Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Milan Marvan

Informace a entropie z pohledu fyzika

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 47 (2002), No. 4, 323--332

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/141147`

[23] Kander, Z., Zacks, S.: *Test procedures for possible changes in parameters of statistical distributions occurring at unknown time points.* Ann. Math. Statist. *37* (1966), 1196 až 1210.
[24] MacNeill, I. B.: *Tests for change of parameter at unknown time and distribution of some related functionals of Brownian motion.* Ann. Statist. *2* (1974), 950–962.
[25] MacNeill, I. B.: *Properties of sequences of partial sums of polynomial regression residuals with applications to tests for change of regression at unknown times.* Ann. Statist. *6* (1978), 422–433.
[26] Rhoadas, D. A., Salinger, M. J.: *Adjustment of temperature and rainfalls records for site changes.* J. Climatol. *13* (1993), 899–913.
[27] Štěpán, J.: *Teorie pravděpodobnosti. Matematické základy.* Academia, Praha 1987.
[28] Vannitsem, S., Nicolis, C.: *Detecting climatic transitions: Statistical and dynamical aspects.* Beitr. Phys. Atmosph. *64* (1991), 245–254.
[29] Worsley, K. J.: *Testing for a two-phase multiple regression.* Technometrics *25* (1983), 35–42.
[30] Yao Yi-Ching, Davis, R. A.: *The asymptotic behavior of the likelihood ratio statistic for testing a shift in mean in a sequence of independent normal variates.* Sankhya *48* (1986), 339–353.
[31] Yao Yi-Ching, Au, S. T.: *Least-squares estimation of a step function.* Sankhya *51* (1989), 370–381.

Informace a entropie z pohledu fyzika

Milan Marvan, Praha

1. Úvod

Entropie jako fyzikální pojem byla zavedena již v 19. století nejdříve ve fenomenologické termodynamice při studiu účinnosti tepelných strojů. O statisticko-fyzikální interpretaci pojmu entropie (odst. 2) se ještě v témž století zasloužil L. Boltzmann, který ukázal souvislost pojmu entropie s pravděpodobností. Spíše než jeho matematický vzorec pronikla do širšího povědomí jeho názorná „definice“ entropie. Podle této definice je entropie mírou neuspořádanosti stavu systému. Poznamenejme, že pro entropii existuje i druhá názorná interpretace: entropie je míra neurčitosti podrobného stavu (mikrostavu) systému. Poslední interpretace je bližší pojetí, které je známo v teorii informace, nikoliv ve fyzice.

Doc. RNDr. Milan Marvan, CSc. (1932), katedra makromolekulární fyziky, MFF UK, V Holešovičkách 2, 180 00 Praha 8, e-mail:marvan@kmf.troja.mff.cuni.cz

Matematická teorie informace si vypůjčila slovo informace ze slovníku slov užívaných v běžném životě, ale zajímá se spíše o kvantitativní stránku informace. Budeme-li mít na mysli kvalitativní stránku pojmu informace, budeme v našem článku používat slovo zpráva.

Informace jako vědecký pojem vznikla a rozvíjela se na problémech přenášení zpráv telekomunikačními prostředky. Informaci jako míru zprávy patrně první zavedl Hartley [1] již v roce 1928, o další rozpracování tohoto pojmu v telekomunikačních problémech má především zásluhu americký inženýr C. Shannon [2], který si též vypůjčil z fyziky pojem entropie a použil jej pro charakteristiku zprávy, respektive jejího zdroje. Takto zavedený pojem informace se dívá na zprávu formálně jako na jistou posloupnost znaků, přičemž se odhlíží od obsahu zprávy (tj. od jeho vztahu k předmětu, o kterém vypovídá), od jeho užitečnosti pro příjemce atd. Velký soubor zpráv vysílaný v určitém národním jazyce vykazuje jisté statistické zákonitosti (např. zpráva napsaná v českém jazyce bude mít jen zřídka písmeno q, ale často písmeno p), proto matematický pojem informace je vyjadřován v termínech teorie pravděpodobnosti. Takto chápaný pojem informace dal základ novému odvětví matematické statistiky — již zmíněné teorii informace (o matematickém pojmu informace najde čtenář poučení v učebnici [3]). Jak již bylo řečeno, v telekomunikačních problémech je důležitá pouze formální stránka zprávy a není důležité, jak zpráva souvisí s předměty, o nichž vypovídá. Jak uvidíme, neplatí to však při používání pojmu informace ve fyzice.

Vzájemné ovlivňování fyziky s teorií informace se objevovalo často. Možná že právě začínající rozvoj teorie informace inspiroval L. Szilarda [4] k originálnímu vyjasnění prastarého problému, proč Maxwellův démon nemůže narušit druhý zákon termodynamiky. Hlavní Szilardova myšlenka spočívá v tom, že démon pro svou úspěšnou činnost potřebuje získávat informace o rychlostech a poloze molekul, což nemůže dělat zadarmo bez přijímání energie z vnějších zdrojů. Tuto základní myšlenku dále rozvíjí L. Brillouin [5], který své závěry vyjádřil v *negentropickém principu informace* (viz odst. 6). Tento princip dává do matematického vztahu změnu fyzikální entropie a matematické informace, která charakterizuje výsledky měření. Připomeňme, že klasikové definují negentropii jako záporně vzatou entropii, my však tuto definici poněkud pozměníme zejména proto, aby negentropie mohla skutečně udávat, kolik užitečné práce lze z uvažovaného izolovaného systému získat (odst. 5). Vidíme, že existuje úzký vztah mezi „velikostí informace“ (v matematické teorii častěji označované stručněji — informace) ze strany jedné, tak mezi fyzikální i matematickou entropií ze strany druhé. Proto je na místě věnovat se poněkud blíže pojmové stránce problému. Vzhledem k tomuto úkolu se můžeme omezit jen na nejjednodušší případy a vyložit jednotlivé pojmy co nejpopulárněji a s co nejjednodušší matematikou. Kromě toho, že v tomto článku ukážeme motivaci k zavedení jednotlivých veličin, bude naším cílem přesvědčit čtenáře, že ačkoliv formálně může být výraz pro entropii a informaci stejný, jsou to dvě různé veličiny popisující různé věci. Okolnost, že číselná hodnota obou veličin se v některých případech může shodovat, svádí často k nesprávnému zaměňování obou různých pojmů. Bude také předmětem našeho zájmu zjistit, v kterých případech jsou číselné hodnoty entropie a informace stejné (odst. 3). Je rovněž nutno zdůraznit, že ačkoliv formální výraz pro matematickou entropii a fyzikální entropii je stejný, musíme tyto dvě veličiny rozlišovat (odst. 4). Další formální podobnost, a to mezi matematickou informací a fyzikální entropií, by mohla svádět k domněnce, že negentropický princip informace lze odvodit formálně matematickými postupy. Ve skutečnosti jde o nový princip, jehož vyjádření je motivováno vírou v platnost druhého termodynamického zákona a vírou v nutnou roli procesu získávání informace pro práci Maxwellova démona (odst. 6). Je odrazem faktu, že proces získávání informace, jeho ukládání a přenášení je spojen s materiálními procesy, charakterizovanými fyzikálními veličinami.

2. Entropie ve fyzice

Entropie byla zavedena R. Clausiem, který zjistil, že důsledkem platnosti druhého termodynamického zákona je existence jisté fyzikální veličiny, která — pokud máme na mysli množinu vratných dějů — nezávisí na termodynamické dráze. Tuto veličinu nazval entropií, budeme ji dále značit S. Další důležitou vlastností této veličiny je, že v izolovaných systémech je její časová změna vždy nezáporná, při nevratných procesech v izolovaných systémech vždy roste.

O mikroskopickou interpretaci entropie se zasloužil L. Boltzmann, J. W. Gibbs a M. Planck. Názorný význam entropie z hlediska statistické fyziky budeme diskutovat na následujícím jednoduchém příkladě. Představme si systém elementárních magnetických dipólů (spinů), které mohou nabývat jen dvou možných orientací (řekněme nahoru nebo dolů) a které jsou umístěny v uzlech krystalové mříže. Označme n^+ počet spinů, které míří nahoru, a n^- počet spinů, které míří dolů. Jestliže elementární dipólový moment je μ, pak celkový magnetický moment uvažovaného systému je

$$M = (n^+ - n^-)\mu.$$

Celkový magnetický moment je měřitelný makroskopickými metodami, a tedy popisuje makroskopický stav (*makrostav*). Tento makrostav je charakterizován jen počtem spinů, které míří nahoru a které dolů, nikoliv však tím, které konkrétní spiny mají danou orientaci. Kdybychom znali orientaci každého spinu zvlášť, znali bychom *mikrostav* systému. Je zřejmé, že jeden makrostav lze zpravidla realizovat mnoha mikrostavy. Označíme tento počet W. Podle Boltzmannova vzorce je entropie vázána s veličinou W vztahem

$$S = k \ln W, \tag{1}$$

kde k je konstanta. Má-li se takto definovaná entropie shodovat s termodynamickou definici entropie, pak za k volíme Boltzmannovu konstantu.

Trochu prodiskutujeme vztah (1). Míří-li všechny spiny jedním směrem, pak tento makrostav lze realizovat jen jedním způsobem, je tedy $W = 1$ a $S = 0$. Obráceně, situace $M = 0$ odpovídá případu maximálního W. Předpokládáme-li, že systém prochází náhodně všemi mikrostavy, pak nejpravděpodobněji se bude realizovat ten makrostav, který může být realizován největším počtem mikrostavů, tedy největším W. Tento stav odpovídá stavu termodynamické rovnováhy. Obecně můžeme předpokládat, že v nulovém vnějším poli jsou všechny mikrostavy stejně pravděpodobné, takže pravděpodobnost p realizace jistého makrostavu je úměrná W:

$$p = CW,$$

kde C je normovací konstanta pravděpodobnosti. Vzhledem k tomu, že veličina W je úměrná pravděpodobnosti p, říká se jí někdy termodynamická pravděpodobnost. Přívlastek termodynamická zdůrazňuje, že to není pravděpodobnost v matematickém slova smyslu, neboť je to veličina zpravidla větší než 1.

Jak ukazuje vzorec (1), je entropie logaritmickou funkcí termodynamické pravděpodobnosti W. V názorném výkladu můžeme W nebo S interpretovat jako míru neuspořádanosti systému. Takový názorný výklad bude patrný z rozboru různých makrostavů na příkladě spinového systému. Při dokonalé uspořádanosti míří všechny spiny jedním směrem, v tomto případě je $W = 1$ a $S = 0$. Naproti tomu při absolutní neuspořádanosti polovina spinů míří nahoru a polovina dolů. V tomto případě W, a tedy i S nabývá své maximální hodnoty, což ukazuje, že můžeme tyto veličiny považovat za míry neuspořádanosti.

Entropii však můžeme interpretovat i jiným způsobem, který je bližší interpretaci používané v teorii informace. Napřed si položíme otázku, jaká je pravděpodobnost, že např. právě prvních šest spinů bude mířit nahoru a ostatní tři dolů. Jinými slovy se ptáme, jaká je pravděpodobnost $w_M(m)$, že se realizuje určitý mikrostav m z množiny těch mikrostavů, které všechny vedou na stejný makrostav, charakterizovaný magnetickým dipólovým momentem M. Jsou-li orientace spinů nahoru a dolů stejně pravděpodobné (což je případ spinů v nulovém vnějším magnetickém poli), pak je zřejmé, že

$$w_M(m) = \frac{1}{W(M)}\,, \tag{2}$$

kde $W(M)$ je počet způsobů realizace makrostavu M. Lze tedy entropii v termínu pravděpodobnosti $w_M(m)$ s použitím (1), (2) psát:

$$S = k \ln \frac{1}{w_M(m)} = -k \ln w_M(m). \tag{3}$$

Jsou-li však pravděpodobnosti různých mikrostavů různé, pak musíme rozeznávat různé mikrostavy m_i. Každému z nich přísluší obecně různá pravděpodobnost $w_M(m_i)$ a entropii můžeme chápat jako střední hodnotu z (3):

$$S = -k \sum_{m_i} w_M(m_i) \ln w_M(m_i).$$

Tento vzorec je obecnější než (1), byl také převzat do teorie informace, ale my se pro jednoduchost omezíme na případy, kdy elementární pravděpodobnosti jsou stejné a výraz pro entropii má tvar (1) nebo (3).

Poznamenejme, že čím větší je neurčitost jistého mikrostavu, tím menší máme pravděpodobnost, že systém nalezneme v tomto mikrostavu, a obráceně. Můžeme tedy entropii makrostavů považovat za míru neurčitosti mikrostavů příslušných danému makrostavu nebo za míru naší neznalosti (anglicky: ignorance) mikrostavů pro různé makrostavy systému.

Viděli jsme, že entropii můžeme považovat buď za míru neuspořádanosti, nebo za míru neurčitosti. První z uvedených interpretací se nehodí pro porovnávání uspořádanosti makrostavů různých systémů s výjimkou úplně uspořádaného stavu, kdy je entropie rovna nule. Fakt, že entropie jako míra neuspořádanosti se nehodí pro porovnávání makrostavů různých systémů, je zřejmý z toho, že dva jinak stejné systémy, které se liší jen velikostí (v našem příkladě počtem spinů), mají ve stavu maximální neuspořádanosti, tj. ve stavu rovnováhy, různé entropie.

3. Zavedení míry informace a informační entropie

Své úvahy začneme příklady. Předpokládejme, že máme dva zámky $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$, které se otvírají na hesla, jež označíme A, B. Nechť např. heslo A je pětimístné číslo a B je osmimístné číslo (na každém místě může být jedno z deseti cifer: 0, 1, 2, …, 9). Předpokládejme, že dostaneme určité informace o heslech A, B, a chceme „měřit“ velikost těchto informací.

Ptejme se nejdříve, jak velkou máme informaci o heslech jednotlivých zámků na začátku, dříve než jsme dostali nějakou zprávu. Můžeme se postavit na dvě různá stanoviska. Jedno stanovisko bude hájit „*pan* I“, druhé „*pan* S“. Poslední z uvedených pánů, tedy „*pan* S“, bude tvrdit, že naše neznalost hesla A (pětimístné číslo) je menší než hesla B (osmimístné číslo), neboť bude třeba vynaložit větší námahu k poznání hesla B než A. Naproti tomu „*pan* I“ bude tvrdit, že pokud jsme nedostali žádnou zprávu ani o heslu A, ani o heslu B, máme v obou případech nulovou informaci.

Kdo má pravdu, „*pan* S“ nebo „*pan* I“? Musíme připustit, že obě stanoviska mají své oprávnění, a proto vlastně zavádíme dvě míry: entropii (informační) S, kterou navrhoval „*pan* S“, a informaci (přesněji míru informace), která je blízká stanovisku „*pana* I“.

Z uvedených příkladů je patrno, že entropií porovnáváme jistou složitost struktur „těles“ (systémů) před jakýmkoliv pokusem zjistit konkrétní stav (v našem případě konkrétní číslice) systémů, kdežto informace je přiřazena „zprávě“, která snižuje počáteční neurčitost stavu systému. Složitost jisté struktury systému nebo jinak řečeno míru naší počáteční neznalosti můžeme v našem případě (kdy realizace libovolné číslice na každém místě hesla je stejně pravděpodobná) vyjádřit počtem různých hesel, jež lze zvolit u daného zámku. V našem případě může být na každém místě hesla deset různých číslic, je tedy počet hesel, jež je možno vytvořit u zámku A, rovný číslu $W_A = 10^5$ a u zámku B číslu $W_B = l0^8$. Tato čísla můžeme také považovat za míru počáteční neurčitosti. Je však výhodnější nepracovat přímo s veličinou W, nýbrž s její funkcí:

$$S = K \ln W, \tag{4}$$

kde K je libovolná konstanta. Funkce ln je rostoucí, takže roste-li W, roste také S. Z tohoto hlediska jsou W a S stejně vhodnou mírou počáteční neurčitosti konkrétního stavu systému. Výhoda veličiny S proti W je v tom, že S má aditivní vlastnosti, což např. znamená, že neurčitost (vyjádřená veličinou S) systému AB složeného z obou zámků je součtem neurčitostí týkajících se jednotlivých zámků:

$$S_{AB} = S_A + S_B.$$

Toto tvrzeni vyplývá z faktu, že W má vlastnosti multiplikativní: $W_{AB} = W_A \cdot W_B$.

Vztah (4) se formálně shoduje s Boltzmannovým výrazem (1) pro entropii, známým ve statistické fyzice. Formální shoda výrazu (4) s fyzikální veličinou S vedla C. Shannona [2] k tomu, aby veličinu S nazval také entropií. Abychom se vyhnuli možným nedorozuměním, budeme ji nazývat „informační entropií“. Naše dosavadní úvahy můžeme shrnout: informační entropie je mírou počáteční neurčitosti (neznalosti) přesného stavu (který nás zajímal) zkoumaného tělesa. Brillouin [5] charakterizuje entropii jako míru nedostatku informace o systému. Tento výrok však může vést k nedorozumění, neboť se zde užívá pojem informace v obecném významu a nikoliv ve významu užívaném v teorii informace (viz dále).

Obraťme nyní naši pozornost k druhé veličině, k informaci. Řekli jsme si, že tato veličina z určitého hlediska hodnotí, do jaké míry zpráva vypovídá o stavu systému. Pokusme se najít matematické vyjádření takové míry, která by odpovídala našim intuitivním představám o „velikosti informace“ obsažené ve zprávě.

Porovnejme „informační hodnotu“ dvou různých zpráv a_1, a_2. Nechť jsme dostali zprávu a_1, která nám udává, která číslice je na prvním místě pětimístného hesla A. Dále jsme dostali zprávu a_2, která nám udává, které číslice jsou na prvním a druhém místě hesla. Neurčitost charakterizovaná veličinou W se získáním zprávy a_1 zmenšila na $W_A^{(1)} = 10^4$, kdežto při získání zprávy a_2 na neurčitost $W_A^{(2)} = 10^3$. Informace obsažená v druhé zprávě je větší než v první, ačkoliv $W_A^{(2)} < W_A^{(1)}$. Je tedy přirozené volit informaci $I(W^{(0)} \to W^{(1)})$, která snižuje počáteční neurčitost $W^{(0)}$ po obdržení zprávy na novou neurčitost $W^{(i)}$ jako klesající funkci $W^{(i)}$ nebo rostoucí funkci její převrácené hodnoty $1/W^{(i)}$,

$$I(W^{(0)} \to W^{(i)}) \text{ je rostoucí funkce } 1/W^{(i)}. \tag{5}$$

Dosud jsme z hlediska informačního obsahu porovnávali zprávy týkající se téhož systému, totiž zámku A. Porovnejme nyní zprávy, z nichž jedna se týká hesla A a druhá hesla B. Nechť obě zprávy jsou takové, že ponechávají neurčitost jen v posledním místě hesla. To znamená, že zpráva o hesle A je čtyřmístné číslo a zpráva o hesle B sedmimístné. Která z obou zpráv nese větší informaci? Je přirozené, že druhá zpráva nesoucí sedmimístné číslo je hodnotnější. Při stejné konečné neurčitosti je informace rostoucí funkcí počáteční neurčitosti $W^{(0)}$. Spojíme-li toto tvrzení s tvrzením (5) a opakujeme-li argumenty vedoucí k logaritmické závislosti, můžeme napsat výsledný výraz pro informaci, která snižuje počáteční neurčitost $W^{(0)}$ na $W^{(1)}$, ve tvaru:

$$I(W^{(0)} \to W^{(1)}) = K \ln \frac{W^{(0)}}{W^{(1)}}\,. \tag{6}$$

Tento výraz můžeme pokládat za definici informace v jednoduchých případech, kdy pravděpodobnosti různých stavů (např. různých čísel hesel) jsou stejné.

Přistupme teď k diskusi výrazu (6). V případě, že $W^{(0)} = W^{(1)}$ (tzn. že zpráva nesnižuje počáteční neurčitost), potom platí $I(W^{(0)} \to W^{(1)}) = 0$, což je v souladu s intuitivní představou o nulovosti informace obsažené ve zmíněné zprávě. Nyní uvažujme případ, že zpráva je „úplná", což znamená, že po obdržení zprávy jsme si jisti, jaký je „stav" uvažovaného předmětu. V tomto případě $W^{(1)} = 1$ a z (6) vyplývá

$$I(W^{(0)} \to W^{(1)} = 1) = K \ln W^{(0)}. \tag{7}$$

Použitím výrazu pro informační entropii (4) můžeme (7) psát ve tvaru

$$I(W^{(0)} \to W^{(1)} = 1) = S^{(0)}. \tag{8}$$

Docházíme ke vztahu, který nám ukazuje souvislost mezi oběma zavedenými veličinami: entropií a informací. Vidíme, že *informace „úplné zprávy" je číselně rovna počáteční entropii systému.* To odpovídá tomu, že čím větší je počáteční neurčitost, tím větší informaci obsahuje zpráva, která nás této neurčitosti zbaví. Rovnost dvou hodnot veličin pro jisté argumenty funkce neznamená, že jde o veličiny shodné, a nemůžeme tedy tyto veličiny zaměňovat.

Zde je na místě si všimnout dvou možných rozdílných stanovisek v chápání entropie, které poněkud nepřesně můžeme nazvat stanoviskem matematika a stanoviskem fyzika. Pro fyzika charakterizuje počáteční neurčitost vlastnosti dvou různých systémů, např. zámku A a zámku B. Naproti tomu matematik si všímá především formálních vztahů; pro matematika konečná neurčitost po obdržení zprávy 1 se stává počáteční neurčitostí pro další zprávu 2. Matematik tedy píše vztah (6) ve tvaru

$$I(W^{(0)} \to W^{(1)}) = S_0 - S_1.$$

Fyzik se může tomuto stanovisku podřídit s tou výhradou, že S bude považovat za informační entropii, která se shoduje s fyzikální entropií jen ve speciálních případech. Sama okolnost, že jsme se něco dověděli o stavu systému, snižuje matematickou entropii, ale nesnižuje jeho entropii fyzikální.

4. Vztah mezi informační a fyzikální entropií

Předně je třeba si uvědomit, že informační entropie se vztahuje k určitému souboru otázek a souboru možných odpovědí o jisté objektivní realitě. V našem příkladě (viz odst. 3), který se týkal zámku A, byl soubor otázek: které číslo je na prvním, druhém až pátém místě. Soubor možných odpovědí zahrnoval všechna čísla od 0 do 99 999. Naše otázka mohla být však jiná, např. je číslo, charakterizující heslo, číslem větším než číslo 500? V tom je „subjektivní stránka" informační entropie, neboť její velikost závisí na tom, co pozorovatele na daném objektu zajímá. Chceme-li tedy, aby se informační entropie v jistém případě shodovala s fyzikální entropií, musí nejen jít o zcela určitý fyzikální objekt, v našem případě o makroskopické těleso, které zkoumá termodynamika, ale také o zcela určitý soubor otázek, které si klademe o určitých „vlastnostech“ tělesa. Formulujeme tedy podmínky, kdy se informační entropie shoduje s fyzikální entropií. Informační entropie se shoduje s fyzikální entropií tehdy,

a) jestliže předmětem zkoumání je makroskopické těleso — termodynamický systém — *v daném makroskopickém stavu*,
b) jestliže otázka, která nás zajímá, se týká fyzikálních *mikrostavů systému* před měřením.[1])

5. Fyzikální popis živého systému a pojem negentropie

Ačkoliv naším hlavním cílem je objasnit pojem negentropie, který se bude používat v dalších odstavcích, nemůžeme opomenout historické kořeny vzniku tohoto pojmu. Výrazu negentropie patrně jako první použil známý zakladatel kvantové fyziky E. Schrödinger ve své knize, která by se česky mohla nazývat *Co je život* [6]. V ní se autor pokusil objasnit procesy v živých organizmech z hlediska fyzikálního. I když mnohý nezasvěcený čtenář by se mohl domnívat, že ideální podmínkou existence života je rovnováha, ve skutečnosti termodynamická rovnováha pro živý organismus představuje jeho smrt. Život je podmíněn silnou odchylkou od termodynamické rovnováhy. Zde však musíme zdůraznit, že pojem termodynamické rovnováhy se poněkud liší od pojmu rovnováhy užívaného v jiných oborech nebo v běžném životě.

Co rozumíme pod pojmem termodynamická rovnováha? Především systém, který je v rovnováze, musí být ve stacionárním stavu, což znamená, že všechny makroskopicky pozorovatelné parametry se nemění v čase. Kromě toho se nesmí v systému produkovat entropie; její produkce vždy znamená, že v systému probíhají nevratné procesy. Jednoduchým příkladem nerovnovážného, ale stacionárního stavu je stav tepelně vodivé tyče, jejíž jeden konec je neustále ohříván na danou teplotu a druhý chlazen na teplotu nižší.

Jak již bylo řečeno, v systému, který není v termodynamické rovnováze, probíhají nevratné procesy doprovázené produkcí entropie. Kdybychom takový systém izolovali od okolí, rostla by jeho entropie do své maximální hodnoty a systém by přešel do stavu termodynamické rovnováhy. K tomu, abychom systém udrželi v původním nerovnovážném stavu, existují v principu dvě možnosti:

1) odvádět vyprodukovanou entropii do okolí, např. formou odvádění tepla,
2) přivádět do systému takovou energii, která snižuje entropii uvažovaného systému.

Ukazuje se, že první možnost lze využít jen v případě, kdy systém je blízký rovnováze. U systémů, které jsou ve stavu daleko od rovnováhy, první možnost nestačí a musí se doplňovat možností druhou. To znamená, že vnější toky, které se mohou realizovat jako toky energie nebo toky chemicky reagujících látek, musí být takové,

[1]) Připomeňme, že „ideální měření“, které nenaruší makrostav, nemění fyzikální entropii, ale mění matematickou entropii.

aby snižovaly entropii systému, tedy, jak se vyjadřuje E. Schrödinger, nesou záporně vzatou entropii čili negentropii. To je však podle mého názoru řečeno poněkud obrazně, protože zápornou entropii nelze přiřadit reálnému objektu.

Ve skutečnosti my potřebujeme udržovat časově konstantní odchylku entropie od její maximální hodnoty $S_{\max}$

$$N^* = S_{\max} - S. \tag{9}$$

A tuto veličinu můžeme podle mého názoru považovat za negentropii systému. Veličina N^* charakterizuje, do jaké míry je systém vzdálen od rovnováhy. Také je známo, že maximální práce, kterou lze ze systému získat, je dána vztahem [7]

$$R = (S_{\max} - S) \cdot T,$$

což podle (9) můžeme psát ve tvaru

$$R = N^* \cdot T.$$

Tento fakt objasňuje, proč můžeme negentropii N^* brát jako jistou míru kvality energie. Domnívám se také, že zde zavedená veličina N^* lépe vystihuje negentropii, o které mluví Schrödinger.

Připomeňme, že ve stacionárním stavu nerovnovážného systému je změna $S_{\max}$ nulová, takže změna N^* se rovná změně $(-S)$, tj. změně záporně vzaté entropie. Vidíme, že v našem pojetí negentropie se negentropie neshoduje se záporně vzatou entropií, ale pro jejich změny platí rovnost.

6. Problém Maxwellova démona a negentropický princip informace

Generace fyziků řeší z různých hledisek problém, který nastolil Maxwell (1871). V uvedeném problému jde o to, zda „démon“ (což ovšem může být také technické zařízení) nemůže narušovat II. zákon termodynamický. Démon pracuje tak, že pozoruje přicházející molekuly a podle velikosti jejich rychlostí je buď vpustí, nebo nevpustí do vyhrazeného prostoru. Např. do vyhrazeného prostoru pouští jen rychlé molekuly a tím se stane, že v tomto prostoru je vyšší teplota než v prostoru zbývajícím. Použitím tepelného stroje můžeme využít rozdílů teplot ke konání práce. Pokud by démon pracoval bez vnějších zdrojů energie, dostali bychom perpetuum mobile druhého druhu, což je v rozporu s II. zákonem termodynamickým. Z našeho hlediska nejzajímavější řešení tohoto problému podal L. Szilard [4], který poukázal na to, že démon před rozhodnutím, zda vpustit nebo nevpustit molekulu, musí měřit její polohu a rychlost, což můžeme považovat za proces získávání informace o stavu molekuly. Právě toto získávání informace nelze uskutečnit bez vnějších zdrojů.

Popišme činnost démona podrobněji. Démon využívá ke svému měření např. interakce fotonů s molekulami plynu. Zdrojem fotonů je žhavé vlákno lampičky, která je zásobována galvanickým článkem. Žhavé vlákno a plyn představují nerovnovážný systém s nenulovou negentropií $(N^*)_Z$. Výsledkem činnosti démona je vytvoření rozdílu teplot mezi dvěma částmi prostoru, což představuje snížení entropie plynu, čili vytvoření negentropie plynu $(N^*)_\mathrm{P}$. Vidíme, že vytváření negentropie plynu není možné bez toku negentropie zvnějšku. Platí-li II. zákon termodynamický, pak musí být $(N^*)_\mathrm{Z} > (N^*)_\mathrm{P}$. A tak „víra" v platnost II. zákona termodynamického i rozbor jednotlivých aktů měření ukazují, že získaná informace je kvantitativně svázána se změnami fyzikální entropie. Takový kvantitativní vztah mezi fyzikální entropií (negentropií) je obsahem Brillouinova negentropického principu [5]; vyjádříme jej vlastními slovy:

A) K získání informace I_1 je třeba snížit negentropii nějakého systému — zdroje energie — o ΔN_1, přičemž platí

$$I_1 \leqq |\Delta N_1| \tag{10}$$

(předpokládá se, že entropie, a tedy i negentropie jsou bezrozměrné veličiny, Boltzmannova konstanta k se volí rovna jedné).

B) Získanou informaci I_1 je možno použít ke zvětšení negentropie nějakého systému o veličinu N_2, přičemž platí:

$$\Delta N_2 \leqq I_1. \tag{11}$$

Doplňme negentropický princip několika poznámkami.

1) Aby mohl být realizován proces získání informace, je potřeba, aby byl k dispozici zdroj o nenulové negentropii N^*.

2) Z obou nerovností (10), (11) vyplývá, že $\Delta N_2 \leqq |\Delta N_1|$, což zaručuje, že informační proces nenarušuje II. zákon termodynamický.

3) Formulace druhé části negentropického principu (B) ukazuje pouze na možnost využít informace ke zvýšení negentropie, která však nemusí být realizována.

L i t e r a t u r a

[1] Hartley, R. V. L.: *Transmission of Information.* BSTJ *7* (1928), 535–561 (viz též sborník překladů do ruštiny: *Teorija informacii i jejo priloženija*, Gosud. izd. fiz.-mat. liter., Moskva 1959, 4–35).

[2] Shannon, C. E., Weaver, V.: *The matematical theory of communication.* Urbana 1949.

[3] Jaglom, A. M., Jaglom, I. .M.: *Pravděpodobnost a informace.* NČAV, Praha 1964 (překlad z ruštiny).

[4] Szilard, L: *Über die Entropieverminderung in einem thermodynamischen System bei Eingriffen intelligenter Wesen.* Zeit. für Physik *53* (1929), 840–852.

[5] Brillouin, L.: *Science and information theory.* New York 1956.

[6] Schrödinger, E.: *What is life.* Cambridge University Press, New York 1967.

[7] Landau, L, Lifšic, E.: *Statističeskaja fizika, část 1.* Izd. Nauka, Moskva 1976, § 20.