy slov, která zůstanou stejná, když se přečtou pozpátku: *Kolik různých palindromických faktorů může obsahovat slovo o délce n ?* Vysvětlete, proč to tak je. A záleží na tom, zda je slovo sestaveno z písmen a, b nebo například z písmen a, b, c , tedy na velikosti abecedy?

Řešení. Odpověď je n . Vysvětleme proč.

Mějme slovo w délky n , tj. složené z n ne nutně různých písmen. Každý palindromický faktor p se někde ve slově w vyskytne poprvé, tedy $w = xpy$ pro nějaké faktory x, y , kde prefix $u = xp$ slova w neobsahuje p jinak než jako sufix. Pak p je nejdelším palindromickým sufixem prefixu u . Kdyby existoval delší palindromický sufix q slova u , pak by palindrom p byl jeho sufix, ale díky palindromicitě q by byl i jeho prefixem. Tudíž by slovo u obsahovalo p alespoň dvakrát, což je spor.

Umíme tedy každému palindromickému faktoru p slova w přiřadit výše popsaným způsobem jednoznačně prefix u , přičemž různým palindromům přiřadíme různé prefixy. Jinými slovy, popsali jsme prosté zobrazení, které palindromickým faktorům slova w přiřazuje prefixy slova w . No a jelikož je různých prefixů slova w právě n , je různých palindromických faktorů slova w nejvýše n .

Z argumentu je rovněž vidět, že na velikosti abecedy nezáleží.

Řešení Sudoku ze str. 12:

5 ^a	3	1 ^b	7	2 ^c	8	4	9 ^d	6 ^e
8	2	7 ^f	4	9	6	5	3	1
4	9	6	5 ^g	3	1 ^h	2 ^{ch}	8	7
1	7 ⁱ	8	2 ^j	5	4	9	6 ^k	3 ^l
9	5	4	6 ^m	1	3 ⁿ	7	2	8
3 ^o	6 ^p	2	9	8	7 ^q	1	5 ^r	4
7	8	9	3 ^s	4	2 ^t	6	1	5
6	1	5	8	7 ^u	9	3 ^v	4	2
2	4 ^w	3	1	6 ^x	5	8 ^y	7	9 ^z