Arne Vrbský

Turbodidaktika 1

Učitel matematiky, Vol. 12 (2004), No. 2, 121–128

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/150755

TURBODIDAKTIKA 1

Doc. Arne Vrbský
Zemědělská akademie, Grünfeld, SRN[8]

Touha reformovat školství je stará jak školství samo. Lze říci, že pojmy školství a reforma školství tvoří nerozlučnou dvojici. Občané, kteří školské reformy připravují, se nazývají reformátoři. Někteří z nich dokonce krátce učili na základní nebo střední škole. Proti nim stojí učitelé, kteří po reformě moc netouží, což je problém. Řada učitelů, zejména ti, kteří mají do důchodu pět a méně let, je dokonce proti jakýmkoliv reformám a těší se na zasloužený odpočinek.

V současné době se blankytně modré nebe českého školství zatahuje reformními mráčky a učitelská obec zahájila nákup nepromokavých plášťů a deštníků, aby je očekávaný reformní déšť zasáhl co nejméně. Reformátoři tak mají proti sobě silného soupeře a musí se velmi snažit, aby dosáhli aspoň částečného úspěchu. Když dojdou věcné argumenty, použijí se zahraniční zkušenosti. To má ale jistá úskalí, protože v zahraničí je situace prakticky stejná jako u nás, také tam jsou učitelé, kteří se těší na důchod a také tam mají problémy s výsledky vzdělávání svých žáků.

Oblíbené jsou rovněž různé výzkumy, které na základě zkoumání menšího počtu žáků v různých zemích publikují dalekosáhlé závěry. Statistika je mocná čarodějka, ty grafy jsou tak pěkné, zejména, když jsou navíc barevné. Také dualismus „staré pojetí – nové pojetí“ má stále řadu zastánců. Nesmí se ale zapomínat, že tzv. nové pojetí je budoucí staré pojetí. V předposlední fázi vstupují do hry různé výzvy, včetně výzev oslovujících celý národ. Všichni přece chodili do školy a tak jsou jistě kompetentní

---

[8] Jak jsme již nejednou uvedli, je doc. Arne Vrbský nápadně podobný vedoucímu redaktorovi dr. Dagovi Hrubému a proto s ním bývá často zaměňován.

se ke školství fundovaně vyjadřovat. Pokud by podobná výzva došla naplnění, což je nemyslitelné, bylo by možné formulovat názor českého národa na školství. Nakonec vstoupí do hry politici, kteří předložené dokumenty od reformátorů přečtou třikrát v parlamentu a reforma je na světě.

V této souvislosti bych rád připomněl léta 1848 – 1948. Přes velké úsilí refomátorů se podařilo uskutečnit v tomto období dvě významnější reformy. V roce 1849 Bonitz – Exnerova reforma *Entwurf der Organization der Gymnasien und Realschulen in Oesterreich* (Nástin organizace gymnázií a reálek v Rakousku) a v roce 1908 Marchetova reforma. To nám tak vychází jedna reforma za padesát let. Co se ovšem dělo ve školství po roce 1948 nemá obdoby snad v žádné jiné zemi. Jedna reforma stíhala druhou. Oblíbené bylo zejména měnit délku docházky do základní školy z devíti na osm let a naopak. Čeští učitelé jsou však nezničitelní a vůči reformám značně imunní. Nakonec všechno přežili. Kdo učil dobře, učí dobře dál, kdo učil špatně, učí špatně také dál. Dětem emigrantů jak po roce 1948, tak po roce 1968 se dostalo v rodné zemi dobrého vzdělání a na zahraničních školách dosahovali dobrých studijních výsledků.

Cílem tohoto článku však není neplodná polemika o školských reformách. Každý totiž využívá nabyté svobody, co člověk to jiný názor. Nalezení společného tématu a shody je prakticky nemožné. Věnujme se proto dále zcela konkrétnímu příspěvku z oblasti moderní pedagogiky, kterým je *Turbodidaktika*, ve zkratce TDi.

I když první práce, které formulovaly principy TDi, vznikly na Zemědělské akademii v Grünfeldu, SRN, kořeny TDi jsou v České republice. Tvůrcem TDi je totiž český emigrant z roku 1948, docent FF UK doc. René Vrbský, který ze zdravotních důvodů ukončil v roce 1970 veškerou vědeckou činnost (Dg.: NKM). Snad dílem štěstěny se stalo, že na výsledky práce doc. René Vrbského mohl již v roce 1970 navázat jeho synovec Arne, rovněž emigrant, ale z roku 1969, autor tohoto článku. Tyto, pro některé čtenáře snad nadbytečné informace uvádím pouze proto, že mezi pedagogy dochází občas k záměně našich jmen a vznikají tak nejasnosti kolem autorství některých prací z oblasti TDi.

Na základě požadavku redakční rady časopisu *Učitel matematiky* se nebudu dále zabývat obecnými principy TDi, ale uvedu konkrétní případ užití TDi při řešení některých algebraických rovnic.

Řešení kvadratických rovnic metodou Tdi

Základem našich úvah je jedna z nejvýznamnějších vět v této oblasti, která je v literatuře uváděna většinou pod názvem *Kvadratická věta.* Tuto větu vyslovil a dokázal v roce 1960 René Vrbský. Důkaz této věty je ukázkou hlubokých matematických znalostí René Vrbského a je mezi matematiky stále oceňován. Škoda, že nedošlo k dohodě s redakční radou časopisu *Učitel matematiky*, která odmítla důkaz publikovat v rámci tohoto článku.

Vyjádření výkonného redaktora doc. Eduarda Fuchse

Je pravda, že součástí příspěvku doc. Vrbského byl i důkaz Kvadratické věty. Jde o náročný matematický text rozsahu 10 stran, doručený do redakce 15. 4. 2003. Redakční radu důkaz velice zaujal, člena redakční rady doc. Jindřicha Bečváře natolik, že musel vyhledat odbornou lékařskou pomoc.

Po zralé úvaze bylo rozhodnuto důkaz nepublikovat, i vzhledem k jeho rozsahu, a oznámit tuto okolnost telefonicky doc. Vrbskému do Grünfeldu. V následném hodinovém telefonickém hovoru reagoval doc. Vrbský na návrhy redakční rady velmi podrážděně a dožadoval se publikování důkazu. Nakonec byla domluvena schůzka členů redakční rady a doc. Vrbského. Na této schůzce, která proběhla ve Vídni dne 23. 6. 2003 a které se za redakční radu nezúčastnil doc. Jindřich Bečvář z důvodu pokračující hospitalizace na psychiatrické klinice v Praze, souhlasil nakonec doc. Vrbský s tím, že důkaz publikován nebude. Uznal argument, že čtenáři našeho *časopisu jsou především učitelé, nikoliv tedy odborní matematici.*[9]

- **Kvadratická věta.**

$$\forall x \in \mathbb{R}\colon x^2 = x \cdot x$$

Je s podivem, že věta byla objevena až v roce 1960. Opět se potvrdilo, že v jednoduchosti je krása. Pro naše potřeby jsou ale důležité důsledky Kvadratické věty, které byly publikovány v roce 1975 již autorem tohoto článku. Jedná se o multiplikativní kanonické rozklady, všeobecně známé pod označením *MUROKAP* a *MUROKAN*.

- **MUROKAP** – multiplikativní rozklad kanonický, pozitivní

$$1 = 1 \cdot 1$$

Důkaz:
Dosadíme-li do kvadratické věty $x = 1$, dostáváme ihned $1 = 1 \cdot 1$, což bylo dokázat.

- **MUROKAN** – multiplikativní rozklad kanonický, negativní

$$1 = (-1) \cdot (-1)$$

[9] Uvedené vyjádření doc. Fuchse ovšem není autentické a je pouhou interpretací doc. Vrbského. V zájmu objektivní pravdy uvádíme skutečné vyjádření doc. Fuchse o průběhu vídeňského jednání. Následující informaci poskytl při návštěvě doc. Bečváře v bohnické léčebně: *Doc. Vrbský i nadále tvrdošíjně odmítal uznat, že „Kvadratická věta" je sice pravdivá, avšak předložený důkaz je naprosto nesprávný. Uveřejněním důkazu dokonce podmínil další dotace Zemědělské akademie v Grünfeldu našemu časopisu. Toto stanovisko doc. Vrbský zmírnil až poté, co mu redakční rada přislíbila, že místo důkazu uveřejní tři další příspěvky o aplikacích turbodidaktiky. Tento příslib ovšem redakce učinila teprve poté, co doc. Vrbský časopisu předal šek na* 3 420 *euro, čímž budou pokryty náklady na výrobu příslušných čísel Učitele matematiky.* Po této zprávě se zdravotní stav doc. Bečváře zlepšil natolik, že mohl být propuštěn do domácího ošetřování. Skutečnost, že intenzivní manželčina péče přivodila opětovné zhoršení jeho psychického stavu, již nesouvisí s tématem tohoto příspěvku. Pozn. red.

Důkaz:
Dosadíme-li do kvadratické věty $x = -1$, dostáváme ihned $1 = (-1) \cdot (-1)$, což bylo dokázat.

Rád bych upozornil zájemce o tuto problematiku z řad učitelů, aby před řešením příkladů věnovali skutečně velkou pozornost procvičení Kvadratické věty. Doporučuji zadat žákům za domácí cvičení stokrát opsat Kvadratickou větu a potom žáky vyzkoušet. Pokud zjistíme, že ne všichni jsou si jisti, zadáme opět stokrát Kvadratickou větu opsat. Tentokrát ne ve tvaru $x^2 = x \cdot x$, ale ve tvaru $x \cdot x = x^2$. Pokud i po tomto druhém cvičení budou zjištěny nedostatky, doporučuji příklady neřešit, popř. změnu povolání. Předpokládejme nyní, že všichni Kvadratickou větu zvládli a pusťme se již do řešení příkladů.

Příklad 1

V $\mathbb{R}$ řešte rovnici $x^2 = 1$.

Řešení:

a) Z Kvadratické věty a Murokapu ihned plyne

$$x \cdot x = 1 \cdot 1$$

Předcházejí výraz má velký potenciál didaktický. Zřejmý kořen $x = 1$ je zde dokonce zapsán dvakrát, což ocení zejména méně pozorní žáci a žáci nosící brýle. Škrtneme-li nyní na levé straně x a na pravé straně 1 dostáváme okamžitě kořen $x = 1$. Lze tedy psáti $K_1 = \{1\}$.

b) Z Kvadratické věty a Murokanu ihned plyne

$$x \cdot x = (-1) \cdot (-1)$$

Předcházejí výraz má velký potenciál didaktický. Zřejmý kořen $x = -1$ je zde dokonce zapsán dvakrát, což ocení zejména méně pozorní žáci a žáci nosící brýle. Škrtneme-li nyní na levé straně x a na pravé straně -1 dostáváme okamžitě kořen $x = -1$. Lze tedy psáti $K_2 = \{-1\}$. Pro množinu kořenů dané rovnice pak platí

$$K = K_1 \cup K_2 = \{-1; 1\}$$

Příklad 2

V $\mathbb{R}$ řešte rovnici $x^2 = 2$.

Řešení:

V tomto případě se zdá, že Kvadratickou větu nelze použít a tím také Murokap a Murokan. Stačí ovšem použít substituci: $x = \sqrt{2}\, y$ a je jasno. Po dosazení ihned dostáváme $(\sqrt{2}\, y)^2 = 2$ a tedy $y^2 = 1$.

a) Z Kvadratické věty a Murokanu ihned plyne

$$y \cdot y = 1 \cdot 1$$

Předcházející výraz má velký potenciál didaktický. Zřejmý kořen $y = 1$ je zde dokonce zapsán dvakrát, což ocení zejména méně pozorní žáci a žáci nosící brýle. Škrtneme-li nyní na levé straně y a na pravé straně 1 dostáváme okamžitě kořen $y = 1$. Nyní se vrátíme k substituci a dostaneme $x = \sqrt{2}\, y = \sqrt{2} \cdot 1 = \sqrt{2}$. Lze tedy psáti $K_1 = \{\sqrt{2}\}$.

b) Z Kvadratické věty a Murokanu ihned plyne

$$y \cdot y = (-1) \cdot (-1)$$

Předcházejí výraz má velký potenciál didaktický. Zřejmý kořen $y = -1$ je zde dokonce zapsán dvakrát, což ocení zejména méně pozorní žáci a žáci nosící brýle. Škrtneme-li nyní na levé straně y a na pravé straně -1 dostáváme okamžitě kořen $y = -1$. Nyní se vrátíme k substituci a dostaneme $x = \sqrt{2} y = \sqrt{2} \cdot (-1) = -\sqrt{2}$. Lze tedy psáti $K_2 = \{-\sqrt{2}\}$. Pro množinu kořenů dané rovnice pak platí

$$K = K_1 \cup K_2 = \{-\sqrt{2}; \sqrt{2}\}$$

Příklad 3

V $\mathbb{R}$ řešte rovnici $x^2 + x = 2$.

Řešení:

V tomto případě se zdá že Kvadratickou větu nelze použít a tím také Murokap a Murokan. Stačí ovšem provést drobné úpravy použít vhodné substituce a bude jasno. Zřejmě platí:

$$x^2 + x = 2$$

$$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} = 2$$

$$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

$$\frac{4}{9}\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = 1$$

Nyní použijeme substituci: $y = \frac{2}{3}\left(x + \frac{1}{2}\right)$ a je jasno. Po dosazení ihned dostáváme $y^2 = 1$.

a) Z Kvadratické věty a Murokanu ihned plyne

$$y \cdot y = 1 \cdot 1$$

Předcházejí výraz má velký potenciál didaktický. Zřejmý kořen $y = 1$ je zde dokonce zapsán dvakrát, což ocení zejména méně pozorní žáci a žáci nosící brýle. Škrtneme-li nyní na levé straně y a na pravé straně 1 dostáváme okamžitě kořen $y = 1$. Nyní se vrátíme k substituci a dostaneme $1 = \frac{2}{3}\left(x + \frac{1}{2}\right)$. Odtud pak po úpravách je $x = 1$. Lze tedy psáti $K_1 = \{1\}$.

b) Z Kvadratické věty a Murokanu ihned plyne

$$y \cdot y = (-1) \cdot (-1)$$

Předcházejí výraz má velký potenciál didaktický. Zřejmý kořen $y = -1$ je zde dokonce zapsán dvakrát, což ocení zejména méně pozorní žáci a žáci nosící brýle. Škrtneme-li nyní na levé straně y a na pravé straně -1 dostáváme okamžitě kořen $y = -1$. Nyní se vrátíme k substituci a dostaneme $-1 = \frac{2}{3}\left(x + \frac{1}{2}\right)$. Odtud pak po úpravách je $x = -2$.

Lze tedy psáti $K_2 = \{-2\}$. Pro množinu kořenů dané rovnice pak platí

$$K = K_1 \cup K_2 = \{-2; 1\}$$

Pečlivému čtenáři snad neuniklo, že problém řešení kvadratických rovnic je zde plně vyřešen. Všechny řešitelné kvadratické rovnice se dají převést na jeden z předcházejících příkladů. Rovnice, které nemají řešení, neřešíme. To je snad jasné. Z tradičních metod je zde použito promyšlené opakování textu při rozboru jednotlivých příkladů. Zcela netradiční, a tedy moderní, je použití Kvadratické věty, Murakapu a Murokanu při řešení elementárních úloh školské matematiky. Domnívám se, že Kvadratická věta, Murokap a Murokan mohou sehrát významnou úlohu při tvorbě Školních vzdělávacích programů po schválení Školského zákona.

Je pravda, že můj pohled na reformní snahy v ČR ze sousední země může být zkreslený, moje kontakty jsou omezené. Z druhé strany je třeba poznamenat, že výše uvedené moderní postupy jsou u nás v Bavorsku už standardem.