

Hana Lišková
Spirolaterály

Učitel matematiky, Vol. 15 (2007), No. 4, 199–204

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/150701>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2007

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

SPIROLATERÁLY

HANA LIŠKOVÁ

V období Pythagora (6. st. př.n.l.) k sobě aritmetika a geometrie neoddělitelně patřily. Právě zde se využívá pro znázornění součinu čísel obdélník daných rozměrů ^[6], objevuje se zavedení tzv. figurálních čísel ^[2,3]. Vzhledem k paralele fylogeneze a ontogeneze matematického myšlení si myslím, že by bylo užitečné neoddělovat příliš tyto dvě oblasti matematického vzdělávání a právě na úrovni školy ukazovat úzký vztah mezi těmito disciplínami. Mnohé děti porozumí aritmetickému učivu lépe při jeho geometrizaci a naopak pro některé děti dosud málo atraktivní geometrie může získat zcela nový, zajímavý rozměr.

Úloha 1

Zapišme násobky čísla 6, dostaneme řadu

$$6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, \dots$$

Zapišme ciferné součty těchto násobků

$$6, 3, 9, 6, 3, 9, 6, 12 \Rightarrow 3, \dots$$

Zakresleme do čtvercové sítě **spirolaterálu**, jejíž úseky jsou určeny délkami podle řady ciferných součtů. Při zakreslování spirolaterály dodržujeme v každém kroku směr zalomení čáry (volíme buď zalomení vpravo, nebo zalomení v každém kroku vlevo).

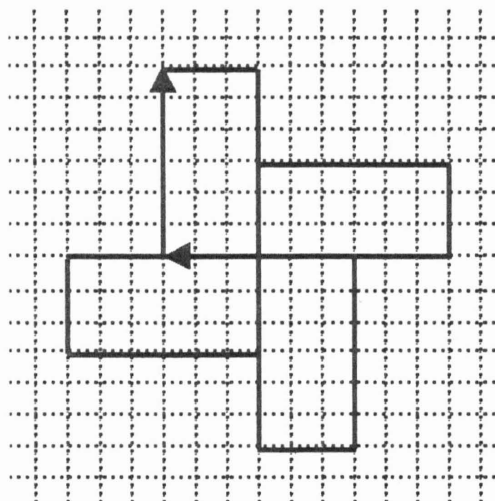
Poznámka: Na uvedených obrázcích vidíme zalomení vpravo, vzniká pravotočivá spirála.

Obdobně zapišme násobky čísla 3, dostaneme řadu

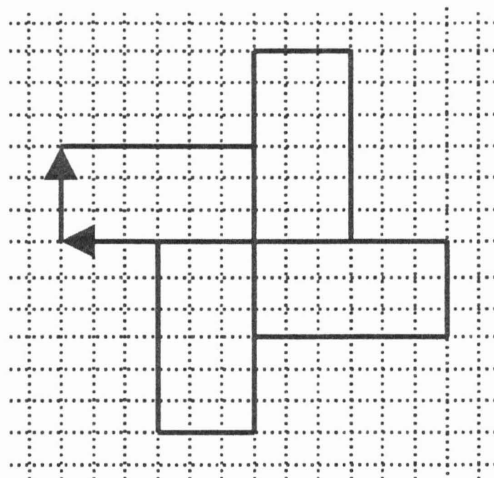
$$3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, \dots$$

Zapišme opět ciferné součty těchto násobků

3, 6, 9, 3, 6, 9, 3, 6, 9, ...



Spirolaterála pro číslo 6



Spirolaterála pro číslo 3

Obr.1

Poznámka: Svislá šipka na obrázku vyznačuje první krok konstrukce, vodorovná šipka ukazuje na počáteční a koncový bod spirolaterály.

Tuto aktivitu jsem poprvé použila při práci s talentovanými žáky 4.a 5. tříd základních škol v rámci společného setkání úspěšných řešitelů korespondenčního semináře Matýsek. Někteří z žáků byli činností tak zaujati, že začali spontánně hledat nové spirolaterály a zkoumat jejich tvary. Řešili otázku: „... ty spirály vypadají stejně ale úplně stejné nejsou.“ Rozvinula se zajímavá diskuse kolem tohoto problému. Po této zkušenosti jsem zařadila spirolaterály v prvním ročníku pedagogického lycea (téma dělitelnost), kdy měli studenti hledat příbuzné spirolaterály. Následně jsme pak v diskusi hledali zákonitosti.

Úloha 2

Podívejme se na spirolaterálu pro číslo 5 a pokusme se k ní najít spirolaterálu „párovou“.

Zapišme si násobky čísla 5, dostaneme řadu

$$5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, \dots$$

Ciferné součty pro tyto násobky jsou

$$5, 1, 6, 2, 7, 3, 8, 4, 9, 5, 10 \Rightarrow 1,$$

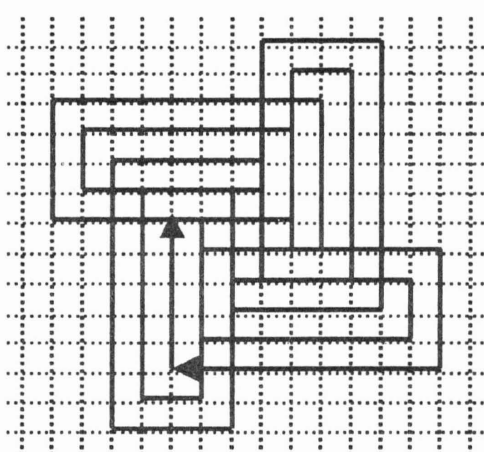
Zjistíme, že „párovou“ spirolaterálu tvoří násobky čísla 4.

Zapišme násobky čísla 4, dostaneme řadu

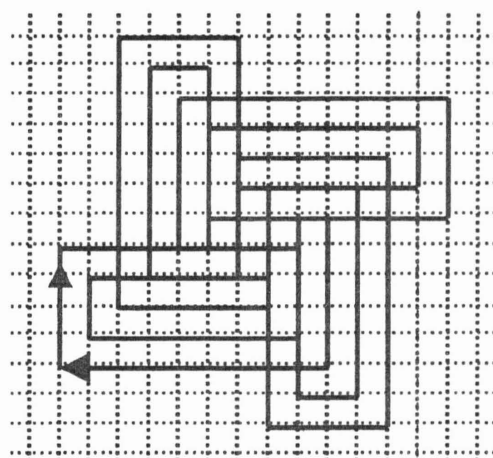
$$4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, \dots$$

Ciferné součty pro tyto násobky jsou

$$4, 8, 3, 7, 2, 6, 10 \Rightarrow 1, 5, 9, 4, 8, \dots$$



Spirolaterála pro číslo 5



Spirolaterála pro číslo 4

Obr.2

Úloha 3

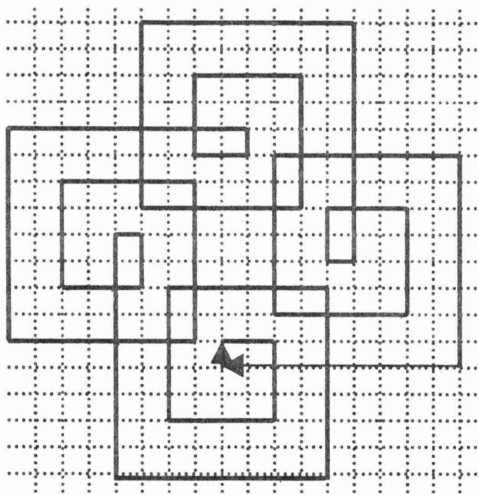
Hledejme další dvojice spirolaterál.

Zapišme násobky čísla 8 (pro číslo 1 to snad není nutné), dostaneme řadu

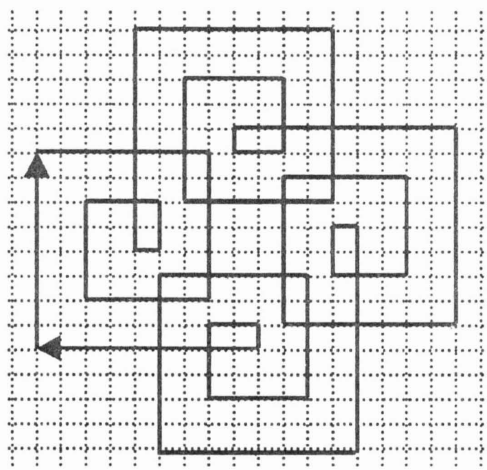
$$8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80, \dots$$

Ciferné součty pro tyto násobky jsou

$$8, 7, 6, 5, 4, 12 \Rightarrow 3, 11 \Rightarrow 2, 10 \Rightarrow 1, 9, 8, \dots$$



Spirolaterála pro číslo 1



Spirolaterála pro číslo 8

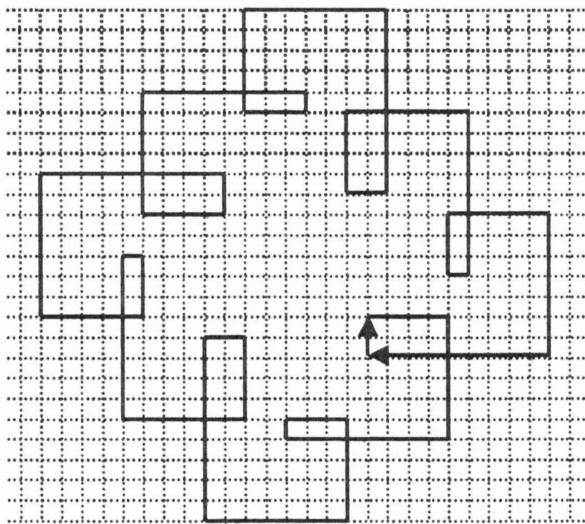
Obr.4

Zapišeme násobky čísla 2, dostaneme řadu

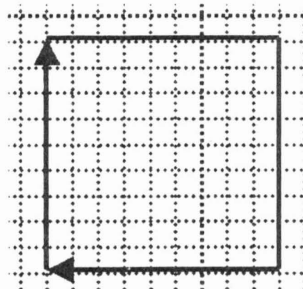
$$2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22$$

Ciferné součty pro tato násobky jsou

$$2, 4, 6, 8, 1, 3, 5, 7, 9, 2, 4, \dots$$



Spirolaterála pro číslo 2



Spirolaterála pro číslo 9

Obr.3

Vznikaly tedy dvojice spirolaterál, které jsou k sobě osově souměrné, říkali jsme jim „párové“ (viz tabulka), ale objevila se také dvojice shodných spirolaterál pro číslo 1 a 10.

	1. pár	2. pár	3. pár	4. pár
spirolaterála	čísla 3 a 6	čísla 4 a 5	čísla 1 a 8	čísla 2 a 7

Výjimečná vlastnost čísla 9, které netvoří spirolaterálu, ale pouze čtverec, protože všechny ciferné součty dávají číslo 9, studenty překvapila a hned upozorňovali na znalost kritérií dělitelnosti, kde se ciferný součet také objevuje.

Zajímavé výsledky přinesla skupina studentek, která zjistila podobnost spirály pro číslo 1 a 8 a navíc zjistila totožnou spirolaterálu pro číslo 1 a 10.

Úloha 4

Zjistěte, zda existují další shodné spirolaterály.

Studenti odhadovali a ověřovali, zda stejné zákonitosti jako pro dvojici čísel 1 a 10 budou fungovat například u čísel 3 a 12. Pokoušeli se zkoumat (již bez použití geometrické konstrukce), jak to bude u čísla 14; které číslo bude tvořit shodnou spirolaterálu? Snažili se použít zjištěné obecné zákonitosti.

Závěr

Tato aktivita studentů mě velmi potěšila, protože se mnohdy snažíme obecné principy vysvětlovat tam, kde studenti příliš nutnost necítí a tentokrát se k obecným zákonitostem dopracovávali, aniž bych to předem očekávala. Studenti se postupně dostali k úvahám ve smyslu zbytkových tříd. Velmi cenná byla i průběžná vzájemná spolupráce skupin studentů, komunikace mezi nimi, respektování a kritické hodnocení dílčích výsledků, využití analogií, experimentování a objevování obecných zákonitostí. Zanedbatelné nebyly ani snahy své postřehy srozumitelně formulovat.

Věřím, že podobně tvůrčí chvíle se spirolaterálami prožijete i vy se svými žáky. Dovolte, abych upozornila na to, že i přesto, že jsem vždy při této činnosti používala čtverečkovaný rastr, měli někteří žáci (bez ohledu na věk) velké problémy udržet směr rotace lomené čáry. U těchto žáků se osvědčilo zavést princip otáčení papíru tak, aby črtali čáru stále svisle vzhůru.

Literatura

- [1] Angliolina, A., *Hry s čtverečkovaným papírem a tužkou*, Portál, Praha, 2000.
- [2] Bečvář, J., *Hrdinský věk řecké matematiky I*, In Historie matematiky I, JČMF, Brno, 1994.
- [3] Hejný, M. a kol., *Teória vyučovania matematiky*, SPN, Bratislava, 1990.
- [4] Hejný, M., Kuřina, F., *Dítě, škola, matematika. Konstruktivistické přístupy k vyučování*, Portál, Praha, 2003.
- [5] King, A., *Co dokážu s matematikou I.*, Fragment, Havlíčkův Brod, 1999.
- [6] Vopěnka, P., *Úhelný kámen evropské vzdělanosti a moci. Souborné vydání Rozprav s geometrií*, Práh, Praha, 2001.

RNDr. Hana Lišková

Vyšší odborná škola pedagogická a střední pedagogická škola

Komenského náměstí 22

570 01 Litomyšl

e-mail: liskova@vospspgs.cz