Naše soutěž

Rozhledy matematicko-fyzikální, Vol. 91 (2016), No. 3, 57–60

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/146681

NAŠE SOUTĚŽ

Předkládáme další dvě úlohy *Naší soutěže*. Můžete je vyřešit a řešení poslat na adresu redakce. Řešení může být v elektronické či papírové podobě. Redakce řešení opraví a opravené vám je zašle zpět. V některém z následujících čísel pak najdete úlohy vyřešené. Za řešení každé úlohy můžete získat až 5 bodů.

Soutěž je kontinuální, což znamená, že se výsledky jednotlivých řešitelů sčítají a vede se průběžná výsledková listina (za minulé i letošní ročník dohromady). V listině se nerozlišují úlohy matematické a fyzikální. Nejlepším řešitelům bude každým rokem zaslána odborná literatura.

Nyní předkládáme dvě úlohy, jejichž řešení pošlete do *31. prosince 2016* na adresu redakce.

Úloha 57. Určete počet všech devítimístných přirozených čísel, v nichž se každá z číslic 1–9 vyskytuje právě jednou, pravidelně se v nich střídají liché a sudé číslice, součet prvních čtyř číslic se rovná součtu posledních čtyř číslic a jsou dělitelná
a) jedenácti při čtení čísla zepředu i zezadu,
b) sedmi při čtení čísla zepředu i zezadu.

(*Jaroslav Zhouf*)

Úloha 58. *Posunování vagónu*

Při posunování získal vagón o hmotnosti 40 tun v okamžiku odpojení od lokomotivy nárazem rychlost $6{,}0\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ a pohyboval se dále po přímé vodorovné trati. Celková odporová síla je rovna 2 000 N.

a) V jaké nejmenší vzdálenosti od místa odpojení vagónu od lokomotivy může být na trati druhý vagón, aby nedošlo ke vzájemnému nárazu?
b) První vagón narazí do druhého za dobu 40 s po odpojení od lokomotivy. Oba vagóny se spojí a pojedou dále společně. V jaké vzdálenosti od místa spojení vagónů se soustava zastaví? Oba vagóny mají stejnou hmotnost, jejich zrychlení při pohybu $a = \mathrm{konst.}$
c) Porovnejte délku trati od odpojení prvního vagónu od lokomotivy do jeho zastavení v části a), b). Případný rozdíl vysvětlete.

(*Ivo Volf*)

Řešení úloh z čísla 4/2015

Úloha 51. Najděte všechny čtyřmístné palindromy, tj. čísla, která se čtou stejně zepředu i zezadu, které když vydělíme prvočísly 2, 3 a 7, dostaneme opět palindromy.

(*Jaroslav Zhouf*)

Řešení (podle Ondřeje Havelky): Je-li $\overline{abba}$ hledaný palindrom, platí

$$\overline{abba} = 1001 \cdot a + 110 \cdot b.$$

Má-li být palindrom dělitelný dvěma, musí být číslice a sudá, $a \neq 0$. Proto je $8998 \geq \overline{abba} \geq 2002$. Po vydělení palindromu dvěma dostaneme

$$\frac{\overline{abba}}{2} = 1001 \cdot \frac{a}{2} + 55 \cdot b.$$

Toto číslo má být také palindrom, proto musí být číslice b také sudá (včetně nuly), aby číslo $55 \cdot b$ končilo nulou, protože $55 \cdot b$ ovlivní tento nový palindrom jen na místě jednotek, nikoli však na místě tisíců.

Díky kritériu dělitelnosti třemi musí být číslo $2(a+b)$, neboli číslo $a+b$ dělitelné třemi. Ze všech zatím získaných poznatků připadají v úvahu jako hledané palindromy čísla: 2 442, 4 224, 4 884, 8 448, 6 006, 6 666.

Dělením těchto palindromů sedmi zjistíme, že hledaný palindrom je jediný, a sice $\overline{abba} = 6\,006$.

Úloha 52. Ocelová koule o objemu V a hustotě ϱ_1 plave ve rtuti o hustotě ϱ_2.

a) Určete poměr $p_1 = \frac{V_1}{V}$, kde V_1 je objem části koule ponořené ve rtuti.
b) Nad rtuť nalijeme do nádoby takový objem vody o hustotě ϱ_3, aby celá koule byla ponořena pod povrchem vody. Určete poměr $p_2 = \frac{V_2}{V}$, kde V_2 je objem části koule ponořené ve rtuti.
c) Určete v procentech poměr $p_3 = \frac{V_3}{V}$, kde V_3 je objem části koule, která se vynoří ze rtuti po dolití vody.

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $\varrho_1 = 7{,}70 \cdot 10^3\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, $\varrho_2 = 13{,}60 \cdot 10^3\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, $\varrho_3 = 1{,}00 \cdot 10^3\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$.

(*Radmila Horáková*)

Autorské řešení:

a) V rovnovážném stavu je velikost tíhové síly rovna velikosti síly vztlakové, tj.

$$\varrho_1 V g = \varrho_2 V_1 g,$$

odkud

$$p_1 = \frac{V_1}{V} = \frac{\varrho_1}{\varrho_2} = 0{,}566.$$

b) V rovnovážném stavu je velikost tíhové síly rovna součtu velikostí vztlakových sil, tj.

$$\varrho_1 V g = \varrho_2 V_2 g + \varrho_3 (V - V_2) g,$$

odkud

$$p_2 = \frac{V_2}{V} = \frac{\varrho_1 - \varrho_3}{\varrho_2 - \varrho_3} = 0{,}532.$$

c) Určíme objem V_3 jako rozdíl objemů V_1 a V_2:

$$V_3 = V_1 - V_2 = V \frac{\varrho_1}{\varrho_2} - V \frac{\varrho_1 - \varrho_3}{\varrho_2 - \varrho_3} = V \frac{\varrho_3(\varrho_2 - \varrho_1)}{\varrho_2(\varrho_2 - \varrho_3)}$$

$$p_3 = \frac{V_3}{V} \cdot 100\ \% = \frac{\varrho_3(\varrho_2 - \varrho_1)}{\varrho_2(\varrho_2 - \varrho_3)} \cdot 100\ \% = 3{,}44\ \%$$

Stav soutěže po 52 soutěžních úlohách

Michal Zelina (GChD, Zborovská, Praha 5) – 44 bodů
Zuzana Procházková (GChD, Zborovská, Praha 5) – 34 bodů
Matyáš Grof (GChD, Zborovská, Praha 5) – 33 bodů
Stanislav Boula (GChD, Zborovská, Praha 5) – 32 bodů
Daniel Pišťák (GChD, Zborovská, Praha 5) – 31 bodů
Anna Zavadilová (Masarykovo G, Říčany) – 29 bodů
Daniel Borák (GChD, Zborovská, Praha 5) – 26 bodů
Martin Bucháček (G Luďka Pika, Plzeň) – 26 bodů
Vladimír Boček (GChD, Zborovská, Praha 5) – 25 bodů
Martin Raszyk (G, Karviná) – 20 bodů
Jiří Braný (GChD, Zborovská, Praha 5) – 18 bodů
Michal Řepík (PedF UK, Praha 1) – 17 bodů

Ondřej Havelka (G, Trutnov) – 16 bodů
Marian Poljak (G, Přerov) – 15 bodů
Michal Buráň (G, Uherský Brod) – 13 bodů
Jan Bien (GChD, Zborovská, Praha 5) – 12 bodů
Ondřej Somič (SPŠ stavební, Opava) – 12 bodů
Oskar Marelja (GChD, Zborovská, Praha 5) – 11 bodů
Jan Kučera (GChD, Zborovská, Praha 5) – 10 bodů
Tadeáš Kučera (G, kpt. Jaroše, Brno) – 10 bodů
Ondřej Motlíček (G, Šumperk) – 10 bodů
Vít Pískovský (G Olgy Havlové, Ostrava-Poruba) – 10 bodů
Ester Sgallová (GChD, Zborovská, Praha 5) – 10 bodů
David Bainak (G, kpt. Jaroše, Brno) – 9 bodů
Libor Drozek (G, Holešov) – 9 bodů
Vilém Sklenář (GChD, Zborovská, Praha 5) – 9 bodů
Ondřej Kincl (G Oty Pavla, Praha 5-Radotín) – 7,5 bodu
Adam Láf (GChD, Zborovská, Praha 5) – 7 bodů
Tomáš Pavlín (G, Parléřova, Praha 6) – 7 bodů

Seznam pokračuje ještě dalšími řešiteli, které uvedeme v některém příštím čísle.

* * * * *

(Dokončení recenze ze str. 61.)

Kniha je napsána čtivě a svým zajímavým podáním jistě upoutá čtenáře široké veřejnosti. Lze ji doporučit všem, kteří se zajímají o historii přírodních a technických věd. Vhodně rozšiřuje a doplňuje informace obsažené v učebnicích fyziky, matematiky, astronomie a dějepisu středních i vysokých škol. Svým rozsahem, uceleností a výkladem jde o jedinečné dílo nejen u nás, ale i mezi zahraniční literaturou. Podobná kniha u nás dosud neexistuje. V zahraničí je literatura na toto téma velmi chudá, zpravidla se omezuje na ženy úspěšné pouze v literatuře či v umění. Kniha má 302 stran, je doplněna literaturou a jmenným rejstříkem. Knihu je možné zakoupit v Univerzitním knihkupectví odborné literatury (budova Národní technické knihovny) v Praze 6, Technická 6 nebo objednat na internetové adrese `http:/obchod.cvut.cz/`.

Zdeněk Janout