

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Neal Koblitz; Ann Koblitz

Matematika a vnější svět: rozhovor s prof. A.T. Fomenkem

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 32 (1987), No. 5, 267--272

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/139836>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1987

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

Matematika a vnější svět: rozhovor s prof. A. T. Fomenkem

Neal a Ann Koblitzovi, Seattle

Jeden z předních sovětských matematiků se s námi podělí o své názory na současný stav matematiky, na pokles popularity „čisté“ matematiky, na vzájemný vztah matematiky i aplikací a představí se nám též jako výtvarník, hudebník a historik.

Profesor Anatolij T. Fomenko se narodil 13. března 1945 v Doněcku na Ukrajině; vyrůstal a chodil do školy v Magadanu na Dálném východě. Moskevští matematikové si ho poprvé povšimli, když na střední škole vybojoval první místo v jedné z matematicko-fyzikálních olympiád. Po sedmi letech studia a aspirantury na moskevské univerzitě získal v roce 1969 hodnost kandidáta věd za práci *Totálně geodetické modely cyklů*. O tři roky později, v neobvykle mladém věku 27 let, obhájil hodnost doktora věd (což je mnohem vyšší hodnost než titul Ph. D. v Americe) na základě disertace *„Vícerozměrný Plateauův problém na Riemannových varietách*. Tato práce získala navíc zvláštní cenu.

Otázka: Professore Fomenko mohl byste jednoduše popsat Plateauův problém a vaše řešení?

Odpověď: Moderní „Plateauův problém“ je přirozeným vyústěním problému, který původně formuloval významný belgický fyzik devatenáctého století Joseph Plateau. Plateau se tázal, zdali na každý prostorový drátěný obrys může být natažena mýdlová blána. Z matematického hlediska jde o otázku, zda každá uzavřená prostorová křivka může být okrajem nějaké plochy s nulovou střední křivostí. Takové plochy se nazývají „minimální plochy“ (nebo plochy s minimálním obsahem), protože malá perturbace takové plochy může pouze zvětšit její obsah. Například podle jedné věty pocházející od Laplacea a Poissona je minimální plochou každá plocha, která rozděluje dvě různá prostředí v rovnováze.

Náš problém může být také formulován takto: uvažujme všechna možná spojitá zobrazení dvojrozměrné variety s okrajem do trojrozměrného prostoru taková, že okraj variety přejde do předem zadaného křivočarého obrysu v prostoru. Obrazy variety při těchto zobrazeních mohou mít ovšem singulární body a podobně. Klademe si pak otázku: „Existuje ve třídě všech těchto obrazů plocha minimálního obsahu?“ V tomto tvaru byl problém rozřešen v první polovině dvacátého století významnými matematiky J. Douglasem a T. Radoem.

Ovšem pokusy rozšířit jejich výsledek na vyšší dimenze se setkaly s vážnými obtížemi. V moderním variačním počtu se setkáme s několika možnými formulacemi vícerozměrného Plateauova problému. Pozoruhodné existenční věty pro minimální plochy „vyplňu-

Mathematics and the External World: An Interview with Prof. A. T. Fomenko, by NEAL and ANN KOBLITZ, *The Math. Intelligencer*, Vol. 8, No 2, 1986, pp. 8—17 and 25. Přeložil OLDŘICH KOWALSKI.
© 1986 Springer-Verlag New York.

jíci“ danou obrysovou varietu ve smyslu teorie homologií byly dokázány v sérii fundamentálních prací předních matematiků jako H. Federer, F. J. Almgren, E. Bombieri, De Giorgi, E. Giusti, W. Fleming, E. R. Reifenberg, C. B. Morrey, M. Miranda, R. Harvey, B. Lawson a S. T. Yau.

Moje řešení Plateauova problému bylo v jistém smyslu bližší formulaci Douglasově a Radoově. Dokázal jsem totiž, že ve třídě všech vícerozměrných ploch, které lze získat jako limity spojitých obrazů hladkých variet a mají předepsaný okraj, vždy existuje plocha s absolutně minimálním objemem. Zhruba řečeno, mezi všemi spektrálními varietami s daným obrysem existuje vždy jedna s minimálním objemem. Tato minimální „blána“ může mít singularity.

S pomocí dalšího rozvinutí mých metod dokázal nedávno můj žák Đào Trong Thi z Vietnamu „relativní verzi“ zmíněné věty, že totiž v každé homotopické třídě spojitých obrazů variet se zadaným obrysem vždy existuje minimální plocha.

Jaké byly hlavní směry vaší vědecké práce od té doby, co jste vyřešil Plateauův problém?

Řešení Plateauova problému jsem našel ve třídě tzv. stratifikovaných variet se singularitami, a to spojením několika myšlenek, které se na první pohled zdají značně rozdílné. Ukázalo se, že existuje přirozená formulace Plateauova problému v jazyce „bordismů“. Dvě variety se nazývají „bordantní“, jestliže společně tvoří okraj některé variety dimenze o jedna vyšší. To, že se zavedl jazyk teorie bordismů, umožnilo aplikovat na Plateauův problém účinné metody moderní algebraické topologie. Jestliže se tyto metody zkombinují s nejnovějšími postupy vícerozměrného variačního počtu, vedou k úspěchu. Kromě toho výsledná metoda minimalizace objemu plochy se ukázala být tak účinná, že umožnila najít mnoho konkrétních globálně minimálních ploch v některých dobře známých varietách (například v symetrických prostorech). To vedlo k rozvoji teorie, ve které hraje svou roli teorie Lieových grup a symetrických prostorů, jakož i topologie a variační počet. V jistém smyslu lze říci, že zmíněné řešení Plateauova problému leží v průsečíku několika velkých oborů moderní matematiky.

Mohl byste porovnat své dnešní studenty a aspiranty s těmi, které jste měl před 10 nebo 15 lety? Je matematika stále ještě přitažlivá pro nejlepší moskevské studenty – nebo také shledáváte, že obliba a prestiž teoretické matematiky klesá podobně jako u nás na Západě?

V posledních letech jsem pozoroval změnu v přístupu studentů a aspirantů vůči „absolutně čisté“ matematice. Tento jev by se snad dal považovat za oslabení zájmu o tradiční abstraktní obory, které se na první pohled zdají být velmi vzdálené od aplikací. Například dnešní student chce být pouze stručně poučen o existenci spojitě funkce, která nemá v žádném bodě derivaci a nechce zacházet do detailů konstrukce takové funkce. Takové matematické objekty se chápou jako patologické záležitosti, které se nikdy (nebo téměř nikdy) nevyskytují v „reálném světě“ přírodních věd. Obecněji se mi zdá, že postupně mizí zájem o „matematické zrůdy“, pro které je nemožné (nebo obtížné) najít příklady ve fyzice, mechanice a podobně a jejichž studium obvykle vyžaduje vysoký stupeň abstrakce a některé dosti rafinované metody. Jak studenti, tak aspiranti se nyní ptají (častěji než před deseti lety), proč (a kde) budou potřebovat to, co se jim ukládá ke studiu.

Myslím, že právě tato tendence „přiblížit matematiku k zemi“ vedla k vydávání knih, jejichž cílem je ukázat souvislosti mezi odvětvími abstraktní matematiky a reálným světem. Jedním z příkladů je účinná, atraktivní a velmi cenná kniha *Fraktální geometrie přírody* od B. Mandelbrota. Ve své vlastní nedávno vydané knize *Topologické variační problémy* jsem se rovněž snažil vzít v úvahu současné nálady, a proto jsem v ní poukázal na vztahy mezi moderními variačními problémy a mechanikou i fyzikou.

Matematika je pro dnešní studenty stále ještě přitažlivá. Změnilo se jen psychologické klima. Není zde již tak velký citový náboj. Nastal prudký pokles „poetizace“ čisté matematiky. Matematika dospěla a dozrála; „sentimentální výlety do říše fantazie“ již patří minulosti. Matematika se vnímá střízlivěji a seriózněji. Tento vývoj byl pravděpodobně nevyhnutelný.

Jaké změny byste uvítal v pedagogice matematiky?

Myslím, že není realistické pokoušet se předpovědět směry vývoje ve vyučování matematice. Asi by stálo za úvahu zavést pro studenty matematiky větší počet povinných přednášek z přírodních věd. Studenti tak získají širokou paletu různých pohledů na matematické disciplíny, které jim mohou být užitečné později v jejich vědecké práci. Především by si studenti matematiky měli osvojit hlubší znalosti z moderní mechaniky a fyziky. Také by bylo nesmírně cenné zavést povinnou kursovní přednášku z historie matematiky a fyziky. Taková přednáška by se na rozdíl od většiny dnešních kursovních přednášek na toto téma neměla zabývat jen souhrny faktů (co kdo objevil a kdy), ale spíše skutečným vývojem různých objevů. Obzvláště by bylo užitečné studovat omyly, kterých se vědci dopustili, analyzovat falešné teorie, které v jistých obdobích ovládaly vývoj vědy. Měli bychom tedy seznámit naše studenty jak s chybami, tak i s úspěchy minulosti. Taková přednáška by ovšem měla být svěřena aktivním vědeckým pracovníkům z vybraných odvětví čisté a aplikované matematiky. Není však jasné, zda se taková myšlenka dá realizovat: zmínění specialisté obvykle nemají čas přednášet o tématech, jejichž zpracování by vyžadovalo mnoho úsilí.

Pocítujete vy a vaši kolegové v Moskvě velký tlak, abyste se zabývali aplikacemi? Myslíte si, že takový tlak je pro matematiku dobrý nebo špatný?

Myslím, že „tlak“ není to správné slovo. Spíše by se dalo říci, že se změnil „prestižní koeficient“ různých odvětví čisté matematiky. Tato změna prestiže je výsledkem mnoha činitelů: mění se otázky, které zajímají větší počet předních matematiků (a tím i jejich žáků), jsou zde změny v samotných kritériích kvalitní práce, které mění tvůrčí atmosféru v různých kolektivech matematiků, je tu kolísání požadavků na různé typy matematiků v průmyslu a technických ústavech, a tak dále. Zdá se mi, že zájem o problémy v aplikacích se nyní zvětšuje, zvláště v souvislosti s širokým zaváděním výpočetní techniky. Skvělé příklady úspěšné syntézy matematiky a aplikačních problémů lze najít v nedávných pracích předních moskevských matematiků jako S. P. Novikova, V. P. Maslova, I. M. Gelfanda, D. I. Arnoľda, Yu. Manina a dalších. Pronikání počítačů do různých oblastí přírodních věd změnilo v určitém smyslu psychologii vědeckého pracovníka. Osobně tuto tendenci vítám, i když netvrdím, že ji plně chápu nebo že bych mohl v tomto ohledu něco předpovídat.

Které aplikace matematiky vás zajímají nejvíce?

Moje vlastní zájmy se soustřeďují na aplikace matematiky v mechanice a v určitých oblastech humanitních věd. Moje práce ve variačním počtu je těsně spjata s minimálními plochami, které jsou matematickými modely mýdlových „filmů“. Nedávno jsem zkoumal některé otázky v hamiltonovské mechanice spojené s vícerozměrnými analogiemi klasických mechanických systémů (např. různé typy pohybu tuhého tělesa: volný pohyb, pohyb v gravitačním poli apod.). Kromě toho mě zajímá rozvíjení statisticko-empirických metod a jejich aplikace na analýzu vyprávěných textů a při studiu některých otázek v lingvistice.

Abychom přešli na jiné téma, můžete něco říci o vztazích mezi sovětskými a západními matematiky? Jsou spory a nedorozumění obecným jevem? Při několika příležitostech si sovětské matematikové trpce stěžovali na autory nebo recenzenty článků v západních časopisech, kteří nepřístojně ignorovali práce sovětských kolegů a jejich žáků. Jste obeznámen s těmito případy? Můžete vysvětlit, co vedlo k některým rozhořčeným dopisům sovětských matematiků? A obecně, co se dá udělat, aby se zlepšila atmosféra spolupráce mezi sovětskými a západními matematiky?

Ano, zdá se, že mezi některými západními matematiky je tendence „nezaznamenávat“ práce sovětských matematiků. Autoři na Západě někdy raději citují západní autory, dokonce i v situacích, kdy odkaz na dřívější a důležitější sovětskou práci by měl být považován za závazný z jakéhokoliv hlediska.

Setkáváme se i s takovým mechanismem „zapomětlivosti“: vyjde sovětský článek a vyvolá celou sérii vědeckých článků západních matematiků, kteří pracují v tomto novém směru. Tito autoři zpočátku sovětskou práci citují, ale v dalších publikacích, které mají také přímou návaznost na původní sovětskou práci, se tyto citace vytrácejí. Autoři začínají citovat pouze své vlastní práce o tomto tématu, jako by první průkopnické dílo inspirující nový směr výzkumu nikdy neexistovalo.

Jsem přesvědčen, že my jsme mnohem pozornější, pokud jde o citace západních autorů v našich publikacích. Zčásti je to nepochybně proto, že vyvíjíme značné úsilí, abychom udrželi krok s výzkumem na Západě, zatímco u západních autorů je menší pravděpodobnost, že budou soustavně číst sovětské práce ve svém oboru. Tento nenormální stav by neměl tak vážné důsledky, kdyby existovaly časté osobní kontakty mezi odborníky v téměř odvětví. Ale osobní kontakty jsou bohužel řídké. Podle mého názoru by obecně uznávaná vysoká úroveň sovětské matematiky měla přimět západní vědce, aby nejen sledovali anglické překlady sovětských časopisů, ale také se naučili aspoň natolik rusky, aby mohli číst specializované články ve svém oboru.

Vaše výtvarné dílo přispělo k úspěchu a popularitě několika matematických učebnic vydaných v Sovětském svazu a nedávno byly některé vydány i na Západě. Kdy jste začal s malováním? Jak se vyvíjely vaše umělecké sklony?

Zdědil jsem kreslířské schopnosti po své matce, Valentíně Polikarpovně Fomenkové, i když matka nebyla školenou výtvarnicí. Můj první vážný pokus v tomto směru souvisel s vydáním knihy *Homotopická topologie* na Moskevské státní univerzitě v roce 1967; na této knize jsem se podílel společně s Fuksem a Gutenmacherem. Chtěl jsem tuto učebnici topologie ilustrovat ne jednoduše formálními náčrtky a schémata, jak se to obvykle dělá, ale spíše „volnějšími kresbami“ ukazujícími složité topologické objekty,

ve kterých není tak snadné vidět ilustrace textu. (Mimochodem již brzy vyjde anglické vydání této knihy.)

Pokus byl úspěšný a byl začátkem té oblasti mé činnosti, kterou bych mohl nazvat „matematickou grafikou“. Dosud jsem dokončil asi 280 výtvarných prací (kresby tužkou i perem na papíře, oleje na plátně, kvaše), jejichž velká část je věnována ilustraci rozličných matematických objektů a pojmů. Mnozí matematikové mi řekli, že si díky mým kresbám dovedou představit vizuálně to, co předtím chápali jen v řeči formulí a co si museli domýšlet čistě intuitivně.

Vždy jsem byl fascinován možností ukázat matematikům vnitřní bohatost matematického světa, jehož kouzlo můžeme plně docenit až po mnohaletém putování jeho fantastickými krajinami.

Měl bych dodat, že mnoho z mých grafických prací je věnováno oblastem vzdáleným matematice: starověkým legendám, mýtům, emocionálním symbolům apod.

*Jste zakladatelem hudebního klubu Moskevské státní univerzity a nadšeným stoupen-
cem několika hudebních žánrů. Mohl byste popsat své hudební záliby a říci svůj názor
na často pozorovanou souvislost mezi matematikou a hudbou?*

Je pravda, že se často hovoří o souvislosti mezi hudbou a matematikou. A tato souvislost se zakládá na skutečných analogiích. Mám-li odpovědět na tuto otázku, rád bych hovořil obzvláště neformálně. Zdá se mi, že základní motiv, který mají matematika a hudba společný je „motiv nekonečna“. Profesionální matematik pracuje neustále s nekonečnými procesy a tím získává určitý „cit pro nekonečno“, který se nedá nijak formálně popsat. Něco podobného se stává ve světě hudby, ve světě, který se na první pohled zdá být jedním z nejbližších od „suchopárného“ království matematiky. Ale oba světy mají společnou vysokou úroveň abstrakce. V obou může abstraktní symbol vytvořit celý svět emocí. Poincaré měl pravdu, když přisuzoval důležitou roli intuici. Vznik matematického výsledku a vznik hudební zkušenosti mají něco společného. Já sám shledávám, že melodie ve mně vyvolává geometrické obrazy (deformující se plochy, explodující topologické objekty apod.).

Nejbližší je mi tzv. „pozdní romantismus“ konce 19. století a počátku 20. století. V hudbě je to Bruckner, Mahler, Skrjabin, Wagner. Ovšem náš hudební klub se neomezuje pouze na klasickou hudbu. Máme zvláštní zájem o elektronickou hudbu a nejlepší interprety takové hudby. Mám obzvláště rád pozoruhodné skladby J. M. Jarreho. Mezi jasné stálice moderní sovětské hudby patří V. Vysockij a A. Pugačeva.

Intenzivní zájem o hudbu mezi matematiky na Moskevské státní univerzitě má dlouhou tradici. V podněcování hudebního vzdělávání studentů sehrál zvláště důležitou úlohu P. S. Alexandrov.

Považujete své výtvarné dílo a hudební zájmy za odpočinek od matematiky, za rekreaci? Nebo je pro vás něčím víc?

V žádném případě nepovažují své hudební a výtvarné koníčky za odpočinek od matematiky. Pro mne jsou to prostě poněkud odlišné formy matematického myšlení. Moje grafické listy, které vůbec nemají formální souvislost s matematikou, přesto nesou nesporně známky mé profese. Podle mého názoru není matematika jen povolání, ale spíše způsob myšlení, způsob života. Neodkládá se jako kabát.

Ale měl bych poznamenat, že specifické způsoby práce matematika a výtvarníka jsou velmi rozdílné. Proto potřebuji několik dní, abych se přeorientoval z jednoho způsobu na druhý.

Jaká osoba nebo událost ovlivnila váš způsob kreslení?

Především pozoruhodné renesanční osobnosti které v sobě spojovaly umělce, vědce a encyklopedisty, zvláště Leonardo da Vinci. Potom Brueghel a Bosch. Zhotovil jsem zvláštní sérii grafických listů, kterou jsem nazval „Rozhovory s výtvarníky XV. – XVI. století“. Mezi moderními malíři bych rád jmenoval Daliho, Eschera, Čiurlionise, Vasiljeva. Snažil jsem se, abych je zásadně nenapodoboval, ale spíše abych porozuměl tomu, co asi cítili, když vytvářeli své kompozice. Mou metodou je jistý druh fotografické reprodukce skutečných matematických světů. Proto moje grafické práce vždy mají velmi nápadné a charakteristické rysy.

Některé z vašich kreseb nás udivují jako neobvyklé, tajemné nebo dokonce děsivé. Jak reagují na tato díla sovětští diváci?

Reakce se pohybují z extrému do extrému. Často je slyšet diametrálně odlišná hodnocení: „Báječné“ nebo „Údésné“. V knihách návštěvníků na mých výstavách těžko najdete neutrální názory. Zdá se mi, že záliby našich mladých lidí jsou pružnější, než je tomu u starších diváků. Moje kresby musí v divákovi probudit smysl pro fantazii a obrátit ho novým směrem. A to nemá každý rád.

Nedávno jste publikoval v sovětských statistických časopisech několik článků, ve kterých jste zavedl nové postupy pro určování historických dat. Některé z výsledků vašeho výzkumu jsou v dramatickém rozporu s tradiční chronologií. Mohl byste podat některé příklady vašich metod a některé zvlášť neočekávané výsledky, ke kterým vedly?

Tato oblast mé činnosti souvisí s možnými aplikacemi statisticko-empirických metod na analýzu historických textů. Několik nových metod, které jsem navrhl pro určování dat textů, někdy umožňuje určit přesnější pořadí starověkých událostí. Tyto výsledky nemusí nutně souhlasit s tradiční chronologií.

Jde ovšem o složité a rozporné téma, kde zbývá ještě mnohé vykonat, než se dosáhne plného objasnění. Pokud bych chtěl popsat příklady možného předatování starověkých událostí, musel bych vše vysvětlovat mnohem detailněji, než by bylo únosné pro tento rozhovor. Proto budu muset odkázat zájemce o detaily na své publikace o tomto tématu. Existuje pouze jedna snadno přístupná publikace v angličtině: brzy vyjde v anglickém překladu můj článek pod názvem „Global Chronology and New Methods of Dating Ancient Events“.

Pozorujete, že matematika se v rostoucí míře využívá v humanitních oborech, jako je historie? Jaké jsou možnosti a meze využití matematiky v těchto oborech?

Podle mého názoru stojí historická věda na prahu širokého využití statistických metod. Tento vývoj se mi zdá užitečný jak pro historii, tak pro matematiku. Matematické metody musí ovšem hrát pomocnou roli, tím že umožní analyzovat velké množství informací a formulovat různé statistické hypotézy. Tyto hypotézy musí být s konečnou platností ověřeny specialisty historiky (ve spolupráci s dalšími vědci).