

Attila Mészáros

Nobelova cena za fyziku v roce 2020 udělena za výzkum černých děr

*Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*, Vol. 66 (2021), No. 4, 205–220

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/149291>

## Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2021

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library*  
<http://dml.cz>

# Nobelova cena za fyziku v roce 2020 udělena za výzkum černých děr

Attila Mészáros

*Abstrakt.* Článek věnovaný Nobelovým cenám za fyziku shrnuje teorii i základní pozorovatelské výsledky související se třemi druhy černých děr, neutronovými hvězdami a kvazary. Stručně popisuje příspěvek Rogera Penrose k teorii černých děr a pozorovatelskou činnost dalších dvou laureátů.

## 1. Úvod

Dne 6. října 2020 Královská švédská akademie věd oznámila [51], že Nobelovu cenu za fyziku v roce 2020 získají Roger Penrose (University of Oxford, Velká Británie), Reinhard Genzel (Max Planck Institute for Extraterrestrial Physics, Garching, Německo a University of California, Berkeley, USA) a Andrea Ghez (University of California, Los Angeles, USA). Přitom Roger Penrose získal polovinu ceny a další dva laureáti po jedné čtvrtině.

Oficiální zdůvodnění u Rogera Penrose zní „for the discovery that black hole formation is a robust prediction of the general theory of relativity“ (za objev, že vznik černé díry je přímou předpovědí obecné teorie relativity), zatímco u zbylé dvojice „for the discovery of a supermassive compact object at the centre of our galaxy“ (za objev supermasivního kompaktního objektu ve středu Mléčné dráhy).

Cílem tohoto článku je stručný přehled teorie i výsledků pozorování černých děr a popis činnosti odměněných.

## 2. Teorie

### 2.1. Michell a Laplace 1784–1799

Myšlenka temných těles vznikla v roce 1784, kdy John Michell publikoval článek o možné existenci těles, která nejsou viditelná, přičemž jejich hustota je stejná jako hustota Slunce [37]. Michell doslova píše: „... if the semi-diameter of a sphere of the same density with the sun were to exceed that of the sun in the proportion of 500 to 1, a body falling from an infinite height towards it, would have acquired at its surface a greater velocity than that of light, and consequently, supposing light to be attracted by the same force in proportion to its vis inertiae, with other bodies, all light emitted from such a body would be made to return towards it, by its own proper gravity.“ (Pokud by poloměr koule o stejné hustotě jako má Slunce převýšil poloměr Slunce v poměru 500 ku 1, těleso padající na kouli z nekonečné výšky by mělo na jejím povrchu větší rychlost, než je rychlost světla, a tak za předpokladu, že světlo je tělesy

---

Doc. RNDr. ATTILA MÉSZÁROS, DrSc., Astronomický ústav UK, Matematicko-fyzikální fakulta UK, V Holešovičkách 2, 180 00 Praha 8, e-mail: meszaros@cesnet.cz



Obr. 1. Roger Penrose (autor fotografie Fergus Kennedy, © Nobel Prize Outreach)

přitahováno stejnou silou úměrnou jeho setrvačnosti, by bylo světlo vysílané takovým tělesem nuceno se k němu vrátit v důsledku své vlastní tíže.)

V podstatě úplně stejnou myšlenku publikoval o několik let později Laplace jednak francouzsky [34], jednak německy [35]. Anglický překlad prvního článku je k nalezení v Appendixu A v monografii Hawkinga a Ellise [22]. V prvním článku z roku 1796 Laplace tvrdí (viz [34], s. 305), že těleso s hustotou Země mající poloměr 250krát větší než poloměr Slunce může mít tak silnou přitažlivost, že světlo je nemůže opustit. Doslova píše: „... *the attractive force of a heavenly body could be so large, that light could not flow out of it.*“ („... přitažlivá síla nebeského tělesa může být tak veliká, že světlo nemůže uletět ven.“) Druhý článek [35] v podstatě obsahuje detaily důkazu tohoto tvrzení.

## 2.2. Temná tělesa: rozměry a hustoty

V rámci newtonovské teorie gravitace jsou tyto úvahy z 18. století o temných tělesech snadno pochopitelné.

Pro sféricky symetrické těleso o hmotnosti  $M$  a poloměru  $r$  definujeme tzv. *únikovou rychlost*  $v_u$  vztahem

$$v_u^2 = \frac{2GM}{r}, \quad (1)$$

kde  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}$  je gravitační konstanta. Pak jakýkoliv objekt se zanedbatelnou hmotností ve srovnání s  $M$  opustí gravitační pole z povrchu tělesa, pokud má rychlost o velikosti  $v = |\vec{v}| \geq v_u$  (směr rychlosti může být jakýkoliv mířící mimo těleso). Například úniková rychlost z povrchu Země je  $v_u = 1,12 \cdot 10^4 \text{ m/s} = 11,2 \text{ km/s}$ .

Tuto hodnotu dostaneme pro rovníkový poloměr  $r = R_{\oplus} = 6,378 \cdot 10^6$  m = 6 378 km a  $M = M_{\oplus} = 5,97 \cdot 10^{24}$  kg. Protože poloměr  $r$  je ve jmenovateli (1), při dané hmotnosti  $M$  znamená menší poloměr větší únikovou rychlost. Otázkou je, při jakém poloměru  $r = r_g$  se bude rovnat úniková rychlost na povrchu tělesa rychlosti světla ve vakuu  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s? Odpověď dostaneme, když dosadíme  $v_u = c$  do rovnice (1). Pak platí

$$r_g = \frac{2GM}{c^2}. \quad (2)$$

Tento vztah znamená, že každé hmotnosti  $M$  přísluší vzdálenost  $r_g$  („gravitační poloměr“) s následující vlastností: Když má kulové těleso hmotnost  $M$  a poloměr menší než  $r_g$ , pak úniková rychlost na povrchu je větší než  $c$ . Pokud neexistuje objekt pohybující se nadsvětelnou rychlostí, pak kulové těleso není vidět z nekonečna, protože veškeré částice letící rychlostí světla doletí jen do určité vzdálenosti, ne libovolně daleko.

Pro hmotnost Země  $M_{\oplus} = 5,97 \cdot 10^{24}$  kg platí  $r_{g,\oplus} = 8,8 \cdot 10^{-3}$  m = 8,8 mm. Pro hmotnost Slunce  $M_{\odot} = 2 \cdot 10^{30}$  kg platí  $r_{g,\odot} = 3 \cdot 10^3$  m = 3 km.

Co lze říci o hustotě  $\rho_M$  kulového tělesa o hmotnosti  $M$  a poloměru  $r = r_g$ ? Předpokládáme-li nejprve pro jednoduchost konstantní hustotu, pak platí

$$M = \frac{4\pi r_g^3 \rho_M}{3}. \quad (3)$$

Z této rovnice a z (2) dostaneme

$$\rho_M = \frac{3c^6}{32\pi G^3 M^2}. \quad (4)$$

Rovnice (4) říká, že pro každou hmotnost  $M$  existuje hustota  $\rho_M$  s následující vlastností: Máme-li kulové těleso o poloměru  $r_g$  s konstantní hustotou rovnající se  $\rho_M$ , pak na povrchu tělesa se úniková rychlost rovná  $c$ . Máme-li těleso se stejnou konstantní hustotou, ale s poloměrem  $r > r_g$  ( $r < r_g$ ), pak na povrchu již bude úniková rychlost větší (menší) než  $c$ . To platí, protože hmotnost se mění s faktorem  $(r/r_g)^3$ , zato poloměr jen s faktorem  $r/r_g$ . Jinými slovy, pro každou hustotu  $\rho_M$  hmotnost  $M$  daná rovnicí (4) určuje dolní mez, kdy se stane těleso temným.

U hmotnosti Země dostaneme  $\rho_M = 2,1 \cdot 10^{30}$  kg/m<sup>3</sup>. Tato hustota je ohromná i pro astronomy a fyziky zvyklé na obrovská čísla. Pro srovnání, jaderná hustota je řádově  $10^{18}$  kg/m<sup>3</sup> [44]. (Tento řádový odhad lze obdržet i úvahou. Hmotnost protonu a neutronu jsou řádově  $10^{-27}$  kg a rozměry jader jsou řádově  $10^{-15}$  m. Pak při předpokladu sférické symetrie pro jaderné hustoty hrubý řádový odhad dává  $10^{-27}/(10^{-15})^3 = 10^{18}$  kg/m<sup>3</sup>.) Zajímavá řádová souhra je mezi touto jadernou hustotou a hmotností Slunce. Rovnice (4) pro  $\rho_M = 10^{18}$  kg/m<sup>3</sup> dává  $M = 8,6 \cdot 10^{30}$  kg =  $4,3 \cdot M_{\odot}$ .

Je nutno upřesnit, že hustota  $\rho_M$  daná rovnicí (4) není úplně přesnou hodnotou nutnou pro existenci temných těles při dané hmotnosti  $M$ . V případě, kdy hustota není konstantní, pak hustota daná rovnicí (4) při stejném poloměru  $r_g$  je průměrná. Čili uvnitř tělesa musejí existovat místa jak s větší, tak i s menší hustotou, než je průměr. Také těleso s poloměrem menším než  $r_g$  při stejné hmotnosti je temné, přičemž hustota je pak nutně ještě větší než hodnota daná rovnicí (4). Jinými slovy, při dané hmotnosti  $M$  je hustota  $\rho_M$  – daná rovnicí (4) – nutnou minimální hustotou pro

existenci temného tělesa. Opačně: Ptáme-li se na minimální hmotnost  $M$  nutnou pro existenci neviditelného tělesa při dané hustotě  $\rho_M$ , pak rovnice (4) dává hrubý řádový odhad pro  $M$ .

Z rovnice (4) plyne, že střední hustota  $\rho_M$  je úměrná  $M^{-2}$ , tj.  $\rho_M$  klesá kvadraticky s hmotností. Znamená to, že v případě  $M \gg M_\odot$  mohou být střední hustoty i o hodně menší než jaderné. Např. vezmeme-li Michellovy hodnoty, pak opravdu dojdeme k hustotě Slunce, která činí dle dnešních znalostí  $1,41 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ . Při této hustotě rovnice (4) dává  $M = 2,3 \cdot 10^{38} \text{ kg} = 1,15 \cdot 10^8 M_\odot$ . Rovnice (2) pak dává  $r_g = 3,3 \cdot 10^{11} \text{ m}$ , což je opravdu zhruba 500krát poloměr Slunce. (Poloměr Slunce je  $700\,000 \text{ km} = 7 \cdot 10^8 \text{ m}$ , a  $500 \cdot 700\,000 \text{ km} = 3,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$ .) Správnost Michellovy úvahy lze nahlédnout i jinak. Těleso 500krát větší než Slunce by při stejné hustotě mělo mít hmotnost  $500^3 M_\odot = 1,25 \cdot 10^8 M_\odot$ . Protože však pro hmotnost Slunce platí  $r_g = 3 \text{ km}$ , pak pro  $M = 1,25 \cdot 10^8 M_\odot$  je gravitační poloměr  $3,75 \cdot 10^{11} \text{ m}$ , což je opravdu zhruba 500 krát poloměr Slunce.

### 2.3. Schwarzschildovo řešení z let 1915–1916

V 19. století nebyla otázka temných těles diskutována. Až po vzniku obecné teorie relativity (OTR), a hlavně po objevu tzv. Schwarzschildovy metriky, se situace změnila.

Karl Schwarzschild v prosinci roku 1915 našel řešení Einsteinových rovnic ve vakuu za předpokladu sférické (kulové) symetrie. V podstatě hledal tvar tzv. metrického tenzoru kolem kulového tělesa. Celé odvození je k nalezení např. v [33]. Originální článek v němčině vyšel v lednu roku 1916, viz [58]. Smutným dodatkem je, že Karl Schwarzschild v květnu 1916 zemřel na následky nemoci z východní fronty první světové války.

Ačkoliv se jedná o výpočet v rámci OTR, v němž se vůbec nevyskytuje pojem „úniková rychlost“, poloměr  $r_g$  – definovaný vztahem (2) – se objeví i zde. I v rámci OTR nadále platí, že ke každé hmotnosti  $M$  přísluší vzdálenost  $r_g$  taková, že každé kulové těleso o hmotnosti  $M$  a poloměru menším než  $r_g$  je temné. Kulová plocha o poloměru  $r_g$  se nazývá „horizontem událostí“.

Je na místě si ale upřesnit, že existují jisté rozdíly. Např. jakmile má těleso poloměr menší než  $r_g$ , pak kulové těleso „uvnitř“ gravitačního poloměru nemůže mít v rámci OTR stálý poloměr a látka by se měla smršťovat do jeho středu do tzv. singulárního stavu s nekonečnou hustotou. V rámci newtonovské teorie gravitace tato nestabilita nebyla nutná. I v oblasti  $r > r_g$  jsou rozdíly. Např. když  $3r_g > r > r_g$ , pak nejsou možné kruhové dráhy. V rámci newtonovské teorie gravitace toto omezení také nebylo. Navíc ani kulová plocha s  $r = r_g$  není úplně „nepropustná směrem ven“. Těleso je viditelné, ale jen do určité vzdálenosti. Fotony z něj mohou uniknout, ale ne do nekonečna. Na druhé straně ale vztah pro  $r_g$  platí *přesně* i v rámci OTR. Tyto otázky jsou detailně diskutovány např. v [38].

### 2.4. Tolman–Oppenheimer–Volkoff 1939: neutronové hvězdy

V roce 1939 Oppenheimer a Volkoff publikovali zásadní článek v teorii hvězd [41], viz též [40]. Podle jejich teorie mohou vznikat – jakožto závěrečné fáze vývoje hmotných hvězd – tzv. neutronové hvězdy. Tato hypotetická tělesa by měla mít zhruba hustotu neutronu – tj. zhruba hustotou jadernou (řádově  $10^{17} \text{ kg/m}^3$ ) – a hmotnost kolem 2

až 3 hmotností Slunce. Poloměr  $r$  by byl kolem deseti kilometrů i více. Protože  $r_g = 3$  km pro hmotnost Slunce, platí  $r > r_g$ , takže neutronové hvězdy jsou ještě viditelné. Autoři hojně využívali výpočty Tolmana shrnuté v monografii [64], a proto se limita  $\simeq (2 - 3)M_\odot$  nazývá též *Tolmanova–Oppenheimerova–Volkoffova limita*.

Z hlediska temných těles má teorie neutronových hvězd pozoruhodný důsledek. Při  $M \simeq 2M_\odot$  a při jaderných hustotách jsou  $r$  a  $r_g$  stejného řádu (kilometry), přičemž ale  $r > r_g$ . Nicméně když  $M > 2M_\odot$ , tak i při stejné jaderné hustotě se tělesa stanou temnými. Jinými slovy, hmotnosti neutronových hvězd jsou mezními hodnotami, kdy tělesa *jsou ještě viditelná* i při jaderných hustotách. Při vyšších hmotnostech i při stejných jaderných hustotách ale již budou temná – v souladu s (4).

Přesná mezní hodnota závisí na hodnotě  $\rho_M$  v (4). Hustota uvnitř neutronové hvězdy nemusí být přesně hustotou jadernou (např. mohou být „mezery“ mezi neutrony atd.). Také hustota v neutronových hvězdách nemusí být uvnitř tělesa všude stejná. Proto jednotná, přesná a obecně přijatá mezní hodnota dodnes neexistuje. Měla by ale být někde mezi  $2M_\odot$  až  $3M_\odot$ , viz [8].

Pro úplnost u otázky vzniku pojmu „neutronová hvězda“ je na místě zmínit se o článkách Baadeho a Zwickyho z let 1934, ve kterých zavedli pojem „supernova“, a již v těchto článcích se objevuje možnost kompaktních objektů jakožto závěrečné stadium hvězd, viz [4], [5].

Vznik pojmu „neutronová hvězda“ je popsán např. v přehledu [42]. Zbývá dodat, že empiricky byl neutron objeven v roce 1932 (viz [27]) a jeho objevitel Chadwick dostal Nobelovou cenu v roce 1935, tj. až po článkách Baadeho a Zwickyho.

## 2.5. Kerrova metrika z roku 1963

Veškeré teoretické úvahy v předchozích odstavcích používaly předpoklad sférické symetrie. Lze jistě předpokládat, že např. oblak plynu při přesné kulové (sférické) symetrii může „zkolabovat“ díky gravitační přitažlivosti do menších rozměrů, popř. i do rozměrů menších než gravitační poloměr. Když ale jiné síly než gravitační nezastaví kolaps, pak je možná tvorba těchto temných těles.

Co když ale předpoklad sférické symetrie neplatí? Např. co když se těleso otáčí? Co kolaps oblaku s nenulovým momentem hybnosti? Nebo dokonce se zcela obecným tvarem? Je možný i za těchto obecných podmínek kolaps do rozměrů tak malých, že se těleso stane temným?

Částečnou odpověď na tyto otázky podal v roce 1963 Novozélandan Roy P. Kerr. Ten našel v rámci OTR řešení Einsteinových rovnic ve vakuu za předpokladu tzv. rotační symetrie, viz [30]. Řešení je zobecněním Schwarzschildovy metriky pro případ, kdy centrální těleso má i nenulový moment hybnosti. Řešení je popsáno dvěma parametry, hmotností  $M$  a vzdáleností  $a$ , kde  $Mca$  je moment hybnosti. (Moment hybnosti musí mít rozměr  $\text{kg m}^2 \text{s}^{-1}$ , takže při této volbě momentu hybnosti má  $a$  rozměr vzdálenosti.) Speciálně, když platí  $a = 0$ , pak dostaneme Schwarzschildovo řešení.

Lze říci, že řešení může platit při rozměrech definovaných  $r_g$  v (2) i menších. Záleží na tom, zda  $0 \leq a \leq r_g/2$ , nebo  $a > r_g/2$ .

Když platí  $0 \leq a \leq r_g/2$ , pak poloměr  $r_H = (r_g + \sqrt{r_g^2 - 4a^2})/2$  má v podstatě stejnou vlastnost jako poloměr  $r_g$  u Schwarzschildovy metriky. Dále existuje poloměr

definovaný vztahem  $r_E = (r_g + \sqrt{r_g^2 - 4a^2 \cos^2 \theta})/2$ , kde úhel  $\theta$  je odchylka od osy rotace ( $0 \leq \theta \leq \pi/2$ ). Oblast mezi  $r_H$  a  $r_E$  se nazývá *ergosférou*.

Pokud ale platí  $a > r_g/2$ , pak analogie s  $r_g$  neexistuje. Neexistuje totiž horizont událostí a měla by existovat tzv. „nahá singularita“.

Detailní diskuse, popis objevu, důsledky tohoto řešení pro astronomii lze nalézt v mnoha publikacích, viz např. [10], [61]. Z hlediska temných těles je důležitým výsledkem fakt, že i v případě nenulové rotace (tj. i při absenci sférické symetrie) může mít těleso rozměr  $r_g$  i menší.

## 2.6. Zavedení názvu černá díra v letech 1963–1968

V roce 1968 John Archibald Wheeler zavedl pro temná tělesa pojem „černá díra“, viz [69]. Tento název brzy získal obrovskou popularitu a stal se široce používaným.

Je třeba ještě upřesnit, že název byl použit již dříve v šedesátých letech 20. století. V roce 1963 na první texaské konferenci se termín objevil v kuloárních hovorech, v roce 1964 pak i v tisku v článku Ann Ewingové [15]. Historie vzniku tohoto názvu je popsána v [23].

Lze říci, že název byl „trefou do černého“ z hlediska publicity – otázka temných, tmavých, neviditelných těles (používal se i termín „zamrzlá hvězda“) tím získala obrovskou pozornost.

## 2.7. Roger Penrose: Příspěvky k teorii černých děr

Roger Penrose má více zásadních výsledků v teorii černých děr.

V případě přesné sférické symetrie je možná tvorba černých děr pomocí gravitačního kolapsu. Platí to i při rotační symetrii. Co ale při neexistenci symetrie? Konkrétněji, máme-li např. oblak plynu s obecným tvarem, a oblak se začne smršťovat, nezabrání odchylky od symetrie vytvoření černé díry?

Penrose odpověděl jasným ne. V roce 1965 publikoval zásadní článek [45] o tzv. „zachycených plochách“ (anglicky „trapped surfaces“). V roce 1969 pak v článku [46] nastínil všechny své další podstatné myšlenky: že gravitační kolaps je obecná vlastnost hmoty, že z černých děr lze extrahovat energii. Také vyslovil domněnku tzv. kosmické cenzury, což je v podstatě tvrzení, že kolapsem vznikají vždy černé díry, nikoliv nahé singularity bez horizontu.

Detaily těchto úvah jsou k nalezení v článku [49] a v obsáhlé monografii [22]. V referenci [47] jsou shrnuty spisy čerstvého nositele Nobelovy ceny.

V letech 1969–1971 Penrose formuloval zajímavou možnost u Kerrovy metriky. Při správném směru vstupu nějaké částice do blízkosti rotující černé díry může částice získat energii na úkor rotujícího centrálního tělesa. Při vícenásobném opakování vstupů se rotace může i zastavit a Kerrova metrika se stane limitní Schwarzschildovou metrikou. Tento Penroseův proces je popsán např. v [46, 49]. Zbývá dodat, že je možný i opak – částice ztratí svou energii, a centrální těleso urychluje svou rotaci. Novější článek o tomto procesu je [7].

Zásadním důsledkem těchto úvah je očekávání, že výskyt černých děr není nic mimořádného – spíše naopak.

### 3. Pozorování

#### 3.1. Očekávané tři typy černých děr

Pokud neexistují hustoty větší než jaderné, pak hmotnost  $\simeq (2 - 3)M_{\odot}$  (maximální hmotnost neutronových hvězd) je dolní mezí u hmotnosti černých děr. Černé díry s hmotností menší než tato mez by neměly v přírodě vůbec existovat kvůli požadavku hustoty. Toto tvrzení je jedním z očekávaných výsledků pozorování.

Nutno dodat, že se stále vyskytují různé úvahy, že tyto *mini černé díry* mohly vzniknout hned po Velkém třesku jako tzv. primordiální objekty (viz např. [21]), nicméně observační potvrzení výskytu těchto objektů by bylo velikým překvapením. Zato objekty s hmotností větší než  $\simeq (2 - 3)M_{\odot}$  by měly existovat a vzhledem k Penroseově úvaze by se měly vyskytovat *v hojném počtu*. Otázkou je jenom, kdy a jak by měly vzniknout.

Obecně přijatým názorem v kosmologii je, že ve vesmíru před tzv. rekombinací vodíku žádná tělesa neexistovala. Rekombinace vodíku (při které se plazmatický vodík stane neutrálním) se uskutečnila zhruba 380 000 let po Velkém třesku, kdy teplota tzv. reliktního záření byla kolem 3 000 K. Detaily procesu rekombinace jsou popsány např. v učebnici [74], kap. 8.2. Jakékoliv objekty – včetně černých děr – mohly vzniknout gravitačním kolapsem až po rekombinaci.

V teorii kolapsu je ústředním pojmem tzv. Jeansova hmotnost. Udává dolní mez pro kolaps – jen větší hmotnosti se mohou smršťovat do malých rozměrů a velikých hustot. Ve vesmíru po rekombinaci je Jeansova hmotnost kolem  $(10^5 - 10^7)M_{\odot}$ , viz [68, kap. 15.8]. Znamená to, že objekty s hmotností větší než  $\simeq 10^5 M_{\odot}$  mohou existovat. Protože však hustoty při těchto hmotnostech, nutné pro vznik černých děr, jsou již daleko menší než jaderné, výskyt těchto tzv. *supermasivních černých děr* by měl být hojný. (Požadovaná střední hustota u Michellovy černé díry s hmotností  $\simeq 10^8 M_{\odot}$  je kolem  $10^3 \text{ kg/m}^3$ , tj. zhruba hustota vody na Zemi, jak jsme již viděli.) Detaily tvorby těchto supermasivních černých děr jsou popsány např. v [32].

Jeansova hmotnost nepředstavuje striktní mez vylučující vznik těles i menší hmotnosti. V průběhu kolapsu se totiž oblaka plynu mohou fragmentovat, ochlazovat a mohou vzniknout i tělesa s menší hmotností [68], kap. 11.9.

Takto mohou vzniknout i hvězdy (tj. sférické oblaky), ve kterých probíhá termonukleární reakce. V teorii hvězd má klíčový význam tzv. Eddingtonova limita určující horní mez pro hmotnosti hvězd, viz [54]. Velice zhruba řečeno totiž platí, že uvnitř hmotných hvězd termonukleární reakce probíhají prudce a vznikající záření při jisté limitní hmotnosti již „rozfoukne“ vznikající hvězdu. Konkrétní přesná hodnota této limity leží někde mezi 100 až 1000 hmotností Slunce, viz [12]. Jako závěrečné stadium hvězd s hmotností nad  $\simeq (2 - 3)M_{\odot}$  pak mohou vzniknout neutronové hvězdy nebo i tzv. *stelární černé díry* s hmotností dvou až stovek hmotností Slunce.

Černé díry s hmotností od stovek hmotností Slunce až do  $\simeq 10^5 M_{\odot}$  (tzv. *intermediální černé díry*) mohou sice vzniknout, nikoliv však jako závěrečná stadia hvězd, ale spíše fragmentací kolabujícího oblaku. Měly by se ale vyskytovat v daleko menším počtu než stelární nebo supermasivní černé díry, viz [19].

Lze tedy říci, že se očekávají tři typy černých děr, a navíc by neměly existovat černé díry s hmotností menší než  $\simeq (2 - 3)M_{\odot}$ . Pro hmotnost  $\simeq 2M_{\odot}$  by měly existovat neutronové hvězdy. Přitom by měla platit kosmická cenzura.



### 3.2. Možnosti pozorování černých děr – efekty z okolí

Pochopitelně, černou díru samotnou nelze pozorovat přímo. Lze jen pozorovat její sekundární efekty – její působení na okolí.

Obecnou vlastností okolí se zdá být existence tzv. akrečních disků. Jedná se o to, že kolem rotující černé díry plazma vytvoří plochu připomínající disk. Disk je kolmý na rotační osu. Teorie i pozorovací metody akrečních disků jsou dnes dobře rozpracovány [59]. Klasická práce o akrečních discích je publikace [56] Rašida Sunjaeva se spoluautorem. Článek má více než 10 000 citací.

Jestliže stelární černá díra tvoří binární systém s neutronovou hvězdou, pak o existenci černé díry lze získat důkaz z chování neutronové hvězdy. Černá díra může být v binárním systému i s jinými objekty (druhou černou dírou, bílým trpaslíkem, objektem o velikosti planet atd.). Náznak existence černé díry lze pak získat z chování doprovodného tělesa. Černá díra může být i ve vícenásobných systémech (např. v kulových hvězdokupách). Nepřímý důkaz existence černé díry lze získat např. z pohybu jednotlivých objektů.

Zvláště zajímavá možnost je u binárních systémů, kdy dvojici tvoří stelární černá díra buď s druhou černou dírou, nebo s neutronovou hvězdou, a vzdálenost mezi objekty je jenom několik gravitačních poloměrů (tj. řádově desítky kilometrů). Podobný je i případ dvou neutronových hvězd, kdy vzdálenosti mezi objekty jsou desítky kilometrů.

Objekty se navzájem obíhají po protáhlých eliptických dráhách a vyzařují gravitační vlny. Teorie gravitačních vln je dobře rozpracována – viz např. [33], kap. 102–105 a [68], kap. 10.2–10.5.

Vyzáření gravitační vln znamená celkovou ztrátu energie systému, a proto se objekty k sobě přibližují. Když se přiblíží natolik, že se v podstatě dotýkají, nastane tzv. splynutí doprovázené výbuchem. Tato událost je zdrojem tzv. makronov – krátkých gama-záblesků [60]. Někdy se používá i výraz kilonova. Výbuch je doprovázen mj. i zvýšeným vyzářováním gravitačních vln.

### 3.3. Možnosti pozorování černých děr – detektory

K detailnímu pozorování je nutná vysoká úhlová rozlišovací schopnost detektoru. Pro ilustraci, o jaké úhlové rozměry se jedná, předpokládejme, že máme ve vzdálenosti 10 Mpc (což je typická blízká kosmologická vzdálenost) černou díru s hmotností  $M = 10^9 M_\odot$ . Gravitační poloměr je  $3 \cdot 10^9$  km, vzdálenost je  $10 \text{ Mpc} = 10^7 \text{ pc} = 3,086 \cdot 10^{20}$  km. Úhel, pod kterým je viděn gravitační poloměr ze vzdálenosti deseti megaparseků, je proto  $3 \cdot 10^9 / (3,086 \cdot 10^{20}) \simeq 10^{-11}$  radiánů. Protože jeden radián je  $(180/\pi)^\circ = (180 \cdot 60/\pi)' = (180 \cdot 3600/\pi)'' = (180 \cdot 3\,600 \cdot 10^3/\pi) \text{ marcsec} \simeq 2,06 \cdot 10^8 \text{ marcsec}$ , kde marcsec je zkratka pro obloukovou milivteřinu. Znamená to, že úhel je  $10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^8 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ marcsec} = 2 \mu\text{marcsec}$  ( $\mu\text{marcsec}$  je oblouková mikrovteřina, někdy se značí jenom  $\mu\text{as}$ ).

U elektromagnetického záření (od rádiových vln až po gama fotony) je úhlové rozlišení rozdílné. Lze obecně říci, že u rádiových, infračervených, optických a ultrafialových dalekohledů je úhlová rozlišovací schopnost dána rozměry dalekohledu. Od dob Galilea až do současnosti se tato schopnost zlepšovala se zvětšujícími se rozměry. V roce 2019 jsou u tzv. EHT (Event Horizon Telescope) rozlišitelné úhlové rozměry již v řádu  $\mu\text{as}$ , viz [14].

U rentgenovských detektorů je úhlové rozlišení v řádu obloukových minut, zato u gama fotonů detektory nedokáží lokalizovat zdroj záření přesněji než v řádu stupňů. (Přechod od rentgenovského záření ke gama fotonům není definován striktně. Lze říci, že limita leží kolem 20 keV, přičemž dle Planckova vztahu  $E = hc/\lambda$  energii fotonu s  $E = 20$  keV odpovídá vlnová délka  $\lambda = 0,62$  nm;  $c$  je rychlost světla ve vakuu;  $h$  je Planckova konstanta.) Dobře známá je lokalizace tzv. zábleskových zdrojů záření gama (angl. „gamma-ray bursts“ GRBs) pomocí rentgenovské družice BeppoSAX z roku 1997, viz [11]. V gama oboru se nedařilo lokalizovat GRB kvůli velké chybě v poloze, zato rentgenovská družice to umožnila.

Samozřejmě i při menších úhlových detailech lze pozorovat okolí černé díry, pokud je zdroj lokalizován. Jenom detaily nebudou tak zřetelné. Nebo se dokonce může stát, že detektor zaregistruje objev černé díry, přičemž se nepodaří zdroj lokalizovat na obloze. To se může stát např. při detekci objektu jenom v gama oblasti nebo při objevu gravitačních vln.

V posledních letech byly postaveny detektory gravitačních vln s reálnou možností detekce [1], [67].

### 3.4. Supermasivní černé díry

Objev supermasivních černých děr se uskutečnil v letech 1960–1963. V roce 1960 Tom Matthews a John Bolton identifikovali objekt 3C 48 vypadající jako běžná hvězda s vizuální magnitudou 16. Spektroskopie ale ukázala plno neznámých absorpčních i emisních čar.

Objekt 3C 273 objevený radiodalekohledy byl úspěšně lokalizován v roce 1962 pomocí zákrytu Měsíce. Spektroskopie vykazovala podobné neznámé spektrum jako u 3C 48. Spektra obou objektů se nepodobala ani navzájem.

Až v roce 1963 (přesněji dne 5. února 1963) Maarten Schmidt vyřešil otázku spektra u 3C 273. Ukázal, že jde o klasické spektrum vodíku, ale s rudým posuvem 16,7 %. Jeho manželka vzpomíná, že tehdy celý večer chodil po schodech nahoru a dolů. Výsledek byl publikován v Nature, viz [57].

Po tomto objevu se ukázalo, že i u 3C 48 je vodíkové spektrum, ale s rudým posuvem 36,7 %. Celý popis objevu kvazarů s mnoha referencemi je popsán např. v [29].

Hned po objevu byla vyslovena myšlenka, že kvazary jsou supermasivní černé díry s hmotností  $M > 10^6 M_{\odot}$ , přičemž kolem černé díry je akreční disk. Přitom se tvoří výtrysky v obou směrech v ose rotace, viz [55].

Dnes je kvazarů objeveno přes 190 000, viz [39]. Zdá se, že není pochyb o tom, že kvazary jsou supermasivní černé díry, přičemž v okolí je akreční disk.

Dále platí, že nejen u kvazarů, ale v podstatě u všech extragalaktických kompaktních objektů s hmotností kolem milionu slunečních hmotností lze vyslovit podezření, že se jedná o supermasivní černou díru. Jinými slovy, tento typ černých děr je velice frekventovaným jevem ve vesmíru.

Přehled o supermasivních černých děr z roku 2013 je např. v [31]. Novější přehled s katalogem je např. v [16].

V roce 2019 pracovníci Event Horizon Telescope (EHT) zveřejnili fotografii centra galaxie M87 (viz [62], obr. 3). Protože vzdálenost M87 je kolem 16 Mpc a hmotnost

centrální černé díry se odhaduje na  $6 \cdot 10^9 M_{\odot}$ , gravitační poloměr je  $6 \cdot 3 \cdot 10^9 \text{ km} = 1,8 \cdot 10^{10} \text{ km}$ , což ze vzdálenosti 16 Mpc odpovídá úhlu zhruba deseti úhlových mikrovteřin (viz též odst. 3.3).

### 3.5. Stelární černé díry

První objevenou stelární černou dírou byla Cyg X-1. Je to velice jasný rentgenovský zdroj objevený v roce 1964, viz [9]. Dlouho ale vůbec nebylo jasné, že se jedná o černou díru. Kontroverzi dobře ilustruje sázka mezi Kipem Thornem (Nobelova cena v roce 2017) a Stephenem Hawkingem. Hawking tvrdil, že se nejedná o černou díru, Thorne zastával opačný názor. Sázelo se o roční předplatné lechtivého časopisu Penthouse. Hawking uznal prohru až zhruba o deset let později.

Po tomto objevu následovaly další. Seznam dnes známých objektů je např. v [71]. Nejmenší známá černá díra má hmotnost  $3,8 M_{\odot}$ , viz [63]. Další zajímavostí je, že nejbližší objevená stelární černá díra má i českého spoluobjevitele Petra Hadravu, který věnoval publikaci [53] památce Stanislava Štefla.

Obecně lze říci, že pozorované vlastnosti odpovídají teoretickým předpovědím: hmotnosti jsou přibližně od tří do desítek hmotností Slunce, v okolí se pozoruje akreční disk, vícenásobné systémy jsou časté, krátké gama záblesky se objevují skoro denně atd.

Dne 14. září 2015 objevily detektory LIGO gravitační vlny [2]. Seznam detekovaných gravitačních vln je uveden v [72]. V roce 2017 byla za objev gravitačních vln udělena Nobelova cena (R. Weiss, B. C. Barish, K. S. Thorne).

### 3.6. Pulzary

Pulzary byly objeveny dne 6. srpna 1967. Ten den slečna Jocelyn Bell pozorovala na Mullard Radio Astronomy Observatory v Cambridge (Anglie) pravidelně se opakující signály. Radioteleskop byl zkonstruován vedoucím projektu Antony Hewishem. Objevná publikace [24] má 5 autorů. Nobelovu cenu v roce 1974 za tento objev dostal jenom Hewish, skutečná objevitelka nikoliv.

Pochopitelně, po oznámení objevu se teoretici snažili jev vysvětlit. Správné řešení našli F. Pacini [43] a T. Gold [18]. Oba autoři ukázali, že se jedná o rychle rotující neutronové hvězdy.

V roce 1975 R. A. Hulse a J. H. Taylor objevili binární systém s pulzarem, viz [25]. Objev byl oceněn Nobelovou cenou v roce 1993. V roce 1992 byly kolem pulzaru objeveny extrasolární planety [73]. Obor pulzarů se dodnes intenzivně rozvíjí. Jejich přehled je uveden v [20].

### 3.7. Andrea Ghez a Reinhard Genzel: Příspěvky k pozorování černých děr

V roce 1971 (po objevu kvazarů) vyslovili Donald Lynden-Bell a Martin Rees domněnku, že centrum Mléčné dráhy by také mělo obsahovat supermasivní černou díru, viz [36].

Za důkaz tohoto tvrzení získali v roce 2020 Reinhard Genzel a Andrea Ghez Nobelovu cenu. Oba laureáti pozorovali okolí středu Galaxie v infračerveném oboru a přitom objevili několik objektů pohybujících se obrovskými rychlostmi po eliptických drahách.

Z toho určili hmotnost centra. Detailní popis této činnosti obsahuje článek [17] jednoho z laureátů (viz též článek V. Witzanyho v tomto čísle PMFA).

### 3.8. Otevřená otázka

Zdá se, že teorie a pozorování jsou zhruba v souladu. Základní očekávání (tři typy černých děr, jejich četnost, ...) jsou splněny. Jedna otázka – otázka kosmické cenzury – je ale nevyřešena. Detailní pozorovatelský přehled je např. v [52].

## 4. Několik zajímavostí na závěr

Uvedme některé další zajímavosti ohledně černých děr a Nobelových cen.

- Standardní odvození Planckovy délky je založeno na analýze rozměrů základních fyzikálních jednotek. Pro gravitační konstantu platí  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}$ , pro Planckovou konstantu  $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ kg m}^2\text{s}^{-1}$  a pro rychlost světla ve vakuu  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$ . Chceme-li z těchto jednotek „vytvořit“ veličinu s rozměrem vzdálenosti, pak, abychom nejprve „odstranili“ kilogramy, musíme vzít součin  $Gh$ . Abychom „odstranili“ i sekundy, musíme následně vzít  $Ghc^{-3}$ . Protože takto definovaná veličina má rozměr  $\text{m}^2$ ,  $\sqrt{Ghc^{-3}} \simeq 10^{-34} \text{ m}$  je řád Planckovy délky v metrech.

Jiné odvození představuje následující úvaha, která používá pojem „černá díra“. Pro foton platí  $E = h\nu = hc\lambda^{-1}$ , kde  $E$  je energie,  $\nu$  je frekvence a  $\lambda$  je vlnová délka fotonu. Použijeme-li Einsteinův vztah  $E = mc^2$ , pak fotonu lze přiřadit i hmotnost  $m = hc^{-1}\lambda^{-1}$ . Ke každé hmotnosti lze ale též přiřadit vzdálenost  $r_g$  pomocí (2). Když platí  $r_g = \lambda$ , pak i *jediný foton tvoří černou díru*. A tehdy platí  $r_g = \lambda = \sqrt{2Ghc^{-3}}$ , čili v řádových odhadech znovu obdržíme Planckovu délku.

- Planckovou délkou definovanou černou díru lze pokládat za nejmenší teoreticky možnou „mini“ černou díru. U těchto mini černých děr Hawking vypracoval teorii, podle níž kvantové efekty vedou k tzv. vypařování. Černé díry mohou zářit, ztrácet hmotnost, a pak zmizet malým výbuchem, viz [21]. Nicméně mini černé díry nejsou observačně potvrzeny.
- O významu astronomie v rámci fyziky a významu kosmologie, popř. extragalaktické astronomie v rámci astronomie, svědčí následující malá statistika, ve které uvádíme „astronomické“ Nobelovy ceny od roku 2001:
  - 2002 – R. Giacconi (rentgenovské zdroje), R. Davis Jr., M. Koshiba (kosmická neutrina)
  - 2006 – J. C. Mather, G. F. Smoot (anizotropie reliktního záření)
  - 2011 – S. Perlmutter, A. G. Riess, B. P. Schmidt (supernovy – zrychlená expanze vesmíru)
  - 2015 – T. Tajima, A. B. McDonald (neutrina ve Slunci – oscilace)
  - 2017 – R. Weiss, B. C. Barish, K. S. Thorne (gravitační vlny)
  - 2019 – J. Peebles (vývoj vesmíru), M. Mayor, D. Queloz (extrasolární planety)
  - 2020 – R. Penrose, A. Ghez, R. Genzel (černé díry)

Zde je na místě poznámka, že v celém dvacátém století byly „astronomické“ Nobelovy ceny spíše výjimečné. Níže uvádíme jejich výčet:

- 1936 – V. F. Hess (kosmické záření – polovina ceny)
- 1967 – H. A. Bethe (jaderné reakce ve hvězdách)
- 1974 – M. Hewish, M. Ryle (radioastronomie)
- 1978 – A. Penzias, R. W. Wilson (reliktní záření – polovina ceny)
- 1983 – S. Chandrasekhar, W. A. Fowler (závěrečné fáze vývoje hvězd)
- 1993 – R. A. Hulse, J. H. Taylor, Jr. (binární pulzary)

Takže za posledních dvacet let bylo více astronomických Nobelových cen (sedm, z toho pět v posledních deseti letech) než v celém 20. století (jen šest).

- R. Penrose v posledních letech vypracoval zajímavou teorii období před Velkým třeskem, viz [48]. Pochopitelně jenom teorie bez možnosti ověření pozorováním ve fyzice nestačí. Teorie má ale zajímavou předpověď pro anizotropii reliktního záření – měly by být pozorovatelné skvrny kulového tvaru. R. Penrose se svými spoluautory tvrdí, že skvrny jsou pozorovány, viz [3]. Pozorovatelské potvrzení myšlenky, že „něco bylo před Velkým třeskem“, by asi znamenalo druhou Nobelovou cenu pro Rogera Penrose. Nicméně nejnovější pozorování reliktního záření družicí Planck nepotvrzují existenci skvrn, viz [50], s. 15, tab. 2. Zbývá ale dodat, že velikost Hubbleovy konstanty odvozená z dat Planckovy družice ( $H_0 \simeq 69 \text{ km}/(\text{s} \cdot \text{Mpc})$  – chyba je kolem  $\pm 2 \text{ km}/(\text{s} \cdot \text{Mpc})$ ) nesouhlasí s hodnotou Hubbleovy konstanty obdržené z pozorování cefeid ( $H_0 \simeq 73 \text{ km}/(\text{s} \cdot \text{Mpc})$  – chyba je kolem  $\pm 1,5 \text{ km}/(\text{s} \cdot \text{Mpc})$ ), viz [13]. Hodnota odvozená z kosmologicky blízkých cefeid se podle nositele Nobelovy za fyziku z roku 2011 Adama Riese liší od hodnoty odvozené z dat Planckovy družice. To vše ilustruje naprosto „turbulentní“ situaci dnešní kosmologie. Výsledky z Planckovy družice jsou zpochybňovány.

Závěrem lze říci, že význam astronomie, zvláště extragalaktické astronomie a kosmologie, v dnešní fyzice je mimořádný – jak je patrné i z počtu Nobelových cen v posledních letech. Cena v roce 2020 byla v tomto oboru zcela na místě. Lze vyjádřit očekávání, že seznam nových objevů ještě zdaleka není uzavřený.

**Poděkování.** Autor děkuje Michalu Bursovi, Jaroslavu Haasovi, Michalu Křížkovi a Oldřichu Semerákovi za cenné připomínky a technickou pomoc.

#### L i t e r a t u r a

- [1] AASI, J., et al.: *Searches for continuous gravitational waves from nine young supernova remnants*. Class. Quant. Grav. 32 (2015), 074001.
- [2] ABBOTT, B. P., et al. (LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration): *Observation of gravitational waves from a binary black hole merger*. Phys. Rev. Lett. 116 (2016), 061102.
- [3] AN, D., MEISSNER, A. K., NUROWSKI, P., PENROSE, R.: *Apparent evidence for Hawking points in the CMB Sky*. Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 495 (2020), 3403–3408.

- [4] BAADE, W., ZWICKY, F.: *Cosmic rays from super-novae*. Proc. Nat. Acad. Sci. 20 (1934), 254–263.
- [5] BAADE, W., ZWICKY, F.: *Remarks on super-novae and cosmic rays*. Phys. Rev. 46 (1934), 76–77.
- [6] BARISH, B. C., WEISS, R.: *LIGO and the detection of gravitational waves*. Physics Today 52 (1999), 44.
- [7] BEJGER, M., et al.: *Collisional Penrose process near the horizon of extreme Kerr black holes*. Phys. Rev. Lett. 109 (2012), 121101.
- [8] BOMBACI, I.: *The maximum mass of a neutron star*. Astron. Astrophys. 305 (1996), 871–877.
- [9] BOWYER, S., et al.: *Cosmic X-ray sources*. Science 147 (1965), 394–398.
- [10] BOYER, R. H., LINDQUIST, R. W.: *Maximal analytic extension of the Kerr metric*. J. Math. Phys. 8 (1967), 265.
- [11] COSTA, E., et al.: *Discovery of an X-ray afterglow associated with the  $\gamma$ -ray burst of 28 February 1997*. Nature 387 (1997), 783–785.
- [12] CROWTHER, P. A., HIRSCHI, R., WALBORN, N. R., YUSOF, N.: *Very massive stars and the Eddington limit*. In: L. Drissen, C. Robert, N. St-Louis, A. F. J. Moffat: Four decades of massive star research – a scientific meeting in honor of Anthony J. Moffat, Astronomical Society of the Pacific Conference Series 465, 2012, 196–201.
- [13] DI VALENTINO, E., MENA, O., PAN, S., VISINELLI, L., YANG, W., MELCHIORRI, A., MOTA, D. F., RIESS, A. G., SILK, J.: *In the realm of the Hubble tension—a review of solutions*. Class. Quantum Grav. 38 (2021), 153001.
- [14] Event Horizon Telescope. <https://eventhorizontelescope.org>
- [15] EWING, A.: *„Black holes“ in space*. Sci. News Lett. 85 (1964), 39.
- [16] DE GASPERIN, F., et al.: *The LOFAR LBA Sky Survey – I. survey description and preliminary data release*. Astron. Astrophys. 648 (2021), A104.
- [17] GENZEL, R.: *A forty year journey*. 2021, arXiv: 2102.13000.
- [18] GOLD, T.: *Rotating neutron stars as the origin of the pulsating radio sources*. Nature 218 (1968), 731–732.
- [19] GREENE, J. E., STRADER, J., HO, L. C.: *Intermediate-mass black holes*. Ann. Rev. Astron. Astrophys. 58 (2020), 257–312.
- [20] HAN, J. L., et al.: *The FAST galactic plane pulsar snapshot survey I. Project design and pulsar discoveries*. Res. Astron. Astrophys. 21 (2021), article no. 107.
- [21] HAWKING, S.: *Gravitationally collapsed objects of very low mass*. Mon. Not. R. Astron. Soc. 152 (1971), 75–78.
- [22] HAWKING, S. W., ELLIS, G. F. R.: *The large scale structure of space time*. Cambridge University Press, 1994.
- [23] HERDEIRO, C. A. R., LEMOS, J. P. S.: *The black hole fifty years after: Genesis of the name*. 2018, arXiv: 1811.06587.
- [24] HEWISH, A., BELL, S. J., PILKINGTON, J. D. H., SCOTT, P. F., COLLINS, R. A.: *Observation of a rapidly pulsating radio source*. Nature 217 (1968), 709–713.
- [25] HULSE, R. A., TAYLOR, J. H.: *Discovery of a pulsar in a binary system*. Astrophys. J. 195 (1975), L51–L53.

- [26] VAN DE HULST, H. C.: *Radio astronomy*. Cambridge University Press, 1957.
- [27] CHADWICK, J.: *Possible existence of a neutron*. Nature 129 (1932), 312.
- [28] JANSKY, K. G.: *Radio waves from outside the solar system*. Nature 132 (1933), 66.
- [29] KELLERMANN, K. I.: *The discovery of quasars and its aftermath*. J. Astron. Hist. Herit. 17 (2014), 267–282.
- [30] KERR, R. P.: *Gravitational field of a spinning mass as an example of algebraically special metrics*. Phys. Rev. Lett. 11 (1963), 237–238.
- [31] KORMENDY, J., HO, L.: *Coevolution (or not) of supermassive black holes and host galaxies*. Ann. Rev. Astron. Astrophys. 51 (2013), 511–653.
- [32] KROUPA, P., ŠUBR, L., JEŘÁBKOVÁ, T., WANG, L.: *Very high redshift quasars and the rapid emergence of supermassive black holes*. Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 498 (2020), 5652–5683.
- [33] LANDAU, L. D., LIFSHITZ, E. M.: *The classical theory of fields*. 4th revised edition, Pergamon Press Ltd., 1975.
- [34] LAPLACE, P. S.: *Exposition du système du monde*, tome 2. Paris, 1796.
- [35] LAPLACE, P. S.: *Beweis des Satzes, daß die anziehende Kraft bey einem Weltkörper so groß seyn könne, daß das Licht davon nicht ausströmen kann*. Allgemeine geographische Ephemeriden, Vierter Band (1799), 1–6.
- [36] LYNDEN-BELL, D., REES, M. J.: *On quasars, dust and the galactic centre*. Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 152 (1971), 461–475.
- [37] MICHELL, J.: *On the means of discovering the distance, magnitude, &c. of the fixed stars, in consequence of the diminution of the velocity of their light, in case such a diminution should be found to take place in any of them, and such other data should be procured from observations, as would be farther necessary for that purpose*. Phil. Trans. Roy. Soc. 74 (1784), 35–57.
- [38] MISNER, C. W., THORNE, K. S., WHEELER, J. A.: *Gravitation*. 20th edition, W. H. Freeman, 1997.
- [39] NAKONECZNY, S., et al.: *Catalog of quasars from the kilo-degree survey data release*. Astron. Astrophys. 624 (2019), A13.
- [40] OPPENHEIMER, J. R., SNYDER, H.: *On continued gravitational contraction*. Phys. Rev. 56 (1939), 455–459.
- [41] OPPENHEIMER, J. R., VOLKOFF, G. M.: *On massive neutron cores*. Phys. Rev. 55 (1939), 374–381.
- [42] OSTERBROCK, D. E.: *Who really coined the word supernova? Who first predicted neutron stars?* Bull. Amer. Astron. Soc. 33 (2001), 1330.
- [43] PACINI, F.: *Rotating neutron stars, pulsars and supernova remnants*. Nature 219 (1968), 145–146.
- [44] PATRIGNANI, C., et al.: *Particle physics booklet*. University of California, 2016.
- [45] PENROSE, R.: *Gravitational collapse and space-time singularities*. Phys. Rev. Lett. 14 (1965), 57–59.
- [46] PENROSE, R.: *Gravitational collapse: the role of General Relativity*. La Rivista del Nuovo Cimento 1 (1969), 252–276.
- [47] PENROSE, R.: *Collected Works*. Oxford University Press, 2010.

- [48] PENROSE, R.: *Fashion, faith, and fantasy in the new physics of the universe*. Princeton University Press, 2017.
- [49] PENROSE, R., FLOYD, R. M.: *Extraction of rotational energy from a black hole*. Nature Phys. Sci. 229 (1971), 177–179.
- [50] PLANCK COLLABORATION: *Planck 2018 results*. VI. Cosmological parameters. Astron. Astrophys. 641 (2020), A6.
- [51] Press release: The Nobel Prize in Physics 2020.  
Dostupné z: <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/2020/press-release/>
- [52] REYNOLDS, C. S.: *Observational constraints on black hole spin*. Annu. Rev. Astron. Astrophys. 59 (2021), 117–154.
- [53] RIVINIUS, T., BAADE, D., HADRAVA, P., HEIDA, M., KLEMENT, R.: *A naked-eye triple system with a nonaccreting black hole in the inner binary*. Astron. Astrophys. 637 (2020), L3.
- [54] RYBICKI, G. B., LIGHTMAN, A. P.: *Radiative processes in astrophysics*. Wiley, 1979.
- [55] SALPETER, E. E.: *Accretion of interstellar matter by massive objects*. Astrophys. J. 140 (1964), 796–800.
- [56] SHAKURA, I. N., SUNYAEV, R. A.: *Black holes in binary systems. Observational appearance*. Astron. Astrophys. 500 (2009), 33–51.
- [57] SCHMIDT, M.: *3C 273: A star-like object with large red-shift*. Nature 197 (1963), 1040.
- [58] SCHWARZSCHILD, K.: *Über das Gravitationsfeld eines Massenpunktes nach der Einsteinschen Theorie*. Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. (1916), 189–196. Anglický překlad: *On the gravitational field of a point-mass, according to Einstein's theory*. The Abraham Zelmanov Journal 1 (2008), 10–19.
- [59] SILK, J., REES, M. J.: *Quasars and galaxy formation*. Astron. Astrophys. 331 (1998), L1–L4.
- [60] TANVIR, N. R., et al.: *A 'kilonova' associated with the short-duration  $\gamma$ -ray burst GRB 130603B*. Nature 500 (2013), 547–549.
- [61] TEUKOLSKY, S. A.: *Deformation of extremal black holes from stringy interactions*. Class. Quant. Grav. 32 (2015), 124006.
- [62] THE EVENT HORIZON TELESCOPE COLLABORATION: *First M87 Event Horizon Telescope results*. I. The shadow of the supermassive black hole. Astrophys. J. Lett. 875 (2019), L1.
- [63] The Smallest Known Black Hole.  
<https://www.scientificamerican.com/gallery/the-smallest-known-black-hole>
- [64] TOLMAN, R. C.: *Relativity, thermodynamics and cosmology*. Clarendon Press, 1934.
- [65] TYSON, J. A.: *Obituary: Grote Reber*. Physics Today 56 (2003), 63–64.
- [66] VIRGO COLLABORATION: *Status of the Virgo project*. Class. Quant. Grav. 28 (2011), 114002.
- [67] Virgo Website. <https://www.virgo-gw.eu/>
- [68] WEINBERG, S.: *Gravitation and cosmology: Principles and applications of the general theory of relativity*. John Wiley, 1972.
- [69] WHEELER, J. A.: *Our universe: the known and the unknown*. Amer. Scientist 56 (1968), 1–20.



- [70] WIKIPEDIA: *Gravitational-wave observatory*.  
[https://en.wikipedia.org/wiki/Gravitational-wave\\_observatory](https://en.wikipedia.org/wiki/Gravitational-wave_observatory)
- [71] WIKIPEDIA: *List of black holes. Stellar black holes and candidates*.  
[https://en.wikipedia.org/wiki/List\\_of\\_black\\_holes#Stellar\\_black\\_holes\\_and\\_candidates](https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_black_holes#Stellar_black_holes_and_candidates)
- [72] WIKIPEDIA: *List of gravitational wave observations*.  
[https://en.wikipedia.org/wiki/List\\_of\\_gravitational\\_wave\\_observations](https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_gravitational_wave_observations)
- [73] WOLSZCZAN, A., FRAIL, A.D.: *A planetary system around the millisecond pulsar PSR1257 + 12*. *Nature* 355 (1992), 145–147.
- [74] ZELDOVIČ, J. B., NOVIKOV, I. D.: *Strojenje i evolucija vseleňoj*. Nauka, 1975.