

Rozhledy matematicko-fyzikální

50. ročník Fyzikální olympiády, úlohy 1. kola kategorií C a D

Rozhledy matematicko-fyzikální, Vol. 83 (2008), No. 4, 33–41

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/146268>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2008

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

50. ročník Fyzikální olympiády, úlohy 1. kola kategorií C a D

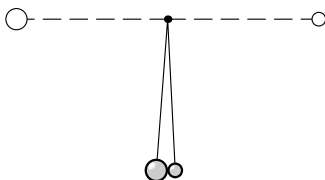
(Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9,81\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.)

KATEGORIE C

1. Ráz kyvadel

Dvě kuličky o hmotnostech m , $3m$ zanedbatelných rozměrů jsou zavěšeny ve společném bodě na vláknech stejné délky. Kuličky vychýlíme z rovnovážné polohy s napnutými vlákny v navzájem opačných směrech o úhel velikosti 90° a poté je současně uvolníme (obr.1).

Popište chování kuliček za předpokladu, že každý ráz kuliček je dokonale pružný.



Obr. 1

2. Pohyb po nakloněné rovině

Špalík položený na dolní konec nakloněné roviny se sklonem $\alpha = 25^\circ$ byl nárazem uveden do pohybu vzhůru po nakloněné rovině. Po určité době se zastavil a klouzal zpět dolů. Pohyb nahoru trval $t_1 = 1,20$ s, pohyb dolů $t_2 = 3,00$ s.

- a) Určete součinitel f smykového tření mezi špalíkem a nakloněnou rovinou, velikost v_0 počáteční rychlosti špalíku, velikost v_1 jeho rychlosti při návratu na dolní konec nakloněné roviny a největší vzdálenost d_m špalíku od dolního konce nakloněné roviny.
- b) Znázorněte graficky, jak se měnila vzdálenost d špalíku od dolního konce nakloněné roviny v závislosti na čase.

3. Výtok kapaliny otvorem

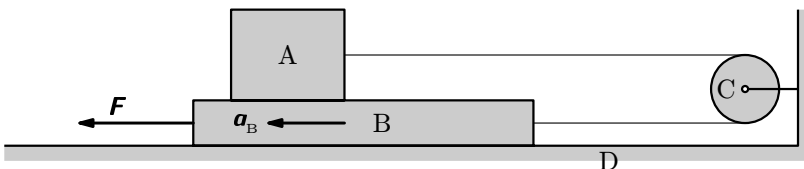
Větší nádoba tvaru válce stojí na vodorovné rovině. Na boku má malý kruhový otvor o průměru d , jehož střed se nachází ve výšce h nad dnem. Do nádoby přitéká voda se stálým objemovým průtokem Q_V .

- Určete výšku H vodní hladiny v nádobě po jejím ustálení a velikost v_0 rychlosti, kterou pak bude voda vytékat otvorem.
- V jaké vzdálenosti L od nádoby bude vytékající voda dopadat na vodorovnou rovinu?
- Určete velikost a směr rychlosti \mathbf{v} dopadu.

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $d = 4,00$ mm, $h = 10,0$ cm, $Q_V = 1,20$ dm³ · min⁻¹. Odpor vzduchu zanedbejte. Vodu považujte za ideální kapalinu o hustotě $\rho = 1\,000$ kg · m⁻³.

4. Soustava těles spojených vláknem

Soustavu těles na obr. 2 tvoří kvádr A o hmotnosti m_A , kvádr B o hmotnosti m_B , pevná kladka C zanedbatelné hmotnosti a dokonale ohebné neroztažitelné vlákno zanedbatelné hmotnosti. Součinitelé smykového tření mezi oběma kvádry a mezi kvádrem B a vodorovnou podložkou D mají stejnou hodnotu f . Na kvádr B působí stálá síla \mathbf{F} ve směru nitě, tj. rovnoběžně s podložkou, která uvádí kvádr B do rovnoměrně zrychleného pohybu se zrychlením \mathbf{a}_B .



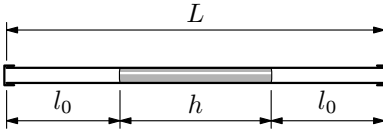
Obr. 2

- Vyjmenujte všechny síly, které působí na jednotlivá tělesa soustavy. Do obrázku zakreslete síly, které působí na kvádry A, B a na kladku rovnoběžně s podložkou.
- Určete velikost síly \mathbf{F} .
- Určete sílu \mathbf{F}_k , kterou působí stěna na osu kladky.
- Určete, jak by se musela zmenšit velikost síly \mathbf{F} (označte ji F_r), aby pohyby kvádrů byly rovnoměrné.

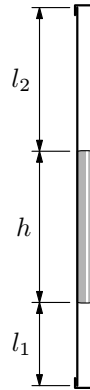
Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $m_A = 1,00$ kg, $m_B = 2,00$ kg, $f = 0,35$, $a_B = 1,25$ m · s⁻².

5. Rtuťový sloupec v trubici

Ve vodorovné skleněné trubici stálého průřezu S , jejíž celková délka je L , oddělíme rtuťovým sloupcem délky h za atmosférického tlaku dva vzduchové sloupce stejné délky $l_0 = (L - h)/2$ a konce trubice uzavřeme (obr. 3). Pak trubici opatrně otočíme do svislé polohy a počkáme, až se teplota v celé trubici vyrovná s teplotou okolí. Atmosférický tlak během experimentu měříme rtuťovým barometrem, jehož rtuťový sloupec má výšku h_0 .



Obr. 3



Obr. 4

- Určete délky l_1 , l_2 vzduchových sloupců ve svisle otočené trubici (obr. 4).
- Jakou délku by musel mít rtuťový sloupec v trubici, aby platilo $l_1 = l_0/2$?

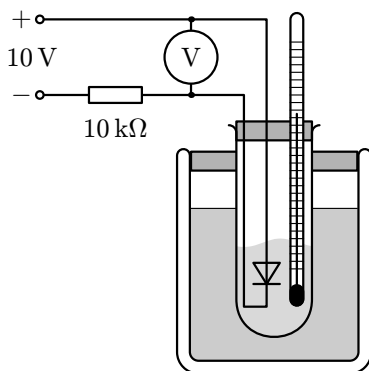
Řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty $L = 100$ cm, $h = 40$ cm, $h_0 = 76$ cm.

6. Praktická úloha: Polovodičová dioda jako senzor teploty

K vývodům menší křemíkové diody připájejte vodiče a zasuňte ji spolu s přesným teploměrem do zkumavky s malým množstvím silikonové vazelíny. Zkumavku ponořte do termosky s vodou, která slouží jako termostat (obr. 5). Diodu připojte ke stabilizovanému zdroji napětí přes rezistor, jehož odpor v kiloohmech je číselně roven napětí zdroje ve voltech. Napětí na diodě měřte digitálním voltmetrem. Polaritu zdroje volte tak, aby přechod PN diody byl zapojen v propustném směru. Napětí na diodě bude menší než 1 V a obvodem bude procházet téměř konstantní proud přibližně 1 mA. Měřte teplotu lázně a sledujte, jak se mění na-

SOUTĚŽE

pětí na diodě v závislosti na teplotě. Měřte i v tajícím ledu a nakonec zkumavku umístěte do baňky s vařící vodou.



Obr. 5

Zpracování výsledků měření:

Výsledky měření zpracujte v Excelu. Změřené hodnoty zapište do tabulky a sestrojte graf, který zobrazí teplotu čidla jako funkci napětí. Ověřte, že tato funkce je lineární. Zvolte typ grafu *XY bodový*, podtyp *bodový* (tj. bez spojnice datových bodů) – zobrazí se soustava izolovaných bodů. Po kliknutí pravým tlačítkem myši na některý z nich zvolte z nabídky *Přidat spojnicí trendu*, dále *Typ trendu – Lineární*. V *Možnostech* zaškrtněte *Zobrazit rovnici regrese* a *Zobrazit hodnotu spolehlivosti R*. V grafu se zobrazí přímka a její funkční předpis. Můžete zkusit i jiné typy trendu s cílem, aby spojnice trendu co nejlépe procházela datovými body a hodnota spolehlivosti se co nejvíce přiblížila k jedné.

Rovnici regrese pak přepište do fyzikálně správného tvaru. Posuďte, s jakou přesností lze použít toto pokusné zařízení k praktickému měření teploty.

7. Bazén

V domácím soukromém bazénu, který má vnitřní rozměry $6,2 \text{ m} \times 15,8 \text{ m}$, je hloubka vody $1,8 \text{ m}$. Teplota vody je $t_0 = 15 \text{ }^\circ\text{C}$, teplota vzduchu v hale je $t_1 = 25 \text{ }^\circ\text{C}$.

- Určete, kolik tepla by voda odebrala vzduchu za 1 hodinu. Teplotu vody a vzduchu považujte v tomto časovém intervalu za stálou. Součinitel $\alpha = 20 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$.
- Protože se v hale udržuje stálá teplota vzduchu, je vhodné vodu v bazénu zahřát na stejnou teplotu. Určete výkon tepelného průtokového

zařízení, udržujícího cirkulaci a ohřev vody, aby se zvýšení teploty vody podařilo dosáhnout v odstavce přes noc a dopoledne, tj. během 18 hodin. Měrná tepelná kapacita vody je $c = 4180 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, hustota vody je $\rho = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

- c) Kolik méněkvalitního uhlí o výhřevnosti $H = 12,5 \text{ MJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ na ohřev vody elektrickým ohřívačem padne, je-li účinnost elektrárny 36 % a účinnost tepelného zahřívání je 85 %?
- d) Stěny bazénu a dno jsou betonové o tloušťce $d_1 = 12 \text{ cm}$ a oddělují vodu o teplotě $t_1 = 25 \text{ }^\circ\text{C}$ od okolní půdy o teplotě $t_2 = 5 \text{ }^\circ\text{C}$. Kolik tepla by stěnami a dnem uniklo za 1 hodinu, za 1 den? Jaký tepelný výkon musí mít zařízení, aby tento únik tepla byl kompenzován? Součinitel tepelné vodivosti betonu $\lambda_1 = 0,82 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, přestup tepla neuvažujte.
- e) Ve snaze zlepšit tepelné podmínky byl betonový korpus obklopen tepelnou a vodovzdornou izolací tloušťky $d_2 = 5 \text{ cm}$ se součinitelem tepelné vodivosti $\lambda_2 = 0,11 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$. Jak se změní údaje v části c) úlohy?
- f) Vysvětlete alespoň slovně, proč, na rozdíl od tohoto bazénu, voda v litinové vaně na koupání ($\lambda_3 = 52 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$) chladne podstatně rychleji. Uveďte několik důvodů a pokuste se alespoň v některém případě vyjádřit důvody i užitím fyzikálních zákonů.

KATEGORIE D

1. Cyklista

Cyklista při své projížďce mezi obcemi musí ujet dráhu 3 km. Nejprve se rozjíždí rovnoměrně zrychleným pohybem, a to tak, že za 1 minutu dosáhne z klidu rychlosti $24 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, dále pak jede rovnoměrným pohybem touto rychlostí v úseku 1 km. Pak však začne foukat vítr, který způsobí, že se cyklista na dalším úseku pohybuje s konstantním zrychlením po dobu 4,5 minuty. Nakonec v úseku posledních 300 m před cílem se cyklista pohybuje rovnoměrně zpomaleně tak, aby se v cíli po ujetí již dříve uvedených 3 km zastavil.

- a) Na jak dlouhé dráze se cyklista rozjíždí?
- b) Jak dlouho jede cyklista rovnoměrným pohybem?
- c) Jakou bude mít cyklista velikost rychlosti v_2 po ujetí dráhy 2700 m? Charakterizujte pohyb cyklisty v úseku, v němž foukal vítr.
- d) Určete velikost zrychlení a dobu jízdy cyklisty na posledním úseku jeho trasy.

SOUTĚŽE

- e) Jaká byla průměrná rychlost pohybu cyklisty?
- f) Znázorněte graficky ve vhodném měřítku závislost rychlosti na čase.

2. Atletický ovál

Vnitřní dráha atletického oválu má délku 400 m a skládá se ze dvou rovných úseků délky 100 m a dvou kruhových oblouků (půlkružnic) délky 100 m. Na oválu je 8 drah, šířka každé je 1,22 m. Značí se čísla 1 až 8 od vnitřní dráhy. Cílová čára je pro všechny dráhy v místě přechodu rovného úseku do oblouku. V běhu na 400 m jsou v 1. dráze cílová a startovní čára totožné, na zbývajících drahách jsou startovní čáry postupně posunuté tak, aby každý běžec měl ve své dráze do společné cílové čáry stejnou vzdálenost 400 m.

- a) Určete délku oválu měřenou v osmé dráze.
- b) V běhu na 400 m dosáhli běžec v 1. dráze a běžec v 8. dráze shodného času 46,5 s. Určete jejich úhlové rychlosti při probíhání oblouku.
- c) Určete velikost úhlu, o který se musí každý běžec při probíhání oblouku z úlohy b) od svislého směru odklonit.

Předpokládejme, že každý z běžců se po celou dobu pohybuje rovnoměrným pohybem.

3. Násypka

Prázdný vagon má hmotnost 20 t a délku otevřené korby $l = 12$ m. Nad vodorovnými kolejemi je umístěna násypka se šterkem. Je-li násypka otevřená, padá z ní šterk s konstantním hmotnostním tokem $\Delta m / \Delta t = 2500 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$. Činnost násypky je řízena tak, že šterk se sype pouze tehdy, když dopadá na korbu vagónu. První lokomotiva táhne vagon pod násypkou rovnoměrným pohybem rychlostí $v_1 = 1,20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, druhá lokomotiva rovnoměrným pohybem rychlostí $v_2 = 0,80 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

- a) Sestrojte pro oba pohyby do jednoho obrázku grafy závislosti velikosti síly na čase, kterou působí lokomotiva na vagon po dobu dopadu šterku do vagónu.
- b) Porovnejte v úloze a) obsahy ploch pod prvním a druhým grafem a uveďte, kterou veličinu tento obsah představuje.
- c) Porovnejte přírůstek kinetické energie lokomotivy s vagonem a práci, kterou každá lokomotiva při průjezdu pod násypkou vykonala. Výsledek porovnání zdůvodněte.
- d) Určete výkon každé lokomotivy při průjezdu vagónu pod násypkou.

4. Souprava vagónů

Na kolejích ve svahu se sklonem α se nachází souprava N vagónů o stejné hmotnosti. Součinitel smykového tření mezi koly a kolejnicemi je f .

- Určete velikost zrychlení a soupravy, budou-li všechny vagóny odbrzděné.
- Určete velikost a_1 zrychlení soupravy, bude-li právě jeden z vagónů zabrzděný.
- Určete minimální počet K vagónů, které musí být zabrzděné, aby se souprava do pohybu neuvedla.
- Určete maximální počet L nezabrzděných vagónů, které můžeme připojit k jednomu zabrzděnému vagónu, aby se takto vzniklá souprava nerozjela.

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $N = 13$, $f = 0,15$, $\alpha = 2,0^\circ$.

5. Hod míčem

Dva chlapci stáli proti sobě ve vzájemné vzdálenosti d . Jeden hodil druhému míč tak, že doba letu byla t_1 , poté druhý hodil míč prvnímu s dobou letu $2t_1$. Hmotnost míče je m .

- Určete maximální výšky h_1 , h_2 míče nad jeho počáteční polohou.
- Určete velikosti minimálních a maximálních rychlostí $v_{\min 1}$, $v_{\min 2}$, $v_{\max 1}$, $v_{\max 2}$ míče během letu.
- Určete elevační úhly α_1 , α_2 každého vrhu.
- Určete práce W_1 , W_2 , kterou každý chlapec hozením míče vykonal.

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $d = 18$ m, $t_1 = 1,50$ s, $m = 0,30$ kg. Odpor vzduchu zanedbejte.

6. Praktická úloha: Měření hustoty užitého skla

Prázdou skleněnou láhev zčásti naplníme vodou, vnoříme do vody ve větší nádobě a opatrně vodou doléváme do okamžiku, kdy horní okraj láhve poklesne do roviny hladiny. Objem vody v láhvi označme V_1 . Dále označme V_0 vnitřní objem láhve, m hmotnost láhve, ρ_v hustotu vody, ρ hustotu skla. Podle Archimedova zákona pak platí

$$mg + \rho_v V_1 g = \rho_v \left(V_0 + \frac{m}{\rho} \right) g.$$

SOUTĚŽE

Úkoly:

- Z rovnice vyjádřete hustotu ρ .
- V tabulkách nebo na internetu najděte hustotu ρ_v vody pro teplotu použité vody.
- Veźměte 6 až 10 lahví a s každou proveďte popsany pokus. Odměrným válcem zjistěte objemy V_0 , V_1 , vážením hmotnost m . Výsledky měření zapisujte do tabulky:

Láhev	$\frac{m}{g}$	$\frac{V_0}{\text{cm}^3}$	$\frac{V_1}{\text{cm}^3}$	$\frac{\rho}{\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}}$

Vypočtete střední hustotu skla jako aritmetický průměr naměřených hustot.

- Posuďte možné chyby měření a určete průměrnou a relativní odchylku měření.

7. Rovnoměrně zrychlený pohyb vozíku

Vozík s určitou počáteční rychlostí se pohybuje po vzduchové dráze. Jeho pohyb je zaznamenán videokamerou v souboru `zrychleny.avi` a upraven tak, že časový odstup mezi následujícími snímky je 0,1 s. Soubor `zrychleny.avi` stáhnete na adrese www.gypce.cz/fo/zrychleny.zip. Zároveň stáhnete program AVISTEP pro analýzu pohybu (www.gypce.cz/fo/avistep.zip) a manuál k ovládání programu AVISTEP z adresy www.gypce.cz/fo/manual.doc.

Úkoly:

- Sestrojte graf závislosti souřadnice x na čase. V Excelu proložte regresní funkci a najděte odpovídající rovnici.
- Z rovnice regresní funkce určete velikost zrychlení a velikost počáteční rychlosti vozíku.
- Vypočtete velikost v_1 rychlosti vozíku v čase 0,85 s.
- Tečna ke grafu závislosti dráhy na čase sestrojena v bodě křivky v daném čase charakterizuje velikost okamžité rychlosti v tomto čase. Velikost okamžité rychlosti je dána sklonem tečny, tedy poměrem přírůstku dráhy (souřadnice x) a přírůstku času t . Ke grafu v čase 0,85 s sestrojte tečnu, pomocí popsané metody určete velikost rychlosti v tomto čase a výsledek porovnejte s výsledkem úlohy c).

Provedení:

Rozbalte stažené soubory. V programu AVISTEP_CZE otevřete soubor *zrychleny.avi*. V nabídce *Zobrazení* otevřete *Volby* a zaškrtněte „Stále respektovat rozměry videosouboru“. Podle *manuálu* k ovládání programu AVISTEP postupně označte polohy vozíku na všech snímcích a zkopírujte tabulku hodnot do Excelu. V Excelu vyberte sloupec s časy a sloupec se souřadnicemi x a sestrojte bodový graf $x = f(t)$. Regresní funkce se proloží přiblížením šipky na některý bod grafu a po stlačení pravého tlačítka myši se z *nabídky* vybere „Přidat spojnici trendu“. Je třeba zvolit správnou funkci a dále *Možnosti* – „Zobrazit rovnici regrese“.

50. ročník Fyzikální olympiády, úlohy kategorií E a F

Soubor úloh je určen pro soutěžící, kteří navštěvují 8. nebo 9. ročník škol, poskytujících základní vzdělání, a jim odpovídající ročníky víceletých gymnázií. Budete povinně řešit úlohy, které vám stanoví váš učitel fyziky. Mezi problémy k řešení jsme zařadili také projekty, které můžete řešit.

FO50EF1 Trambusy jedou, jeden předjíždí

Po přímé dvouproude silnici jede kolona tří trambusů, každý má délku 18 m, udržují od sebe stálou vzdálenost 24 m a jedou stálou rychlostí 54 km/h. Dohoní je další trambus o stejné délce 18 m, jedoucí stálou rychlostí 72 km/h. Když se dostane do vzdálenosti 30 m za kolonu, začne předjíždět; operaci předjíždění ukončí poté, až jeho zadní část bude ve vzdálenosti 20 m před čelem kolony.

- a) Urči, jak dlouho trvá operace předjíždění.
- b) Jakou dráhu při předjíždění ujede kolona a jakou předjíždějící trambus?
- c) Ve vzdálenosti asi 1 200 m před čelem kolony v protisměru jede osobní automobil stálou rychlostí 90 km/h. Nedojde ke střetu s předjíždějícím trambusem? Jaká nejmenší může být vzdálenost protijedoucího vozidla, aby ho předjíždějící trambus neohrozil?