Mariano Giaquinta
David Hilbert a variační počet

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 46 (2001), No. 3, 197--204

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/141084`

David Hilbert a variační počet

Mariano Giaquinta

Hilbertovy zásadní příspěvky k variačnímu počtu vznikaly v letech 1900–1904, avšak v celém období 1899–1924 Hilbert několikrát variační počet přednášel a rovněž (v souladu se svou myšlenkou, že variační počet „je pro analýzu tím, čím je abeceda pro čtení a psaní“ a že „mechanika je speciálním případem variačního počtu“) používal postupy této disciplíny jinde. (V přednáškách z integrálních rovnic, z parciálních diferenciálních rovnic, z mechaniky i z matematické fyziky.) Jaký význam přikládal Hilbert variačnímu počtu, vidíme rovněž ze znění posledního (dvacátého třetího) z problémů, jež formuloval na pařížském kongresu v roce 1900. Tehdy řekl: „Až dosud jsem uváděl problémy co nejlépe vymezené a speciální… Chtěl bych však zakončit jednou otázkou obecnou, a sice poukazem na odvětví matematiky, o němž jsem se ve své přednášce vícekrát zmínil a jemuž se, nehledě na pokrok, kterého dosáhl ve svém díle Weierstrass, nedostalo takové pozornosti, jaké si zaslouží. Mám na mysli variační počet.“

V této přednášce se pokusím ilustrovat několik Hilbertových myšlenek a ukázat, jak ovlivnily některé směry vývoje variačního počtu. Nebude to podrobný historický rozbor, ale vyprávění o vývoji vztahu matematické obce k Hilbertovu odkazu, ovlivněné mou zkušeností, mými zájmy a mými omezenými znalostmi.

V souvislosti s rozvojem výzkumu elektřiny a magnetismu v druhé polovině 19. století nabyla na významu otázka řešení parciálních diferenciálních rovnic, jako jsou rovnice Laplaceova a Poissonova:

$$\Delta u = 0, \qquad \Delta u = f. \tag{1}$$

Skutečnost, že Laplaceova rovnice je Eulerovou-Lagrangeovou rovnicí Dirichletova integrálu

$$\frac{1}{2}\int_{\Omega} |Du|^2 \,\mathrm{d}x, \tag{2}$$

způsobila, že se tento funkcionál stal základním objektem při studiu harmonických funkcí.

Mariano Giaguinta, Scuola Normale Superiore, p. dei Cavalieri 7, 56 127 Pisa (Italy), e-mail: `mgiaq@sns.it`

Hilbert e il calcolo delle variazioni. Le Matematiche, Vol. LV (2000), Supplemento n. 1, pp. 47–58.

Přeložil Oldřich John.

Dirichlet[1]) užíval ve svých přednáškách integrál (2) k důkazu tvrzení, že okrajová úloha (kterou dnes nazýváme úlohou Dirichletovou)

$$\Delta u = f \quad \text{na } \Omega, \qquad u = g \quad \text{na } \partial\Omega \tag{3}$$

může mít v omezené oblasti Ω nejvýše jedno řešení, a tvrdil, že zdola omezený integrál (2) nabývá svého minima mezi funkcemi, které se rovnají funkci g na hranici oblasti Ω. Odtud odvozoval existenci řešení úlohy

$$\Delta u = 0 \quad \text{na } \Omega, \qquad u = g \quad \text{na } \partial\Omega. \tag{4}$$

Tato úvaha nazývaná *Dirichletovým principem* se stala pro Riemanna základem jeho geometrické teorie funkcí a teorie funkcí abelovských.

Weierstrassova kritika Dirichletova principu[2]) je dobře známa. Spočívá — vyjádříme-li ji moderní terminologií — ve výhradách k matení pojmů *minimum* a *infimum* číselné množiny a v důkazu toho, že variační úloha s energií zdola omezenou nemusí nabývat nutně svého minima.[3])

Nejde však jen o neúplnost Dirichletovy úvahy. Dirichletův princip nemůže být použit dokonce ani jako prostředek k důkazu existence řešení okrajové úlohy (4). V roce 1871 zkonstruoval totiž Prym[4]) příklad funkce $u \in C^2(\Omega) \cap C^0(\bar{\Omega})$, která řeší úlohu (4), ale pro niž současně platí, že

$$\int_\Omega |Du|^2 \,\mathrm{d}x = +\infty.$$

Toto Prymovo pozorování upadlo však v zapomenutí až do doby, kdy podobný příklad sestrojil Hadamard.

Po Weierstrassově kritice Dirichletova principu, odhlédneme-li od některých neúspěšných pokusů o jeho opravu[5]), došlo k rozvoji nových metod, jež měly tento princip nahradit. H. A. Schwartz podal přesný důkaz toho, že Poissonova formule je

---

[1]) Jde například o přednášky ze zimního semestru 1856–1857 v Göttingen, publikované Dirichletovým studentem Grubem pod názvem *Vorlesungen über die umgekehrten Verhältnis des Quadrats der Entfernung wirkenden Kräfte von P. G. Lejeune-Dirichlet* v roce 1876 u Teubnera v Lipsku.

[2]) *Über das sogenannte Dirichletsche Prinzip* — předneseno v Královské akademii věd 14. 7. 1870.

[3]) V 19. století nabývaly zmatky kolem pojmů *infimum* a *minimum* neuvěřitelných forem. Název díla A. F. Monny *Dirichlet's principle, a mathematical comedy of errors and its influence on the development of analysis* to vystihuje. Zdůvodnění podobných Dirichletovu principu užívali již Gauss a lord Kelvin. Avšak Gauss kritizoval ve své disertaci d'Alemberta za užití argumentace podobné Dirichletovu principu k důkazu existence řešení algebraických rovnic, zatímco týž Dirichlet kritizoval Steinera za to, že mlčky předpokládal existenci rovinného útvaru s pevným perimetrem a maximálním plošným obsahem.

[4]) F. Prym: *Zur Integration der Differentielgleichung* $\partial^2 u/\partial x^2 + \partial^2 u/\partial y^2 = 0$. J. Reine und Angew. Math. *73* (1871), pp. 340–364.

[5]) Například H. Weber: *Note zu Riemanns Beweis des Dirichletschen Prinzips.* J. Reine und Angew. Math. *71* (1870), pp. 29–39.

řešením úlohy (4) na kouli pro spojitou okrajovou podmínku g, a vyvinul metody, umožňující řešení úlohy (4) ve složitých oblastech v případě, že tato úloha je vyřešena v oblastech jednodušších. C. Neumann převedl okrajovou úlohu pro Laplaceovu rovnici na integrální rovnici 2. druhu, kterou lze zapsat v abstraktním tvaru jako

$$u - Ku = g$$

a jejímž řešením je *Neumannova řada* $1 + K + K^2 + K^3 + \cdots$. Schwartzovu a Neumannovu metodu rozvinul a zlepšil H. Poincaré. Vyvinul rovněž *metodu vymetání* (*balayage*), což je iterativní metoda, založená na vyřešení Dirichletovy úlohy na koulích v oblasti Ω, která využívá principu maxima a Harnackovy nerovnosti pro harmonické funkce. Poincaré přispěl rovněž k teorii integrálních rovnic, kterou vyvinul Fredholm v letech 1900–1903 a která byla vylepšena Hilbertem v letech 1904–1910. Z těchto výzkumů se vyvinula jednak teorie potenciálu, jednak analýza zobrazení s nekonečně mnoha proměnnými. To přivedlo (spolu s poznatky Riesze, Frécheta, Baireho a Lebesguea, týkajícími se abstraktních prostorů, které byly motivovány studiem *Fourierových řad*) ke vzniku a rozvoji moderní funkcionální analýzy.

V roce 1889 provedl nový pokus o oživení Dirichletova principu C. Arzelà.[6]) Ten přispěl rovněž k formulaci výsledku, známého dnes pod názvem *věta Ascoliho-Arzelova*, který charakterizuje relativně kompaktní podmnožiny prostoru spojitých funkcí. Arzelova myšlenka spočívala ve zúžení prostoru přípustných funkcí na třídu funkcí C^3 se stejně omezenou třetí derivací. V takovém případě je totiž existence minima zaručena Ascoliho-Arzelovou větou o kompaktnosti. Nepodařilo se mu však dokázat, že minimizující funkce splňuje Laplaceovu rovnici. Nehledě na to považoval Arzelà za vhodné svůj postup publikovat. Postupně byla jeho myšlenka zúžení prostoru přípustných funkcí umělými podmínkami (které se dodatečně ukážou jako nepodstatné) použita různými matematiky. Mezi jinými to byli H. Lewy, T. Rado, A. Haar, G. Stampacchia, S. Hildebrandt.

Byl to však zejména Hilbert[7]), který dvěma publikacemi z roku 1900 a 1904 oživil Dirichletův princip a vyvolal nový zájem o variační počet. V první z prací ukázal, jak může být Dirichletův princip použit k důkazu existence křivky minimální délky, která spojuje dva body na ploše, a řešil okrajovou úlohu pro Laplaceovu rovnici v rovinné oblasti. V práci druhé dokázal existenci harmonické funkce na Riemannově ploše s pevně zadaným skokem podél předepsané křivky. Ale hlavní Hilbertovou zásluhou je pravděpodobně to, že si uvědomil, že Dirichletův princip vede ke zcela novému programu výzkumu ve variačním počtu a že tento program přesně a zřetelně formuloval ve dvou z dvaceti tří problémů, které předložil na kongresu v Paříži v roce 1900. Tím naplánoval matematikům, zabývajícím se variačním počtem, práci na celé století. Řečeno přesněji, z dvaceti tří Hilbertových problémů se variačního počtu týkají tři. Problém 23 se vztahuje ke klasickému variačnímu počtu a k takzvaným *nepřímým*

[6]) C. Arzelà: *Il principio di Dirichlet.* Rend. R. Acad. Bologna 1897.

[7]) D. Hilbert: *Über das Dirichletsche Prinzip*, Jahresbericht Deutsch. Math. Verein. *8* (1900), pp. 184–188; D. Hilbert: *Über das Dirichletsche Prinzip*, Math. Ann. *59* (1904), pp. 161–184.

metodám. Problémy 19 a 20 se týkají toho, co bylo později nazváno *přímými metodami* variačního počtu. Hilbertovu formulaci zde doprovodíme co nejstřídmějším komentářem.

Problém 19. *Jsou řešení regulárních úloh variačního počtu vždy nutně analytická?*

Jedním z pozoruhodných rysů teorie analytických funkcí je skutečnost, že existují diferenciální rovnice, jejichž řešení jsou pouze analytická. Nejznámější z těchto rovnic je rovnice Laplaceova

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0,$$

ale také rovnice

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \mathrm{e}^f,$$

diferenciální rovnice minimálních ploch a další. Většinou to jsou Eulerovy-Lagrangeovy rovnice variačních úloh

$$\iint F(p, q, z, x, y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y = \min, \qquad p = \frac{\partial z}{\partial x}\,, \qquad q = \frac{\partial z}{\partial y}$$

takových, že pro ně na definičním oboru funkce F platí

$$\frac{\partial^2 F}{\partial p^2}\,\frac{\partial^2 F}{\partial q^2} - \left(\frac{\partial^2 F}{\partial p \partial q}\right)^2 > 0,$$

přičemž sama funkce F je analytická. Tento typ úloh budeme nazývat *regulárními variačními úlohami.* Právě ony hrají důležitou úlohu v geometrii, v mechanice a v matematické fyzice. Klademe si přirozeně otázku, zda jsou všechna jejich řešení analytická. Jinak řečeno: *má každá Eulerova-Lagrangeova rovnice regulární variační úlohy tu vlastnost, že připouští pouze analytická řešení?* A jsou tato řešení (uvnitř oblasti) analytická i v případě, kdy se rovnají na hranici předepsané funkci, která je pouze spojitá, není však analytická?

Poznamenejme, že existují plochy se zápornou Gaussovou křivostí, reprezentované funkcemi, jež jsou spojité spolu s derivacemi všech řádů, avšak nejsou analytické. Je ale pravděpodobné, že každá plocha s konstantní a kladnou Gaussovou křivostí je nutně plochou analytickou.

Problém 20. *Okrajové úlohy*

Důležitým problémem, navazujícím na problém předchozí, je otázka existence řešení parciálních diferenciálních rovnic, která nabývají předepsaných hraničních hodnot. Tato úloha byla z velké části vyřešena metodami, vypracovanými H. A. Schwarzem, C. Neumannem a H. Poincarém pro Laplaceovu rovnici. Nezdá se však, že by bylo možné tyto metody rozšířit na zkoumání případů, kdy jsou na hranici předepsány derivace nebo vztahy mezi nimi a hodnotami funkce. Nelze je bezprostředně rozšířit ani na případ jiných ploch, než jsou grafy funkcí harmonických, například na minimální plochy nebo na plochy s konstantní kladnou Gaussovou křivostí, procházející danou křivkou. Jsem přesvědčen, že existenční věty pro tyto úlohy bude možno dokázat pomocí obecného principu podobného druhu, jako je princip Dirichletův. Takový obecný princip nám snad umožní zodpovědět otázku, zda *každá regulární úloha má řešení, jsou-li splněny jisté předpoklady týkající se okrajových podmínek (jako například jejich spojitost nebo derivovatelnost) a je-li (v případě nezbytnosti) příslušně rozšířena definice pojmu řešení.*

Jak už bylo řečeno, těmito dvěma problémy byl předznamenán další rozvoj přímých metod variačního počtu. V minulém století tak vzniklo mnoho metod a výsledků, ba dokonce celá nová odvětví. Podílelo se na tom velké množství vynikajících matematiků. Byla publikována více než stovka monografií, počet článků s touto tematikou jde do tisíců. Ukázalo se, jak rozhodující je vliv variačního počtu ve fyzice a v geometrii. Během sta let, která uplynula od zveřejnění Hilbertových problémů, se variační počet stal jednou z nejživotnějších disciplín současné matematiky. Je těžké si představit, že Hilbert tento bouřlivý rozvoj předvídal. Avšak v jeho nastartování bezpochyby sehrál klíčovou roli.

V tomto článku se omezíme pouze na stručnou ilustraci postupů, jež jsou Hilbertovými myšlenkami zásadně ovlivněny.

Původní Hilbertův postup spočíval v tom, že takzvanou minimizující posloupnost (tj. posloupnost přípustných funkcí, na níž příslušné hodnoty zdola omezeného funkcionálu konvergují k infimu množiny jeho hodnot) vhodně upravil tak, aby modifikovaná posloupnost konvergovala stejnoměrně k funkci, v níž funkcionál nabývá svého minima. Tuto ideu rozvíjeli dále H. Lebesgue, B. Levi, G. Fubini, J. Hadamard, S. Zaremba, L. Lichtenstein, R. Courant. I když se dnes nepřipomíná v souvislosti s přímými metodami variačního počtu, používá se od svého vzniku stále.

Na Hilbertovy výsledky zareagoval velmi rychle H. Lebesgue, který vyzdvihl význam polospojitosti při studiu funkcionálů ve tvaru integrálů; toto jeho pozorování spolu s rozvojem analýzy v abstraktních prostorech v díle Fréchetově a Bairově přivedlo Tonelliho k následujícímu postupu, který tvoří podstatu přímých metod: Při minimizaci integrálu ověříme nejprve, že je zdola omezený. Pak dokážeme jeho polospojitost zdola vzhledem ke konvergenci ve třídě přípustných funkcí. A nakonec se přesvědčíme, že minimizující posloupnost konverguje při této konvergenci k funkci, jež je opět přípustná. (Tato limitní funkce je potom bodem minima funkcionálu ve třídě přípustných funkcí.) Tonelli referoval o tomto principu na různých konferencích (zejména pak na mezinárodních kongresech v Torontu roku 1924, v Bologni roku 1928 a v Curychu roku 1932). V řadě prací i ve své monografii[8]) ho aplikoval na obecné třídy jednorozměrných úloh a na některé úlohy dvojrozměrné. Ve svých pracích užíval stejnoměrnou konvergenci, třídu přípustných funkcí tvořily funkce *absolutně spojité.*

Tonelliho dílo bylo doplněno ve čtyřicátých letech minulého století C. B. Morreyem[9]), který pracoval v Sobolevových třídách funkcí a používal slabou konvergenci.

[8]) L. Tonelli: *Fondamenti del calcolo delle variazioni*, vol. 2, Zanichelli, Bologna 1921; viz rovněž L. Tonelli: *Opere scelte*, Cremonese 1961, zejména vol. 2 a vol. 3.

[9]) C. B. Morrey: *Multiple integral problems in the calculus of variations and related topics*, University of California 1943.

Zdůrazněme však, že již B. Levi[10]) vypozoroval v roce 1906, že minimizující posloupnost Dirichletova integrálu je cauchyovská v Dirichletově normě, tj. v normě $W^{1,2}$, a že J. Leray ve svých základních článcích o rovnicích hydrodynamiky podal moderní výklad úlohy o minimizaci kvadratické formy v Sobolevových prostorech, přičemž zavedl pojem *slabého řešení úlohy.*

K použití myšlenky slabých řešení při studiu minimálních ploch s předepsaným okrajem došlo v 50. letech minulého století. Zásluhou F. Federera, Fleminga a De Giorgiho a zejména pak Morreye[11]) v jeho základní práci o existenci 2-rozměrných minimálních ploch na Riemannových varietách byla završena cesta, nastoupená Douglasem, Courantem a Tonellim.

V šedesátých letech minulého století se vyjasnilo, že obecný princip, který předpověděl Hilbert jako cestu k důkazu existence zobecněného bodu minima variační úlohy, může být formulován takto: Nalézt minimum zdola omezeného funkcionálu $F(u)$ ve třídě C znamená určit takovou konvergenci τ v C, že F je sekvenciálně polospojitý a množiny, na nichž je funkcionál F stejně omezený, jsou relativně kompaktní vzhledem k τ; v sekvenciálním zúplnění $\bar{C}$ třídy C vzhledem ke konvergenci τ nabývá tedy polospojité prodloužení $\bar{F}$ funkcionálu F svého minima. Úlohu

$$\bar{F}(u) \to \min, \quad u \in \bar{C}$$

pak nazýváme slabou formulací původní úlohy.

Poznamenejme, že konvergence τ není a priori dána. Ve skutečnosti vychází najevo, že zatímco ve skalárním případě je volba τ vcelku irelevantní (přinejmenším v případě regulárních úloh), není tomu tak u vícerozměrných vektorových úloh geometrických: různé volby τ vedou přitom k různým slabým formulacím s různými řešeními.[12])

V kontextu slabých řešení znovu vyniká důležitost 19. Hilbertova problému. Mohli bychom ho nyní přeformulovat takto: *Jsou slabá řešení regulárních úloh variačního počtu nutně analytická?*

V souvislosti s tím vzniká řada otázek. Slabá řešení leží totiž zpravidla v prostorech zobecněných funkcí, o jejichž kvalitě (spojitost, spojitá derivovatelnost) nelze obecně nic říci. Je tedy na místě se ptát, zda skutečnost, že zobecněná funkce je zároveň slabým řešením, nemá za následek její vyšší kvalitu. Například: Je slabé řešení tak hladké, aby bylo klasickým řešením příslušné Eulerovy-Lagrangeovy rovnice? Anebo: Pokud má slabé řešení singularity, jakého mohou být druhu?

Již v roce 1904 dokázal S. Bernstein[13]), že minimizující funkce dvojných regulárních integrálů (jejichž integrand je analytickou funkcí) jsou analytické, pokud jsou alespoň

[10]) B. Levi: *Sul principio di Dirichlet*, Rend. Circ. Mat. Palermo *22* (1906), pp. 293–359.

[11]) C. B. Morrey: *The problem of Plateau on a Riemannian manifold*, Ann. of Math. *49* (1948), pp. 807–851.

[12]) Viz například M. Giaquinta, G. Modica, J. Souček: *Cartesian currents in the calculus of variations*, Springer, Berlin, 1998; G. Butazzo, M. Giaquinta, S. Hildebrandt: *One-dimensional variational problems*, Oxford Univ. Press, Oxford 1998.

[13]) S. Bernstein: *Sur la nature analytique des solutions des équations aux derivées partielles du second ordre*, Math. Ann. *59* (1904), pp. 20–76.

třídy C^3. V roce 1912 Lichtenstein dokázal, že minimizující funkce ze třídy C^2 patří i do C^3, a tudíž jsou analytické, a v roce 1929 dokázal E. Hopf, že stejný závěr plyne pro minimizující funkce, jejichž první derivace jsou hölderovské.[14]) Konečně v roce 1939 vyřešil Morrey 19. Hilbertův problém v případě dvou proměnných, když dokázal, že minimizující funkce regulárních dvojných integrálů, získané přímou metodou, jsou funkce analytické, je-li analytický integrand. Na úplné vyřešení 19. problému bylo nutno počkat až do roku 1957, kdy zveřejnil De Giorgi svou slavnou práci[15]), jež dává kladnou odpověď na otázku regularity (tj. hladkosti slabých řešení) v případě libovolného počtu proměnných.

Metody, jež byly vyvinuty při zkoumání této problematiky, našly své uplatnění v teorii okrajových úloh pro eliptické rovnice. Například Bernstein často používal metodu apriorních odhadů, kterou kombinoval s metodou prodloužení podle parametru, aby dokázal existenci analytických řešení okrajových úloh pro eliptické rovnice druhého řádu ve dvou proměnných. Jemnější topologické metody, které zavedli J. Leray, Schauder a Caccioppoli (stále v souvislosti s nelineárními diferenciálními rovnicemi), přivedly Schaudera k pochopení skutečnosti, že apriorní odhady v $C^{2,\alpha}$ implikují existenci řešení. Vývoj, který následoval po publikaci práce De Giorgiho a na němž se podíleli mezi jinými Morrey, Stampacchia, Ladyženskaja, Uralceva a Serrin, vyústil ve vyřešení okrajových úloh pro nelineární eliptické rovnice.

Ve stejném okruhu myšlenek, spojených s Hilbertovými problémy, vznikly inspirující práce Reifenberga, De Giorgiho, Fleminga, Almgrena a Allarda, týkající se minimálního obsahu zobecněných ploch.

Počínaje obdobím mezi lety 1970 a 1980 dochází ke zintenzivnění studia úloh vícerozměrných, tedy úloh, v nichž je hledanou minimizující funkcí funkce vektorová. Vznikají například při studiu nelineární elasticity nebo harmonických zobrazení na varietách. V situacích, jež tyto úlohy popisují, jsou typickými jevy koncentrace energie a následný vznik singularit minimizujících vektorových funkcí. Tato velice zajímavá moderní tematika by nás však mohla odvést již příliš daleko od původních Hilbertových představ a očekávání.

Na závěr tedy raději uvedeme ještě několik poznámek o 23. Hilbertově problému. Hilbert zde kromě opětovného zdůraznění významu variačního počtu pro analýzu zavádí to, co dnes nazýváme *invariantním Hilbertovým integrálem*, a nastiňuje elementy teorie Weierstrassových polí extremál. Přitom dokazuje známou Weierstrassovu formuli, která vyjadřuje variaci funkcionálu $F(u) - F(u_0)$ v termínech Weierstrassovy *zbytkové funkce*. Podobné myšlenky obsahuje již práce E. Beltramiho[16]). Na tento okruh idejí pocházejících od Beltramiho, Weierstrasse a Hilberta navazují práce A. Meyera

[14]) Ve skutečnosti již spojitost prvních derivací je podmínkou postačující; na druhé straně však lipschitzovské minimizující funkce nejsou obecně třídy C^1, jde-li o vektorový případ.

[15]) E. De Giorgi: *Sulla differenziabilità e l'analiticità delle estremali degli integrali multipli regolari*, Mem. Accad. Sci. Torino *3* (1957), pp. 25–43.

[16]) E. Beltrami: *Sulla teoria delle linee geodetiche.* Rend. R. I. Lombardo *1* (1868), pp. 708–718.

nástinem Carathéodoryho teorie polí extremál[17]), jež obsahuje zárodky *myšlenky kalibrace* a současně dává jednotící pohled na dualitu vlny a částice a na hamiltonovský formalismus. Sem patří též geometrické teorie variačního počtu H. Weyla, H. Lepage, E. De Dondera, až k nejnovějším objevům P. Griffithse. Do stejného proudu lze zařadit také teorii *integrálních invariantů* E. Cartana. Avšak ve všech těchto případech je třeba hledat počátky v době před Hilbertem — například u Jana Bernoulliho, F. Gausse a A. Knesera.[18])

Redakční poznámka k následujícím dvěma diskusním článkům

Čas od času se objevují články, v nichž se autoři pokoušejí o ucelenější pohled na matematiku, její vývoj, význam a perspektivy. Někdy přitom musí zdolávat různá úskalí, zvláště dostávají-li se do oblastí (jako jsou například filozofie matematiky nebo některé speciální partie matematiky), ve kterých sami profesionálně nepracují. Nicméně jde o texty často zajímavé ať již jednotlivými názory či postřehy nebo tím, jaké pohledy či stanoviska prezentují. V každém případě mohou být takovéto články východiskem pro tříbení postojů a případnou diskusi čtenářů.

Redakce PMFA se rozhodla uveřejnit dva články tohoto typu, oba od renomovaných autorů, mimo jiné právě pro značnou odlišnost jejich vyznění. Jedním je článek P. A. Griffithse *Matematika na přelomu tisíciletí*, který bychom asi mohli označit jako konzervativní a možná i trochu nepřiměřeně idylický. Druhým je kontroverzní článek R. W. Hamminga *Matematika na vzdálené planetě*, který je jistě na některých místech zavádějící, nicméně přináší řadu zajímavých, občas možná trochu zbytečně provokativně formulovaných názorů.

Redakce PMFA konstatuje, že se s názory ani jednoho z autorů neztotožňuje. Domnívá se však, že publikováním těchto článků může čtenářům poskytnout zajímavý pohled na snahy matematiků o reflexi vlastní práce.

[17]) Viz například M. Giaquinta, S. Hildebrandt: *Calculus of Variations*, vol. 2, Springer 1996.

[18]) Další informace nalezne čtenář v dílech C. Reid: *Hilbert*, Springer-Verlag, New York, 1970; F. Browder (ed.): *Mathematical developments arising from Hilbert problems*, Proc. Symposia Pure Math., vol. 28, AMS, 1976 (speciálně příspěvky E. Bombieriho, J. Serrina a G. Stampacchii); R. Thiele: *Über die Variationsrechnung in Hilberts Werken zur Analysis*, NTM, *5* (1997), pp. 23–42; R. Thiele: *On some contributions to field theory in the Calculus of Variations from Beltrami to Carathéodory*, Historia Mathematica *24* (1997), pp. 281–300.