

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Garrett Birkhoff

Výuka v oboru vědeckých výpočtů

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 17 (1972), No. 2, 78--81

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/138522>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1972

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

- [8] PONTRJAGIN, L. S.: Sur les groupes abéliens continus, C. R. Acad. Sci. Paris 198 (1934) 328—330.
- [9] CHEVALLEY, C.: Two theorems on solvable topological groups, Michigan Lectures in Topology (1941) 291—292.
- [10] GLEASON, A.: Groups without small subgroups, Ann. Math. 56 (1952) 193—212.
- [11] YAMABE, H.: On conjecture of Iwasawa and Gleason, Ann. Math. 58 (1953) 48—54.
- [12] YAMABE, H.: A generalization of a theorem of Gleason, Ann. Math. 58 (1953) 351—365.
- [13] MONTGOMERY D., ZIPPIN, L.: Small subgroups in finite dimensional groups, Ann. Math. 56 (1952) 213—241.
- [14] IWASAWA, K.: On some types of topological groups, Ann. Math. 50 (1949) 507—557.
- [15] GLEASON, A.: On the structure of locally compact groups, Duke Math. J. 18 (1951), 85—104.
- [16] KERVAIRE, M.: A manifold which does not admit any differentiable structure, Comment. Math. Helv. 35 (1961), 1—14.
- [17] SEGAL I. E.: Topological groups in which multiplication of one side is differentiable, Bull. Amer. Math. Soc. 52 (1946) 481—487.
- [18] Мальцев, А. И.: *Топологическая алгебра и группы Ли*, Математика в СССР за 30 лет, Гостехиздат, 1948, 134—180.
- [19] HUDSON, S.: Lie loops with invariant uniformities, Trans. Amer. Math. Soc. 115 (1965) 417—432, II 118 (1965) 526—533.
- [20] HOFMANN, K. H.: Topologische Loops mit schwachen Assoziativitätsforderungen, Math. Z. 70 (1958), 125—155.
- [21] WALLACE, A. D.: Cohomology, dimension and mobs, Summa Brasil. Math. 3 (1953), 43—55.

VÝUKA V OBORU VĚDECKÝCH VÝPOČTŮ

GARRETT BIRKHOFF

OBECNÉ POZNÁMKY

Vědecké výpočty jsou tak staré jako věda (exaktní) sama a datují se nejméně od dob babylonských astronomů. Od nejstarších dob až dosud byla převážná část složitých vědeckých (a inženýrských) výpočtů prováděna lidmi, kteří původně matematiky nebyli. Ačkoli někteří význační matematici jako NEWTON, EULER, GAUSS, JACOBI, VON NEUMANN a další dovedli ocenit závažnost této problematiky*), většina „čistých“ matematiků ji přehlídí.

Vzdělání pro vědecké výpočty může být a také je úspěšně poskytováno katedrami matematiky, aplikované matematiky a odděleními pro informatiku (Computer Science), i když je to problematika mezioborová. Zdá se, že by bylo nejpřirozenější

*) Vzpomeňme Newtonovu metodu řešení soustav algebraických rovnic, Eulerovu metodu řešení diferenciálních rovnic, Gaussovu eliminaci a von Neumannovu myšlenku výběru hlavního prvku a využití vhodného měřítka se zřetelem na číslo podmíněnosti při aplikaci Gaussovy eliminace ([1], str. 421—572).

vytvořit samostatná oddělení na matematických fakultách (a ústavech), která by zajišťovala vzdělání pro vědecké výpočty.

Vzdělání pro vědecké výpočty zahrnuje znalost řady předmětů, které se neučí na mnoha universitních matematických fakultách. Rád bych vyzdvihl především informatiku a přednášky zabývající se řešením různých problémů. Většina metod vědeckých výpočtů pro řešení příslušných problémů je dílem astronomů, matematických fyziků a inženýrů. V současné době vystupují do popředí problémy z nových oblastí ekonomiky, vědy o řízení a biologie.

VYSOKOŠKOLSKÉ VZDĚLÁNÍ*)

Domnívám se, že je dosti snadné sestavit vhodný program výuky se zaměřením na vědecké výpočty, která by měla být poskytována během vysokoškolských studií. Odpovídající „jádro“ matematických znalostí je dáno tradičními přednáškami z reálné a komplexní algebry, diferenciálního a integrálního počtu, diferenciálních rovnic a kursy pravděpodobnosti a statistiky. Navíc je nutno zařadit solidní přednášky z numerické analýzy a z programování. Velice vhodné je zařadit i kurs zabývající se teorií matematických modelů. Přitom by měl každý student proniknout hlouběji do některé z aplikací, aby byl schopen pochopit význam modelů v té které problematice.

I když podle mého názoru nevede výuka pro vědecké výpočty studenta ke studiu do hloubky, poskytuje lepší možnost volby mezi čistou matematikou, aplikovanou matematikou a informatikou. V každém případě by měl být studentu předložen plán disertační práce. V čisté matematice by hlavní náplní práce byly důkazy vět, zatímco v aplikované matematice by tato práce spočívala v numerickém řešení nějakého významného problému. Informatiku bych doporučil těm, kteří chtějí napsat práci na některé téma z takových oborů matematiky, jako je lineární programování nebo přibližný výpočet vlastních vektorů anebo iterační metody v síťových úlohách.

Tato tři zaměření vysokoškolského studia vytvářejí dobrý základ pro další studia aplikované matematiky, informatiky, techniky a pojištnictví i pro řadu profesí včetně obchodu a oblasti řízení.

POZNÁMKY K VÝCHOVĚ VĚDECKÝCH PRACOVNÍKŮ*)

Oblast vědeckých výpočtů nabízí na úrovni dalšího studia řadu možností pro specializaci aspiranta. Kromě přednášek týkajících se příslušné specializace mělo

*) Poznámka překladatelů:

Vzhledem k odlišnostem našeho a amerického vysokého školství bylo nutno se dopustit určitého zjednodušení při překladu.

Termín „undergraduate study, education“ byl přeložen jako „vysokoškolská studia“, „graduate study“ jako „výchova vědeckých pracovníků“, „graduate student“ jako „aspirant“.

by studium zahrnovat zcela nezbytně kursy analýzy v komplexním oboru, elementární funkcionální analýzy, numerické analýzy, diskrétní matematiky a kursy parciálních diferenciálních rovnic matematické fyziky. Aspiranti by dále měli znát základní pojmy z počtu pravděpodobnosti a mít solidní zkušenosti se sestavováním složitějších programů pro počítač.

Po důkladném zvládnutí výše uvedených předmětů měl by být aspirant schopen sledovat literaturu a pracovat jako vědecký asistent. Aspirant by měl být veden k řešení složitějších vědeckých problémů a po dosažení solidních zkušeností by měl absolvovat zkoušky k získání titulu Ph. D. Vyzkoušen může být buď z několika partií, které ovládá, nebo může být zkouška do určité míry zaměřena k jednomu nebo ke dvěma problémům, kterým by se aspirant rád věnoval, což je pravděpodobně lepší způsob. Ideální by bylo, kdyby aspirant přišel s problémy sám a rozhodně by se studenti neměli stát prostředkem k získávání reputace vědecké a pedagogické úrovně příslušného ústavu nebo fakulty. Tomuto problému by se měla věnovat co možná největší péče.

Stává se, že student vyvíjí tlak na příslušné činitele, aby jeho práce byla přijata, protože se snaží co nejdříve získat další zaměstnání. Této tendenci je třeba zabránit. Jenom tehdy, je-li disertační práci prokázáno, že student zvládl příslušnou literaturu a dokázal své hlubší znalosti, je práce hodna získání titulu Ph.D.

Snad nejlepší cesta k tomu, aby nebyly předkládány práce „mrtvé“, je přimět aspiranta aby sledoval literaturu, předkládat mu neřešené problémy a teprve pak uvažovat o přijatelném tématu disertační práce. Obor disertační práce je však zcela jiná otázka. Této problematice bych věnoval závěrem několik optimistických poznámek.

TÉMATA DISERTAČNÍCH PRACÍ

Jen málo oborů nabízí tak bohatou řadu problémů vhodných pro disertační práci k získání hodnosti Ph.D. jako je tomu v případě vědeckých výpočtů. V tomto oboru jsou zahrnuty jednak problémy vědecké a technické, jednak různé možnosti zobecnění numerických algoritmů a důkazy konvergence těch algoritmů, pro které neexistuje teorie apod.

Patří sem problémy z různých odvětví matematiky, fyziky, chemie, biologie. Jestliže se aspirant už jednou rozhodne pro určitý obor, nemělo by být problémem nalézt vhodné téma disertační práce.

Větším problémem je rozhodnout se, v které oblasti může dosáhnout význačnějších výsledků během vymezené doby (většinou 2 roky pro vypracování disertační práce). Ve většině případů se student spoléhá na doporučení školitele. Může také vycházet z nejnovější literatury, jejíž výběr je uveden v [2] – [7] a v seznamu referencí těchto prací.

Navíc si myslím, že student může získat rozhled a inspiraci studiem života a prací velikých vědců, jako byl Gauss a von Neumann. Poznal by, že tito i jiní, jako New-

ton a Euler, nepodceňovali umění numerického počítání na rozdíl od mnoha menších matematiků. Zjistil by, že Gauss, kterého ve dvaceti letech zaujala algebra a teorie čísel, soustředil ve třiceti svůj zájem na astronomické výpočty a ve čtyřiceti řídil a prováděl pracné výpočty geodetické.

Nahlédne-li student do *Sebraných spisů* von Neumanna, podaří se mu lépe chápat matematiku jako mnohostrannou a mezioborovou vědu. Dozvěděl by se, že von Neumann po vystudování chemie získal dobré jméno v základech teorie množin, kvantové mechaniky, pak i v teorii operátorů a teorii her. Když dosáhl von Neumann čtyřiceti let, upoutal jeho zájem první elektronický počítač. Od té doby se problémy vědeckých výpočtů staly jeho hlavním zájmem. Von Neumann přispěl významně k návrhu logiky počítačů a k sestavování programů.

Seznámí-li se student s dílem těchto velkých vědců, získá nejen inspiraci, ale pozná především možnosti, jak lze myšlenky z logiky, algebry, matematické analýzy, informatiky a přírodních věd dobře aplikovat na problémy vědeckých výpočtů. V tom vidím hlavní přínos studia prací velkých vědců. Soupis prací von Neumanna lze nalézt v [1] a doporučuji každému, kdo chce v těchto oborech bádát, aby si tyto práce prostudoval.

Jestliže má student dojem, že práce významných matematiků vyčerpává jeho pole a že „nemá co na práci“, pak mu vřele doporučuji, aby si přečetl seznam neřešených problémů, které von Neumann předložil před 20 lety ([1], str. 236, 241):

1. Dvou- a třírozměrné viskozni proudění zahrnující turbulentní proudění.
2. Předpověď počasí (numerické řešení) na zeměkouli.
3. Dvou- a třírozměrné neviskozni stlačitelné proudění s rázovými vlnami.
4. Souvislost hydromechaniky a chemické nukleární reaktorové kinetiky.
5. Řešení Schrödingerovy rovnice pro víceatomové molekuly.

Tyto problémy nejsou dodnes téměř vůbec vyřešeny; navíc by nebylo těžké rozšířit tento seznam na trojnásobnou délku (připojením problémů např. z mechaniky tuhého tělesa, vedení tepla a z teorie elektromagnetického pole).

Přeložili Karel Najzar a Jitka Segethová

Literatura

- [1] J. VON NEUMANN, *Collected Works*, vol. V, Pergamon Press, 1963.
- [2] G. E. FORSYTHE and W. R. WASOW, *Finite-Difference Methods for Partial Differential Equations*, Wiley, 1960.
- [3] R. S. VARGA, *Matrix Iterative Analysis*, Prentice-Hall, 1962.
- [4] J. H. WILKINSON, *The Algebraic Eigenvalue Problem*, Oxford, 1965.
- [5] Numerical Solution of Field Problems in Continuum Physics, SIAM-AMS Proc., vol. II, Am. Math. Society, 1970.
- [6] G. BIRKHOFF, Numerical Solution of Elliptic Problems, SIAM Publ., 1971.
- [7] R. S. VARGA, Approximation and Functional Analysis, SIAM Publ., 1971.