

# Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

---

Vladimír Vanýsek

Podivuhodné osudy mezihvězdného deuteria

*Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*, Vol. 36 (1991), No. 5, 289--296

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/139661>

## Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1991

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

# Podivuhodné osudy mezihvězdného deuteria

Vladimír Vanýsek, Praha

## I. Úvod

Není pochyb o tom, že vodík je naprosto dominantním prvkem ve vesmíru, ale právě tak je jisté, že se poměrné zastoupení těžších prvků celkově pozvolna zvětšuje. Jestliže v atmosférách starých hvězd, kde je zachováno původní chemické složení, zjišťujeme necelé jedno procento prvků s hmotnostním číslem  $A \geq 12$ , pak v nejmladších vesmírných objektech naší Galaxie, jako jsou mračna mezihvězdné hmoty, je těchto prvků do 4%. Je to důsledek nevratného procesu v koloběhu hmoty ve vesmíru. O této tematice se ostatně v naší literatuře podrobně a přístupně pojednává [1], [2]. Proto jistě postačí jen stručně připomenout základní poznatky. Termonukleární reakcemi v nitrech hvězd, změnou lehčího prvku v těžší, dochází k hmotnostnímu deficitu ve prospěch uvolněné energie, která je z hvězdy vyzařena. Tyto procesy mohou pokračovat až ke skupině železa s hmotnostním číslem  $A = 56$ . Tím v nitrech hvězd se pozvolna zvyšuje relativní zastoupení těžších prvků na úkor vodíku a ostatních prvků s  $A < 12$ . Takto vzniklé těžší prvky se v závěrečných stadiích života hvězd dostávají z části do mezihvězdné hmoty, ze které vzniká další mladší populace hvězd. Časové škály takových cyklů jsou souměřitelné s životní dobou hmotnějších hvězd, tedy  $10^8$  let. Proto poměrné zastoupení prvků ve vesmíru je jedním z hlavních zdrojů informací o vývoji nejen hvězdných systémů, jako je naše Galaxie, ale vesmíru jako celku. Sotva totiž lze pochybovat o tom, že termonukleární reakce probíhaly i v počátečních fázích vývoje vesmíru. V údajích o poměrném zastoupení prvků jsou zakódována důležitá svědectví o stavu vesmírné hmoty nejen v současnosti, ale i v prvních sekundách a minutách existence našeho vesmíru. Kosmologické modely, ať již standardní (friedmannovské) nebo jejich modifikace, vedou k jednoznačnému závěru, že v raném vesmíru zastoupení prvků těžších než hélium (tj. s hmotnostním číslem  $A > 4$ ) bylo mizivé. Prvotní procesy probíhající v době od  $10^{-5}$  do 200 sekund po singularitě v horkém vesmíru, tj. při energiích od 1 GeV do 0,5 MeV, vyprodukovaly vedle dominantních protonů 20 až 25% jader  $^4\text{He}$  a 0,001 až 0,01% deuteria, a to podle toho, jaká je baryová hustota vesmíru. To znamená, že poměr D/H právě tak jako poměr  $^4\text{He}/\text{H}$ , je možno považovat za indikátor poměru baryonové aktuální hustoty vesmíru k hustotě kritické (tedy hustotě „plochého“ vesmíru). Chemické složení kosmických objektů má kosmologic-

---

Prof. RNDr. VLADIMÍR VANÝSEK, DrSc. (1926), pracuje na katedře astronomie a astrofyziky MFF UK, Švédská 8, 15000 Praha 5.

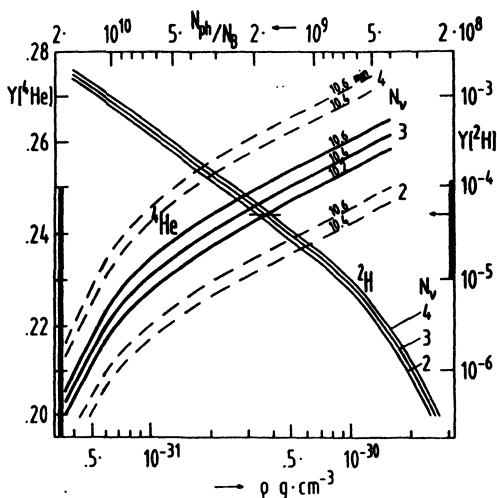
ký i kosmogonický význam, neboť závisí na stupni vývoje nejen jednotlivých objektů samotných, ale odráží se zde vývoj celých hvězdných soustav a vesmíru jako celku.

Na první pohled by se tedy mohlo zdát, že k rozřešení tak fundamentálních otázek, jako je „uzavřenost“ nebo „otevřenost“ vesmíru a též chemický vývoj naší Galaxie nebo jiných hvězdných soustav, postačí určit relativní zastoupení jednotlivých prvků a některých nestabilních nebo stabilních izotopů. Jako kosmologické indikátory se nabízejí nejen hélium a deuterium, ale také litium, bor nebo berylium. Podobně vhodným indikátorem z hlediska chemického vývoje Galaxie jsou poměry stabilních izotopů uhlíku, dusíku a kyslíku, neboť jsou důležitými meziproducty v CNO cyklu termojaderných reakcí v nitrech hmotnějších hvězd. Avšak příroda, jak je známo, nevydává svá tajemství tak snadno. Zdánlivě jednoduchá interpretace pozorovacích dat často beznadějně selhává, chceme-li nalézt odpověď na některou klíčovou otázku, ale současně otevírá pohled na jevy i procesy do té doby málo známé a někdy i netušené. Typickým příkladem je právě ono původně tak slibné deuterium.

## II. Nesnadno pozorovatelný prvek

V současném vesmíru nejsou zdroje, které by téměř nezatelný, ale přece jen nezadržitelný úbytek deuteria nahradily. Deuterium je obsaženo v mezihvězdné hmotě právě tak jako ve hvězdách, Slunci a atmosférách planet, ale pokud se dostane do nitra hvězd je nenávratně ztraceno. Již za teplot řádově  $10^6$  K snadno dochází k reakci  $D + {}^1\text{H} \rightarrow {}^3\text{He} + \gamma$ , neboť (podobně jako u obdobných reakcí litia, berylia a boru) není tento proces provázen  $\beta$  rozpadem. To znamená, že již dříve, než se zažehnou běžné termojaderné reakce v nově, kontrakci z protohvězdného oblaku vzniklé hvězdě, dochází k poměrně rychlému spálení deuteria na konečný produkt  ${}^4\text{He}$ . Veškeré deuterium, které ve vesmíru pozorujeme je tedy nepochybně primordiálního původu, tj. vzniklo v prvních třech minutách existence současného vesmíru. Základní reakce mezi protonem a neutronem  $p + n \rightarrow D$  se odehrála přibližně 2 sekundy po singularitě. Pak pokračovala reakcemi  $D + n \rightarrow {}^3\text{H} + p \rightarrow {}^4\text{He}$  nebo  $D + p \rightarrow {}^3\text{He} + n \rightarrow {}^4\text{He}$ , ale množství zbylého meziproductu, tj. deuteria, záviselo na poměrném zastoupení fotonů k baryonům, tedy na baryonové hustotě vesmíru. Není tedy divu, že relativní zastoupení deuteria se stalo v uplynulých třiceti letech předmětem intenzivního zájmu astrofyziků. Avšak záhy se ukázalo, že jde z hlediska observačního o úlohu ne právě snadnou. Z důvodu výše naznačených relativní zastoupení D v atmosférách hvězd nereprezentuje skutečnou, tedy jakousi globální hodnotu poměru D/H ve vesmíru. Jak uvidíme dále, nehodí se k takovým studiím ani data získaná na Zemi nebo atmosférách planet. Jedině v rozptýlené mezihvězdné hmotě lze očekávat, že je poměr obou primordiálních prvků prakticky zachován, neboť úbytek celkového množství D za dobu existence vesmíru je poměrně malý.

Potřebná pozorování dat lze však získat jen spektroskopickými metodami. V oblasti viditelného záření, ve které lze pozorovat výrazné emise v Balmerově sérii čar vodíku ve spektrech emisních mezihvězdných oblastí (jako je například jasná mlhovina v Orionu), jsou atomické čary deuteria od čar vodíku obtížně odlišitelné, a jejich intenzita



Obr.1. Průměrné relativní zastoupení hélia  $Y(\text{He})$  a deuteria  $Y(^2\text{H})$  k vodíku v závislosti na hustotě vesmíru  $\rho$  (vyjádřené v  $\text{g cm}^{-3}$ ) a na poměrném zastoupení fotonů k baryonům  $N_{pH}/N_B$ . Jednotlivé křivky se vztahují na různé předpokládané životní doby volného neutronu (v minutách) a počet druhů neutrin  $N_\nu$  (2 až 4, reálný je  $N_\nu = 3$ ).

je neměřitelná. Jedině úspěšnou metodou je pozorování mezihvězdných absorpčních čar na pozadí spojitého spektra jasných žhavých hvězd v oblasti Lymanovy série, tedy v oblasti vlnových délek 90 až 120 nm. To bylo technicky možné uskutečnit jen pomocí družic. Přehledy dosud získaných výsledků [3], [4] ukazují, že hmotnostní poměr D/H v mezihvězdné hmotě se pohybuje v mezích  $5 \cdot 10^{-6}$  až  $3 \cdot 10^{-5}$ . V okolí Slunce až do vzdálenosti 200 parsek se hodnoty tohoto poměru pohybují v mezích  $8 \cdot 10^{-6}$  až  $2 \cdot 10^{-5}$ . Vzhledem k poměrně velkému rozptylu dat a značné vnitřní chybě měření nelze tyto výsledky považovat za zcela uspokojivé. Pokusy o radioastronomické pozorování neutrálního atomického deuteria byly až dosud nepřilíš úspěšné. Přechody v jemné struktuře deuteria v základním stavu by teoreticky měly umožnit radioastronomická pozorování mezihvězdného D na frekvenci 327 MHz ( $\lambda = 0,92 \text{ m}$ ). (Je to analogický jev umožňující pozorování neutrálního vodíku na frekvenci 1 420 MHz, tj. na vlnové délce 0,21 m.) Avšak poměr signálu k šumu byl zatím u všech pozorování tak nepřilízivý, že bylo možno stanovit jen horní hranici poměru D/H, která nepřekračuje hodnotu  $8 \cdot 10^{-5}$ . Současná konvenčně přijímaná hodnota je  $1 \cdot 10^{-5}$ . Z hlediska kosmologických studií jsou tyto výsledky nepřilízivě konkluzivní. Pokud je použijeme k odhadu kosmologického parametru  $\Omega$ , tj. poměru baryonové hustoty vesmíru  $\rho_b$  k hustotě kritické  $\rho_c$ , tedy  $\Omega = \rho_b/\rho_c$ , pak nedostaneme vyšší hodnotu než  $\Omega = 0,25$ , a to i za předpokladu, že 50 % deuteria bylo již spáleno v minulých generacích hvězd. Možno snad jedině říci, že pozorované relativní zastoupení deuteria napovídá, že vesmír je otevřený.

### III. Náklonnost deuteria k mezihvězdným molekulám

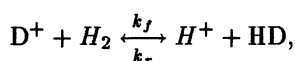
Největší překvapení, které „těžký vodík“ připravil astrofyzikům, jsou radioastronomická pozorování mezihvězdných molekul. Když v roce 1979 laureát Nobelovy ceny A. A. Penzias pozoroval v radiovém zdroji Sagittarius B2 emisní čáry deuterované

molekuly  $\text{DCO}^+$  a porovnal s intenzitou korespondujících čar molekuly  $\text{HCO}^+$ , dospěl k závěru, že mezihvězdné molekuly jsou výrazně obohaceny deuteriem. Faktor obohacení vzhledem ke „kosmickému“ průměru, tj.  $10^{-5}$ , se pohybuje běžně v mezích od 100 do 1 000.

Tab I. Relativní zastoupení některých deuterovaných molekul v hustých mezihvězdných mračnách

molekula XM	poměr DM/HM
DCN/HCN	0,002–0,02
$\text{DC}^+/\text{HCO}^+$	0,004–0,02
$\text{N}_2\text{D}^+/\text{N}_2\text{H}^+$	~ 0,01
DCN/HCN	0,01–0,04
$\text{NH}_2\text{D}/\text{NH}_3$	0,02–0,14
$\text{HDCO}/\text{H}_2\text{CO}$	~ 0,01
$\text{DC}_3\text{N}/\text{HC}_3\text{N}$	~ 0,02
$\text{DC}_5\text{N}/\text{HC}_5\text{N}$	~ 0,02

Toto zjištění je mimo jakoukoli pochybnost. Téměř veškerá nejdůležitější data o chladných hustých molekulárních mračnách získáváme radioastronomicky z rotačních spekter, tedy na frekvencích GHz a MHz. Frekvence odpovídající rotačním přechodům molekul, ve kterých vodík je nahrazen deuteriem, jsou výrazně izotopově posunuty a umožňují poměrně dobrou interpretaci pozorovacích dat a stanovení poměru deuterovaných a nedeuterovaných molekul. Záliba deuteria v molekulárních vazbách je pro chladná mezihvězdná mračna typická. Vysvětlení tohoto jevu nutno ovšem hledat v chemických reakcích, které v takovém prostředí probíhají. Je známo, že nejrychleji probíhají reakce, ve kterých se jako partneři uplatňují ionty a neutrální molekuly. Příslušné rychlostní koeficienty jsou řádu  $10^{-9} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$ , tedy o jeden až dva řády příznivější než odpovídající koeficienty pro reakce mezi neutrálními molekulami. Kromě toho při nízkých teplotách probíhají reakce ion — molekula mnohdy téměř jednosměrně. Jako příklad možno uvést reakci



kde  $k_f$  značí rychlostní koeficient reakce zleva doprava a  $k_r$  pro reakci v opačném směru. Většina těchto reakcí jsou exotermické ve směru doprava a pro poměr rychlostních koeficientů platí

$$\frac{k_r}{k_f} = \exp \left[ \frac{\Delta G(T)}{T} \right],$$

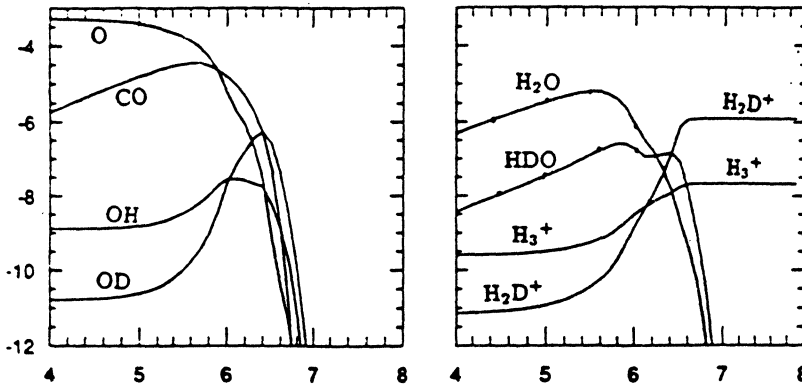
kde  $\Delta G(T)$  je změna volné entalpie (Gibsonovy volné energie), tedy

$$\Delta G = \Delta H - T\Delta S,$$

kde  $\Delta H$  a  $\Delta S$  je entalpie a entropie daného procesu. Při zanedbání  $\Delta S$  platí s dostatečnou přesností, že

$$k_i = A \exp(-B_i/T),$$

kde pro  $k_f$  se předpokládá  $B_f = 0$ , a tedy, že nezávisí na teplotě. Pro výše uvedenou reakci  $A = 10^{-9} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$ , a  $B_r = 464 \text{ K}$ . To znamená, že při teplotách  $T < 40 \text{ K}$ , které běžné panují v hustých chladných mezihvězdných mračnách, je poměr  $k_r/k_f < 5 \cdot 10^{-5}$ . Reakce je tedy prakticky jednosměrná a deuterium zůstává v molekule uvězněno. Podobných reakcí je značné množství a vedou k výraznému obohacení molekulárních vazeb deuteriem. Musí však být splněny zdánlivě protichůdné podmínky. Teploty plynného prostředí musí být nízké, avšak současně musí zde být dostatek ionizovaných atomů nebo molekul. Fotoionizace zde ovšem nepřichází v úvahu, nízká teplota vylučuje přítomnost horké hvězdy jako zdroje ionizačního záření. Iniciátorem ionizace je zde galaktické kosmické záření pronikající v dostatečné míře do mezihvězdného mračna. Jde především o protony a  $\alpha$  částice s nižší energií, ionizující mezihvězdné hélium, molekulární vodík a hmotnější prvky, například uhlík.



Obr. 2. Relativní zastoupení molekul v chladném hustém molekulárním mračnu v závislosti na čase. Na vodorovné ose je vyznačen čas v miliónech roků od vzniku mračna. Na svislé ose je vyznačen poměr počtu molekul v jednotkovém objemu k počtu molekul vodíku. Pro počáteční podmínky je předpokládáno průměrné relativní zastoupení prvků v mezihvězdné hmotě a poměr atomického vodíku k molekulárnímu 1: 1. (Podle [6])

#### IV. Deuterium v protoplanetární mlhovině

Chladná a hustá mezihvězdná mračna jsou dynamicky nestabilní objekty. Z věty o viriálu možno odvodit kritickou hmotnost a kritický rozměr, tzv. Jeansovu hmotnost  $M_j$  a délku  $\lambda_j$  mračna:

$$M_j = 4 \left( \frac{(T/10)^3}{n/10^4} \right)^{\frac{1}{2}} \text{ hmotnosti Slunce}$$

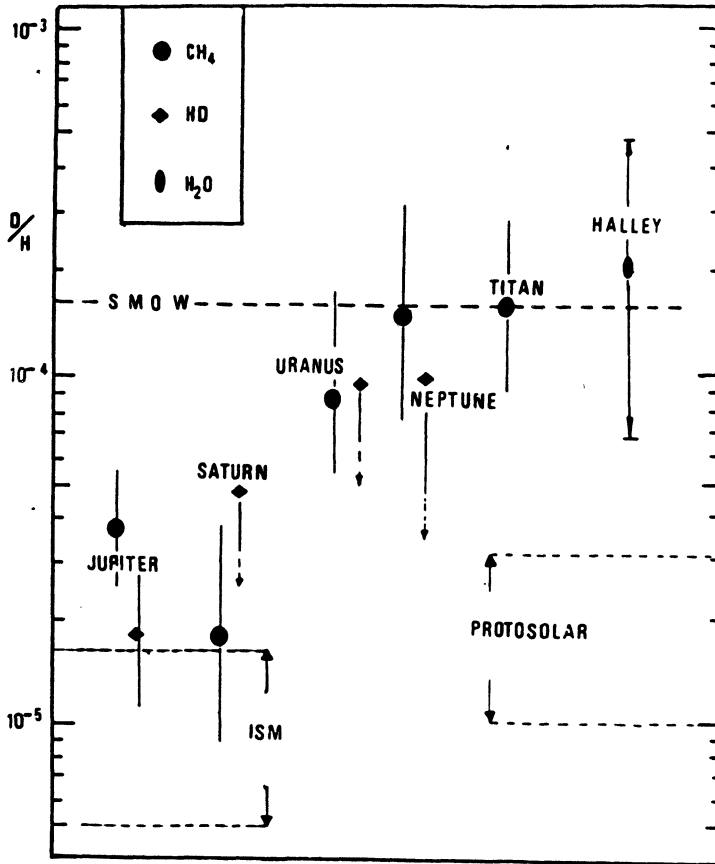
$$\lambda_j = 0,27 \left( \frac{T/10}{n/10^4} \right)^{\frac{1}{2}} \text{ parsek,}$$

kde  $T$  je teplota a  $n$  počet atomů vodíku v  $\text{cm}^3$ . Teplota hustých mezihvězdných mračen je  $T \simeq 10 \text{ K}$ , hustota  $n > 10^4 \text{ cm}^{-3}$ , rozměry 0,1 a 0,4 parsek a hmotnost 10

až  $10^3$  hmotnosti Slunce. Jsou tedy nad kritickou hustotou a hmotností a pozvolna se hroutí. Charakteristický čas „volného pádu“ čili totálního zhroucení je

$$\tau = \frac{4 \cdot 10^5}{(n/10^4)^{1/2}} \text{ roků,}$$

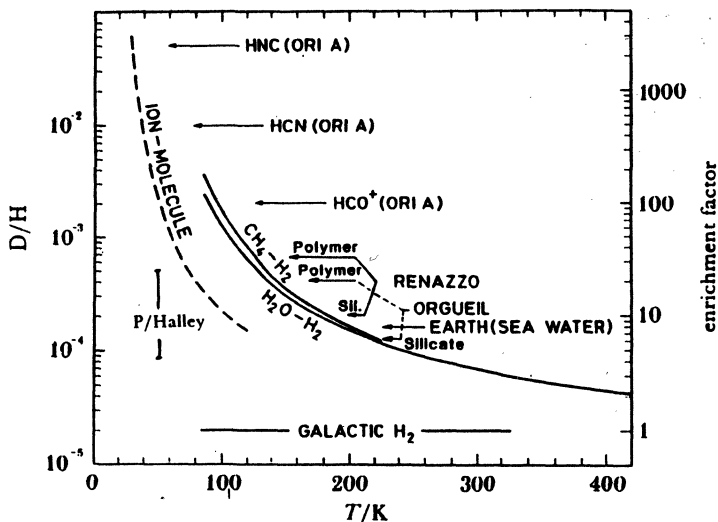
tedy řádově  $10^5$  až  $10^6$  let. Takovéto mezihvězdné útvary jsou oblasti, ve kterých vznikají protohvězdy a pravděpodobně i soustavy podobné naší sluneční soustavě. Proto lze předpokládat, že doba, nutná k formování protoplanetární fáze z mezihvězdného mračna v rodící se sluneční soustavě, nebyla delší než milión let. Je ovšem nepochybné, že se v tomto dramatickém období měnila i struktura a chemické vazby v hroutícím se oblaku, což jistě mohlo ovlivnit i osud deuteria vázaného v mezihvězdných molekulách.



Obr. 3. Poměr deuteria k vodíku v atmosférách některých těles sluneční soustavy. Vodorovná osa označuje toliko symbolicky heliocentrickou vzdálenost příslušného tělesa. SMOW je zkratka pro *Standard Mean Ocean Water* a označuje hodnotu poměru D/H ve vodách pozemských oceánů (kde však obohacení deuteriem má jiné příčiny než ty, které jsou diskutovány v článku). Rozmezí hodnot pro mezihvězdnou hmotu jsou označena ISM, a pro presolární mlhovinu PRESOLAR. Data pro jednotlivá tělesa jsou odvozena ze spektroskopie CH<sub>4</sub>, HD a H<sub>2</sub>O. (Převzato z [11]).

Ukazuje se, že významnou úlohu v těchto procesech hraje mezihvězdný prach, tedy prachové částice — zrna — převážně silikátového složení o rozměrech řádově 0,1 mikrometru. Ta působí obdobně jako kondenzační jádra v podchlazených parách. Mezihvězdné molekuly kondenzují na povrchu prachových částic a vytvářejí relativně stabilní plášť. Prachové částice mimoto působí jako katalyzátor pro některé reakce. Je téměř jisté,

že molekulární vazby výrazně obohacené deuteriem se stávají stabilní součástí prachových mezihvězdných částic. V posledních letech byly studovány modely takových procesů se zřetelem na deuterizaci některých typických molekul [5], [6]. Výsledky se poněkud různí podle počtu zahrnutých reakcí (řádově několik set až tisíc) a počátečních podmínek, avšak všechny shodně ukazují, že v typickém chladném mračnu s poměrem počtu prachových částic k molekulám vodíku  $10^{-13}$  dochází k vysokému obohacení  $H_2O$ ,  $OH$ ,  $HCO$ ,  $H_2CO$  a dalších vazeb deuteriem. Faktor obohacení (vzhledem k nominální průměrné hodnotě  $D/H = 10^{-5}$ ) je 1000 až 10 000. Vzniká otázka, zda takové výrazné obohacení zanechalo stopy ve sluneční soustavě do současnosti.



Obr. 4. Poměr deuteria k vodíku v různých kosmických objektech ve srovnání s průběhem poměru  $D/H$  v molekulách vzniklých reakcí ion-molekula v závislosti na teplotě. Renazzo a Orgueil jsou názvy meteoritů, ve kterých byly nalezeny polymerizované molekuly obsahující vodík i deuterium. HCN, HNC a  $HCO^+$  označují hodnoty  $D/H$  nalezené radioastronomickými metodami v molekulárním mračnu v souhvězdí Orion. (Podle [12])

Pokud ano, pak by to byl důkaz, že se naše sluneční soustava zrodila z původně velmi chladného prostředí. Problém ovšem je, na jakých objektech takové relikty dávných dob hledat. Slunce je k tomu nevhodné, právě tak jako Země a ostatní vnitřní planety, jež měly jistou tepelnou historii, která efekt chemické frakcionizace deuteria smazala. Totéž do jisté míry platí i o velkých planetách Jupiteru a Saturnu. V úvahu přicházejí jen vnější planety a komety. Obohacení „těkavých“ složek kometárních jader, především ledu, tedy  $H_2O$ , bylo předpověděno již před řadou let [7], [8]. Pomocí hmotové spektrometrie na palubě kosmické sondy GIOTTO se jisté obohacení  $H_2O$  v atmosféře Halleyovy komety skutečně našlo [9]. Podobné zvýšení poměru  $D/H$  je možno pozorovat u vnějších planet Uranu a Neptunu a Saturnova měsíce Titanu. Zdá se, že tělesa, jejichž geneze je spojena s vnějšími oblastmi sluneční soustavy, nesou stopy obohacení deuteriem a příčinu toho lze podle některých autorů hledat v procesech výše popsaných [10]. V případě komet je tento názor podpořen i tím, že variabilitu poměru stabilních izotopů uhlíku  $^{12}C$  a  $^{13}C$  v různých složkách kometárního materiálu bylo by možno vysvětlit obdobnou chemickou frakcionizací v presolárním prostředí, jakou předpokládáme u deuteria [11]. Další nepřímý důkaz, že popsané děje se v dáv-



ných dobách odehrály v temném mračnu, ze kterého vznikla naše planetární soustava, je i zřetelný nadbytek deuteria v polymerech nalezených v některých meteoritech [12].

Podivuhodné osudy jednoho z prvků zrozeného v prvních minutách expandujícího vesmíru poněkud zkomplikovaly naše snahy využít teorii počáteční nukleosyntézy k dořešení základních kosmologických otázek. Na druhé straně však překvapivým způsobem napomáhají dokreslit obraz počátků naší sluneční soustavy.

## L i t e r a t u r a

- [1] WEINBERG S.: *První tři minuty*. Mladá fronta Praha 1982, překlad (M. Horák) z angl. orig. *The first three minutes*, 1977.
- [2] ŠOLC M., ŠVESTKA J., VANÝSEK V.: *Fyzika hvězd a vesmíru*. SPN Praha 1986.
- [3] PASACHOFF J. M.: and VIDAL-MADJAR A.: *The need to observe the distribution of interstellar deuterium*. *Comments in Astrophysics* 14 (1989) 61.
- [4] PENZIAS A. A.: *Measurement of isotopic abundances in interstellar clouds*. In B.H. ANDREW (ed.), *Interstellar Molecules*, D. Reidel, Dordrecht, 1983, p. 397.
- [5] BROWN R. D., and RICE E. H. N.: *Galactochemistry II, Interstellar deuterium chemistry*. *Month. Not. RAS* 223 (1986), 429.
- [6] BROWN P. D., and MILLAR T. J.: *Models of the gas-grain interaction deuterium chemistry*. *Month. Not. RAS* 237 (1989), 661.
- [7] IP W-H.: *Condensation and agglomeration of cometary ice: the HDO/H<sub>2</sub>O ratios a traces*. In J. KLINGER et.al. (eds.), *Ices in the Solar System*, D. Reidel, Dordrecht, 1985, p. 389.
- [8] VANÝSEK V. and VANÝSEK P.: *Prediction of deuterium abundance in comets*. *Icarus* 61 (1957), 57.
- [9] EBERHARDT P., KRANKOWSKY D., SCHULTE W., DOLDER U., LAEMMERZAHN P., BERTHEIER J. J., WOWERIES J., STUBBEMANN U., HODGES R.R., HOFMANN J. H., and ILLIANO J. M.: *The D/H ratio in water from comet P/Halley*. *Astron. Astrophys.* 187 (1987), 435.
- [10] LUTZ B. L., OWEN T., and DE BERGH C.: *Deuterium enrichment in primitive ices of the solar nebula*. *ICARUS* 86 (1990), 329.
- [11] VANÝSEK V.: *Isotopes in comets*. In *Comets in post-Halley Era*, ed. L. NEWBURN, J. RAHE, E. NEUGEBAUER, Kluwer, Dordrecht, 1991, p. 879.
- [12] ANDERS E.: *Local and exotic components of primitive meteorites and their origin*. *Phil. Trans. R. Soc. London, A* 323 (1987), 287.

# vyučování

dívají v Německu na odborné studium matematiky. Např. v základních ustanoveních o studiu matematiky na univerzitě v Heidelbergu se můžeme dočíst toto:

„Ještě před několika desetiletími se matematik mohl uplatnit téměř výhradně jako středoškolský učitel. Mezitím možnosti uplatnění matematiků značně vzrostly. Matematické myšlení a metody pronikly do mnoha vědních oborů. Matematika se uplatňuje nejen v přírodních vědách a technických oborech, ale také ve stále rostoucí míře v ekonomických a sociálních

STUDIUM MATEMATIKY  
NA NĚMECKÝCH UNIVERZITÁCH

Josef Daneš, Ivan Netuka,  
Jiří Veselý, Praha

Vydáváme-li se na cestu do Evropy, neškodí se poněkud seznámit s tím, jak se