Rozhledy matematicko-fyzikální

Vladimír Strečko

Zrod diferenciálneho a integrálneho počtu

Rozhledy matematicko-fyzikální, Vol. 91 (2016), No. 4, 30–33

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/146688

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2016

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* http://dml.cz

HISTORIE

Zrod diferenciálneho a integrálneho počtu

Vladimír Strečko, Prešovská univerzita, Prešov

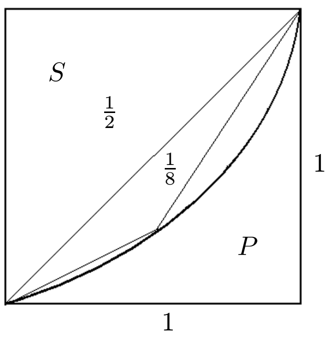
Abstract. The article presents the development of differential and integral calculus. This period is also known as the period of variable quantities in contrast to the previous period of constant quantities. The article deals mainly with Archimedes, Newton and Leibniz.

Pár viet o Archimedovi

Matematika v antike svoj vrchol dosiahla v spojení s menom Archimedes (asi 287–212 pred n. l.). Tento všestranný vedec sa okrem matematiky venoval aj astronómii, hydrostatike, mechanike a technike vôbec. Vynašiel tzv. vodnú skrutku, dokázal vysvetliť príčinu prílivu a odlivu a sformuloval Archimedov zákon.

V súvislosti s matematikou napísal viacero diel. V *Kvadratúre paraboly* popísal presný výpočet kvadratúry paraboly pomocou súčtu nekonečného geometrického radu. Podobné metódy dnes považujeme za predstupeň integrálneho počtu. Priblížme si tento postup.

Archimedes zakreslil svoju parabolu s rovnicou $y = x^2$ do štvorca so stranou 1. Môžeme tak povedať, že ju uvažoval na intervale $\langle 0, 1\rangle$. Vznikli dva krivočiare trojuholníky, pričom do horného vpisoval vždy menšie a menšie trojuholníky, tak ako naznačuje obr. 1.



Obr. 1: Kvadratúra paraboly podľa Archimeda

Obsah S horného trojuholníka vypočítal ako súčet nekonečného radu

$$S = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^5} + \frac{1}{2^7} + \ldots = \frac{2}{3}.$$

Teraz už ľahko dopočítame, že obsah hľadaného trojuholníka P je $\frac{1}{3}$.

Použitá metóda sa nazýva *exhaustívna*, alebo vyčerpávajúca, a prvýkrát bola použitá Eudoxom z Knidu (asi 408–355 pred n. l.), ktorý sa takto snažil aproximovať kruh pomocou mnohouholníkov. Ako zaujímavosť uvedieme, že parabola bola Archimedova obľúbená krivka aj preto, lebo sa okrem iného zaoberal aj parabolickými zrkadlami.

Tento príklad by sme okrem Archimedovej metódy mohli riešiť pomocou jednoduchého integrálu

$$\int_0^1 x^2 \, \mathrm{d}x = \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^1 = \frac{1}{3}.$$

Trochu náročnejšie by už bolo pomocou integrálu vypočítať ďalší z Archimedových objavov, a to vzorec pre výpočet obsahu elipsy, čiže

$$P = \pi ab,$$

kde a a b sú dĺžky polosí elipsy.

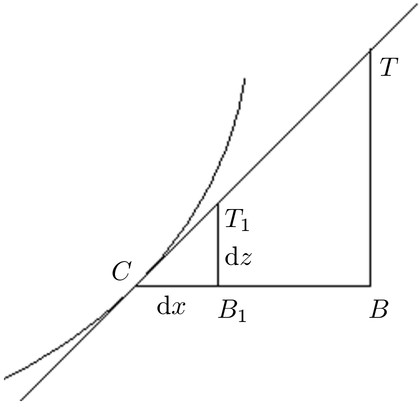
Na záver pripomeňme, že Archimedes bol matematik, ktorý zaviedol do vedy prvé infinitezimálne objekty a úvahy.

Vznik diferenciálneho a integrálneho počtu

Pri zrode diferenciálneho a integrálneho počtu stáli dve významné matematické osobnosti – Isaac Newton (1643–1727) a Gottfried Wilhelm Leibniz (1646–1716).

Na rozdiel od Newtonovho postupu, ktorý bol predovšetkým kinematický, Leibnizov postup mal viac geometrický charakter. Leibniz k svojej metóde došiel prostredníctvom tzv. *charakteristického trojuholníka*, ktorý sa už vyskytoval v skorších prácach Blaisea Pascala (1623–1662) a Newtonovho učiteľa Isaaca Barrowa (1630–1677). Kým Newton označil nekonečne malé veličiny ako o, Leibniz ich označoval ako $\mathrm{d}x$ (*diferenciál*), čo vydržalo až dodnes. Pomocou diferenciálov študoval aj dotyčnice ku krivkám.

Taká dotyčnica je určená trojuholníkom BTC (obr. 2), ale aj miniatúrnym trojuholníkom B_1T_1C s nekonečne malými stranami $\mathrm{d}x = B_1C$, $\mathrm{d}z = B_1T_1$.



Obr. 2: Charakteristický trojuholník BTC

Z podobnosti týchto trojuholníkov vyplýva

$$\frac{BT}{BC} = \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x},$$

takže napríklad pre parabolu $y = x^2$ platí

$$\frac{BT}{BC} = 2x,$$

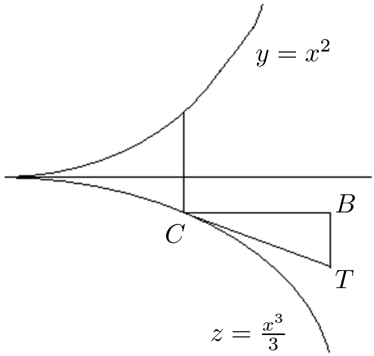
a pre kubickú parabolu $z = x^3$ zase

$$\frac{BT}{BC} = 3x^2.$$

Neskôr v istý večer počas návštevy divadla napadlo Leibniza tieto dve krivky porovnať pomocou tohto trojuholníka. Na jeden obrázok nakreslil obidve paraboly $y = x^2$ a $z = \frac{x^3}{3}$ (obr. 3) a využitím vzťahu

$$\frac{BT}{BC} = \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x},$$

v dolnej krivke ľahko kvadratúru paraboly $y = x^2$, $x \in \langle 0, 1\rangle$, vypočítal [2, s. 132–133].



Obr. 3: Leibnizovo porovnávanie kriviek

Okrem označenia dx pre diferenciál je Leibniz aj autorom symbolu pre samotný integrál $\int$. Tu považujeme za nutné uviesť, že autorom Newtonovej–Leibnizovej formuly

$$\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = F(b) - F(a),$$

(kde f je funkcia integrovateľná na $\langle a, b\rangle$ a F je tzv. primitívna funkcia spojitá na $\langle a, b\rangle$, ktorej derivácia na (a, b) je f), nie je ani Newton a ani Leibniz, ale už spomínaný Newtonov učiteľ Isaac Barrow [2, s. 127].

Na záver tejto časti len pripomeňme, že tak významný objav, ako bol diferenciálny a integrálny počet, mal jeden nechcený následok. Leibniz bol obvinený z plagiátorstva a po márnej obhajobe pred Anglickou akadémiou vied (Royal Society), ktorej mimochodom vtedy predsedal Newton, mu bol zakázaný vstup na pôdu Anglicka a zomrel v chudobe a bez povšimnutia v čase náboženských vojen v Nemecku. Jeho hrob je neznámy.

Literatura

[1] Wussing, H.: *6 000 Jahre Mathematik.* Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2008.

[2] Znám, Š., Bukovský, L., Hejný, M., a kol: *Pohľad do dejín matematiky.* Alfa, Bratislava, 1986.