Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Alena Janáčková; Ctirad Matyska
Komentář k článku R. Ladburyho

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 41 (1996), No. 5, 266--279

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/138581

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1996

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* http://project.dml.cz

Komentář k článku R. Ladburyho

Alena Janáčková a Ctirad Matyska, Praha

Článek R. Ladburyho upozorňuje na vytvoření počítačového modelu ukazujícího, že nelineární dynamický systém, který je popsán základními rovnicemi magnetohydrodynamiky (Navierovou–Stokesovou rovnicí v Boussinesqově přiblížení, rovnicí přenosu tepla a Maxwellovými rovnicemi v kvazistacionárním přiblížení), skutečně umožňuje udržet magnetické pole při svém vnitřním vývoji, je-li do něj dodávána energie. Euforie, která je v autorově popisu patrná, je snadno pochopitelná. Přestože není přinášen žádný nový princip, jde o první dynamický model, protože dosavadní úvahy o udržování geomagnetického pole byly založeny na kinematických představách o proudění v jádře Země a nebylo prokázáno, zda výše uvedený dynamický systém takové vhodné proudění vytváří. Laboratorní simulace tohoto systému pro parametry odpovídající Zemi nejsou možné, a tak pouze počítačové simulace mohou zachytit jeho dynamiku.

Doba vývoje modelu je však ještě příliš krátká (pouze několikanásobek magnetického difuzního času), takže si nemůžeme být jisti, zda stav modelu je již dostatečně blízko atraktoru uvažovaného dynamického systému. Jinými slovy, není zřejmé, zda takové efekty jako přepólování magnetického pole nejsou zatím pouze důsledkem náběhového stavu. Další potíž je v tom, že pro dlouhodobé zachycení magnetohydrodynamiky nízkoviskózní kapaliny, která je asi charakteristická pro jádro Země, jsou současné výpočetní prostředky nedostatečné. Autoři modelu proto potlačují krátkovlnnou část spektra (v prostoru i času) umělým zvýšením viskozity. Je samozřejmě otázkou, jak takový zásah mění charakteristiky dlouhovlnné části spektra, která je s krátkovlnnou spřažena díky nelinearitě systému. Otevřeným problémem proto je, na základě jakých kritérií rozhodnout, zda dynamika Glatzmaierova a Robertsova modelu může vystihnout skutečné základní charakteristiky dynamiky zemského jádra, nebo zda jde o model, který „pouze" vnitřně konzistentním způsobem zachycuje princip mechanismu umožňujícího generování magnetických polí.

Protože článek R. Ladburyho je, jak již bylo řečeno, euforický a ze samé radosti nad novým úspěchem opomíjí předchozí vývoj teorie, připojme ještě následující historickou poznámku. Intenzivní studie o buzení a udržování geomagnetického pole tak zvaným geodynamem začaly asi před padesáti lety. Bylo především třeba usmířit představu geodynama se všemi postuláty fyziky, to jest vyvrátit všechny možné námitky, které by mohly vést k závěru, že geodynamo je fyzikálně nemožné. Možnost funkce geodynama byla prokázána již v polovině století pracemi britského geofyzika Edmunda Cripse Bullarda, zejména jeho modelem tak zvaného diskového dynama. Je méně známo, že Bullardovy práce o diskovém neboli homopolárním dynamu navázaly na práce britského fyzika Josepha Larmora z let 1918 a 1919 o magnetickém poli Slunce. V těch

RNDr. Alena Janáčková, CSc. (1932), doc. RNDr. Ctirad Matyska, CSc. (1958), katedra geofyziky MFF UK, V Holešovičkách 2, 180 00 Praha 8.

byla poprvé formulována představa dynama udržujícího magnetické pole v rotujícím tělese. Larmor sám již nadhodil, že by se jeho úvahy mohly týkat i magnetického pole Země.

K převzetí a rozpracování Larmorovy myšlenky došlo až po třiceti letech. Důvodem tohoto odkladu byl mimo jiné tak zvaný antidynamový teorém britského fyzika Thomase Georga Cowlinga z roku 1934. V Cowlingově článku, týkajícím se magnetického pole slunečních skvrn, se dokazuje, že magnetické pole, které je symetrické kolem osy, se nemůže udržet žádným systémem pohybů. Tuto překážku bylo třeba překonat, neboť uváděla v pochybnost celou ideu geodynama. Této věci bylo věnováno mnoho úsilí. Již Bullard a Gellman se v roce 1954 pokusili o numerické řešení rovnic geodynama v jádře, získali dokonce určité nadějné výsledky, ale nakonec se ukázalo, že jejich řešení nekonverguje. Za dostatečný důkaz překonání „antidynama" byly nakonec přijaty zjednodušené fyzikální diskové modely, například Herzenbergovo dynamo a Backusovo dynamo, obě z roku 1958. K překonání „antidynama" významně přispěl S. I. Braginskij. Ten v sedmdesátých letech rozpracoval v řadě prací model tzv. geodynama s malou odchylkou od symetrie, který byl mezinárodně přijat jako rozumný.

Mnoho diskusí se vedlo o předávání energie mezi dvěma typy magnetických polí v jádře. Je všeobecná shoda v tom, že kromě poloidálního typu pole, který vystupuje z jádra na zemský povrch, existuje v jádře ještě pole toroidální čili pole, jehož siločáry probíhají po sférických plochách uvnitř jádra a nelze je pozorovat na zemském povrchu. Obě tato pole jsou přitom řešením Maxwellových rovnic. Existence obou polí je nadto ospravedlněna i energetickými úvahami. Protože v kapalině zemského jádra jsou siločáry magnetického pole, jak se všeobecně soudí, „vrostlé" do hmoty a pohybují se spolu s ní a protože je dále pravděpodobné, že v této vrstvě dochází k diferenciální rotaci, lze si poměrně snadno vysvětlit, jak toroidální pole vznikají z polí poloidálních. Obrácený děj, vytváření polí poloidálních z toroidálních, však dlouho odolával vysvětlení. Tento hlavolam byl v šedesátých letech úspěšně zdolán týmem německých geofyziků, kteří vypracovali teorii středních polí a tzv. alfa-efektu. Tato teorie popisuje, jak magnetické pole jednoho typu může při splnění určitých, nikoli nereálných předpokladů ve statistickém průměru zplodit pole druhého typu prostřednictvím prostorově omezeného pole turbulentních rychlostí. Řešení těchto otázek je v modelu implicitně zahrnuto, protože jde o numerické řešení magnetohydrodynamických rovnic v úplném tvaru.

Řada prací byla věnována vazbám mezi pláštěm a svrchními vrstvami jádra. Jde o vazby, které mohou bránit vzájemnému skluzu jádra a pláště při rotaci. Vazby mohou být mechanické i elektromagnetické. Ty druhé se studují těžko, protože elektrická vodivost obou objektů je odhadnuta prozatím nedostatečně. K možnostem mechanických vazeb patří, kromě evidentního viskózního tření na rozhraní, tzv. Taylorův sloupec, jehož existence plyne z Proudmanova–Taylorova teorému. Podle tohoto teorému mají hrboly na rozhraní mezi pláštěm a jádrem ten důsledek, že se nad nimi rychlost kapaliny ve směru rovnoběžném s rotační osou nemění a vzhledem k hraniční podmínce tedy zůstává v celém sloupci kapaliny nad hrbolem prakticky nulová, takže sloupec funguje v kapalině jako pevné těleso.

Zůstává otázkou, zda některé zjednodušující předpoklady v modelu Glatzmaiera a Robertse přece jen v něčem neznásilňují realitu. Tak například zesílení viskozity by

mohlo potlačovat turbulence rychlosti, které mohou mít zásadní význam při interakci mezi toroidálním a poloidálním polem (alfa-efekt). Bude též zajímavé sledovat, zda model bude schopen odrazit určité faktické rysy pomalé časové variace geomagnetického pole, například to, že v obdobích, kdy probíhají inverze polarity, putují geomagnetické póly vždy přibližně po týchž drahách (alespoň pokud jde o několik posledních inverzí). Tento jev možná svědčí právě o nějakém systematickém prvku vazby mezi jádrem a pláštěm, který může patřit ke klíčovým v chování celého dynama. Naše dosavadní představy o dlouhodobém průběhu konvekce v plášti a paleomagneticky získané údaje o inverzích pole sice prozatím nepotvrzují, ale také nevyvracejí možnost, že vývoj zemského jádra i pláště jsou nějakým způsobem spřaženy.

Doufejme jen, že na průlom při řešení těchto otázek nebudeme muset čekat další desetiletí. Ladburyho způsob propagace modelu trochu připomíná americkou komerční reklamu, ale to neznamená, že bychom neměli mít důvěru v solidnost nové metody.

Třetí Newtonův zákon a necentrální síly

Jan Obdržálek, Praha

Článek rozebírá třetí Newtonův zákon a dokazuje nevhodnost zúžení jeho platnosti na síly centrální. Vyšetřují se podrobně síly statické až kvazistacionární; nestacionární silová pole se neuvažují.

Článek byl podrobně prodiskutován na autorově pracovišti (katedra teoretické fyziky na Matematicko-fyzikální fakultě Karlovy univerzity) jako jeden z podkladů k tvorbě výkladového slovníku fyziky spolupřipravovaného autorem.

1. Zákony mechaniky

1.1. Newtonovský popis

V newtonovské mechanice je hlavním objektem studia mechanické *těleso*. Vzájemnou interakci (vzájemné působení) těles popisujeme pojmem *síly*: říkáme, že na těleso působí síla, resp. síly, a zabýváme se jejich statickými či dynamickými účinky. (Naproti tomu např. v analytické mechanice popisujeme vzájemnou interakci nikoli vektorovou silou, ale skalárním lagranžiánem[1]) či hamiltoniánem).

[1]) Z jazykového hlediska viz např. [2].

Doc. RNDr. Jan Obdržálek, CSc. (1942), katedra teoretické fyziky, MFF UK, V Holešovičkách 2, 180 00 Praha 8.

Při přesnější formulaci zavádíme pro jednoduchost nejprve *hmotný bod* (nebo jako jednoslovné synonymum *částici*, viz [1]) jakožto těleso zanedbatelných rozměrů a formulujeme pohybové zákony pro něj. (Uvažme, že např. pouhá výsledná síla působící na *deformovatelné* těleso má jen omezený význam pro popis jeho dalšího vývoje.) Složitější objekty — tělesa nezanedbatelných rozměrů — pak vytváříme jako soustavy částic; pohybové zákony pro ně odvozujeme z pohybových zákonů platných pro soustavy částic.

V mechanice je dále významný pojem *vazby*, to jest vedlejší podmínky omezující pohyb těles. Vazby vedoucí k představě *tuhého tělesa*, tj. tělesa, jehož jednotlivé části zachovávají vůči sobě stejnou vzdálenost (bez ohledu na působící síly), lze[2]) vyjádřit silami; tyto budou z hlediska vytvářeného tělesa patřit k *vnitřním silám*.

Budeme se zabývat otázkami *rovnosti sil* v daném okamžiku; čas tedy bude hrát jen roli nevýznamného parametru. Můžeme se proto omezit na pole s časem neproměnná (statická, resp. stacionární, zahrnují-li na čase nezávislá makroskopická pole i vliv vystředovaných toků mikroskopických veličin), případně kvazistatická, resp. kvazistacionární (tj. pole vyšetřovaná v každém okamžiku jako statická, resp. stacionární, jen případně s jinými hodnotami parametrů). Toto omezení vylučuje relativistické efekty.

Připomeňme, že všechny tyto případy odpovídají *okamžité interakci* na blízko i na dálku (formálně: rychlost šíření interakce je nekonečná) a jsou slučitelné s pojmem tuhého tělesa — tuhá tyč přenáší informaci o posuvu jednoho svého konce na druhý konec okamžitě. Tato představa je s teorií relativity neslučitelná. Naopak nestacionární pole dává *konečnou rychlost šíření interakce* a je slučitelné s teorií relativity.

Síla jakožto způsob popisu vzájemné interakce těles je v newtonovské mechanice podřízena především několika fundamentálním zákonům, z nichž nás nyní zajímají především tyto:

- Síly jsou matematicky popsány vektory. Síly působící na touž částici lze *skládat*; výsledná síla (výslednice) je dána vektorovým součtem dílčích sil. Její význam spočívá v tomto: působí-li na částici více sil, chová se částice tak, jako by na ni působila síla jediná — jejich výslednice.
- Třetí Newtonův zákon (3NZ) stanoví: působí-li těleso T_1 na těleso T_2 silou $\vec{F}_{12}$, pak též obráceně těleso T_2 působí na těleso T_1 silou; označíme-li ji $\vec{F}_{21}$, platí $\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$.
  Za povšimnutí stojí, že 3NZ je *jediným* zákonem, který svazuje síly působící na *různá* tělesa.

V tomto smyslu[3]) je 3NZ uveden v mnohých našich i zahraničních základních vysokoškolských učebnicích mechaniky, a to jak specializovaných [1], [3], [4], [5], [6], [7], tak všeobecných [8], [9], [10], v základní technické literatuře [11] i v kvalitních populárních přehledech [12] aj.

---

[2]) Např. pomocí Lagrangeových rovnic 1. druhu.

[3]) Citaci latinského znění s překladem „Každá akce způsobuje vždy stejnou reakci opačného směru čili vzájemná působení dvou těles jsou stejně velká a opačného směru" viz např. [3], [5].

1.2. Centrální síly

Sílu $\vec{F}_{ik}$, kterou působí částice T_i na částici T_k, nazýváme *centrální*, má-li působiště v T_k a prochází-li její vektorová přímka částicí T_i.

Poznámky:

- Centrální síly $\vec{F}_{ik}$ a $\vec{F}_{ki}$ mají tedy společnou vektorovou přímku.
- Tato definice centrálních sil zahrnuje i kontaktní síly mezi tělesy, kde body $\vec{r}_i$, $\vec{r}_k$ charakterizující tělesa T_i, T_k splývají. Obvyklá formulace $\vec{F}_{ik} = \alpha_{ik}(\vec{r}_i - \vec{r}_k)$ by měla být v tomto případě např. doplněna poznámkou, že pro $\vec{r}_i = \vec{r}_k$ může být směr $\vec{F}_{ik}$ libovolný.

3NZ využíváme mimo jiné v mechanice tuhého tělesa při odvození věty o hybnosti, resp. věty o momentu hybnosti tuhého tělesa (1., resp. 2. impulzové věty) k důkazu tvrzení, že výslednice *vnitřních sil*, resp. výsledný *moment vnitřních sil* jsou rovny nule. Protože nulová výslednice sama o sobě nezaručuje nulový moment sil a protože 3NZ o momentech sil nehovoří, je nutno klást doplňující požadavky. Postačujícím — *nikoli však nutným* — předpokladem je, že všechny vnitřní síly mezi částicemi vytvářejícími tuhé těleso jsou centrální. Tento předpoklad je pro jednoduchost ve většině učebnic vyžadován. V některých ([11], str. 134) je pokládán za samozřejmý (třebaže byl experimentálně vyvrácen již v minulém století, viz kap. 3). Někde je dokonce vůbec opomenut [14].

V některých starších [15] učebnicích a rovněž v některých materiálech středoškolských [16] je požadavek centrálnosti sil zahrnut již do formulace 3NZ. Zdá se, že autoři měli na zřeteli jen některé konkrétní typy sil: jednak sílu gravitační, jednak teoreticky značně složité[4]) kontaktní síly (např. síly pevnosti a pružnosti při rázu dvou těles).

Doplnění tohoto dodatečného požadavku nepokládáme za vhodné, a to nejen snad proto, že se odchyluje od klasického znění. (Nelze mít námitek proti upřesnění klasických znění v oblastech od dob klasiků hluboce propracovaných, viz např. první Newtonův zákon.) Vedou nás k tomu spíše následující důvody:

- v původním znění je 3NZ fundamentálním, naprosto obecným axiomem o silách mezi tělesy vůbec. Omezení na síly centrální buď vylučuje z newtonovské mechaniky necentrální síly vůbec, nebo ponechává zbytečně otevřenu otázku vzájemného vztahu takových sil mezi dvěma tělesy;
- již elementární elektrostatika dává jednoduché příklady necentrálních sil (viz odst. 2.1);
- v pokusech o vybudování mikroskopické teorie pružnosti na základě atomárních (resp. molekulárních) představ se požadavek *centrálních* mezimolekulárních sil ukázal být v rozporu s experimentem (viz kap. 3).

[4]) Jde o vysvětlení stability pevných látek, což je výhradně kvantová záležitost.

2. Necentrální síly mezi bodovými objekty

2.1. Elektrický náboj a dipól

Patrně nejjednodušší příklad fyzikálně reálného systému s necentrálními silami skýtá elektrostatika (viz např. [17], [18]).

Elementární dipól vznikne ze dvou blízkých nábojů (vzdálených o $\vec{l}$) opačných znamének $(+e, -e)$ limitním přechodem $|\vec{l}| \to 0$ s vedlejší podmínkou $e\vec{l} \to \vec{p}$; veličinu $\vec{p}$ nazýváme dipólovým momentem.

Snadno odvodíme vzorec pro potenciál $\varphi^{(1)}$ a elektrickou intenzitu $\vec{E}^{(1)}$ dipólu ve vakuu. Značíme-li $\varphi^{(0)}$ potenciál a $\vec{E}^{(0)}$ elektrickou intenzitu buzenou jednotkovým bodovým nábojem, nachází-li se zdroj v bodě $\vec{r}'$, měříme-li pole v bodě $\vec{r}$ a zavedeme-li ještě

$$\vec{R} \equiv \vec{r} - \vec{r}', \quad R \equiv |\vec{R}|, \quad \vec{R}_0 = \vec{R}/R,$$

platí (ε_0 je permitivita vakua)

$$\begin{aligned}
\varphi^{(0)}(\vec{r},\vec{r}') &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 R}, \\
\vec{E}^{(0)}(\vec{r},\vec{r}') = -\operatorname{grad}\varphi^{(0)}(\vec{r},\vec{r}') &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\vec{R}_0, \\
\varphi^{(1)}(\vec{r},\vec{r}') = (\vec{p}\cdot\operatorname{grad}')\varphi^{(0)}(\vec{r},\vec{r}') &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 R^2}(\vec{p}\cdot\vec{R}_0), \\
\vec{E}^{(1)}(\vec{r},\vec{r}') = -\operatorname{grad}\varphi^{(1)}(\vec{r},\vec{r}') &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 R^3}\{3(\vec{p}\cdot\vec{R}_0)\vec{R}_0 - \vec{p}\}.
\end{aligned}$$

Ze vzorce plyne a ze známého obrázku gejzíru siločar dipólu (Obr. 1) je zřejmé, že síla působící na bodový náboj v poli dipólu dokonce *nikdy* není centrální, ať umístíme náboj kamkoliv mimo osu dipólu. Bereme-li jako první těleso dipól T_d umístěný v počátku soustavy souřadnic s momentem $\vec{p}$ (na obrázku je orientován v kladném směru osy y) a jako druhé těleso náboj T_n o velikosti náboje e s polohovým vektorem $\vec{L}$ (o velikosti L a směru $\vec{L}_0$), je síla $\vec{F}_{dn}$, kterou dipól působí na bodový náboj, rovna

$$\vec{F}_{dn} = e\vec{E}^{(1)}_{(\vec{r}=\vec{L},\,\vec{r}'=\vec{0})} = e\frac{3(\vec{p}\cdot\vec{L}_0)\vec{L}_0 - \vec{p}}{4\pi\varepsilon_0 L^3}.$$

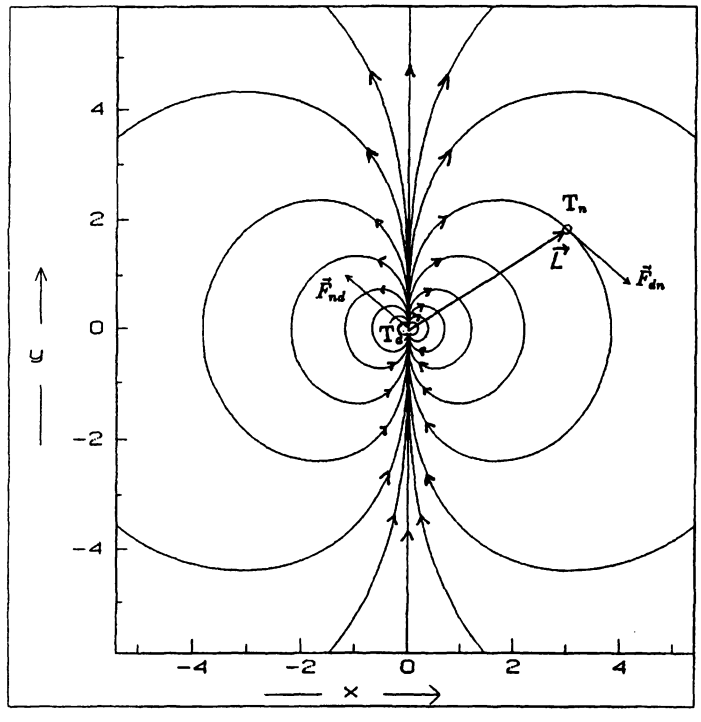
Její působiště je v náboji, tj. v bodě $\vec{L}$.

Podobně sílu $\vec{F}_{nd}$, kterou působí náboj na dipól, vypočteme ze vzorce

$$\vec{F} = (\vec{p}\cdot\operatorname{grad}')\vec{E}(\vec{R}) = -(\vec{p}\cdot\operatorname{grad})\vec{E}$$

pro sílu $\vec{F}$ působící na dipól o momentu $\vec{p}$ v nehomogenním elektrickém poli $\vec{E}$; je tedy

$$\vec{F}_{nd} = -\big(\vec{p}\cdot\operatorname{grad}\vec{E}^{(0)}_{(\vec{r}=\vec{0},\,\vec{r}'=\vec{L})}\big) = \frac{-e}{4\pi\varepsilon_0 L^3}\{3(\vec{p}\cdot\vec{L}_0)\vec{L}_0 - \vec{p}\}.$$



Obr. 1. Necentrální síly: dipól T_d působí na náboj T_n silou $\vec{F}_{dn}$. Viz text.

Obě síly jsou v souladu s 3NZ: $\vec{F}_{nd} = -\vec{F}_{dn}$. Působiště síly $\vec{F}_{nd}$ je však v dipólu, tedy v počátku soustavy souřadnic.

Obě síly $\vec{F}_{dn}$ a $\vec{F}_{nd}$ jsou díky členu úměrnému $(-\vec{p})$ necentrální — mají různé vektorové přímky a vytvářejí silovou dvojici s momentem

$$\vec{M}_{FF} = \vec{L} \times \vec{F}_{dn} = \frac{-e\vec{L}_0 \times \vec{p}}{4\pi\varepsilon_0 L^2}.$$

Původní formulace 3NZ udává relaci mezi oběma silami $\vec{F}_{dn}$ a $\vec{F}_{nd}$ správně. Formulace 3NZ se „zabudovaným" požadavkem centrálních sil tento případ vylučuje.

2.1.1. Výsledná vnitřní síla a výsledný vnitřní moment

Výsledná vnitřní síla $\vec{F}_{dn} + \vec{F}_{nd}$ je nulová jak podle 3NZ, tak výpočtem z elektrostatiky.

Sám výskyt necentrálních sil však ještě neznamená, že by vnitřní dvojice sil roztočila myšlené „tuhé těleso", vytvořené z navzájem fixovaného elektrického náboje a dipólu. Dokážeme, že výsledný vnitřní moment takové soustavy je přesto nulový.

Dipól T_d sice působí na náboj T_n pouze silou $\vec{F}_{dn}$, ale náboj T_n působí na dipól T_d nejen silou $\vec{F}_{nd}$, nýbrž také silovou dvojicí $\vec{M}_{nd}$; obecně na dipól o momentu $\vec{p}$ nacházející se v elektrickém poli intenzity $\vec{E}$ působí moment sil $\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}$. Podle Coulombova zákona je

$$\vec{E} = e\vec{E}^{(0)}_{(\vec{r}=\vec{0},\,\vec{r}'=\vec{L})} = e\frac{-\vec{L}_0}{4\pi\varepsilon_0 L^2},$$

takže

$$\vec{M}_{nd} = \vec{p} \times \frac{-e\vec{L}_0}{4\pi\varepsilon_0 L^2} = -\vec{M}_{FF}.$$

Silová dvojice $\vec{M}_{nd}$ (působící na dipól T_d v elektrickém poli náboje) a silová dvojice $\vec{M}_{FF}$ vnitřních sil $\vec{F}_{dn}$ a $\vec{F}_{nd}$ se tedy navzájem právě vyruší, takže věta o momentu hybnosti platí i v tomto příkladě.

2.1.2. Součet síly a dvojice sil působících na dipól

Formálně lze sílu $\vec{F}_{nd}$ a silovou dvojici $\vec{M}_{nd}$ (obě působí na týž objekt — na dipól) složit podle pravidel o skládání sil působících na tuhé těleso; výsledkem bude jediná síla o směru a velikosti $\vec{F}_{nd}$, ale s působištěm na přímce procházející bodovým nábojem. Tato výslednice však má stěží význam pro samotný dipól; jím totiž vektorová přímka výslednice neprochází. Pokud ovšem stabilizujeme vhodným způsobem vzájemnou polohu dipólu a náboje a vytvoříme z nich jako výše jediné tuhé těleso, pak tato (dílčí) výslednice leží již v nově vytvořeném tělese a vyruší se s jedinou zbývající vnitřní silou $\vec{F}_{dn}$ — jak bylo možno právem očekávat.

2.1.3. Existuje vlastně elementární dipól?

V tomto okamžiku se může vyskytnout námitka, že elementární dipól „ve skutečnosti" neexistuje a pro neelementární dipól lze zkonstruovat dílčí mezičásticové síly tak, že každá dvojice je centrální.

Protinámitkou je, že stejně tak „ve skutečnosti" neexistuje ani bodový náboj, ani částice, ani tuhá tyč, že na nepatrných vzdálenostech prostorových i časových, nezbytných k provedení libovolného limitního přechodu[5]) dávno přestává platit ta (klasická) mechanika, kterou chceme definovat atd. atd.

Jde ovšem o míchání dvou rovin. První úlohou je vytvoření matematického modelu (užívajícího pojmů prostor, čas, hmotnost, síla, modelových objektů částice, dipól, tuhá tyč, tuhé těleso apod. a matematického aparátu dle volby toho kterého autora) pro vytvoření newtonovské mechaniky; přitom jde především o vnitřní konzistentnost

[5]) Např. derivace, tedy i určení rychlosti.

tohoto[6]) modelu, případně o jeho další kvality, např. jednoduchost, snadnou formulovatelnost, zobecnitelnost, případně (značně subjektivní) krásu, eleganci apod.

Ve zcela jiné rovině se však odvíjí problém, jak dalece či zda vůbec je vytvořený model použitelný v konkrétním případě, resp. zda „reálné" objekty lze popsat našimi modelovými prvky. Ihned je zřejmé, že *absolutní* shoda nenastane nikdy — nejenom proto, že by pak např. kvantová mechanika byla zbytečná, ale i proto, že bez ohledu na teorii je samo vymezení reálných objektů vždy subjektivní. Přitom přesnější vymezování může rapidně zkomplikovat formulace, aniž je adekvátním věcným přínosem[7]). Zdá se, že o „právu modelu na život" rozhoduje nikoli *univerzální* konsenzus, ale nalezení *alespoň jednoho* zájemce, kterému model v jím stanovené přesnosti vyhovuje.

Z tohoto hlediska se jeví přiměřené souhlasit se zavedením elementárních bodových singularit (náboj, dipól, multipól) v poli vyhovujícím Laplaceově rovnici k vyšetření či k popisu jeho vlastností (např. k důkazu a k praktickému používání věty o multipólovém rozvoji).

2.2. Elementární elektrické multipóly

Jak je zřejmé, mezi elementárními elektrickými multipóly působí síly, které obecně nejsou centrální. Snadno však lze dokázat, že pro *libovolnou soustavu elektrických multipólů* budou přesto splněny předpoklady pro platnost věty o momentu hybnosti, tj. že nejenom výslednice vnitřních sil, ale i výslednice jejich momentů bude nulová.

Každý elementární multipól lze totiž vytvořit limitním přechodem ze soustavy bodových nábojů (tj. z neelementárního multipólu); uvnitř každé dílčí dvojice nábojů tvořících oba interagující multipóly působí však síly centrální a navzájem opačné (ať již přitažlivé či odpudivé), takže jak součet, tak i moment každé dílčí dvojice sil je roven nule. Proto i výsledná síla i výsledný moment všech sil v *neelementárním* multipólu je roven nule.

Všechny vnitřní síly v soustavě nábojů závisejí *spojitě* na souřadnicích nábojů budících tyto síly; je tedy výsledný součet sil i výsledný moment spojitou funkcí (a jak jsme viděli, identicky rovnou nule). Proto i v limitě, vytvářející *elementární* multipól, je výsledný součet i moment vnitřních sil nulový.

Tento výsledek by ovšem neměl zpochybnit potřebu a význam těchto limit — *elementárních* multipólů, viz odst. 2.1.3.

---

[6]) Takových modelů může být i více. Na úrovni klasické mechaniky existuje např. vedle newtonovského popisu hamiltonovský popis analytické mechaniky. Oba popisy se v rozsáhlé oblasti překrývají, přesto však existují oblasti pokryté jen jedním z těchto formalizmů.

[7]) Jako rétorické cvičení se jistě lze *nedohodnout*, co je vlastně vagón (patří k němu i vzduch uvnitř? bláto ulpělé na podlaze? pasažéři? vagón se s časem mění — rezaví atd.), a zpochybnit existenci tak vágně definovaného objektu; odhad potřebné tažné síly lokomotivy tato diskuse však pravděpodobně neovlivní.

2.3. Magnetické pole

Úlohy z magnetostatiky vedou vesměs na necentrální síly soustav magnetů. Jejich rozbor nečiní však nejmenší potíže, protože jde o pole a síly popsatelné analogicky[8]) elektrostatickým polím diskutovaným výše.

Jak je známo z klasické elektrodynamiky (např. [17], [18]), elementární síla $\mathrm{d}\vec{F}_{12}$, kterou působí ve vakuu proudový element $I_1\,\mathrm{d}\vec{r}_1$ na druhý proudový element $I_2\,\mathrm{d}\vec{r}_2$ s relativním polohovým vektorem $\vec{R} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = R\vec{R}_0$, je rovna

$$\mathrm{d}\vec{F}_{12} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi R^2}\left[\mathrm{d}\vec{r}_2 \times \left[\mathrm{d}\vec{r}_1 \times \vec{R}_0\right]\right],$$

není symetrická ve výrazech $\mathrm{d}\vec{r}_1$, $\mathrm{d}\vec{r}_2$ a odporuje proto 3NZ. (Není také centrální.)

Vysvětlení je následující:

- Ve stacionárním či kvazistacionárním poli nemohou existovat samostatné proudové elementy, ale jen uzavřené toky. Jakmile však integrujeme $\mathrm{d}\vec{F}_{12}$ přes uzavřené proudové smyčky Γ_1, Γ_2, získáme výraz, který 3NZ vyhovuje:

$$\vec{F}_{12} = \oint_{\Gamma_1}\oint_{\Gamma_2} \mathrm{d}\vec{F}_{12} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi}\oint_{\Gamma_1}\oint_{\Gamma_2}\left\{\frac{(\mathrm{d}\vec{r}_2\cdot\vec{R})\,\mathrm{d}\vec{r}_1}{R^3} - \frac{(\mathrm{d}\vec{r}_1\cdot\mathrm{d}\vec{r}_2)\vec{R}}{R^3}\right\},$$

  kde první sčítanec při integraci po uzavřené křivce Γ_2 vymizí, protože je totálním diferenciálem podle r_2 výrazu $(\mathrm{d}\vec{r}_1/R)$. Druhý sčítanec již je centrální a symetrický v $\mathrm{d}\vec{r}_1$, $\mathrm{d}\vec{r}_2$ a vyhovuje tedy 3NZ.

- Trváme-li na proudových elementech, dostáváme se do oblasti nestacionárního pole. K dosavadním „tělesům“ — fyzikálním objektům — přibývá další, totiž (elektromagnetické) pole, jehož prostřednictvím na sebe proudové elementy působí. Jak známo, přivedl podrobnější rozbor těchto případů k přisouzení hybnosti i momentu hybnosti nejen částicím, ale i elektromagnetickému poli.

  Podrobnější rozbor 3NZ v nestacionárním poli přesahuje rámec tohoto článku.

2.4. Gravitační působení (nerelativistické)

Uvažujme *částici* T_1 o hmotnosti m_1 a polohovém vektoru $\vec{r}_1 = \vec{0}$ a *tuhé těleso* T_{23} tvořené dvěma částicemi T_2 $(m_2, \vec{r}_2)$ a T_3 $(m_3, \vec{r}_3)$ s neproměnnou vzdáleností[9]) $l = |\vec{r}_2 - \vec{r}_3|$. Uvažujeme o *statickém* rozložení sil a můžeme proto T_{23} posuzovat jako částici o hmotnosti $m_{23} = m_2 + m_3$ a poloze $\vec{r}_{23} = (m_2\vec{r}_2 + m_3\vec{r}_3)/m_{23}$.

Těleso T_{23} působí na částici T_1 silou (κ je gravitační konstanta)

$$\vec{F}_{23,1} = \frac{\kappa m_1 m_2 \vec{r}_2}{|\vec{r}_2|^3} + \frac{\kappa m_1 m_3 \vec{r}_3}{|\vec{r}_3|^3},$$

[8]) To, že *mikroskopická* příčina magnetického a elektrického působení je různá, není pro *makroskopický* popis podstatné. Stačí, že se obě pole řídí touž Poissonovou či Laplaceovou rovnicí.

[9]) Například spojených tuhou tyčí zanedbatelné hmotnosti.

zatímco částice T_1 působí na těleso T_{23} jednak silou

$$\vec{F}_{1,23} = -\vec{F}_{23,1}\,,$$

jednak silovou dvojicí

$$\vec{M}_{1,23} = \vec{r}_{23} \times \vec{F}_{1,23} = \frac{\kappa m_1 m_2 m_3}{m_1 + m_2}[\vec{r}_2 \times \vec{r}_3](r_3^{-3} - r_2^{-3}).$$

Jde o analogický případ jako dříve, jako by však na dipól byl superponován náboj opačné polarity, aby obě síly $\vec{F}_{1,23}$, $\vec{F}_{23,1}$ byly přitažlivé. Dříve uvedený elektrostatický případ je ovšem podstatně názornější; mimoto v gravitačním působení nejsou limita a nekonečně velké hmotnosti realistické.

3. Model pružné látky

Silným argumentem pro zavedení jen centrálních sil mezi částicemi tvořícími pevnou látku (např. pružné těleso) se dříve jevil úspěch atomární teorie a lákavá představa, že by bylo možné ze sil mezi těmito částicemi[10]) vysvětlit a nahradit, příp. upřesnit Newtonovy rovnice snad podobně, jako vystředováním mikroskopických Lorentzových rovnic získáváme Maxwellovy rovnice. O to se pokusil např. BOLTZMANN, jak ví český čtenář z [5].

Při současné znalosti mikrosvěta však víme, že např. neutrony mají vlastní magnetický moment a i jejich klasický popis by tedy automaticky vedl k necentrálním silám. Především se však samy elementární částice klasickou fyzikou *neřídí*; při (kvantovém) středování jejich byť původně centrálních elektrických sil dostáváme meziatomární a mezimolekulární síly z klasického hlediska značně exotické, jako např. nasytitelné a ostře směrové chemické vazby.

Lze si ovšem představit, že bychom naopak postulovali průběh mezimolekulárních sil tak, aby nám vyšly správné makroskopické veličiny. Tak postupovali NAVIER, POISSON a CAUCHY ve třicátých létech minulého století. Předpokládali mezimolekulární síly přitažlivé i odpudivé, ale vždy centrální. Využitím vnitřních symetrií však vedla jejich teorie v případě izotropního tělesa na *jediný* elastický koeficient, charakterizující pružnost látky, zatímco VOIGT experimentálně potvrdil, že k popisu elastických vlastností izotropních látek jsou nutné *dva* koeficienty; jeden nestačí. Tím ovšem padla i představa, že centrální síly vhodného průběhu pro popis vnitřní struktury pružné látky postačují. (Viz [19], str. 169 a další.)

4. Jiné argumenty

V diskusích na terminologické komisi i na katedře se probíraly různé argumenty dotýkající se znění 3NZ.

[10]) ztotožňovanými případně podle okolností s molekulami, atomy či v příslušné době známými elementárními částicemi: protony, neutrony, elektrony atp.

- Centrálnost sil lze zavést do 3NZ proto, aby se zjednodušila formulace věty o momentu hybnosti.

  Tento důvod nepokládáme za postačující alespoň ze dvou důvodů:

  - 3NZ je jím degradován z jednoho ze základních pohybových zákonů (popisu interakce působením sil) na pouhé lemma pro větu o momentu hybnosti;
  - celá klasická fyzika je ochuzena o zkoumání soustav typu plynu z polárních molekul.

- Centrálnost může být zdůvodňována tím, že se dále hodláme zabývat jen jistými „jednoduchými" silami.

  To je však sporné z několika hledisek:

  - z fenomenologického: základní zákon má podávat pokud možno univerzální formulace pro síly všech typů;
  - z mikroskopického: jen centrální síly nemohou správně popsat pružnost látek;
  - z metodického: výklad kontaktních sil by byl mnohem komplikovanější[11]) než popis elektrostatické dipólové interakce, sloužící jako jednoduchý protipříklad.

- Při pokusu o precizování výchozích axiomů klasické mechaniky může být centrálnost sil postulována univerzálně (a tím i zavedena do 3NZ) pro párové interakce všech částic popisujících diskrétní strukturu látky.
  Tento postulát je sice lákavý a zdá se být nasnadě, ale není pravdivý — vede k rozporu s experimentem, jak bylo upozorněno dříve (kap. 3). Navíc by se takové postuláty, plně oprávněné ještě v době Boltzmannově, jevily jako poněkud anachronické v době, kdy umíme provádět kvantověmechanické výpočty ab initiō v teorii chemické vazby a v teorii pevných látek.

„Vyhození z trůnu", které newtonovské mechanice uštědřila kvantová mechanika, je však i k něčemu dobré. Vědomí, že newtonovská mechanika není univerzálně platná a že se jí např. mikrosvět neřídí, nás zbavuje povinnosti *vysvětlit* vše (i to, co klasicky nejde, např. stabilitu látek či chemické síly) a uvolňuje nám ruce jak k jasnějším formulacím, tak i k tvůrčím zobecněním: nemusíme *vysvětlit* – stačí, podaří-li se přijatelně fenomenologicky *popsat*.

Jako ilustrace: analytická mechanika může popsat interakci potenciálem (prostřednictvím lagranžiánu). Oproti newtonovské mechanice se tím cosi ztrácí, např. možnost popisu obecných disipativních sil typu tření. Něco jiného se tím však získává, např. pohodlná možnost zavedení vícečásticových potenciálů, neredukovatelných na párové interakce. Takovou „kolektivní interakci" ovšem newtonovská mechanika nezná; její

[11]) Jak známo, neexistuje a nemůže existovat klasický model *statických* sil, které by vedly ke stabilní pevné látce, vyhovují-li jejich potenciály Laplaceově rovnici (elektrostatika, klasická gravitace). Systémy založené na *dynamické* rovnováze naopak musí podle klasické elektrodynamiky zářit a nemohou tedy být v rámci klasické fyziky stabilní. Jak chemické síly udržující pohromadě molekulu, tak mezimolekulární síly všech druhů vyloží uspokojivě jen *kvantově* počítaná a interpretovaná elektromagnetická interakce.

zavedení je však výhodné a výstižné pro fenomenologický popis kvantově vystředované interakce párové.

Z dalších interakcí cizích klasické představě síly připomeňme výměnnou interakci mezi kvantovými částicemi téhož druhu, nelokální síly či tříčásticové síly z atomové fyziky.

4.1. Proč se zdržovat klasickými fyzikálními zákony?

V současné době může jasná a přitom věcně správná formulace základních fyzikálních zákonů napomoci ani ne tak k novým fundamentálním objevům, jako spíš k něčemu ještě cennějšímu: k tomu, aby se základní fyzikální představy staly srozumitelnějšími a byly akceptovány nejen odbornou veřejností, aby fyzika přestala být středoškolským strašákem — kterým bohužel podle průzkumů často je.

Uprostřed lidí, kteří by nechali módní vlnou postmodernismu odplavit a odsoudit vědecký přístup *právě proto*, že je vědecký, lidí, kteří byli dříve ochotni podléhat demagogii typu „věda je to, čemu nerozumíš, nemůžeš rozumět a čemu musíš věřit" a nyní místo zatracení demagogie zatracují vědu, by to nebylo ani tak málo.

5. Závěr

Omezení na centrální síly ve 3NZ se nám jeví nadbytečné:

- pomíjí význam 3NZ jakožto jediného fundamentálního zákona, porovnávajícího nejobecnější síly působící na *různé* objekty;
- omezuje použitelnost 3NZ jen na síly jistého typu a fakticky vylučuje z newtonovské mechaniky studium dipólové a vyšší interakce;
- činí formulaci 3NZ složitější;
- vede k rozporu s fakty v klasickém modelu pružné látky.

Formulace a interpretace 3NZ v případě nestacionárních polí a konečné rychlosti šíření interakce není jednoduchá a někteří autoři o smyslu 3NZ v takové situaci pochybují [8]. Tato problematika bude případně probrána v samostatném článku.

5.1. Poděkování

Rád bych touto cestou poděkoval za cenné podněty a hodnotnou diskusi jak svým současným i bývalým spolupracovníkům na katedře, tak i fyzikům z jiných pracovišť. Svým přínosem článek obohatili zejména prof. M. Brdička, prof. M. Černohorský, doc. J. Langer. Za veškeré případné omyly či nepřesnosti ovšem odpovídám výhradně sám.

Literatura

[1] M. Brdička, A. Hladík: *Teoretická mechanika.* Academia, Praha, 1987.
[2] L. Uhlířová: *Matematické termíny typu jacobián, laplaceián.* Naše řeč, 4, 1995.

[3] V. TRKAL: *Mechanika hmotných bodů a tuhého tělesa.* NČSAV, Praha, 1956.
[4] J. KVASNICA A KOL.: *Mechanika.* Academia, Praha, 1988.
[5] B. KUČERA: *Základy mechaniky tuhých těles.* JČMF, Praha, 1921.
[6] L. D. LANDAU, E. M. LIFŠIC: *Teoretičeskaja fizika. Tom 1: Mechanika.* Nauka, Moskva, 1965.
[7] C. SCHAEFER: *Einführung in die theoretische Physik.* Erster Band. Walter de Gruyter & Co., Berlin, 1929.
[8] *Berkeley Physic Course, vol. 1: Mechanics.* McGraw-Hill. Ruský překlad: *Berkleevskij kurs fiziki. Tom 1. Mechanika.* Nauka, Moskva, 1971.
[9] J. OREAR: *Physics.* Macmillan Publishing Co., New York, London. Ruský překlad: Dž. ORIR: *Fizika.* Moskva, Mir, 1981.
[10] S. E. FRIŠ, A. V. TIMOREVA: *Kurs fysiky 1.* NČSAV, Praha, 1953.
[11] Z. HORÁK, F. KRUPKA: *Fyzika.* SNTL, Praha, 1981.
[12] B. URGOŠÍK: *Fyzika.* SNTL, Praha, 1987.
[13] *Závěrečné materály semináře Problémy didaktiky základních zákonů fyziky.* Red. M. ČERNOHORSKÝ a kol. Brno, 16. – 17. 2. 1979.
[14] V. ŠANDEROVÁ, J. KRACÍK: *Fyzika.* SNTL, Praha, 1989.
[15] V. NOVÁK: *Fysika 1.* JČMF, Praha, 1929.
[16] *Slovník školské fyziky.* SPN, Praha, 1988.
[17] VOTRUBA V., MUZIKÁŘ Č.: *Teorie elektromagnetického pole.* 2.vyd. NČSAV, Praha, 1958.
[18] W. PANOFSKY, M. PHILLIPS: *Classical Electricity and Magnetism.* Addison–Wesley, Cambridge. Ruský překlad: V. PANOVSKIJ, M. FILIPS: *Klassičeskaja elektrodinamika.* GIFML, Moskva, 1963.
[19] M. BRDIČKA: *Mechanika kontinua.* NČSAV, Praha, 1959.

jubilea & zprávy

PROFESOR TIBOR ŠALÁT JUBILUJE

Je velké štěstí potkat v životě ve správnou dobu správného člověka, jehož vliv je pak pro další cestu určující. Já jsem to štěstí měl.

S panem profesorem Tiborem Šalátem jsem se setkal poprvé na podzim roku 1962. Byl jsem v té době studentem 2. ročníku matematiky a fyziky na Přírodovědecké fakultě Univerzity Komenského v Bratislavě. Tibor Šalát nám přednášel základní kurs matematické analýzy. Jeho přednášky byly živé, dynamické, kořeněné vtipy, a co víc, občas se na nich psaly krátké testy. Byl jsem svým učitelem rychle zaregistrován coby nadějný adept profesionální matematické dráhy. Mé představy o tom, jak lze v matematice objevovat něco nového, byly v té době nejasné. Tibor Šalát mne hned po semestrální zkoušce začal zasvěcovat do tajů výzkumné práce. Přinesl mi separát práce W. Sierpińského, napsané pro mne tehdy naprosto neznámým francouzským jazykem, a požádal mne, abych mu za týden přišel říci, co v práci je. Později následovaly další články i drobné problémy. V průběhu 3. ročníku studia (to už jsem chodil k Tiboru Šalátovi na přednášku z metrických prostorů a na seminář z reálné analýzy) jsem pak napsal svou první matematickou práci o L_p prostorech, s níž jsem se poprvé zúčastnil soutěže o nejlepší studentskou vědeckou práci. Tehdy [illegible] v jediné sekci soutěžili matematici i fyzici, velký rozvoj studentských soutěží nastal až později. Mimochodem, asi by nebylo špatné tyto soutěže v nějaké formě obnovit. V roce 1964 založil T. Šalát svůj proslulý vědecký seminář z reálných funkcí, který existuje bez přerušení dodnes a v němž vyrostlo mnoho jeho žáků. Na práci semináře jsem se zúčast-