Učitel matematiky

Lukáš Honzík; Martina Kašparová

Matematické úlohy v geocachingu

Učitel matematiky, Vol. 26 (2018), No. 2, 71–80

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/148577

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2018

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* http://dml.cz

MATEMATICKÉ ÚLOHY V GEOCACHINGU

Lukáš Honzík, Martina Kašparová

Geocaching je v současné době poměrně oblíbená celosvětová rekreační hra spočívající v hledání ukrytých schránek, tzv. keší (označení pochází z anglického cache). Toto hledání je prováděno zpravidla za pomoci pozičního systému GPS a příslušných zařízení, která dokážou s tímto systémem pracovat. Typicky se jedná o turistické přijímače GPS, mobilní telefony a tablety vybavené vhodnými aplikacemi. Nalezení schránky je stvrzeno provedením zápisu do logbooku – sešitu nebo knížky, kterou keš obvykle obsahuje. Účastník hry je nazýván geocacher či krátce cacher, česky pak kešer nebo kačer, a musí být registrován na oficiálním webu hry na adrese `http://www.geocaching.com`, kde jsou dostupné popisy (tzv. listingy) jednotlivých keší a kam také po nalezení keše tento nález v elektronické podobě zaznamená (neboli zaloguje).

Keší existuje několik druhů, přičemž mezi ty nejčastěji se vyskytující a zároveň nejčastěji hledané patří tzv. tradiční keše (jinak též tradičky), a dále pak multikeše a mystery keše (mysterky). Existují sice i další druhy keší, například wherigo keše, earthkeše či eventy, ale ty jsou zastoupeny výrazně méně často a nebudeme se tu jimi dále zabývat. Rozdíl mezi třemi nejčastějšími druhy keší spočívá v tom, že u tradičních keší jsou jejich GPS souřadnice uvedeny přímo v listingu, kešer tedy pouze na zmíněné místo přijde, schránku nalezne, zapíše se do logbooku a schránku opět ukryje pro další nálezce, zatímco u multikeší a mysterek je zpravidla nutné nejprve něco zjistit nebo spočítat, aby byly souřadnice místa uložení známy. V případě multikeší musí kešer obvykle navštívit nějaké místo (může jich však být i víc), zjistit zde potřebné indicie a z nich teprve dopočítává finální souřadnice, naproti tomu v případě mysterek jde většinou o vyřešení zapeklitého problému.

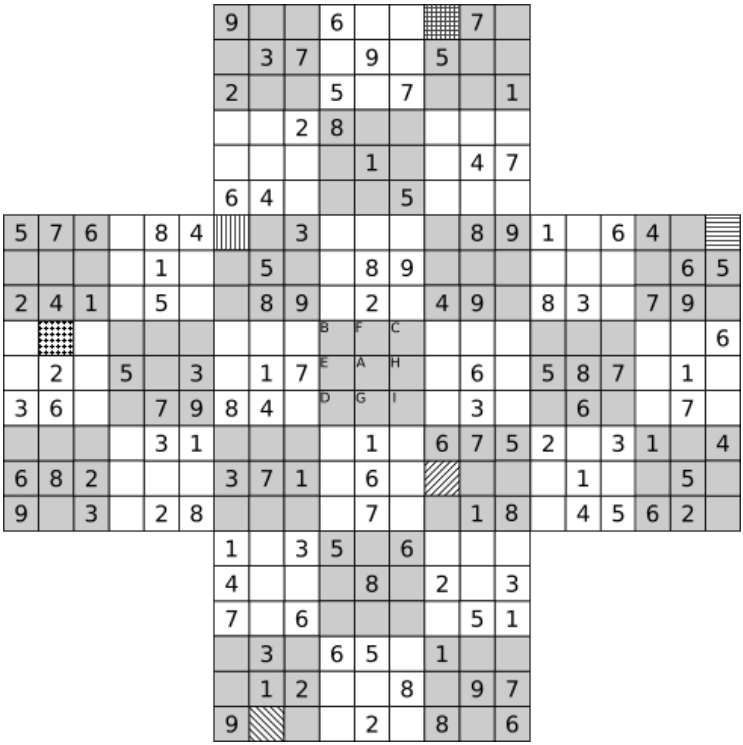
Charaktery těchto problémů bývají různorodé, může se jednat o dekódování, dešifrování, řešení matematického nebo logického

problému. S ohledem na relativně četné zastoupení matematických a logických úloh v mystery keších pak může mít geocaching zajímavý motivační dopad v oblasti matematiky na žáky a studenty, kteří se mu věnují, a naučit je nové věci. Podívejme se blíže na některé zástupce takovýchto mystery keší.

Rekreační matematika

Z velké části spadají tyto zadané úlohy do oblasti rekreační matematiky a s nějakou z nich se během svého života jistě setkal téměř každý z nás. Patří sem například dosti známá hra sudoku, která po hráči vyžaduje, aby ve čtvercové šachovnici 9×9 polí rozdělené do 9 menších čtverců velikosti 3×3 pole, z nichž některá jsou již vyplněná, doplnil číslice od 1 do 9 tak, aby se v každém sloupci, každém řádku i každém menším čtverci každá číslice vyskytovala právě jednou. Některá z polí jsou pak označena písmenky a hodnoty jim přiřazené při řešení úlohy jsou použity pro výpočet finálních souřadnic. Jako příklad můžeme uvést například celou sérii sudoku keší nacházející se poblíž městečka Pačejov u Horažďovic. Tato série od dvou autorů zatím sestává ze 6 keší *Pačívská sudoku série – 01* (`http://coord.info/GC4VYAJ`) až *Pačívská sudoku série – 06* a výsledné souřadnice kešery zavedou nejen ke skryté schránce, ale také je provedou okolím městečka.

Podobnou sérii zaměřenou na řešení sudoku lze najít i poblíž Mladé Boleslavi, ta však kromě tradičních sudoku o velikosti $9 \times \times 9$ políček obsahuje i mystery keš *Extra Sudoku Bonus* (`http://coord.info/GC3Z299`), pro jejíž získání je potřeba vyřešit velké netradiční sudoku (super sudoku) složené z pěti tradičních sudoku uspořádaných do kříže, přičemž některé jejich části se překrývají. Každý z těchto pěti čtverců velikosti 9×9 polí se řeší samostatně jako normální sudoku. Řešitelovým úkolem je dopátrat se hodnot nacházejících se v šesti barevně označených (šrafovaných) polích, které pak dosadí do vzorce pro výpočet finálních souřadnic. Práci mu může trochu ulehčit znalost hodnot A až I, které se nachází ve středovém čtverci velikosti 3×3 a lze je zjistit v jedné z ostatních keší série. I bez toho je však toto super sudoku řešitelné.



Obr. 1: Extra sudoku bonus

Slučovat do sérií lze samozřejmě i keše, které nemají stejný způsob luštění, ale obsahují širší spektrum úloh rekreační matematiky. Příkladem budiž série Japonské rébusy mezi Libercem a Jabloncem nad Nisou. Mezi problémy předloženými k řešení se tu objevuje nejen sudoku (*Japonské rébusy #1 – SUDOKU*; `http://coord.info/GC2BKV2`), ale též nurikabe (*Japonské rébusy #2 – NURIKABE*; `http://coord.info/GC2BKRV`), kakuro (*Japonské rébusy #3 – KAKURO*; `http://coord.info/GC2BM0K`) či ken-ken (*Japonské rébusy #6 – KEN-KEN*; `http://coord.info/GC2HAZY`).

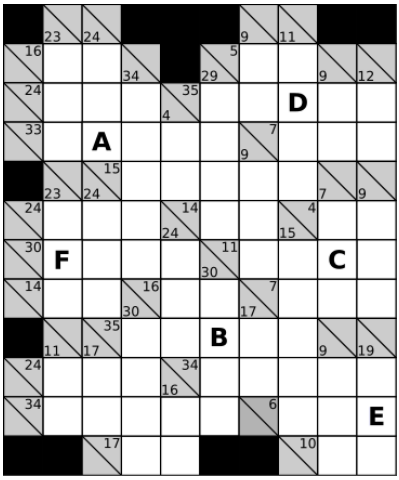
Pro pořádek upřesněme, že nurikabe se hraje v podobné hrací mřížce jako sudoku, její rozměry však nemusí být pevně dány. Každé pole přitom představuje buď pevninu, anebo moře (takové pole je ve výsledku začerněno), přičemž pevnina může sestávat z několika sousedních polí, čímž tvoří ostrov. Každé takové pole nese číslo označující, z kolika polí se ostrov skládá. Ostrovy jsou od sebe odděleny souvislým celkem moře, které však může být tvořeno jen obdélníky o rozměrech $1 \times n$ polí (tj. nesmí nikde tvořit obdélníky 2×2 nebo větší). Některá z políček hrací mřížky jsou opět označena písmeny, kterým je přiřazena hodnota podle toho, na jak velkém ostrově leží, přičemž tyto hodnoty se opět použijí při výpočtu souřadnic úkrytu schránky.

					1		**D**	2	
				4					
2		2					3		
		A							1
6									
			E			3		**B**	
4					3				
		2							
F				**C**				2	
		4					1		

Obr. 2: Nurikabe

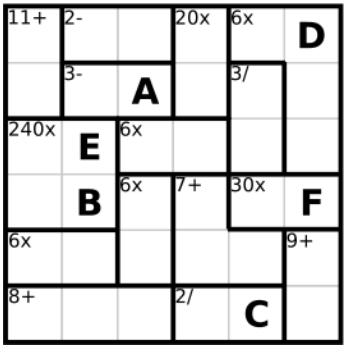
Naproti tomu kakuro vypadá na první pohled spíše jako křížovka. V hrací mřížce tvoří prázdná pole různě dlouhé sloupce a řádky, v záhlaví každého sloupce či řádku je uvedeno číslo a úkolem řešitele je doplnit do polí číslice od 1 do 9 tak, aby jejich součet dával číslo ze záhlaví, přičemž tyto číslice se nesmí v daném řádku a sloupci opakovat.

Ken-ken je jakousi kombinací výše zmíněného sudoku a kakura. Řeší se ve čtvercové mřížce rozdělené orámováním do několika částí, přičemž každé takové části přísluší číslo a znaménko početní operace (součet, rozdíl, součin a podíl). Hráčovým úko-



Obr. 3: Kakuro

lem pak je doplnit do polí číslice od 1 do n, kde n je počet řádků hrací mřížky, tak, aby v jednotlivých částech číslice daly odpovídající výsledek s ohledem na danou početní operaci. Opět platí, že v každém řádku a sloupci se smí každá číslice objevit jen jednou, a v případě nekomutativních operací je vždy větší číslice dělena menší, případně je menší číslice odečítána od větší (nezáleží tedy na jejich pořadí v dané části).



Obr. 4: Ken-ken

Rekreačně-matematických úloh je nepřeberné množství, proto vyberme jen několik dalších zajímavých příkladů. V Budapešti se například nachází mystery keš *Budapest Puzzle 24* (`http://coord.info/GC2H19J`; přičemž ono číslo 24 v jejím názvu odkazuje na skutečnost, že autor vlastní celou sérii takovýchto keší) s rébusem filomino. Na obdélníkové hrací ploše pokryté polyominy – geometrickými útvary vzniklými spojením několika sousedních čtvercových polí – jsou umístěna čísla, která označují, z kolika čtverečků se dané polyomino, na němž číslo leží, skládá. Luštitelovým úkolem je pak správně doplnit chybějící čísla do všech prázdných čtverečků.

	F		3			**A**		5
		8	3	10			5	
	3				4	4		
1	3		3			2		
	2			3			2	
D		2			3		1	3
		4	4	**C**			3	
	4			4	3	3		
6	**E**				1			**B**

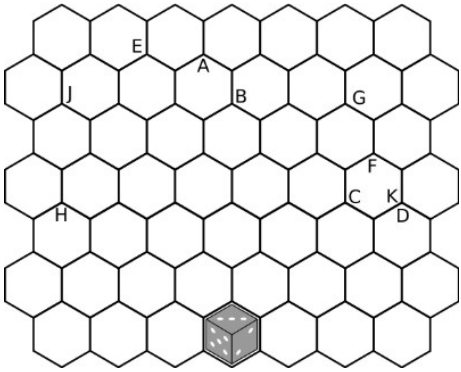
Obr. 5: Filomino

Neobvyklé nejsou ani malované křížovky, kde je nutné v hrací mřížce o rozměrech $m \times n$ polí vybarvit podle nápovědy některá pole, čímž vznikne obrázek. Nápovědou jsou v tomto případě čísla umístěná nad každým sloupcem a vedle každého řádku křížovky říkající, jak velké jsou souvislé bloky vybarvených políček v daném sloupci či řádku. Jejich zástupcem je například mystery keš *Panel Story* (`http://coord.info/GC1JY1X`) nacházející se v Plzni, přičemž zde má kešer luštění navíc mírně ztížené, protože onu křížovku musí nejprve v listingu keše nalézt. Odkaz na ni se skrývá pod ikonkou geocachingu umístěnou v jednom ze zobrazených obrázků paneláků.

Jako poslední příklad popišme ještě složitou logickou hru Hexadomino, v níž je potřeba do hrací mřížky sestávající z pravidelných šestiúhelníků poskládat kartičky stejného tvaru podle určitého pravidla vztahujícího se podobně jako u klasického domina k počtu bodů na sousedních kartičkách (jedná se o pražskou mystery keš *Hexadomino*; `http://coord.info/GC4XB71`).

Školská matematika

Obdobně široká paleta zajímavých úloh a příkladů se týká též školské matematiky, ať již mluvíme o matematice základoškolské, středoškolské či vysokoškolské.

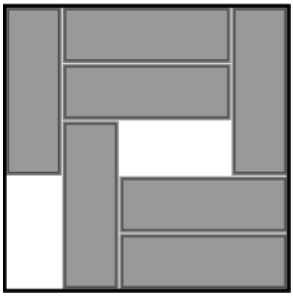


Obr. 6: Hrací plocha hexadomina

Mezi úlohy odpovídající úrovni základní školy můžeme zařadit mystery keš *Matematická olympiáda* poblíž Liberce (`http://coord.info/GC2RHZJ`), pro jejíž vyluštění musí kešer zdárně vyřešit sadu několika jednoduchých příkladů. Například první z nich má zadání: „Hanka, David, Radek, Eliška a Ondra jsou kamarádi kačeři. Radek má víc kešek než Ondra. Ondra má zase více než obě děvčata. David má o 15 krabiček míň než Radek. Kdo má nejvíce nálezů?“ Luštiteli jsou nabídnuty možnosti: „1 – David, 2 – Radek, 3 – Eliška, 4 – Ondra, 5 – Hanka,“ a do finálních souřadnic schránky je dosazeno příslušné číslo podle výsledku. Obdobně jednoduchá je i jedna z dalších úloh: „V kešce je umístěno sedm

obdélníkových GC[1] 3×1 stejně jako na obrázku. Určete nejmenší počet GC, které musíme posunout, aby vzniklo místo pro další takový GC.“ Počet posunutých geocoinů následně odpovídá hodnotě, kterou je nutné dosadit do finálních souřadnic.

Zástupce vyššího stupně matematiky můžeme nalézt v sérii geometrických keší *Komínová I* – těžiště/centroid (`http://coord.info/GC1KKP5`) až *Komínová VI* – připsané kružnice (`http://coord.info/GC1PP4G`), která se nachází v Jablonci nad Nisou. Všechny keše této série mají stejný základ, který tvoří trojúhelník s vrcholy odpovídajícími třem nejvyšším jabloneckým továrním komínům. Další postup řešení se již liší, postupně je nutné k výše zmíněnému trojúhelníku spočítat zeměpisné souřadnice těžiště, ortocentra a středů kružnice opsané, vepsané, Feuerbachovy a konečně též kružnic připsaných.



Obr. 7: Geocoiny v kešce

Mimo geometrii zmiňme v této úrovni školské matematiky pražskou mysterku *Jednoduchá MATEMATIKA* (`http://coord.info/GC49PWF`) sestávající ze tří úkolů, jejichž zadání je následující:

- „Stožár o výšce 32 m byl zlomen větrem tak, že se jeho vrchol dotýká země 16 m od paty stožáru. Ještě stojící část stožáru, ulomená část a země vytváří pravoúhlý trojúhelník. V jaké výšce byl zlomen stožár?“

[1] GC je zkratka pro geocoin, což je v geocachingu předmět cestující z keše do keše, obvykle má i nějaký úkol (například cestovat po keších poblíž rozhleden nebo docestovat do Austrálie a bezpečně se vrátit).

- „Mostní kruhový oblouk má výšku 8 m. Oblouk je částí kružnice s poloměrem 29 m. Určete rozpětí tohoto mostního oblouku.“
- „Brigádník odpracoval již 42 brigádnických hodin, čímž splnil 3/7 svého závazku. Kolik hodin musí ještě odpracovat, chce-li závazek splnit na 104 %? Výsledek zaokrouhli na celé hodiny.“

Tři získané hodnoty jsou opět využity ve vzorci pro výpočet souřadnic.

Není ale třeba omezovat se jen na základoškolskou či středoškolskou matematiku, mezi kešemi nalezneme i takové, které zahrnují úlohy z matematiky vysokoškolské. *Mysterka FAV – jsem z toho PAF* (`http://coord.info/GC1M1AC`) nacházející se poblíž Fakulty aplikovaných věd ZČU v Plzni sestává ze šesti úloh pokrývajících nejen matematické oblasti, s nimiž se student této fakulty v průběhu studia setká. Kešer se tak musí vypořádat s úkoly zahrnujícími výpočet součtu nekonečné řady, determinantů čtvercových matic řádu 4, dvou vícerozměrných integrálů, dále vyřešení dvou úloh fyzikálních (rovnoměrně zrychlený přímočarý pohyb a dilatace času z teorie relativity) a konečně též příklad z informatiky zapsaný v pseudokódu.

Motivace pro studium

Jak již bylo řečeno, zadané úkoly jsou skutečně různorodé a pokrývají široké spektrum nejen matematických a logických problémů. Ve spojení s prožitkem úspěchu ze zdárného vyřešení úkolu a pochopení nové problematiky a též ve spojení s dobrodružstvím při samotném závěrečném hledání keše může být tato aktivita pokládána za dobrou motivaci pro žáky a studenty k dalšímu studiu matematiky a přírodovědných předmětů vůbec. Samostatnou kapitolou je pak možnost založení své vlastní keše pro ostatní kešery s nastolením nějakého nového originálního úkolu, na němž je nutné si dát záležet a dané problematice tedy skutečně porozumět, neboť tento úkol bude v kešerské komunitě podroben komplexní zatěžkávací zkoušce.

Literatura

[1] Groundspeak, Inc. (2000–2017). *Geocaching.* Dostupné z `https://www.geocaching.com/play`

Abstract

Currently, there is a decline in the interest of pupils and students in the natural sciences, including mathematics. Therefore, it is appropriate to try to find new ways to motivate students to study of mathematics. Among the possible motivation tools, we can include, for example, the worldwide game called geocaching that offers the combination of outdoor "treasure" hunt and the amount of new and interesting tasks from mathematics, logic and even other science disciplines.

Lukáš Honzík
Katedra matematiky, fyziky a technické výchovy
Fakulta pedagogická ZČU v Plzni
Klatovská 51
306 14 Plzeň

Martina Kašparová
Katedra matematiky, fyziky a technické výchovy
Fakulta pedagogická ZČU v Plzni
Klatovská 51
306 14 Plzeň