

Rozhledy matematicko-fyzikální

Martin Panák

54. Mezinárodní matematická olympiáda

Rozhledy matematicko-fyzikální, Vol. 88 (2013), No. 4, 45–49

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/146550>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2013

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

54. Mezinárodní matematická olympiáda

Martin Panák, MU Brno

Padesátý čtvrtý ročník Mezinárodní matematické olympiády se uskutečnil od 18. do 28. července 2013 v Kolumbii, v městech Barranquilla a Santa Marta. Soutěže se zúčastnilo 527 soutěžících z 97 zemí.

České družstvo tvořili tito žáci:

Michal Buráň z Gymnázia J. A. Komenského v Uherském Brodu,

David Hruška z Gymnázia na Mikulášském náměstí v Plzni,

Mark Karpilovskij z Gymnázia na tř. Kpt. Jaroše v Brně,

Josef Svoboda z Gymnázia Frýdlant nad Ostravicí,

Štěpán Šimsa z Gymnázia Josefa Jungmanna v Litoměřicích a

Radovan Švarc z Gymnázia v České Třebové.

Účast českého týmu byla z větší části dotována ministerstvem mládeže, školství a tělovýchovy (zhruba ze sedmdesáti procent), zbylé prostředky poskytl *Nadační fond Karla Janečka na podporu vědy a výzkumu*, bez jehož pomoci by se český tým soutěže jen obtížně zúčastnil. Vedoucím českého týmu byl *RNDr. Martin Panák, Ph.D.* z Masarykovy univerzity v Brně, pozici zástupce vedoucího a pedagogického vedoucího zastal *Josef Tkadlec*, student Matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy.

Pro vedoucí národních delegací, kteří tvoří dohromady mezinárodní jury, začala olympiáda osmnáctého července v městě Barranquilla, což je s více než 1 700 000 obyvateli čtvrté největší kolumbijské město. Po seznámení se z úlohami z tzv. shortlistu, tj. užšího výběru z návrhů zaslaných z různých zemí, zejména pak s jejich obtížností, vybrala jury šestici soutěžních úloh.

Soutěžící a pedagogičtí vedoucí přijeli do Santa Marty 21. července. Byli ubytováni v bungalovech v luxusním rekreačním středisku, přímo na pláži Karibiku.

Slavnostní zahájení olympiády se konalo 22. července v Barranquille, v prostorách Severní univerzity (Universidad del Norte). Zahájení se zúčastnila ministryně vzdělávání Kolumbie, *Maria Fernanda Campo Saavedra*, a primátorka města Barranquilla *Elsa Noquera de la Espriella*.

Obě dámy oslovily účastníky zhruba čtvrhodinovými projevy, přičemž projev ministryně byl ve španělštině. Nejdelší projev ovšem přednesla předsedkyně mezinárodní jury, *Mary Falk de Losada*, které její rázné chování při řízení schůzí jury vyneslo mezi vedoucími národních týmů přezdívku „železná lady“. K maratону projevů se nepřipojila hlavní organizátorka, předsedkyně organizačního výboru olympiády, *Maria Losada*, dcera předchozí jmenované. Po projevech následovalo defilé všech zúčastněných družstev.

Soutěžními dny byly 23. a 24. červenec. Účastníci každý z těchto dnů řešili během čtyř a půl hodiny tři úlohy.

V dalších dnech pobytu byly pro soutěžící připraveny nejrůznější exkurze a soutěže, nicméně soutěžící si užívali především Karibského moře a velmi dobré stravy v přílehlém rekreačním středisku. Vedoucí se ve stejném čase věnovali opravám úloh svých žáků. Jejich řešení byla po soutěži zkopírována a nezávisle opravena též koordinátory, kterými byli zkušení matematici z celého světa. Po opravách se vedoucí a koordinátoři sešli, porovnali bodová ohodnocení, která udělili, a společně dospěli k závěrečnému bodovému hodnocení. Celý tento proces trval tři dny.

České družstvo dosáhlo výborných výsledků. Po osmi letech jsme se znovu dočkali zlaté medaile, kterou byl oceněn Štěpán Šimsa z Gymnázia Josefa Jungmanna v Litoměřicích za zisk 31 bodů. Tímto jsme v pomyslném souboji porazili Slovensko, které si tento rok žádnou zlatou medaili neodvezlo, neboť i jejich notorický sběratel zlatých medailí, Martin Vodička, získal „pouze“ stříbrnou medaili. Další tři naši soutěžící – Michal Buráň, Mark Karpilovskij a Radovan Švarc – pak vybojovali bronzové medaile. Ani zbylí dva účastníci, David Hruška a Josef Svoboda však neodjeli s prázdnou, když byli oceněni čestnými uznáními za (alespoň) jednu zcela bezchybně vyřešenou úlohu. Celkově získalo družstvo 108 bodů a skončilo v neoficiálním pořadí zemí na 37. pozici.

Absolutními vítězi olympiády se stali shodným ziskem 41 bodů (o jeden bod méně, než bylo dosažitelné maximum) Číňan *Yutao Liu* a Jiho-korejec *Eunsoo Jee*. V soutěži družstev se vše vrátilo k obvyklému stavu, neboť opět zvítězila Čína a nechala za sebou loňského překvapivého vítěze Jižní Koreu. Třetí se opět umístily Spojené státy americké.

Dodejme ještě, že příští, 55. ročník Mezinárodní matematické olympiády se uskuteční v Kapském Městě (Jihoafrická republika) v termínu od 3. do 13. července 2014.

V další části uvádíme texty všech šesti soutěžních úloh:

1. soutěžní den (23. 7. 2013)

1. Dokažte, že pro libovolnou dvojici kladných celých čísel k a n existuje k kladných celých čísel m_1, m_2, \dots, m_k (ne nutně různých) takových, že

$$1 + \frac{2^k - 1}{n} = \left(1 + \frac{1}{m_1}\right) \left(1 + \frac{1}{m_2}\right) \cdots \left(1 + \frac{1}{m_k}\right).$$

(*Japonsko*)

2. Rozmístění 4 027 bodů v rovině nazveme *kolumbijským*, jestliže je 2 013 z těchto bodů obarveno červeně, 2 014 modře a žádné tři z těchto bodů neleží v přímce. O skupině přímek v rovině řekneme, že je *dobrá* pro dané rozmístění, jestliže

- žádná z přímek neprochází žádným bodem rozmístění,
- žádná z částí, na které je rovina přímkami rozdělena, neobsahuje body různých barev.

Najděte nejmenší k takové, že pro libovolné kolumbijské rozmístění 4 027 bodů existuje skupina k dobrých přímek. (*Austrálie*)

3. V trojúhelníku ABC necht' se kružnice připsaná ke straně BC dotýká této strany v bodě A_1 . Analogicky necht' body B_1 , resp. C_1 , jsou body dotyku kružnic připsaných ke straně AC , resp. ke straně AB , s těmito stranami. Necht' střed kružnice opsané trojúhelníku $A_1B_1C_1$ leží na kružnici opsané trojúhelníku ABC . Dokažte, že trojúhelník ABC je pravouhlý.

(Kružnice připsaná trojúhelníku ABC ke straně BC je kružnice, která se dotýká úsečky BC , polopřímky opačné k polopřímce BA a polopřímky opačné k polopřímce CA . Obdobně je definována kružnice připsaná ke straně AC , resp. AB .) (*Rusko*)

2. soutěžní den (24. 7. 2013)

4. Buď ABC ostroúhlý trojúhelník s průsečíkem výšek H a necht' W je bod na straně BC ($W \neq B$, $W \neq C$). Označme M , resp. N , patu výšky z bodu B , resp. z bodu C . Označme dále ω_1 kružnici opsanou trojúhelníku BWN a necht' X je bod na této kružnici takový, že úsečka WX je průměrem kružnice ω_1 . Analogicky necht' ω_2 je kružnice opsaná trojúhelníku CWM a Y bod na ní takový, že úsečka WY je průměrem kružnice ω_2 . Dokažte, že body X , Y a H leží na přímce. (*Thajsko*)

ZPRÁVY

5. Necht' \mathbb{Q} značí množinu kladných racionálních čísel. Uvažme funkce $f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{R}$ splňující

- (i) $f(x)f(y) \geq f(xy)$ pro libovolná $x, y \in \mathbb{Q}$,
- (ii) $f(x+y) \geq f(x) + f(y)$ pro libovolná $x, y \in \mathbb{Q}$,
- (iii) existuje $a \in \mathbb{Q}$, $a > 1$ takové, že $f(a) = a$.

Dokažte, že $f(x) = x$ pro všechna $x \in \mathbb{Q}$. (Bulharsko)

6. Necht' $n \geq 3$ je celé číslo a mějme $n+1$ bodů, rovnoměrně rozložených na kružnici. Uvažujme o očíslováních těchto bodů čísly $0, 1, \dots, n$ (každé číslo je použito právě jednou). Dvě taková očíslování považujeme za stejná, jestliže jedno přejde na druhé nějakou rotací kružnice. Očíslování nazveme *krásným*, jestliže pro libovolná čtyři čísla $0 \leq a < b < c < d \leq n$ taková, že $a+d = b+c$, tětiva spojující body očíslované a a d neprotíná tětivu spojující body očíslované b a c . Necht' M značí počet krásných očíslování a N počet uspořádaných dvojic (x, y) kladných celých čísel takových, že $x+y \leq n$ a $NSD(x, y) = 1$. Dokažte rovnost

$$M = N + 1.$$

(Rusko)

Na závěr uvádíme jak přehled absolutního pořadí, cen a bodových zisků českých účastníků soutěže, tak celkové pořadí zúčastněných zemí.

Umístění	Body za úlohu						Body	Cena
	1	2	3	4	5	6		
34. Štěpán Šimsa	7	7	3	7	7	0	31	Z
180. Michal Buráň	7	0	0	7	6	0	20	B
196. Mark Karpilovskij	7	3	0	7	1	0	18	B
211. Radovan Švarc	6	4	0	7	0	0	17	B
282. Josef Svoboda	1	6	0	7	0	0	14	HM
355. David Hruška	1	0	0	7	0	0	8	HM
Celkem	29	20	3	42	14	0	108	

Tabulka pořadí zemí:

	G	S	B	body		G	S	B	body
1. ČLR	5	1	0	208	5. KLDLDR	2	4	0	184
2. Korea	5	1	0	204	6. Singapur	1	5	0	182
3. USA	4	2	0	190	7. Vietnam	3	3	0	180
4. Rusko	4	2	0	187	8. Tchaj-wan	2	4	0	176

	G	S	B	body		G	S	B	body
9. Velká Británie	2	3	1	171	54. Moldavsko	0	0	2	71
10. Írán	2	3	1	168	55. Estonsko	0	0	2	67
11. Kanada	2	2	2	163	56. Srí Lanka	0	0	1	65
11. Japonsko	0	6	0	163	56. Tádžikistán	0	0	1	65
13. Izrael	1	3	2	161	58. JAR	0	0	2	64
13. Thajsko	1	4	1	161	59. Španělsko	0	0	2	63
15. Austrálie	1	2	3	148	60. Švédsko	0	1	1	62
16. Ukrajina	1	3	1	146	61. Bangladěš	0	0	3	60
17. Mexiko	0	3	3	139	62. Kostarika	0	0	1	59
17. Turecko	1	2	3	139	63. Bosna a Hercegovina	0	0	1	56
19. Indonésie	1	1	4	138	64. Kypr	0	0	1	52
20. Itálie	1	2	1	137	65. Tunisko	0	0	1	49
21. Francie	0	2	4	136	66. Lotyšsko	0	0	1	47
22. Bělorusko	1	2	3	134	67. Argentina	0	0	1	46
22. Maďarsko	0	2	4	134	67. Finsko	0	1	0	46
22. Rumunsko	0	3	3	134	69. Ekvádor	0	0	1	45
25. Nizozemí	0	2	3	133	70. Paraguay	0	0	2	38
26. Peru	0	3	2	132	71. Kyrgyzstán	0	0	1	36
27. Německo	0	2	4	127	71. Norsko	0	0	1	36
28. Brazílie	0	3	1	124	73. Chile	0	0	1	35
29. Indie	0	2	3	122	74. Makedonie	0	0	1	34
30. Chorvatsko	2	0	2	119	74. Slovinsko	0	0	0	34
31. Hongkong	0	1	5	117	76. Irsko	0	0	0	33
31. Malajsie	0	2	3	117	77. Dánsko	0	0	0	31
33. Kazachstán	0	1	4	116	78. Island	0	0	0	27
34. Srbsko	1	1	2	112	79. Kosovo	0	0	0	25
34. Slovensko	0	1	3	112	79. Lucembursko	0	0	1	25
36. Portugalsko	1	0	4	111	79. Pákistán	0	0	0	25
37. Česká republika	1	0	3	108	82. Nikaragua	0	0	0	22
38. Bulharsko	0	1	2	101	83. Panama	0	0	0	19
38. Řecko	0	2	1	101	84. Nigérie	0	0	1	18
40. Arménie	0	1	1	88	85. Maroko	0	0	0	17
40. Švýcarsko	0	0	3	88	86. Trinidad a Tobago	0	0	0	16
42. Mongolsko	0	0	3	84	87. Lichtenštejnsko	0	0	1	15
42. Saúdská Arábie	0	0	4	84	88. Portoriko	0	0	0	14
44. Belgie	0	1	2	82	88. Salvador	0	0	0	14
45. Polsko	0	1	1	79	88. Sýrie	0	0	0	14
46. Litva	0	0	3	78	91. Kuba	0	0	0	11
46. Turkmenistán	0	0	4	78	92. Venezuela	0	0	0	9
48. Kolumbie	0	0	2	77	93. Uruguay	0	0	0	7
48. Rakousko	0	1	1	77	94. Bolívie	0	0	0	5
48. Nový Zéland	0	0	2	77	95. Černá Hora	0	0	0	1
51. Gruzie	0	0	2	75	95. Uganda	0	0	0	1
52. Ázerbájdžán	0	0	2	73	97. Honduras	0	0	0	0
53. Filipíny	0	0	3	72					