

Bohdan Zelinka
Proč učíme matematice

Učitel matematiky, Vol. 15 (2007), No. 1, 54–59

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/150673>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2007

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

PROČ UČÍME MATEMATICE

BOHDAN ZELINKA[†]

Název článku možná leckterého čtenáře nutí obrátit stránku a číst raději něco jiného. Očekává totiž, že se zase jednou doví, že kantořina není povolání, ale poslání, a co by z toho mělo vyplývat. Ano, o některých povoláních se říkává, že nejsou povolání, ale poslání. Jen o některých; jsou povolání, o nichž se to neříká, jako člen správní rady akciové společnosti či (kupodivu) poslanec (ten přece je něco jiného než povolání fasující svou plnou polní), ale také třeba čistič stok. Zmíněné sousloví jaksí naznačuje, že ten, kdo takovou činnost vykonává, by měl myslet jen na blaho lidské společnosti a rozhodně se vyhýbat myšlenkám na mrzký mamon. (Vůbec ideální by bylo, kdyby své poslání vykonával zadarmo a živil se vedle toho nějakým povoláním.) Závěr úvahy by neměl být díkem těm, kteří dotyčné „nepovolání-ale-poslání“ provádějí (to je přece jejich samozřejmá povinnost), ale raději kletbou těm, kteří od svého poslání desertovali kvůli již zmíněnému mrzkému mamonu. Takže tímto končí výklad o tom, o čem zde psát nechci, a začnu psát to, co chci.

Není třeba na otázky vždy hledat hluboké filosofické odpovědi. Opravdu, na otázku „Proč učíme matematice“ lze odpovědět slovy „Aby ji naši žáci znali.“ Tím se ovšem nastoluje nová otázka „A proč ti žáci mají matematiku znát?“ Na tu otázku se ovšem odpovědi liší podle typu školy. Na mateřské škole a na nižším stupni základní školy matematika jsou počty (tak se tam kdysi ten předmět nazýval) a její znalost je součástí gramotnosti, nutný předpoklad toho, abychom se vůbec nějak dokázali potácet tímto světem. Na vyšším stupni základní školy a na gymnáziu je matematika součástí jistého systému všeobecného vzdělání. To už je takové vzdělání, bez kterého by se člověk mohl obejít, ale přesto je vždy lepší je mít než nemít. Věcí diskuse ovšem může být, co

by mělo být do toho všeobecného vzdělání zahrnuto. (Má vůbec smysl, aby člověk věděl něco o logaritmech, když poslední výroba logaritmických pravítek byla ukončena už před dávnými lety?)

Trochu šíře lze otázku zkoumat v případě vysokých škol a středních odborných škol. Budeme mluvit o školách vysokých; u těch středních je to jaksi obdobné. Student na vysoké škole studuje matematiku, aby se z něho stal její

- a) odborník,
- b) učitel,
- c) uživatel.

Odborníkem v matematice se stává na matematicko-fyzikální nebo přírodovědecké fakultě některé university. Očekává se od něho, že bude vědeckým pracovníkem či vysokoškolským učitelem. Ať si takový student nestěžuje, že ho někdo honí vyžadováním přesných formulací definic a vět, a dokonce znalosti důkazů. Jednou takové důkazy bude muset nejen pozorně číst, ale i sám tvořit. Dal se na vojnu, musí bojovat! A když to nedobojuje, ještě ho rádi vezmou na některé jiné fakultě, tedy někde, kde se nevychovávali matematictí odborníci, ale učitelé nebo zasvěcení uživatelé matematiky. Ty uživatele vychovávají fakulty technických a ekonomických vysokých škol a nematematické obory přírodovědeckých fakult. Uživatel by měl hbitě řešit základní úlohy diferenciálního a integrálního počtu; počítat například derivace, integrály a řešit základní typy diferenciálních rovnic. Samozřejmě v tomhle dost pomáhá moderní výpočetní technika, ale to ho nutnosti vzdělávání nezabavuje. Nemůže také vše hned „hodit do stroje“. Měl by umět odhadnout, co z jeho oboru lze řešit matematickými metodami a jakými. Nu, a potom by to měl opravdu řešit.

U budoucích uživatelů matematiky bychom tedy především měli vyžadovat řešení úloh. S důkazy vět bychom je příliš trápit neměli. Někdy se říká, že v přednášce by přece jen nějaký důkaz měl být. Nu což, zkusme v přednášce něco dokázat, aby studenti viděli, že se matematické věty dokazují, a jak se dokazují. Pár opravdu svědomitých studentů nás bude sledovat; těm ostatním klidně tolerujeme, pokud si vytáhnou na tu chvíli skriptum jiného předmětu (pokud nebudou dělat nic horšího). S tím souvisí

i otázka, zda by ve skriptech pro budoucí uživatele matematiky měly být důkazy vět. Mohlo by se říci: „Aspoň si to budou moci přečíst.“ Ale kdy přečíst? Známe sebe samotné; ve zkuškovém období bychom nečetli důkaz, o němž bychom věděli, že se nebude zkoušet. A potom? Kdoví, kam se ta skripta vůbec podějí.

Pokud bychom chtěli být hodně zlí na budoucího uživatele matematiky, mohli bychom mu místo složité úlohy na výpočet integrálu položit zdánlivě prostou a bezelstnou otázku: „Co víte o integrálu?“ A nastane pro něho zoufalá situace. Co vlastně mohu vědět o integrálu? Vpředu je jakási stylizovaná dýmka nebo saxofon, vzadu se píše dx (aspoň kantoři rajtují na tom, aby se tam psalo, stejně jako za výsledkem neurčitého integrálu se má psát $+C$). Kdyby to bylo ze sinu, byl by to minus kosinus, z kosinu by to byl sinus. Ale integrál takhle sám o sobě a dokonce snad ještě určitý? To se kreslí nějaké schody, ale kdo to má přesně znát?

Mezi specialisty a uživateli není tak ostrá hranice. Lze říci, že ji vyplňují odborníci v oborech těsně s matematikou spjatých, a to fyzikové včetně jaderných, astronomové, meteorologové a podobně, a také elektrotechnici a informatici.

Poslední uvedenou skupinou jsou budoucí učitelé základních škol, tedy dnešní studenti pedagogických fakult. Ti jednak potřebují hlouběji vniknout do toho, co se sami ve škole učili a co budou učit, aby to opravdu znali a nekázali bludy¹⁷ a jednak potřebují znát více než jejich budoucí žáci. Tedy vlastně zase získávají určité všeobecné vzdělání, ale uvnitř svého oboru. Učí se matematickým poznatkům, o nichž ani nebudou sami učit, ani jich sami používat. A je to potřebné. Byla by to rána pro učitelovu autoritu, kdyby se žáci dověděli, že to, čím je dnes učitel trápí, se ještě včera šprtal on sám.

A co by tedy měl znát? Měl by mít přehled o tom, jak se matematika dělí na jednotlivé obory. Měl by něco vědět o těch

¹⁷ Ať se fyzici nezlobí, že budu brát příklady z jejich řad. Můj otec zažil na gymnáziu fyzikáře, který chtěl třením ebonitové tyče liščíím ohonem rozsvítit žárovku. Zato můj fyzikář nám jednoduše vysvětlil, proč nelze přímku definovat jako nejkratší spojnicí dvou bodů. Nakresleme na papír přímku AB. Pak papír zkrabatíme a zjistíme, že ta nakreslená přímka už vůbec není nejkratší spojnicí bodů A a B.

strašidelně tajemných pojmech jako diferenciál a integrál a také vědět, že se to zahrnuje do matematické analýzy. Měl by vědět, co se dnes zahrnuje do algebry (nekončí kvadratickými rovnicemi) a do geometrie (nekončí Pythagorovou větou). Měl by vědět o existenci matematické statistiky, topologie a diskrétní matematiky. Neměly by mu být cizí počítače. A zcela jasný by mu měl být pojem množiny a aspoň takzvaná naivní teorie množin.

Je toho mnoho a je otázka, do jaké míry co má znát. S důkazy by to mohlo být podobné jako u budoucího uživatele. Ale přece jen raději trochu více, vždyť on některé věci (jako třeba už zmíněnou Pythagorovu větu) bude dokazovat i na té základní škole. Rozhodně by měl být přesný v užívání symboliky; vynechání závorek by u něho nemělo být považováno za nepatrné opomenutí, za něž se u zkoušky nevyhazuje. A jako budoucí učitel by měl především umět mluvit. Nejde tu o rétoriku, které užíval Demosthenes proti Filippovi ani Cicero proti Catilinovi, ale ani tak o přesnost terminologie. Jde o to, aby dovedl na danou otázku odpovědět tak, aby ten, kdo ho slyší a nic o věci neví, po té odpovědi něco věděl. Pro některé studenty je to možná nezvyklé, ale opravdu tohle je důležitější než dovednost hbitého počítání. Učitel by neměl jako nějaký kouzelník předvádět žákům, co on umí a oni neumějí. To, co předvádí, musí sloužit tomu, aby se to žáci naučili také. Jinak jim učitelova dovednost není k ničemu.

Předvedme si dialog sestavený na motivy skutečných dialogů (E = examinátor, S = student).

E: Jak se násobí matice?

S: (mlčí)

E: Kdy můžeme matici **A** násobit maticí **B**?

S: To, když to násobíme, tak násobíme ty řádky.

E: Jak je to s počty řádků a sloupců u matic **A** a **B**, když má existovat součin **AB**?

S: Ten řádek je ten řádek a ten sloupec je ten sloupec.

E: Takže nevíte, kdy se matice mohou spolu násobit.

S: Ale já ty matice násobit umím! (Vezme dvě čtvercové matice řádu 2 a hbitě je vynásobí.)

E: Ale na to jsem se přece neptal. Kdy můžeme matice **A** a **B**

spolu násobit?

S: No takhle.

E: Takže byste přišel znovu někdy později. (Vpisuje do protokolu 4.)

S: Já jsem nešťastný člověk. Vždycky všechno znám, ale vím předem, že zkoušku neudělám, protože vy jste si na mne zasedl a nenecháte mě projít.

Všimněte si, že poslední studentovy věty jsou první jeho souvislé české věty. Proto také examinátor upouští od svého úmyslu doporučit zkoušenému návštěvu logopedické poradny. Ostatně on také ví, že blábolení je obvyklým způsobem odpovídání na otázky, přestože má zkoušený čas na přípravu a může si odpověď psát na papír. A platí tu jedno paradoxní tvrzení, že písemně blábolit je takřka nemožné. Krásně se blábolí v teorii grafů: eulerovský tah je, když jsou ty uzly spojené. Vzdálenost v grafu jsou ty hrany mezi tím. Čínský problém listonoše je, že se to má projít. A ještě lepší je definice Turingova stroje: „Turingův stroj je, když se ta páska posunuje podle té tabulky, a když je tam ten vykřičník, tak to končí“.

Požadavek (dalo by se říci, že skromný) sdílného mluvení je přece jen něco jiného než požadavek přesnosti terminologie (i když ani ten by neměl být zanedbáván). Jistý student přednesl definici normálního Markovova algoritmu přesně podle učebnice; pravidlo se v ní, že je dán určitými substitucemi. Tím pokládal svou povinnost za splněnou a nehodlal ztrácet čas vysvětlováním, co ty substituce jsou. On ví, že v Markovově algoritmu se užívá substitucí, ale o nich by už snad nemusel nic vědět.

Tak vida autora! Zaučil si pro budoucí uživatele a později pro budoucí učitele, a hned by chtěl rozdávat rozumy. A přesto si je vědom, jak daleko je od dokonalosti. Nejde jen o popsané křiklavé případy. Učitel by měl studenty učit tak, aby se nad tou matematikou zamýšleli, aby se jí učili jinak než jako cizojazyčné básni se samými neznámými slovíčky. A i když učitel třeba užije slova „přirozené číslo“, nemůže se spolehnout na to, že všichni mu rozumí. Kdyby se na to náhle zeptal, asi by se dověděl, že to je přece to číslo.

Ale zde také záleží na studentech. Chce-li být někdo učitelem matematiky, neměl by procházet cestou nejmenšího odporu, a už vůbec by ho nemělo těšit, že třeba udělal zkoušku, ač byl zrovna „dutý“. I když třeba neměl na střední škole latinu, měl by vědět, že „non scholae, sed vitae discimus“ (i když vlastně v tomto případě „vita“ je opět „schola“, ale už jiná než ta, na které právě studuje).



Informace o kurzech ESF

Na www.suma.jcmf.cz právě probíhá registrace pro kurz ESF *Podíl učitele matematiky ZŠ na tvorbě školního vzdělávacího programu*, který je akreditován MŠMT jako akce dalšího vzdělávání učitelů. Kurz v délce 30 vyučovacích hodin je pro učitele zdarma! Kurzy probíhají v celé republice. Nepochybujte, příležitost a registrujte se.

Informace o Dvou dnech s didaktikou matematiky

Na www.suma.jcmf.cz v sekci Akce právě probíhá registrace na již jedenáctý ročník konference *Dva dny s didaktikou matematiky*, která je určena učitelům ZŠ a SŠ. Na uvedeném webu najdete úplný archiv semináře i některé sborníky ve formátu pdf ke stažení.