

Učitel matematiky

Ivan Saxl; Milena Kvaszová

Co neučíme, a měli bychom (a co učíme, ač bychom možná nemuseli)

Učitel matematiky, Vol. 18 (2010), No. 3, 160–167

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/150523>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2010

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

CO NEUČÍME, A MĚLI BYCHOM (a co učíme, ač bychom možná nemuseli)

† IVAN SAXL, MILENA KVASZOVÁ

(Dokončení z minulého čísla)

5. Seminární práce jako praktické příklady klasické statistiky

Vynikajícím prostředkem výuky statistiky je zavedení seminárních prací. Témata se musejí vztahovat k žákům – *statistika je o nás: co jsme, jací jsme, co můžeme a především o tom, jak se navzájem lišíme*. Proto základní charakteristiky (střední hodnota, modus či medián nemají dostatečnou vypovídací charakteristiku – ve třídě je jeden milionář \implies všichni jsme bohatí). Důležitá jsou grafická zpracování výsledků. Práce lze zadávat ve vyučované třídě, ale žáci je mohou provádět také v jiných (nižších) třídách.

Uvedme několik příkladů, nejprve pro základní školy:

- a) kultura (frekvence návštěv divadla, kina, počet přečtených knih či navštívených diskoték za měsíc, počet hodin strávených u televize za týden apod.),
- b) osobní data (dny, měsíce a místa narození),
- c) sportovní zájmy (aktivně, pasivně, příp. soubory, prostředky pohybu – kolo, lyže, kolečkové brusle, skateboard, snowboard),
- d) použití mobilu (značka, kredit, provolané minuty, počet SMS poslaných za měsíc),

- e) kapesné a jeho využití (jídlo, kredit, kultura, oblečení a módní doplňky), opakovat v různých obdobích roku a porovnat,
- f) příklad výzkumu v nižší třídě: kdo se s tebou učí, dostáváš za známky peníze, čím bys chtěl(-a) být, chození do kina a divadla, oblíbené ovoce a zelenina, domácí zvíře, čas strávený denně s kamarády atd.

Pro gymnázium je vhodný test s obecným zadáním, který si každý žák sestaví a poté provede s populací své třídy (vedle výše uvedených charakteristik vyhodnotí též rozptyl a koeficient variace a grafické znázornění – kruhový diagram, sloupcový diagram).
Příklad zadání z jednoho konkrétního gymnázia:

- a) kvantitativní znak spolužáků (jak dlouho se učí anglicky, týdenní útrata za alkohol, počet domácích zvířat u žáků, počet navštívených zemí spolužáky, velikost bot, výška, patro spolužákova bytu, počet leteckých cest),
- b) kvalitativní znak spolužáků (oblíbený hudební žánr, oblíbený filmový žánr, mobilní operátor, oblíbený druh masa, jak naložíš s vysokou výhrou – výběr z pěti možností, oblíbená barva, barva vlasů, charakteristika dalajlámy – výběr z pěti možností, způsob trávení času doma – výběr z šesti možností),
- c) výběr statistiky v tisku a vlastní komentář k ní (názor lidí na placení za mateřské školy, podíl odvětví na zaměstnanosti v jednotlivých zemích, prodej mobilů ve zvoleném období, frekvence rozvodů v závislosti na délce manželství v různých letech, preference stran, cena topení, časový vývoj rozlohy chráněných území, burzovní vývoj v různých zemích ve zvoleném období),
- d) výběr statistiky z ročenky a vlastní komentář k ní (úrazy dětí ve škole, časový vývoj ceny bytů v Praze, množství peněz v oběhu u nás v závislosti na čase, měsíční srážky a průtok ve vybraných řekách, průměrný věk prvorodiček, přírůstek obyvatel, rozložení presidentských volitelů v USA, zdravotnické ukazatele v závislosti na čase).

Vhodné jsou testy požadující vysvětlení slov, jimiž v běžném životě charakterizujeme náhodné (nejisté) jevy nebo naopak slov vztahujících se k takovým jevům, jež však často používáme v nesprávném smyslu (význam slov průměrný, náhodný a náhoda, proměnlivý a proměnlivost, rozdíly mezi slovy asi, snad, nejspíš, zřídka atd.).

6. O datech a informacích

Základním pravidlem podmiňujícím kvalitu informace je nezávislost statistické agentury na jejím obsahu. Tím samozřejmě vypadávají ze hry bez výjimky všechny reklamy; jsou pouze sdělením, že ten či onen výrobek existuje, avšak o jeho kvalitě a účincích nevypovídají a posouzení výrobku nechávají na nás. Koupíme-li si nekvalitní oděv, nepřesahuje způsobená škoda zaplacenou cenu. Nebezpečí nekvalitních dopravních prostředků, potravin, kosmetiky a hraček je již podstatně závažnější. Nejhorší jsou však reklamy farmaceutické, a to i ty, v nichž vystupují údajně vyléčení pacienti či překvapivě zhubnuvší spoluobčané. Přitom univerzálnost léků (ale i kosmetických přípravků!) je nemožná, protože jsme každý jiný, a dlouhodobé užívání jakéhokoli léku se zpravidla neobejde bez trvalých následků. Proto se této problematice budeme dále věnovat podrobněji s vědomím, že její poznání a pochopení je pro každého občana životně důležité. Navíc i u jiných souborů dat je situace v lecčem velmi podobná.

Lékařský výzkum nového přípravku je vždy velmi náročný a vyžaduje dlouhodobý výzkum početného souboru nemocných i zdravých dobrovolníků. Jak dlouhodobý by program měl být, nelze spolehlivě určit; v poslední době se vyskytly zprávy o negativních účincích zaznamenaných při soustavném užívání léku až po desítkách let – viz například antidepresivum *Prozac*, jehož možné škodlivé účinky byly pozorovány až po cca 30 letech soustavného užívání.

Zhusta je vyžadována 95% účinnost léku, přičemž může být konstatováno, že ve 30% případů je jeho užívání provázeno nějakými nepříznivými účinky, např. těžkou nespavostí. S procentním

počtem však jsou obtíže způsobené tím, že pacienti i lékaři skutečný význam tvrzení nepřesně nebo zcela špatně chápou. Proto se doporučuje udávat místo procent počty osob (případů), k nimž se sdělení vztahuje. 95% je pak nahrazeno poměrem jeden ze dvaceti ve významu, že lék s touto účinností pomůže v **průměru** 19 pacientům ze dvaceti a nespavostí budou trpět v **průměru** 3 pacienti z deseti. Tím je znemožněna chybná, leč častá interpretace, že choroba bude lékem skoro úplně (na 95%) vyléčena (a zbylých 5% pomine časem samo od sebe) nebo že 3 noci z 10 budu špatně spát. Klíčové slovo je však v **průměru**, které nevylučuje, že konkrétním 5 či 10 pacientům nebude pomoci vůbec, protože představují 5% ze 100 či 200 pacientů. Jinými slovy, výsledky statistických testů se přesně vztahují k provedenému počtu experimentů a nikoliv k jeho zlomkům. Přitom počet zkoumaných osob by měl být řádově tisíc, a jednou ze zásadních komplikací je osobní přístup pacienta k léčení: je-li podle svého přesvědčení účinně léčen, zapojí do procesu i svou vůli, kterou s chorobou také bojuje. Účinnost léku pak vychází vyšší, než je ve skutečnosti. Řešení poskytuje zařazení fiktivně léčených pacientů, kterým je – aniž to vědí – místo léku podávána neúčinná látka (*placebo*); ovšem ponechat polovinu pacientů na pospas chorobě za účelem větší spolehlivosti statistiky je hodně problematické. Podobnou otázku klade trvání na vysoké účinnosti léku resp. jeho omezené škodlivosti při léčení jinak převážně smrtelných chorob; bez léku umře 70% nemocných, s ním se všichni uzdraví, ale polovina z nich bude dále bojovat s jeho nepříznivými účinky.

Výzkum je třeba zaplatit, a k tomu jsou ochotné pouze farmaceutické koncerny, které na výsledku – zejména ovšem příznivém – mají zájem. Koncerny si proto do smluv o hrazení výzkumu dávají podmínku, že badatel může své výsledky publikovat pouze se svolením objednatele. Uvedme několik případů podrobněji popsanych v knize [1].

Nancy Olivieri z torontské dětské nemocnice prováděla v roce 1997 pro firmu Apotex výzkum léku pro děti postižené talasemií (dědičná chudokrevnost). Léčivo obsahovalo látku *deferipron* a doktorka Olivieri dospěla k závěru, že lék vážně ohrožuje játra. Přes-

tože byla vázána smlouvou, považovala výsledek za tak závažný, že jej v roce 1998 publikovala. Apotex poté pohrozil žalobou, Nancy Olivieri přišla o své místo a rozpoutal se mnohaletý spor, který přes jisté narovnání v roce 2002 ještě stále pokračuje.

Betty Dongová, klinická farmaceutka na univerzitě v San Franciscu, zjistila v roce 1990 v rámci výzkumu pro firmu Boots, že její lék *Synthroid* nemá lepší účinky, než jiné levnější léky. Po různých pokusech o utajení výsledku, včetně soudní žaloby pro porušení smlouvy, byly poznatky Betty Dongové zveřejněny až v roce 1997, a to jen díky velkému veřejnému tlaku.

Jiná známá aféra se týká protizánětlivé drogy *Vioxx*, prodávané i u nás a vyráběné firmou Merck – viz internetovou stránku <http://www.protivioxxu.com> a prohlášení pro senátní komisi <http://www.fda.gov/ola/2004/vioxx1118.html>. V roce 2004 firma stáhla *Vioxx* z prodeje a následovalo vyšetřování FBI. Po zabavení firemní počítačové techniky v roce 2005 se prokázalo, že již v roce 1997, tedy dva roky před uvedením léku do prodeje, měli výzkumníci firmy Merck podezření na negativní vliv *Vioxxu* na kardiovaskulární systém. Studie publikovaná v časopise *The Lancet* odhadovala, že *Vioxx* byl pravděpodobně příčinou 88 000 až 140 000 případů srdečních chorob.

Jako příklad nesprávné interpretace výsledků testů v medicíně nám poslouží testování nádoru prsu u žen pomocí mamografu. Z rozhlasu, televize a prostřednictvím plakátů jsou ženy nabádány, aby se nechaly preventivně vyšetřit proti rakovině. Přitom mamograf nedokáže zabránit vzniku nádoru, nejedná se tedy o prevenci, a časté rentgenování prsou (doporučuje se jednou za rok až dva) stěží pomáhá zlepšovat život a zdraví žen. Výsledky švédské studie z roku 1996, ve které bylo sledováno 280 tisíc žen starších 40 let po dobu 10 let ukázaly, že ve skupině, která nebyla sledována pomocí mamografu, zemřely 4 ženy z 1 000, zatímco ve druhé skupině, která byla pod mamografickým skriningem, zemřely pouze 3 ženy z 1 000. Jak tento výsledek interpretovat? Jedna možnost je vyjádření relativního snížení ze 4 na 3, to znamená, že mamografický skrining snižuje úmrtnost na rakovinu prsu o 25%. Druhá možnost je vyjádření absolutního snížení, tj. 1 žena z 1 000, což předsta-

vuje snížení o 0,1 %. Přepočteno na dobu života nám vychází, že žena, která se podílí na programu monitorování, si prodlouží život v průměru o 12 dní.

Ne vždy je žena správně informována o tom, co to pro ni znamená, když je výsledek testu pozitivní. Pravděpodobnost, že žena ve věku kolem 40 let onemocní rakovinou prsu, je přibližně 1%. V případě, že má rakovinu, je pravděpodobnost pozitivního testu na mamogramu 90%. V případě, že nemá rakovinu, je přesto pravděpodobnost pozitivního testu 9%. Jaká je pravděpodobnost, že žena s pozitivním testem opravdu rakovinu má? Uvažujme 100 žen. Jedna má rakovinu a bude mít pravděpodobně pozitivní test. Ze zbývajících 99, které nemají rakovinu, bude jich 9 mít také pozitivní test. Tedy celkem bude mít pozitivní test 10 žen. Kolik z těchto žen s pozitivním testem má skutečně rakovinu? Pouze 1 z 10. Je tedy pravděpodobnost nemoci u žen s pozitivním testem 10%, nikoliv 90%, jak by se zpočátku zdálo. Podobná je situace u všech testů na přítomnost choroby, včetně HIV. I když lze na první pohled a právem odsoudit farmaceutické koncerny prosazující své zisky na úkor nemocných, je třeba si uvědomit obrovský rozvoj výzkumu právě díky penězům, do nějž firmy investují. V roce 1984 (před schválením zákona umožňujícího univerzitám uzavírat financované kontrakty) věnoval průmysl univerzitnímu výzkumu 26 miliónů dolarů, v roce 2000 byl jejich příspěvek téměř stonásobný – 2,3 miliardy. Ten je na jedné straně úměrný ziskům investorů (za léky dnes Američané ve Spojených státech utrácejí 160 miliard dolarů ročně), na druhé straně je však úměrně zvýšena úroveň zdravotnického výzkumu. Získat jistotu o tom, že se to nakonec občanům vyplatí, je ovšem obtížné nejen proto, že se vědci bezpochyby snaží zalíbit koncernům financujícím jejich výzkum, ale i s ohledem na neznámé dlouhodobé účinky léků, které jsou časově omezeným výzkumem nepostihnutelné. Striktně vzato, každý systematicky užívaný lék – a na takových mají firmy největší zájem – je škodlivý. Prokázat míru této škodlivosti je obtížné, a proto také všechny připomenuté případy vyvolaly řadu kontroverzních diskusí; zda proto, že někteří jejich účastníci prostě lhali nebo jen měli odůvodněnou nedůvěru ve výsledky svých kolegů,

ovšem zjistit nelze.

Podobnou situaci můžeme očekávat i u ostatních výrobků, i když ve zdravotnictví je problematika nejkritičtější díky rozdílům v jedné složce testů – v lidech. Díky odlišnostem mezi námi, způsobeným genetikou, životosprávou, psychikou, věkem, předcházejícími chorobami a stavem choroby v okamžiku, kdy je nám lék podán, nemůžeme a nesmíme předpokládat, že kterýkoliv lékař určí – spíš bych měl napsat *uhodne* – naši diagnózu a zvolí způsob léčení stoprocentně správně. To není možné (viz *Franklinův zákon*). Proto s námi musí spolupracovat a my s ním. Nejde-li to, musíme vyhledat lékaře jiného.

7. Závěr

Závěrem lze patrně konstatovat, že my všichni, kteří se výuce statistické gramotnosti vyhýbáme, se stavíme na stranu těch, kteří pro své pohodlí či zjištěné úmysly si přejí, aby ze škol vycházeli nesvéprávní a snadno ovladatelní občané, s nimiž si budou moci dělat co chtějí. Odpovědnost z nás žádné osnovy ani jejich reformy nesejmou a o výsledcích své učitelské činnosti si budeme moci číst v denním tisku v souvislosti s růstem půjček, exekucí, nemocností, nezaměstnaností atd. Jestliže nám posluchači velmi výběrově náročné vysoké školy odpovědí na dotaz, kdy se naposled setkali s pravděpodobností, že si před časem vsadili v Chuchli na koně, je to naprosto katastrofální obraz jejich výuky na celé střední škole. Znamená to, že o tom, co 24 hodin denně ovládá životy nás všech, se za 13 let školní docházky nedozvěděli vůbec nic, ba dokonce ani, že to existuje.

Poděkování

Příspěvek vznikl v rámci grantu AV ČR IAA 100110502 a s podporou projektů MSM 0021620839 a AVOZ 10190503.

Literatura

- [1] Rosenthal, J. S., *Struck by Lightning: The Curious World of Probabilities*, Toronto, Harper Collins, 2005 [český překlad: *Zasažen bleskem*. Academia, Praha, 2008].
- [2] Gigerenzer, G., *Calculated Risks*, Simon & Schuster, New York, 2002
- [3] Kaplan, M., Kaplanová, E., *Chances are ... Adventures in Probability*, Viking Adult, 2006 [český překlad: M. Čtrnáct: *Šance je, že ... Dobrodružství v pravděpodobnosti*, Praha, Triton, 2008].
- [4] Gigerenzer, G., Edwards, A., Simple tools for understanding risks from innumeracy to insight, *BMJ (British Medical Journal)* **327**(2003), 741–744.
- [5] Saxl, I., Ilucová, L., Abraham De Moivre, In: M. Bečvářová, J. Bečvář (Eds.), *Dějiny matematiky*, sv. 33, *Matematika v proměnách věků V*. Praha, Matfyzpress, 2007, 7–55.
- [6] Gigerenzer G., Swijtink Z., Porter T., Daston L., *The Empire of Chance: How Probability Changed Science and Everyday Life*, Cambridge University Press, Cambridge, 1989

Mgr. Milena Kvaszová
Vysoká škola finanční a správní
Estonská 500, 101 00 Praha 10
e-mail: milena.sp@centrum.cz