

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Paul R. Halmos

Jak psát matematiku

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 19 (1974), No. 2, 66--74

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/139234>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1974

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

Jak psát matematiku*)

Paul R. Halmos, Bloomington, USA

0. Předmluva

Je to subjektivní pojednání s klamným názvem; poctivější by bylo: Jak já píši matematiku. Jeho počátek byl v jakémsi výboru Americké matematické společnosti (American Mathematical Society), kde jsem po krátkou dobu pracoval, ale rychle se změnilo v osobní podnik, který mě uchvátil. Pokoušeje se postavit jej pod kontrolu, požádal jsem několik přátel, aby je přečetli a posoudili. Posudky byly vynikající; byly ostré, upřímné a podnětné; a rozporuplné. „Málo konkrétních příkladů,“ říkal jeden; „nemyslete si, že by bylo lépe uvést více příkladů,“ říkal druhý. „Příliš dlouhé,“ říkal jeden; „mělo by tam toho být více,“ říkal druhý. „Existuje tradiční (a osvědčený) způsob, jak zmenšit za nejzazší mez nudu dlouhých důkazů, totiž rozdělit je na řadu lemmat,“ říkal jeden. „Co mě dovede nejvíc rozčilit, je zvyk (zvláště začátečníků) rozčlenit důkaz na dlouhou řadu složitých a smrtelně otravných lemmat,“ říkal druhý.

V jednom se však většina mých rádců shodla: že psaní takového pojednání je nevděčný úkol. Rádce 1: „Když matematik napíše svůj druhý článek, je přesvědčen, že umí psát, a bude reagovat podrážděně.“ Rádce 2: „Všichni, domnívám se, potají cítíme, že bychom mohli psát znamenitě, kdybychom se jen snažili. I ti, kteří mají skromné mínění o svých matematických schopnostech, budou dopáleni, jestliže zapochybujete o jejich schopnostech vyjadřovacích.“ Rádce 3 se vyjádřil nejostřeji; varoval mě. Poněvadž asi nesvedu ukázat přílišnou duševní hloubku při diskusi technických otázek, nesmím být překvapen „úsměšky, které mohou sklídit od některých svých poněkud přezíravých kolegů“.

Mými rádci jsou vážení a dobře známí matematici. Kdybych je zde jmenoval, sotva bych co přidal k jejich pověsti, možná však že nepochopením, zneužitím jejich rad bych je roztrpčil a uvedl do rozpaků. To je důvod, proč jsem zvolil bezejmenné citace a bezejmenná poděkování, způsoby ve vědě neobvyklé. Nejsem za to o nic méně vděčen a o nic méně ochoten uznat, že bez jejich pomoci by bylo toto pojednání horší.

„Hier stehe ich; ich kann nicht anders.“ **)

1. Není recept a jaký je

Myslím si, že bych svedl někomu vysvětlit, jak psát, ale nedovedu si představit nikoho, kdo by si přál poslouchat. Schopnost působivého výkladu, moc srozumitelnosti je

*) Z časopisu *L'enseignement mathématique*, řada 2, svazek 16, 1970 přeložil Přemysl Vihan. V tomto čísle uveřejňujeme první část překladu.

***) „Zde stojím, nemohu jinak (Bůh mi pomáhej, amen.“) Těmito slovy prý zakončil Luther svou obhajobu na říšském sněmu ve Wormsu 18. dubna 1521. Pozn. překl.

vrozená, jak se domnívám, nebo alespoň tak časně získaná, že ve chvíli, kdy čtete můj výklad, jste vůči němu jakoby invariantní. Porozumět sylogismu je jednou z věcí, které se nelze naučit; buď se s tou schopností narodíte nebo ne. Právě tak se nelze naučit schopnosti jasného výkladu; někteří to dovedou, jiní ne. Není recept na dobré psaní.

Tak proč potom pokračovat? Nepatrný důvod by mohl být v naději, že snad není docela pravda, co jsem řekl; a buď jak buď, rád bych zkusil štěstí a pokusil se o něco, co možná není proveditelné. Pádnější důvod je v tom, že v ostatních uměních vyžadujících vrozený talent se ani ti nadaní nerodí s plnou znalostí všech řemeslných triků. Pojednání, jako je toto, mohou sloužit k „rozpomnutí“ (v Platonově smyslu) těch, kteří se chtějí stát a kteří jsou předurčení stát se vykladači matematiky, na techniku vypracovanou v minulosti.

Základní problém při psaní matematiky je týž jako při psaní biologie, psaní novely nebo psaní návodu na montáž spinetu: je to problém sdělení myšlenky. Abyste to mohli udělat a udělat to jasně, musíte mít co říci a musíte mít někoho, komu to říci; musíte sestavit, co chcete říci, a musíte to uspořádat v pořadí, v jakém to chcete říci; musíte to napsat, přepsat a znovu přepisovat; musíte být rozhodnuti tvrdě přemýšlet a tvrdě pracovat na mechanických podružnostech, jako je sloh, značení a interpunkce. To je vše, čeho je třeba.

2. Něco říci

Může se zdát zbytečně zdůrazňovat, že musíte mít co říci, abyste to mohli říci dobře, a není to slovní hříčka. Mnoho špatně napsané matematické a ostatně i jiné literatury vzniká porušením tohoto prvního principu. Jako jsou právě dva případy, kdy posloupnost nemá limitu (žádný hromadný bod nebo příliš mnoho), jsou právě dva případy, kdy je napsané dílo bezobsažné (žádná myšlenka nebo příliš mnoho).

První neduh je hůře postižitelný. Je obtížné napsat mnoho slov o ničem, zvláště v matematice, ale je to možné a výsledek je pak při čtení tvrdým oříškem. Příkladem může být klasická kniha slovních hříček od KARLA THEODORA HEISELA [5]. Je plná správně napsaných slov spojených v gramaticky správné věty; již po tři desetiletí do ní občas nahlédnu, nikdy však nejsem schopen stručně říci, co obsahují dvě po sobě jdoucí stránky; důvod je, myslím, ten, že neobsahují vůbec nic.

Druhý neduh je velice obvyklý: mnoho knih popírá princip „něco vyjadřovat“ tím, že se pokoušejí vyjádřit příliš mnoho. Učitelé elementární matematiky ve Spojených státech si často stěžují, že všechny učebnice kalkulu jsou špatné. Je tomu tak. Knihy o kalkulu jsou špatné, protože žádný předmět jako kalkul není; není to předmět, protože je to mnoho předmětů. Co dnes nazýváme kalkulem, je spojení trošky logiky a teorie množin, něco axiomatické teorie úplně uspořádaných polí, analytické geometrie a topologie, a to jak v „obecném“ smyslu (limity a spojité funkce), tak v algebraickém smyslu (orientace), teorie funkcí reálné proměnné ve vlastním smyslu (diferencování), kombinatorická manipulace se symboly nazývaná formální integrování, počátky teorie míry nižší dimenze, něco diferenciální geometrie, počátky klasické analýzy trigonometrických, exponenciálních a logaritmických funkcí a podle místa a osobních sklonů autorových

kuchařka diferenciálních rovnic, elementární mechaniky a něco aplikované matematiky. O každém z těchto předmětů je nesnadné napsat knihu; o jejich směsi je to nemožné.

Malý skvost, kterým je NELSONŮV důkaz tvrzení, že omezená harmonická funkce je konstantní ([7]), a DUNFORDOVO a SCHWARTZOVO monumentální pojednání o funkcionální analýze [3] jsou příklady matematických děl, která mají co říci. Nelsonova práce není ani na půl stránky a Dunford-Schwartz je více než čtyřtisíckrát delší, ale v obou případech je zřejmé, že autoři měli jasnou myšlenku, co chtějí říci. Předmět je jasně popsán; je to předmět; má souvislost; je tu co říci.

Něco vyjadřovat je zdaleka nejdůležitější složka dobrého výkladu — tolik, že je-li myšlenka dost závažná, dílo má naději na nesmrtelnost, i když je zmateně dezorganizováno a neobratně podáno. BIRKHOFFŮV důkaz ergodického teorému [1] je nejvýš zmatený a VANZETTIŮV poslední dopis [9] se belhá a je neomalený, avšak jistě každý, kdo je četl, je rád, že byly napsány. Vystačit však jen s tímto principem je zřídka možné a nikdy žádoucí.

3. Mluvte k někomu

Druhý princip dobrého psaní je „psát pro někoho“. Rozhodnete-li se něco napsat, zeptejte se sami sebe, ke komu chcete promluvit. Píšete poznámku do kalendáře, kterou budete číst jen vy, dopis příteli, výzkumnou zprávu pro specialisty nebo učebnici pro vysokoškoláky? Problémy jsou v těchto případech většinou tytéž; co se mění, je množství motivace, kterou přidáte, rozsah informací, které si můžete dovolit, nutná míra detailů a otázka, jak často opakovat fakta. Veškerá literatura je ovlivněna čtenáři, avšak je-li dáno čtenářstvo, autorův problém je rozmlouvat s ním co nejlépe.

Nakladatelé vědí, že 25 let je úctyhodné stáří pro většinu matematických knih; pro výzkumné články je 5 let (hrubý odhad) průměrným věkem sešlosti. (Mohou být ovšem 50 let staré články, které jsou živé, a knihy, které umírají v pěti letech.) Matematická literatura je pomíjející, to je jisté, avšak chcete-li získat své čtenáře nyní, musíte psát jako na věky.

Rád si zužuji své čtenářstvo nejen v nevyhraněném, širokém smyslu (např. profesionální topologie nebo studenty druhého ročníku), ale také v určitém, a to osobním smyslu. Pomáhá mi myslit na člověka, snad na někoho, s kterým jsem o látce diskutoval před dvěma roky, nebo na úmyslně nechápavého, přátelského kolegu a pak jej mám při psaní na mysli. V tomto pojednání na příklad bych chtěl promluvit ke studentům matematiky, kteří začínají pracovat na své diplomové práci, avšak současně hledím svým duševním zrakem na kolegu, jehož manýry se mohou ještě změnit. Samozřejmě doufám, že (a) se obrátí na mé cesty, avšak (b) neurazí se, když zjistí, že píši pro něho.

Obracet se na ostře vymezené posluchače má své výhody i nevýhody. Velikou předností je snazší čtení čtenářových myšlenek, což je nutné; nevýhodou, že se člověk snadno pustí do útočných polemických poznámek a těžko srozumitelných narážek. Je jistě zřejmé, co myslím nevýhodami, a je to samozřejmě zlé; vyhněte se tomu. Výhody si zaslouží ještě zdůraznit.

Autor musí předvídat čtenářovy potíže a vyhnout se jim. Při psaní si musí představo-

vat, co by mohlo čtenáře ve slovech právě sepsovaných zavést a co ho uvést na správnou cestu. Uvedu později na to jeden nebo dva příklady; v tomto okamžiku však zdůrazňuji, že mít na mysli určitého čtenáře nejen pomáhá v tomto ohledu autorově práci; je to podstatné.

Snad není třeba říkat, ale jistě nevdává, řeknu-li, že zasažené posluchačstvo se může velmi lišit od zamýšleného. Nic nezaručuje, že autorův úmysl je vždy dokonalý. Vždy říkám, že je lépe mít určitý cíl a zasáhnout jiný, než mít cíl příliš matný a žádnou naději něco zasáhnout. Zalícit, zamířit a pal! a doufej, že trefíš cíl. Cíl, na kterýs třeba mířil, ale nějaký cíl raději než žádný.

4. Organizujte nejdříve

Hlavní přínos, který může výklad přinést, je v organizaci a takovém uspořádání materiálu, které sníží odpor a umožní proniknutí čtenáře do látky a udrží jej na stopě bez neúmyslného rozptylování. Jaké jsou konečkonců přednosti knihy nad stohem potištěných stránek? Odpověď: Působivé a nenásilné uspořádání, důraz na místech, kde je ho třeba, vyznačení vzájemných vztahů a popis příkladů a protipříkladů, na nichž je teorie založena; jedním slovem organizace.

Objevitel myšlenky, který může samozřejmě být i jejím vykladačem, vykopl ji horepádem, neurovanou, téměř nazdařbůh. Kdyby nebylo cesty, jak objev vyložit, uvést do souvislosti a upravit, aby jej každý student mohl zopakovat, žádnou výhodou by nebylo „stát na ramenou obrů“ a nikdy by nezbývalo dost času naučit se něčemu, co předcházející generace neznala.

Jakmile víte, co chcete říci a komu si to přejete říci, dalším krokem je rozvržení látky. Ideálem je takové rozvržení, v kterém je obsažena každá předběžná heuristická diskuse, každé lemma, každá věta a každý korolár, každá poznámka a každý důkaz a v němž všechny tyto prvky jsou spojeny v pořádku, který je jak logicky přesný, tak psychologicky stravitelný. V ideální organizaci je pro všechno místo a vše je na svém místě. Čtenářova pozornost je napjata, protože se včas dověděl, co má očekávat, a současně a ve zřejmém protikladu příjemná překvapení udržují děj, který nemohl být předvídan z holých kostí definic. Jednotlivé části zapadají do sebe a zapadají přesně. Lemmata jsou, kde je jich třeba, a souvislosti mezi větami jsou zřejmé; a rozvržení vám říká, kam to vše patří.

Dělám malý rozdíl, snad zbytečný, mezi organizací a uspořádáním. Organizovat látku znamená rozhodnout, co jsou hlavní tituly a co podtituly, co následuje pod nimi a jaké jsou mezi nimi vztahy. Diagramem organizace je graf velmi podobný stromu, ale téměř jistě ne řetězci. Je mnoho cest, jak organizovat většinu předmětů, a obvykle je mnoho cest, jak uspořádat výsledky každé organizační metody v lineárním pořádku. Organizace je důležitější než uspořádání, ale uspořádání má často psychologický význam.

Nejuznalejší poklona, kterou jsem kdy složil autorovi, vznikla z nezdaru. Sestavoval jsem kurs přednášek podle jeho knihy. Nezdar začal tím, že v knize byla partie, kterou nemám rád, a tak jsem ji vypustil. O tři sekce později jsem potřeboval malý fragment z vynechané partie, ale bylo snadné udělat jiný důkaz. Totéž se stalo ještě několikrát, ale pokaždé se s trochou důvtipem a pojmem vytvořeným ad hoc podařilo škvíru ucpat.

V další kapitole vznikla jiná potíž, nebylo již třeba žádné části vynechané sekce, ale skutečnosti, že její výsledky lze aplikovat na dvě zcela rozdílné situace. To nebylo již možné obejít a náhle nastal chaos. Organizace knihy byla pevná; věci tam byly, protože tam musily být; výklad byl souvislý způsobem, který ulehčoval čtení a porozumění. A přitom vlákna, kterými drželo vše pohromadě, byla nenápadná; stala se viditelnými, pouze když část struktury byla padělána.

I nejméně ukáznění autoři si dělají hrubý a asi nepsaný nástin látky; předmět sám představuje jednopojmový nástin díla. Víte-li, že píšete o teorii míry, máte dvouslovný nástin a to již něco je. O něco lepší je pokus o sestavení názvů kapitol. Postup může být třeba takový: Budu mluvit o množinách a potom o mírách a potom o funkcích a potom o integrálech. Na tom místě budete chtít učinit nějaké rozhodnutí, které třeba později změníte. Můžete se např. rozhodnout vypustit pravděpodobnost, ale zařadit Haarovu míru.

Jsou důvody, pro které příprava nástinu díla může trvat roky nebo přinejmenším mnoho týdnů. U mne obyčejně uplyne dlouhá doba mezi první radostnou chvílí, kdy mě napadne napsat knihu, a prvním trpkým okamžikem, kdy si sednu a začnu psát. Zatímco si v té době vydělávám na svůj každodenní chléb s máslem, sním o novém projektu, a jak mi přicházejí myšlenky, poznamenávám si je na volné lístky papíru a dávám je nazdařbůh do desek. Myšlenkou tady může být matematická disciplína, kterou bych chtěl do knihy zahrnout, nebo způsob označení; může to být důkaz, může to být trefný výraz nebo to může být vtipná poznámka, která, jak doufám, nevyzní naprázdno, ale oživí, zdůrazní a ozřejmí, co si přeji říci. Když konečně přijde ten trpký okamžik, mám nakonec desky; hrát patience s lístky papíru může být velkou pomocí při sestavování náčrtu díla.

Při organizaci díla otázka, co zahrnout, je sotva důležitější než otázka, co vypustit; příliš mnoho podrobností může právě tak odradit jako žádné detaily. Poslední tečka nad posledním i, po způsobu staromódních *Cours d'Analyse* nebo BOURBAKIHO, je zadostiučiněním autorovi, který dílu rozumí po všech stránkách, a beznadějně slabému studentu, který mu nebude rozumět nikdy; pro většinu vážně založených čtenářů je to však víc než bezcenné. Srdce matematiky je v konkrétních příkladech a konkrétních problémech. Velké obecné teorie jsou obyčejně dodatečně založeny na úzkých, ale hlubokých pohledech; a ty vznikají z konkrétních, speciálních případů. Z toho je ponaučení, že nejlépe je svou práci organizovat kolem centrálních, rozhodujících příkladů a protipříkladů. Zjištění, že nějaký důkaz dokazuje o něco více, než k čemu byl nalezen, může být často přenecháno čtenáři. Kde potřebuje čtenář zkušeného vedení, je v nalézání věcí, jež důkaz nedokazuje; jaké jsou vhodné protipříklady a jak postupovat dále?

5. Přemýšlejte o abecedě

Máte-li již jakýsi plán organizace, osnovu, která třeba není dokonalá, ale je nejlepší, jakou svedete, jste téměř připraveni začít psát. Jediné, co bych vám doporučil dříve udělat, je věnovat hodinu nebo dvě přemýšlení o abecedě; uvidíte, že vás to ušetří později mnoha bolestí hlavy.

Písmena, kterých užijete k označení diskutovaných pojmů, stojí za přemýšlení a pečlivý výběr. Dobré důsledné značení může nesmírně pomoci a naléhavě žádám (pisatele článků také, ale zvláště autory knih), aby bylo sepsáno na začátku. Já sám si dělám hory tabulek s několika abecedami a druhy písma, jak pro velká, tak malá písmena a pokouším se předvídat všechny prostory, grupy, vektory, funkce, body, plochy, míry a co všechno budu musít dříve či později pokřtít. Špatné značení může dobrý výklad změnit ve špatný a špatný v ještě horší; volba označení uprostřed věty v žáru skladby téměř vždy skončí špatně.

Dobré značení má v sobě jakýsi druh harmonie písma a vystřihá se nesouzvuků. Příklad: buď $ax + by$ nebo $a_1x_1 + b_1y_1$ je lepší než $ax_1 + by_1$. Nebo musíte-li užít Σ pro množinu indexů, přesvědčte se, že nedostanete $\Sigma_{\sigma\epsilon\lambda}a_\sigma$. Podobně: nemnoho čtenářů si asi všimne, že jste užili $|z| < \epsilon$ na začátku stránky a $z \in U$ na konci, ale to je právě druh nesouzvuku, který dovede vyvolat nejasný pocit nevolnosti. Náprava je nabílední a stále více a všeobecněji se ujímá: ϵ je vyhrazeno pro „být prvkem“ a ϵ podle potřeby v ostatních případech.

Matematika má sklon k potenciálně nekonečné abecedě (např. x, x', x'', x''', \dots), avšak v praxi se užívá jen jejího malého zlomku. Jeden důvod je v tom, že lidská schopnost rozlišovat symboly je daleko omezenější než schopnost vnímat symboly nové; jiným důvodem je zlovyk zmrazovat písmena. Někteří staromódní analytici rádi mluví o „prostoru xyz “ míníce tím, myslím si, třírozměrný euklidovský prostor spolu s dohodou, že bod tohoto prostoru bude vždy označován „ (x, y, z) “. To je špatné: zmrazuje to x, y, z , tj. zabraňuje jejich použití v jiné souvislosti a současně znemožňuje (nebo alespoň je nedůsledné) užít, řekněme „ (a, b, c) “, když „ (x, y, z) “ je zatím vyčerpáno. Je i moderní obdoba tohoto zvyku a není o nic lepší. Příklad: matice s „vlastností L “ – mrazivé a nesuggestivní označení.

Jsou i jiné nevhodné a neúčinné způsoby užití písmen: „ CW komplexy“ a „ CCR grupy“ jsou toho příkladem. Příbuzná kuriozita, pravděpodobně vrcholné zneužití písmen, se vyskytuje v Lefschetzovi [6]. Tam x_p^f je řetězec dimenze p (dole je index), zatímco x_p^f je kořetězec dimenze p (a index je nahoře). Otázka: co je to x_3^2 ?

Jak dějiny postupují, stále více a více symbolů se zmrazuje. Běžnými příklady jsou e, i, π a ovšem $0, 1, 2, 3, \dots$ (Kdo by se odvážil napsat: „Nechť 6 je grupa“?) Několik málo jiných písmen je téměř zmrazeno: mnoho čtenářů by cítilo jako urážku, kdybyste užili „ n “ pro komplexní číslo, „ ϵ “ pro kladné celé číslo a „ z “ pro topologický prostor. (Noční přízrak pro matematika je posloupnost n_ϵ , mající za limitu 0, když ϵ jde do nekonečna.)

Ponaučení: nerozmnožujte ztrnulý chlad. Přemýšlejte o abecedě. Je to otrava, ale stojí to za to. Ušetříte si čas a těžkosti později, budete-li přemýšlet hodinu o abecedě nyní; potom začnete psát.

6. Pište ve spirálách

Nejlepší způsob, jak začít psát, a snad jediný způsob, je psát ve spirále. Ve spirále se píše a přepisují kapitoly v pořadí 1, 2, 1, 2, 3, 1, 2, 3, 4 atd. Myslíte si, že víte, jak

napsat 1. kapitolu, ale když ji napíšete a dáte se do druhé, zjistíte, že byste ji mohli napsat lépe, kdybyste byli zpracovali 1. kapitolu jinak. Není jiné pomoci, než vrátit se, předělat 1. kapitolu, zpracovat druhou lépe a ponořit se do třetí kapitoly. A samozřejmě víte, co se stane: Třetí kapitola ukáže slabiny první a druhé a není jiné pomoci, než ... atd. Je to pochopitelné a často nevyhnutelné, ale budoucímu autoru může pomoci, bude-li vědět dopředu, co ho čeká, a může mu pomoci, bude-li vědět, že právě tak tomu bude nejen s kapitolami, ale se sekcemi, paragrafy, větami a dokonce se slovy.

První krok ke psaní, přepisování a znovu přepisování je psaní. Když máte předmět, posluchačstvo a osnovu (a nezapomeňte abecedu), začněte psát a nechť vás nic nezastaví. Není lepší pohnutky k napsání dobré knihy než špatná kniha. Jakmile máte v ruce první náčrtek, napsaný ve spirále, založený na nějakém předmětu, zamýšlený pro nějaké posluchačstvo a opírající se o tak podrobný nástin, jaký jste jen mohli dát dohromady, pak je vaše kniha napůl hotova.

Způsob psaní ve spirálách může za většinu přepisování a znovupřepisování, které kniha vyžaduje (za většinu, ale ne za všechno). Radím vám, abyste při psaní prvního konceptu vylili své srdce, pište rychle, nedbejte žádných pravidel, pište s nenávisí nebo s pýchou, buďte podlí, buďte zmatení, buďte směšní, musíte-li, buďte nejasní, buďte negramatičtí — jen vydržte psát. Když se však dáte do přepisování, a to pokaždé, kdy je to nutné, neupravujte, ale přepisujte. Svádí vás to užít červené tužky k označení vsuvek, výpusťek a přeskupení, ale podle mých zkušeností to vede ke katastrofálním zmatkům. Proti lidské netrpělivosti a proti vši příliš lidské slabosti, kterou má každý k vlastním slovům, je červená tužka příliš slabou zbraní. Máte před sebou první náčrt, který by každý čtenář mimo vás shledal nemožným; musíte být nemilosrdní vůči změnám všeho druhu a zvláště velkolepým škrtkům. Přepisovat znamená psát znovu každé slovo.

Nemyslím doslova, že by v knize o deseti kapitolách kapitola první měla být napsána desetkrát, ale myslím, že tak třikrát nebo čtyřikrát. Vyhledky jsou asi takové, že první kapitola musí být do písmene přepsána po dokončení druhé a velmi pravděpodobně ještě alespoň jednou někdy po kapitole čtvrté. S trochou štěstí přepíšete devátou kapitolu jen jednou.

Popis mé vlastní praxe snad může ukázat tu celou spoustu přepisování, o které jsem vykládal. Po prvním náčrtku napsaném ve spirále obyčejně přepíši celou knihu a potom připojím sice mechanické, ale pro čtenáře nepostradatelné pomůcky (jako je seznam nezbytností, předmluva, index a obsah). Nakonec ji přepíši znovu, teď na stroji nebo alespoň tak čistě a krásně, že i běžná písárka může užít této verze (v jistém smyslu třetí) a připravit bez nesnází „konečný“ opis. Oprav v této třetí verzi je co nejméně, změny se týkají pouze jednotlivých slov nebo přinejhorším jednotlivých vět. Třetí verze je vůbec první, kterou vidí ostatní. Žádám přátele, aby ji četli, čte ji moje žena, moji studenti smějí číst vybrané části, a co je ze všeho nejlepší, čte ji schopný student nižšího ročníku, slušně zaplacený, aby odvedl dobrou práci, a povzbuzený k nezdvoužilé kritice. Změny nutné ve třetí verzi mohou být s trochou štěstí udělány červenou tužkou; máte-li smůlu, přepíšete třetinu stránek. „Konečný“ opis na stroji je založen na opravené třetí verzi, a jakmile je na světě, je čten, znovu čten, opravován a znovu opravován. Přibližně dva roky po začátku práce (dva pracovní roky, což může být daleko více než dva kalendářní roky) je kniha odeslána nakladateli. Tím začíná další trápení, ale to je jiná historie.

Archimédes nás naučil, že malé množství sečtené dostatečně mnohokrát se promění ve velké (aneb příslovečně „každý kousek dobrý“). Když je třeba udělat velký kus práce a zvláště, jde-li o napsání knihy, věřím, že opak Archimédovy poučky platí také: jediný způsob, jak napsat rozsáhlou práci, je napsat jí malý kousek pravidelně každý den, bez výjimky, beze svátku. Dobrá technika, jak pomoci pravidelnosti tvůrčí práce, je zakončit každý den nasáním pumpy pro příští den. S čím začít zítra? Jaký bude obsah následující sekce? (Doporučoval bych, abyste si našli co možná krátký název pro každou sekci před tím nebo po tom, co jste ji napsali, i v tom případě, nehodláte-li názvy jednotlivých sekcí otisknout. Poznáte, jak dobře byla sekce rozvržena: nepodaří-li se takový název najít, je to možná proto, že nemá jedinou sjednocující myšlenku.) Někdy napíší první zítřejší větu dnes; někteří autoři začínají dnešek přehlednutím a přepsáním poslední stránky ze včerejška. V každém případě zakončete každou práci vybičováním; dejte svému podvědomí něco solidního k snědku mezi dvěma pracovními seděními. Až zaráží, jak snadno tím můžete oklamat sami sebe; technika nasávání pumpy stačí úplně k překonání přirozeného lidského odporu k tvořivé práci.

7. Stále organizujte

I když váš původní organizační plán byl podrobný a dobrý (a zvláště když nebyl), nekončí před důležitá práce na organizaci látky se začátkem psaní; pokračuje po celou jeho dobu a dokonce i potom.

Plán psaní ve spirále jde ruku v ruce s plánem organizace ve spirále, s plánem, kterého lze často (ne-li vždy) užít při psaní matematické literatury. Vypadá asi takto: Začněte s čímkoliv, co jste si zvolili za základní pojem – vektorové prostory, řekněme – a dejte se do práce: motivujte jej, definujte, udejte příklady a udejte protipříklady. V sekci 2 uveďte první příbuzný pojem, který máte v úmyslu studovat – lineární závislost, řekněme – a dejte se do díla: motivujte jej, definujte, udejte příklady a udejte protipříklady a potom, to je důležitý bod, přehlédněte sekci 1 tak podrobně, jak jen možno, z hlediska sekce 2. Například: jaké příklady lineárně závislých a nezávislých množin jsou v blízkém dosahu příkladů vektorových prostorů z první sekce? (Zde je mimochodem jiný přesvědčivý důvod pro způsob psaní ve spirále: v sekci 2 vás mohou napadnout příklady lineárně závislých a nezávislých množin vektorových prostorů, na které jste zapomněli v sekci 1.) V sekci 3 uveďte další pojem (co to ovšem má být, vyžaduje pečlivý plán anebo daleko častěji zásadní obrat mysli, což opět jednou svědčí pro způsob psaní ve spirále), a když jej osvětlíte obyklým způsobem, přehlédněte sekci 1 a 2 z hlediska tohoto nového pojmu. Účinkuje to, působí to jako kouzlo. Jde to snadno, je to zábava a čtenáři pomáhá pevné organizační lešení, i když se je nepokouší nalézt ani pochopit, odkud spoje přicházejí a jak se navzájem podpírají.

Zápletky a podzápletky historických novel a narážky a klíče detektivních příběhů mají všechny své matematické analogie. Abych to objasnil na příkladě: mnoho z teorie metrických prostorů lze udělat jako „podzápletku“ v nenápadných poznámkách, odbočujících vsuvkách a na osvětlujících příkladech v díle o obecné topologii. Taková organizace je schopna poskytnout čtenáři více a pevněji založené motivace a hlubší pohledy,

než by se dosáhlo zvilou obecností, a bez zvlášť nápadného úsilí. Co se týče klíčů: jediné slovo, poprvé zmíněné o několik kapitol dříve než jeho definice a potom opět uvedené vždy s dalšími podrobnostmi, čím je blíže jeho formální zpracování, může sloužit jako nenápadný, vytříbený úvod jeho uvedení v plné šíři. Takový postup může velmi pomoci čtenáři a současně ulehčit formální autorovu práci, samozřejmě za cenu, že mocně vzroste úsilí a dřina na neformální organizaci textu. Stojí to za to. Pracujete-li osm hodin, abyste ušetřili pět minut čtenářova času, ušetřili jste více než 80 člověkohodin každé tisícovce čtenářů a vaše jméno bude po zásluze s úctou vyslovováno na chodbách mnoha matematických budov. Ale zapamatujte si: k účinnému užití podzápletek a klíčů je nepostradatelné cosi nápadně podobné spirálnímu plánu organizace.

Poslední, nepatrný, ale ne bezvýznamný zřetel organizace, který zaslouží, abych se tady o něm zmínil, je korektní uspořádání matematického textu z čistě logického hlediska. Nemnoho se v tom může naučit jeden matematik od druhého, vyjma snad varování, že s rostoucím rozsahem práce vzrůstá její složitost úděsným způsobem. V jednom okamžiku své práce na třísetstránkové knize jsem měl 1000 lístků a na každém větu, lemma nebo poznámku, úplné, s důkazy. Lístky byly očíslovány, lhostejno jak. Stál jsem před úkolem napsat na každý čísla těch, jejichž tvrzení musila logicky předcházet, a potom je uspořádat lineárně tak, aby žádný lístek nenásledoval po tom, na kterém je o něm zmínka. Tento problém měl zřejmě nesčetně mnoho řešení; obtížné bylo vybrat to, které bylo působivé a pěkné, jak jen možno.

Pokračování v příštím čísle

(Mezi geometry.) I přijdeme k jinému auditorium, nad nímž: *Ὁὐδελὺ ἀγεωμέτρῳ τοῦ εἰσέρτω* napsáno bylo; a já zastavě se: „Budem-liž tam moci?“ řekl jsem, „poněvadž tam geometry toliko pouštějí?“ — „Pojď přece,“ řekl Všudybud. I vejdem; a aj, tu jich množství, kteří čáry, háky, kříže, kola, kvadráty, puňkty psali, každý sobě sám tiše. Pak jeden k druhému přicházel, a ukazovali

sobě; některý pravil, že jinak býti má, a tento že dobře; tož se vadili. Vynalezl-li kdo novou nějakou čáru nebo kliku, výskal radostí a svolaje jiné ukazoval; kteříž ckali, prsty a hlavami točili, a v svůj kout každý běže také sobě takovou dělal; jeden trefil, jiný ne, tak že všechna ta síň po zemi, po stěnách, po stropě plna byla čar, a nedali sobě na ně šlapati ani se jich dotýkati.
