57. ročník Fyzikální olympiády, úlohy 1. kola kategorií E a F

Rozhledy matematicko-fyzikální, Vol. 90 (2015), No. 4, 36–44

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/146640`

SOUTĚŽE

57. ročník Fyzikální olympiády, úlohy 1. kola kategorií E a F

(Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 10$ m/s a hustotou vody 1 000 kg/m^3.

FO57EF1–1: Opožděný výjezd

Řidič automobilu plánoval cestu mezi dvěma místy a počítal se stálou cestovní rychlostí 90 km/h. Při výjezdu se však o 5 minut opozdil.

a) Za jakou dobu a kde dožene zpoždění, pojede-li rychlostí větší o 10 km/h?
b) Jakou rychlostí se musí pohybovat, aby zpoždění dohnal za 30 min? Na jaké dráze zpoždění dožene?
c) Jakou rychlostí se musí pohybovat, aby zpoždění dohnal na dráze 60 km? Za jakou dobu zpoždění dožene?

FO57EF1–2: Jízda v mlze

Automobil vyrazil za mlhy rychlostí 30 km/h. Po 12 min jízdy se mlha rozplynula a řidič ujel během dalších 12 min vzdálenost 17 km. Na posledním úseku dlouhém opět 17 km se jízdní podmínky poněkud zhoršily a řidič jel rychlostí 51 km/h.

a) Vypočtěte dráhu na prvním úseku, rychlost na druhém úseku a čas na třetím úseku.
b) Sestrojte graf závislosti dráhy s na čase t.
c) Určete průměrnou rychlost na prvních dvou úsecích a průměrnou rychlost na posledních dvou úsecích. Kdy lze průměrnou rychlost počítat jako aritmetický průměr jednotlivých rychlostí? Odpověď se pokuste zdůvodnit.

FO57EF1–3: Překlápění tvárnice

Pórobetonová tvárnice má tvar pravidelného čtyřbokého hranolu s rozměry 50 cm, 25 cm, 25 cm a hmotnost 20 kg. Je postavena na vodorovné rovině na čtvercové podstavě. Tvárnici překlopením kolem jedné hrany položíme.

a) Určete výšku těžiště tvárnice v původní poloze, v konečné poloze a maximální výšku těžiště během překlápění. Jednotlivé polohy tvárnice znázorněte a vyznačte výšku těžiště nad vodorovnou rovinou.
b) Určete práci, kterou musíme vykonat k tomuto překlopení tvárnice.
c) Určete práci, kterou musíme vykonat k opětnému postavení tvárnice.

FO57EF1–4: Úhlová rychlost otáčení

Vykoná-li kolotoč za každých 5 s jednu otáčku, otočí se za 5 s o 360° neboli za 1 s o 72°. Otáčí se tedy úhlovou rychlostí 72°/s (stupňů za sekundu). Kromě této jednotky lze použít např. °/min, °/h apod.

a) Určete úhlové rychlosti sekundové, minutové a hodinové ručičky na hodinkách, úhlovou rychlost otáčení Země kolem své osy vzhledem ke Slunci a úhlovou rychlost oběhu Země kolem Slunce. Seřaďte tyto rychlosti podle velikosti od největší po nejmenší a uveďte poměry dvou sousedních úhlových rychlostí.
b) Pomocí ručičkových hodinek a polohy Slunce na obloze lze určovat světové strany. Popište tuto metodu a zdůvodněte ji předchozími výpočty v části a). Zvažte i část roku, kdy používáme letní čas a situaci na jižní polokouli.

FO57EF1–5: Cena za spotřebovanou elektrickou energii

Uvažujme domácnost, která odebírá elektřinu od společnosti ČEZ a používá ji pouze na svícení a provoz běžných spotřebičů (tj. ne na ohřev vody a topení, tzv. sazba D02d). Za 1 kWh zaplatí v roce 2015 4,18 Kč (zdroj: `http://www.penize.cz/nakupy/294289-cena-kwh-elektriny-v-roce-2015-tady-ji-najdete!`).

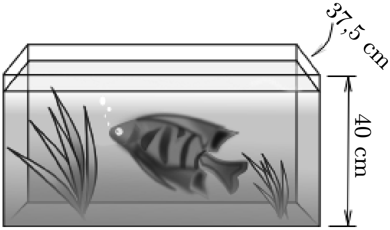
Určete následující údaje:

a) Hmotnost tělesa, které lze s využitím energie v ceně 10 Kč zdvihnout do výšky 20 m.
b) Objem vody, kterou lze s využitím energie v ceně 10 Kč ohřát z 20 °C na 65 °C.
c) Dobu, po kterou lze s využitím energie v ceně 10 Kč svítit LED žárovkou s příkonem 16 W (její svítivost odpovídá klasické žárovce s příkonem 100 W). Kolik bychom při pevné ceně elektrické energie zaplatili za svícení takovou LED žárovkou za dobu její životnosti 30 000 h?

Ztráty při přeměnách energie ve výpočtech zanedbejte.

FO57EF1–6: Stavíme akvárium

Martin dostal od rodičů povolení chovat rybičky. Nyní potřebuje vyrobit akvárium s objemem vody 60 l tak, aby se vešlo do obývací stěny. Prostor v obývací stěně umožňuje výšku akvária 40 cm a šířku (vodorovný rozměr kolmý ke stěně) 37,5 cm (viz obrázek). Hladina vody nesmí přesáhnout 80 % výšky akvária. Tloušťku skla zanedbejte.

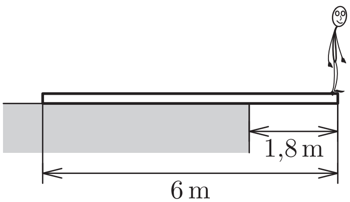


a) Určete plošný obsah skleněných desek, z nichž má být akvárium sestaveno.
b) Určete tlakovou sílu vody působící na dno.
c) Určete hydrostatický tlak působící na dno.
d) Určete tlakovou sílu působící na přední stěnu.

FO57EF1–7: Člověk na trámu

Homogenní dřevěný trám délky 6 m a hmotnosti 72 kg leží na vodorovné plošině vysoko nad zemí a přečnívá o 1,80 m přes okraj plošiny.

a) Rozhodněte, zda se může na visutý konec trámu postavit člověk o hmotnosti 60 kg.



b) Určete maximální hmotnost člověka, který se může na konec tohoto trámu postavit, aby se s trámem nepřevrátil.
c) Určete, do jaké vzdálenosti od konce trámu se může člověk o hmotnosti 75 kg postavit, aby se trám nezvrátil.
d) Určete maximální délku, o kterou může trám přečnívat přes okraj, aby se člověk o hmotnosti 60 kg stojící na jeho konci s trámem nepřevrátil.

FO57EF1–8: Atletická dráha

Vnitřní dráha atletického oválu má délku 400 m a skládá se ze dvou rovných úseků délky 100 m a dvou kruhových oblouků (polokružnic) délky 100 m. Na oválu je 8 drah, šířka každé je 1,22 m. Značí se čísly 1 až 8 od vnitřní dráhy. Cílová čára je pro všechny dráhy v místě přechodu rovného úseku do oblouku.

Michael Johnson vyhrává olympijský závod v roce 2000

a) Historicky nejúspěšnějším běžcem na trati 400 m je Američan Michael Johnson, který v této disciplíně získal 4 tituly mistra světa a je i držitelem stávajícího světového rekordu. Vytvořil ho na mistrovství světa v roce 1999 v Seville časem 43,18 s. Určete jeho průměrnou rychlost při tomto závodu.
b) Určete poloměr oblouku 1. dráhy a poloměr oblouku 8. dráhy.
c) V běhu na 400 m jsou v 1. dráze cílová a startovní čára totožné, na zbývajících drahách jsou startovní čáry postupně posunuté tak, aby každý běžec měl ve své dráze do společné cílové čáry stejnou vzdálenost 400 m. Určete posunutí startovní čáry na 2. dráze a startovní čáry na 8. dráze vzhledem k cílové čáře.
d) Určete, jaká průměrná úhlová rychlost ve stupních za sekundu (°/s) by při probíhání oblouků odpovídala rekordu Michaela Johnsona z roku 1999, jestliže by běžel v 1. dráze a jestliže by běžel v 8. dráze.

Všechny vzdálenosti uvádějte s přesností na centimetry.

FO57EF1–9: Skládání beden

a) Sestrojte libovolný pravoúhlý trojúhelník znázorňující nakloněnou rovinu. Označte l délku nakloněné roviny, h její výšku a d zbývající odvěsnu. Na nakloněné rovině znázorněte těleso a z jeho těžiště sestrojte libovolnou tíhovou sílu F_G. Tíhovou sílu rozložte na dvě síly, na sílu F_1 rovnoběžnou s nakloněnou rovinou a na sílu F_2 kolmou k nakloněné rovině. Změřte rozměry h, l, d nakloněné roviny (příp. dva změřte a třetí vypočtěte), zvolte měřítko pro síly a také je změřte (příp. také dvě změřte a třetí vypočtěte). Takto získané údaje zapište do tabulky. Hodnoty v posledních dvou sloupcích vypočtěte. Celou konstrukci proveďte celkem 4krát s různým sklonem nakloněné roviny a s různou tíhou tělesa.

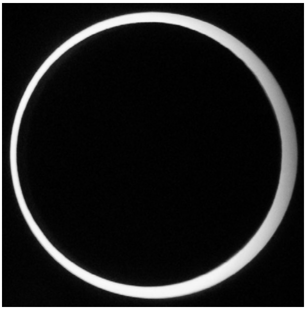
$\frac{l}{\mathrm{cm}}$	$\frac{h}{\mathrm{cm}}$	$\frac{d}{\mathrm{cm}}$	$\frac{F_\mathrm{G}}{\mathrm{N}}$	$\frac{F_1}{\mathrm{N}}$	$\frac{F_2}{\mathrm{N}}$	$\frac{\frac{h}{l}F_\mathrm{G}}{\mathrm{N}}$	$\frac{\frac{d}{l}F_\mathrm{G}}{\mathrm{N}}$

Z výsledků v tabulce posuďte, jak lze z rozměrů nakloněné roviny a tíhové síly vypočítat síly F_1 a F_2. Síla F_1 působící ve směru nakloněné roviny uvádí těleso do pohybu, síla F_2 působící kolmo na nakloněnou rovinu tvoří tlakovou sílu a nemá pohybový účinek. Podle vzorce $F_\mathrm{t} = f\,F_2$ z ní lze určit třecí sílu působící na těleso na nakloněné rovině, podobně jako ze vzorce $F_\mathrm{t} = fF_\mathrm{G}$ určíme třecí sílu na vodorovné rovině.

b) Na základě získaných poznatků z části a) vyřešte následující úlohu:
Chlapci skládali z nákladního automobilu bedny o hmotnosti 20 kg. Ke korbě ve výšce 1,6 m nad zemí přistavili fošnu délky 4 m a po ní dopravovali bedny dolů. Součinitel smykového tření mezi bednou a fošnou je 0,35. Rozhodněte, zda museli bedny po fošně tlačit či zda sjížděly samy. Jak se změní výsledek, budou-li mít bedny jinou hmotnost?

FO57EF1–10: Prstencové zatmění Slunce

Při zatmění Slunce se z hlediska pozemského pozorovatele dostává Měsíc před Slunce a částečně nebo úplně zakrývá sluneční disk. Kromě částečného nebo úplného zatmění však může nastat též tzv. prstencové zatmění, kdy se celý Měsíc z našeho pohledu promítne dovnitř slunečního disku a ze Slunce jsou vidět jen okrajové oblasti, které pozorujeme jako zářící prstenec (viz obrázek).



Prstencové zatmění Slunce

Jev je způsoben tím, že Měsíc neobíhá Zemi přesně po kružnici, nýbrž po elipse. Vzdálenost Země–Měsíc se tak mění, a to mezi hodnotami 356 000 km a 407 000 km. Vzdálenost Země–Slunce se také mění, a to mezi hodnotami 147 000 000 km a 152 000 000 km.

a) Při jaké kombinaci vzdáleností má svítící prstenec největší obsah?
b) Jaký bude z našeho pohledu průměr průmětu Měsíce na Slunci v tomto uspořádání?
c) Určete, kolik procent obsahu plochy slunečního disku v takovém případě tvoří svítící prstenec.

Průměr Slunce je 1 390 000 km, průměr Měsíce 3 480 km.

FO57EF1–11: Ohřev pomocí slunečního záření

Za jasného počasí dopadá v našich zeměpisných šířkách na každý čtverečný metr plochy umístěné kolmo ke slunečním paprskům za každou sekundu energie přibližně 900 J. Střecha má rozměry 8 m a 18 m a je pokryta ocelovým plechem tloušťky 1,5 mm.

a) Za jakou minimální dobu se může plechová střecha ohřát o 10 °C?
b) V zimě při teplotě vzduchu 0 °C je střecha rovnoměrně pokryta vrstvou sněhu o teplotě 0 °C. Za jakou minimální dobu může sníh roztát, jestliže z něho nakonec v okapové nádrži získáme 600 l vody?

V obou případech předpokládejte, že sluneční paprsky dopadají kolmo na střechu i že veškerá dopadající sluneční energie se zcela pohltí a využije pro uvažovaný děj. Další potřebné údaje si vyhledejte v tabulkách.

FO57EF1–12: Hmotnost měděného drátu

a) Unesli byste smotaný měděný drát délky 200 m o odporu 1,2 Ω?

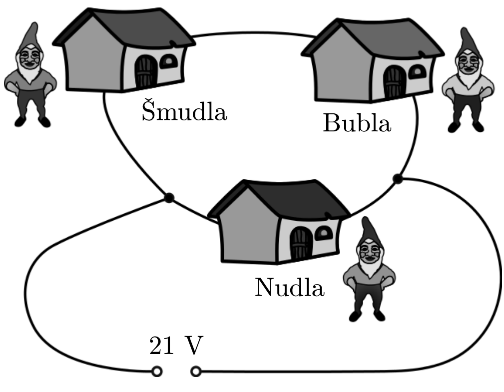
b) Jak se změní hmotnost měděného drátu, bude-li třikrát delší, ale jeho odpor bude stejný?

Potřebné údaje si vyhledejte v tabulkách nebo na internetu.

FO57EF1–13: Tři skřítkové

Tři skřítkové mají ve svých příbytcích elektrické vytápění podle obrázku. Skřítek Šmudla má ve svém domečku odporovou spirálu o odporu 30 Ω, Bubla o odporu 40 Ω a Nudla o odporu 50 Ω. Okruh je připojen ke zdroji o napětí 21 V, odpor přívodních kabelů a vodičů mezi domy je zanedbatelný.

a) Určete elektrický příkon v každém příbytku.
b) Určete proud dodávaný zdrojem.
c) Skřítek Bubla chtěl během své delší nepřítomnosti ušetřit za energii, proto ve svém domečku vedení přerušil. Jak se změnil příkon u dalších skřítků?
d) Bubla při příští nepřítomnosti vedení nepřerušil, nýbrž svoji spirálu zkratoval (přemostil vodičem). Jakou spirálu a v jakém zapojení musí Šmudla ve svém příbytku použít, aby mu topení hřálo stejně jako před zkratováním?



Zapojení mezi domy skřítků

e) Nudla měl rád teplo, proto si koupil další spirálu o odporu 30 Ω. Má ji ve svém domečku připojit paralelně nebo sériově ke své původní spirále, aby mu bylo tepleji? Vypočtěte příkon v jeho domečku po vhodném zapojení.

FO57EF1–14: Kaňon Gorges du Verdon

Kaňon Gorges du Verdon ve Francii je nejdelší v Evropě. Začíná za městečkem Castellane a táhne se mezi skalními stěnami k přehradnímu jezeru Lac de Sainte-Croix. V některých místech je až 700 m hluboký. Významným místem na řece je výhledové místo Point Sublime pod obcí Rougon.

a) Najděte v satelitní mapě zeměpisné souřadnice městečka Castellane a místa Point Sublime.
b) Pomocí pravítka v aplikaci Google Earth nebo v internetové aplikaci Mapy Google (`https://www.google.cz/maps/`) zjistěte co možná nejpřesněji délku kaňonu (podél řeky Le Verdon) mezi oběma místy. Výsledek zaokrouhlete na celé kilometry.
c) Na mnoha místech v okolí si můžete půjčit loďku, šlapadlo nebo raft a vydat se na cestu přímo po vodě. Vypočítejte, jak dlouho bude trvat cesta z Castellane do Point Sublime, když na klidné hladině jezera jezdíte na raftu obvykle rychlostí 1.0 m/s. Jak dlouho by trvala cesta raftem opačným směrem? Počítejte s rychlostí proudu 0,5 m/s.
d) Jedním z mostů v oblasti je i Pont de l'Artuby (viz obrázek). Zjistěte jeho délku a určete, za jak dlouho přejede přes most nákladní automobil délky 12 m, jede-li rychlostí 50 km/h.

Pont de l'Artuby

FO57EF1–15: Experimentální úloha: nakloněná rovina

Po nakloněné rovině s tvrdým povrchem pouštějte ocelovou kuličku a změřte dobu jejího pohybu na různých drahách. Jako cíl zvolte dolní konec nakloněné roviny. Místo startu měňte postupně tak, že uražená dráha se bude zvětšovat, např. po 20 cm. Na každé dráze proveďte pět měření času t_1, t_2 t_3, t_4, t_5, vypočtěte jejich aritmetický průměr $\overline{t}$ a výsledky zapište do tabulky.

s/m	t_1/s	t_2/s	t_3/s	t_4/s	t_5/s	$\overline{t}$/s
0,20						
0,40						
0,60						
0,80						
1,00						
1,20						
1,40						
1,60						

Na milimetrový papír nebo pomocí počítače sestrojte graf závislosti doby pohybu na uražené dráze. Vyneste naměřené hodnoty a proložte je křivkou. Zamyslete se nad druhem měřeného pohybu a fyzikálně zdůvodněte tvar získané křivky.

FO57EF1–16: Experimentální úloha: hustota skla

Vezměte skleněnou láhev např. od limonády a nalijte do ní trochu vody tak, aby plavala v kbelíku s vodou. Poté opatrně přilévejte další vodu do té doby, dokud nebude horní okraj láhve v úrovni hladiny vody ve kbelíku. Ze známé hustoty vody s použitím vah a odměrného válce určete hustotu skla, z něhož je láhev vyrobena.