Rozhledy matematicko-fyzikální

Michal Dobeš; Miloslav Závodný

Vyhledávání v obraze a Houghova transformace

Rozhledy matematicko-fyzikální, Vol. 85 (2010), No. 1, 17–22

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/146342`

Vyhledávání v obraze a Houghova transformace

Michal Dobeš, Miloslav Závodný, PřF UP, Olomouc

Abstract. The Hough transform is a powerful tool for searching shapes within images. The aim of this article is to explain the principles of the Hough transform and to provide a real example. The example helps to understand main ideas as well as to show practical application of the Hough transform.

Úvodem

Stále většího významu nabývá v praxi potřeba vyhledat v reálném obraze jisté křivky – nejčastěji úsečky či kružnice. Je např. potřebné zjistit, zda body na registrační značce vyfotografovaného automobilu představují nějaké písmeno, třeba písmeno M. Obraz může být navíc nepříliš kvalitní či neúplný, u reálných obrazů dochází často k tomu, že hledané linie útvarů na obraze jsou přerušeny (např. po prahování nebo detekci hran), viz [3].

Představme si tedy situaci, kdy po jistých operacích s digitální fotografií zůstala na obrázku množina izolovaných bodů, o nichž víme, že spolu nějak souvisí. K dispozici máme metody, jak určité útvary hledat a správně rekonstruovat (spojit relevantní části), viz [1]. K hledání jednoduchých útvarů, jako je úsečka nebo kružnice, lze použít *Houghovu transformaci*, kterou vysvětlíme na velmi jednoduchém příkladu hledání úsečky v nepočetné množině bodů.

Hledání a spojování linií – přímky a úsečky

Vezměme si jednoduchý příklad, kdy je naším úkolem najít všechny body v obraze, které leží na úsečce (přímce), přičemž poloha úsečky není předem známa. Předpokládejme, že obraz byl upraven a body v obraze mají hodnotu jasu 0 nebo 1.

Formulace problému: *Máme množinu bodů. Z této množiny bodů je třeba vybrat takovou podmnožinu bodů, která se co nejvíce blíží úsečce.* Máme tedy co nepřesněji nalézt v obraze body, které (s jistou tolerancí) tvoří zatím neznámou úsečku.

Naivní přístup při použití „hrubé síly“ by spočíval ve vytvoření seznamu všech dvojic bodů (každá dvojice tvoří potenciálně možnou úsečku) a nalezení všech bodů, které leží se stanovenou chybou na každé z možných úseček (tj. nalezení bodů, které jsou dostatečně blízko úsečky). Složitost tohoto přístupu by byla v nejlepším případě řádu $O(n^3)$, kde n je počet zkoumaných bodů v obraze (je třeba prozkoumat $\binom{n}{2}$ přímek a pro každou vyzkoušet, kolik ze zbývajících $n-2$ bodů na ní leží, tj. $\binom{n}{2} \cdot (n-2)$ možností).

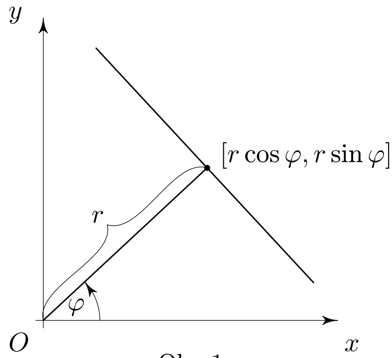
Lze však postupovat i jinak: *Najdeme všechny přímky, na nichž daný bod leží, a zaznamenáme tuto skutečnost do vhodné datové struktury reprezentující tyto přímky*. Poté, co takto projdeme všechny body v obraze (je jich konečně mnoho), určíme z uložených dat hledanou přímku. Toto je princip Houghovy transformace, který vysvětlíme přesněji.

Jak ale zvolit datovou strukturu reprezentující přímky? Obecná rovnice přímky $ax + by + c = 0$, kde a, b, c jsou reálná čísla, se nehodí. Reprezentujeme-li přímku $ax + by + c = 0$ uspořádanou trojicí $[a, b, c]$, potom jedné přímce přísluší nekonečně mnoho trojic $[la, lb, lc]$, kde l je reálné číslo. Obecnou rovnici můžeme vydělit některým z koeficientů a, b, c, který je různý od nuly, tím ale vyloučíme z naší úvahy přímky jejichž rovnice má tento koeficient nulový. Je-li např. $b \neq 0$ a vydělíme-li obecnou rovnici koeficientem b, dostaneme směrnicový tvar rovnice $y = kx + q$, $k, q \in \mathbb{R}$. Směrnicový tvar (a tedy dvojice $[k, q]$) již určuje přímku jednoznačně.

Výpočet pak provádíme tak, že prostor parametrů (Houghův prostor) (k, q) rozdělíme na části (diskretizujeme) a pro každý bod a pro všechna k reprezentující odpovídající diskrétní část dopočteme q. Takto vypočtené „přímky“ evidujeme (jako kdybychom si za každou nalezenou pozici $[k, q]$ udělali v příslušné diskrétní oblasti čárku). Ta pozice $[k', q']$, která je nejčetnější, odpovídá přímce $y = k'x + q'$, na které leží největší počet bodů s přesností danou jemností rozdělení prostoru (k, q).

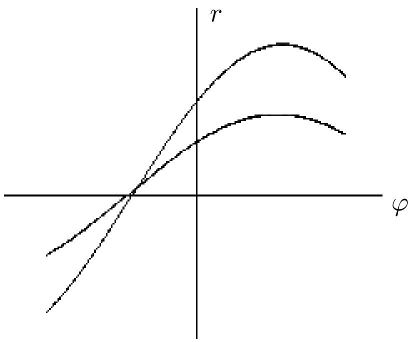
Koeficient b, jímž jsme dělili obecnou rovnici, byl různý od nuly. Naše datová struktura, dvojrozměrné pole, do kterého zaznamenáváme dvojice $[k, q]$, tak nepostihne všechny možné přímky, v tomto případě kolmice na osu x ($b = 0$). Jistěže bychom mohli zvlášť spočítat přímky o rovnici $y = kx + q$ a o rovnici $x = x_0$, $x_0 \in \mathbb{R}$, objevily by se ovšem jiné problémy. Například v případě, kdy se sklon přímky blíží $90°$, blíží se k k nekonečnu. Analogické problémy nastanou při dělení obecné rovnice koeficientem a nebo c.

Elegantnější je nahrazení výše uvedené obecné rovnice přímky rovnicí, kdy je přímka jednoznačně určena dvěma parametry – svojí vzdáleností r od počátku souřadnicového systému a úhlem φ, který svírá kolmice z počátku souřadnicového systému na přímku s kladným směrem osy x (obr. 1). Normálovým vektorem přímky je vektor $(\cos\varphi, \sin\varphi)$, takže její rovnice je $\cos\varphi\, x + \sin\varphi\, y + c = 0$. Přímka procházejí bodem $[r\cos\varphi, r\sin\varphi]$, dostáváme tedy $\cos\varphi \cdot r\cos\varphi + \sin\varphi \cdot r\sin\varphi + c = 0$, odtud $r + c = 0$. Pro dané r a φ leží na přímce všechny body $[x, y]$, které splňují rovnost $r = x\cos\varphi + y\sin\varphi$.



Obr. 1

Zcela analogicky, jako v předchozím případě, bude místo dvojice $[k', q']$ určovat hledanou přímku dvojice $[\varphi', r']$. Všechny přímky, které prochází daným bodem, budou v souřadnicovém systému, v němž na vodorovnou osu vynášíme velikost úhlu φ a na svislou osu vzdálenost r, představovány křivkou $r = x\cos\varphi + y\sin\varphi$. Přímka, na níž leží více bodů, bude v tomto případě určena průsečíky sinusoid (obr. 2). Je zřejmé, že horizontálním liniím odpovídá $\varphi = 90°$ a vertikálním $\varphi = 0°$.



Obr. 2: Přímky převedené do Houghova prostoru

V praxi úlohu řešíme tak, že prostor (φ, r) rozdělíme na $M \cdot N$ diskrétních částí a hodnoty parametrů φ a r pro tyto části označíme φ_i a r_j, $i = 1, \ldots, M$, $j = 1, \ldots, N$. Za účelem zaznamenání nalezených přímek vytvoříme dvourozměrné pole $A[\varphi_i, r_j]$ o velikosti $M \cdot N$. Poli $A[\varphi_i, r_j]$ se říká „akumulátor“ (akumuluje evidenci o výskytech). V akumulátoru $A[\varphi_i, r_j]$ budeme evidovat počet výskytů dvojic $[\varphi_i, r_j]$ nalezených pro body v obraze při daném φ_i. Přesnost, tj. maximální odchylka bodu od nalezené přímky, je dána jemností rozdělení prostoru, tj. počtem buněk M a N určujících rozměry akumulátoru. Přesnost zřejmě ovlivňuje i výsledek hledání přímky, při hrubším dělení by nalezená přímka mohla procházet jinými body. Minimální a maximální hodnoty parametrů jsou v rozsahu $-90° \leq \varphi < 90°$ a $-D \leq r \leq D$, kde D je vzdálenost mezi protilehlými rohy obrazu.

Houghova transformace tedy spočívá v diskretizaci Houghova prostoru reprezentované akumulátorem, v němž se akumulují evidence o počtu výskytů bodů ležících na „diskretizované“ křivce). Hledaná křivka pak odpovídá parametrům maximální hodnoty v akumulátoru.*

Algoritmus hledání přímky

Vstupem do algoritmu je obraz s hodnotami jasu 0 a 1 (obr. 3), zajímají nás body s hodnotou jasu 1, celkový počet takových bodů nechť je K.

Algoritmus hledání přímky (resp. úsečky) lze shrnout slovně:

1. Diskretizujeme prostor (φ, r) na (φ_i, r_j), kde $i = 1, \ldots, M$, $j = 1, \ldots, N$, tj. zvolíme dělení. (Tím je vlastně určen akumulátor.) Vynulujeme akumulátor $A[\varphi_i, r_j]$ pro všechny hodnoty φ_i, r_j, tj. pro $i = 1, \ldots, M$, $j = 1, \ldots, N$.
2. Projdeme postupně celý obraz a pro každý bod v obraze $[x_k, y_k]$, $k = 1, 2, \ldots, K$, jehož hodnota jasu je 1, a pro každou hodnotu φ_i, $i = 1, \ldots, M$, vypočteme

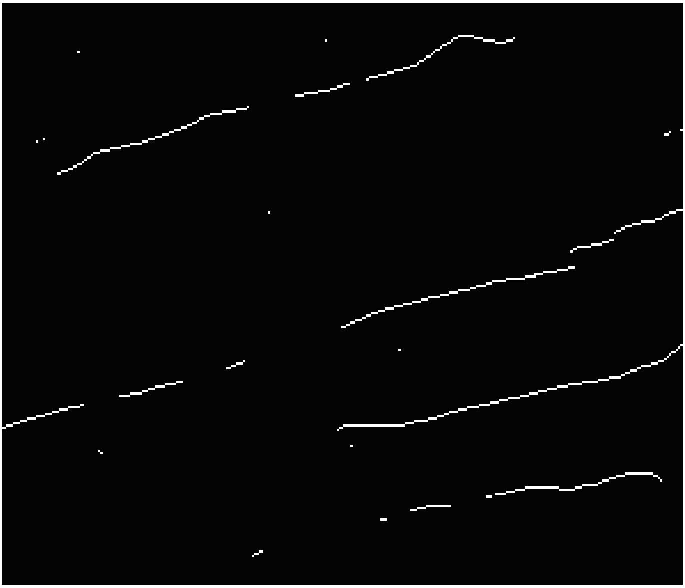
$$r_j = x_k \cos \varphi_i + y_k \sin \varphi_i$$

   a inkrementujeme akumulátor na pozici $[\varphi_i, r_j]$, tj.

$$A[\varphi_i, r_j] := A[\varphi_i, r_j] + 1.$$

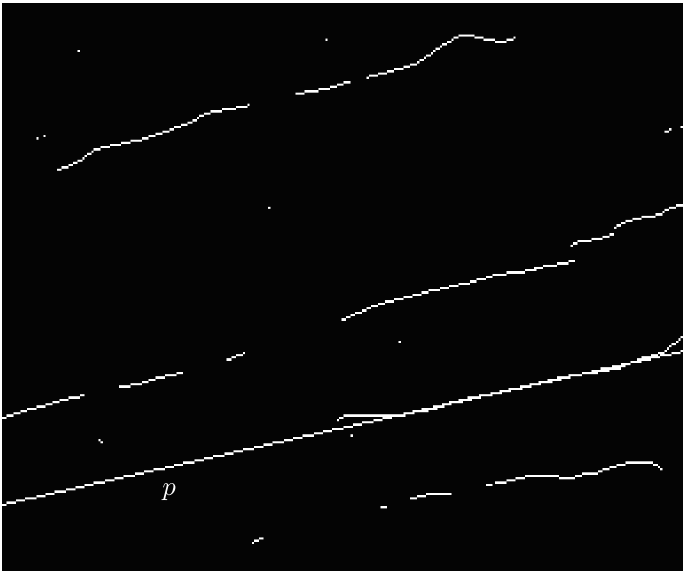
*) Parametry křivky nejsou stanoveny přesně, jsou zastupovány hodnotami odpovídajícími příslušnému prvku akumulátoru.

3. Po projití celého obrazu určuje každá hodnota v akumulátoru $A[\varphi_i, r_j]$ počet bodů ležících na přímce s parametry $[\varphi_i, r_j]$. Nalezneme maximum v akumulátoru (stačí projít akumulátor) a hodnoty parametrů $[\varphi', r']$ pro nalezené maximum určují přímku, na které se vyskytuje největší počet bodů obrazu.



Obr. 3

K řešení reálných problémů, např. hledání linií na fotografii, je nutné použít nástrojů, které umí zpracovat obrázek uložený v podobě bitové mapy, např. systém Matlab nebo jazyk C#, viz [1]. Obr. 4 byl získán jednoduchým programem v jazyku C#. Původní obraz (obr. 3) o rozměrech 297×254 pixelů byl (1) načten do matice stejné dimenze a (2) upraven do podoby Houghovy matice s prvky 0 (černý), 1 (bílý). Poté byla (3) provedena Houghova transformace (akumulator měl stejnou velikost jako zpracovávaný obraz, $\Delta\varphi = 1°$). Po naplnění akumulátoru v něm byla nalezna maximální hodnota a byla (4) nakreslena nalezená přímka p (byla nastavena hodnota prvků Houghovy matice příslušných této hodnotě na 1 a matice byla transformována do výsledného souboru (obr. 4).



Obr. 4

Závěrem

Houghova transformace není omezena pouze na hledání přímých linií. Teoreticky lze hledat jakékoli útvary, které lze jednoznačně analyticky vyjádřit – obecně je použitelná pro jakoukoliv křivku, kterou lze vyjádřit ve tvaru $f(\boldsymbol{v}, \boldsymbol{c}) = 0$, kde $\boldsymbol{v}$ je vektor souřadnic a $\boldsymbol{c}$ je vektor parametrů. Počet parametrů ovlivňuje časovou složitost metody, takže pro praktické realizace je rozumné použít maximálně tři parametry. Výpočetní složitost lze redukovat na základě určitého předem známého předpokladu o rozsahu parametrů nebo některými a-priori znalostmi, viz [2].

Literatura

[1] Dobeš, M.: *Zpracování obrazu a algoritmy v C#.* BEN – technická literatura, Praha, 2008.

[2] Dobes, M., Martinek, J., Skoupil, D., Dobesova, Z., Pospisil, J.: Human eye localization using the modified Hough transform. *Optik* **117**, č. 10, (2006), s. 468–473.

[3] Gonzales, R. C., Woods, R. E.: *Digital Image Processing.* Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersy, 2002.