Gustave Choquet

Matematický výzkum - svědectví badatelů

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 39 (1994), No. 3, 143--151

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/137813`

Matematický výzkum – svědectví badatelů

Od 15. do 28. srpna 1993 se konala v Praze a Pasekách nad Jizerou velká mezinárodní letní škola z teorie Banachových prostorů, blízkých oblastí a aplikací. Školy, která navazovala na již desetiletou tradici podobných akcí pořádaných katedrou matematické analýzy, se zúčastnilo na sto převážně mladých matematiků z mnoha zemí celého světa. Tato akce byla podporována evropským programem Tempus a Fondem pro obnovu čs. vysokých škol založeným z iniciativy prezidenta Václava Havla. Úvodní příspěvek přednesl Miroslav Hušek z pořádající Matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy. Byl zasvěcen jednomu z našich nejslavnějších matematiků Eduardu Čechovi, jehož sté výročí narození připomněl. V sériích několikahodinových přednášek potom vystoupili vynikající představitelé světové matematiky a její krásné disciplíny — analýzy: Gustave Choquet (Paříž), Stelios Negrepontis (Atény), Vlastimil Pták (Praha), Robert R. Phelps (Washington), Stanimir Troyanski (Sofia), Lior Tzafriri (Jerusalem) a Václav Zizler (Edmonton). Z magnetofonového záznamu a psaných poznámek upravil sérii přednášek Gustava Choqueta pro čtenáře Pokroků student matematické analýzy MFF UK Vítězslav Babický.

Úvod

Brzy uplynou tři roky od doby, kdy jsem měl naposledy možnost strávit několik dní mezi pražskými matematiky. Proto, když mne v dubnu profesor Lukeš zval na tuto letní školu, byl jsem rozpolcen touhou po novém setkání a lítostí, že nemohu říci kromě definice už vůbec nic dalšího o Banachových prostorech a jejich aplikacích. Navrhl jsem ale téma, které mne zcela fascinuje — myšlenkové pochody výzkumu. Poté, co mne profesor Lukeš ujistil, že půjde o námět zajímavý pro všechny účastníky, mohu mu tedy poděkovat, že jsem nyní mezi vámi s cílem jistě mnohem obtížnějším, než by byl výklad vlastních výsledků.

Nemohl jsem očekávat lepší předehru ke svému příspěvku než brilantní vystoupení Miroslava Huška o Eduardu Čechovi, plodném objeviteli a inspirátoru dlouhé řady mladých matematiků. Lidé, zvláště výzkumníci, jsou různí a často také s odlišnými pohledy na matematické náměty hodné studia; rozdíly se ovšem ukryly při sepisování výsledků. Při pozornějším pohledu je ale možné z jejich děl určit i myšlení těchto autorů. Knihovny jsou velká skladiště skryté pravdy, ale abychom našli způsob, jak se nové výsledky rodily, je třeba věnovat velkou pozornost aspoň těm několika svědectvím, jež malý počet badatelů zanechal na cestě ke svým objevům. První část přednášky má tedy název „Matematický výzkum, svědectví badatelů“, druhá část pak „Úvahy na cestě výzkumu“ a poslední díl „Formování badatelů“.

Neosobuji si žádné právo dávat recepty mladým výzkumníkům, jak hledat nové poznatky (záleží jen na nich, jak rychle budou postupovat), a tím spíše ani právo radit svým kolegům, jak vést žáky. Toužím jednoduše jen přinést i svoje svědectví.

Mnozí matematici nebo filozofové v minulosti analyzovali postupy výzkumu. Z těchto studií jsou některé obzvláště pozoruhodné, jako například Pólyova kniha o matematických objevech nebo Descartova *Rozprava o metodě* s cílem ještě ctižádostivějším. Každý matematik by si měl přečíst tyto krásné klasické texty a přemýšlet o nich. To je úplný základ — vzpomínám si, že jsem z něj hodně získal v šestnácti letech studiem dvou knížek (jednu z nich napsal velký geometr Lamé) o metodách řešení problémů z elementární geometrie.

Tato díla se ale zřejmě nemohla stát základními kameny filozofie výzkumu: Vždyť jakých vrcholů by matematika dosáhla, kdybychom s jistotou znali metodu, jak vést svá bádání? Potom by kritériem kvality matematiků už nebyla jen zručnost řešit obtížné úlohy, ale spíše schopnost zvolit si úrodnou cestu a formulovat hezké a přínosné problémy — jsme totiž lidé a nezajímají nás pouze věty sestavené obřími superpočítači.

Ale k mému současnému tématu se více hodí svědectví zkušených matematiků hovořící o již ověřených, byť někdy neočekávaných přístupech, které je přivedly k úspěchu. Předchůdcem je vzdálené svědectví Archimedovo v jeho *Metodě*, zapsané v jednom z dopisů Eratosthenovi. Známější je ale podobné svědectví Henri Poincarého o objevu fuchsiánských funkcí (1908). Nedávná minulost se takovými pracemi už přímo hemží — uvedu jen Hadamardovu hezkou syntézu *Esej o psychologii objevu* (1944) s obzvláště zajímavou kapitolou o chybách a nezdarech, Wienerovy knihy (1966), svědectví Hardyho o Ramanudžanovi v *Obraně matematika* (1967), knihy Kace a Ulama a knihu Paula Levyho, málo známou, ale velmi zajímavou a vyčerpávající: *Některé aspekty myšlení matematika* (Blanchard, 1970).

O konzervatismu lidského ducha

Nyní bych chtěl proslovit obecnou poznámku o způsobu vývoje matematiky za posledních více než dva tisíce let: Je-li pravda, jak zdůrazňoval Hilbert, že hledání odpovědí na složité problémy je často příčinou pokroku, pak není řešení samotné tak důležité, jako vytváření silných nástrojů, jimiž se dá vést výzkum — vezměme například velkou Fermatovu větu nebo Kummerovy ideály. Gauss dokonce o velké Fermatově větě říkal, že ho nezajímá, protože by uměl formulovat sto stejně obtížných podobných problémů (celá teorie čísel je vůbec na takové situace velmi bohatá).

Lidský duch je slabý a aby mohl postupovat vpřed, potřebuje se o něco opřít. Lidský duch je rovněž velmi konzervativní; vždyť chopí-li se badatelé nového pojmu nebo aparátu, využívají jej bez ustání a rozptylují se (za jeho pomoci) řešením čím dál speciálnějších cvičení, byť často zcela bez možnosti dalšího uplatnění — až dokud nepřijde člověk s novým pohledem, který je vyvede z těchto zaběhnutých kolejí.

Nejdůležitější pojmy mají skoro vždy jednoduché definice — pojem grupy, tělesa, vektorového prostoru, Baireovy topologie konvergence skoro všude, pozitivních Radonových měr atd. Je velmi zarmucující zjištění, že pokud by už Řekové z Périklova století znali geniálně jednoduchou cantorovskou definici ekvivalence dvou množin pomocí bijekce, pak by se změnily celé dějiny matematiky i filozofie.

Matematika tedy neustále potřebuje změny pojmů a vědci mohou některé další termíny nově vytvářet a dávat jim někdy přednost při pohledech na různé problémy jako zdroje svých koncepcí.

Svědectví

Nyní přejdu přímo k jádru věci — povím vám o dvou matematicích, které jsem snad znal opravdu dobře. Nejprve se však trochu zdržím jejich životopisem a vzděláním, abychom mohli lépe pochopit rozdíly mezi jejich pracovními metodami.

Prvním z nich jsem já sám. Pascal řekl: „Mé já — to je hodno jen opovržení", ale dva jiní filozofové se proslavili studiem sebe sama — Montaigne: „Jsem jen hmotou své knihy", J. J. Rousseau: „Chci ukázat svým bližním člověka v nejodkrytější pravdě přírody a ten člověk, to budu já."

Druhým matematikem, o čtyři dny mladším než já a s naprosto stejným univerzitním vzděláním na Ecole Normale Supérieure[1]), jehož geny a rodinné prostředí ho však ode mne přece jen odlišily, je Laurent Schwartz.

Vybral jsem tyto dva muže, protože i přes mnohé společné jsou velmi různí.

Laurent Schwartz velice brzy navázal matematické kontakty se svým strýcem Hadamardem, pak se svým tchánem Paulem Levym a zejména se skupinou bourbakistů, jejímž členem, ač pokrevně nespřízněn, se stal brzy po válce. V takovém prostředí se zrodila jeho matematická kultura, kterou viditelně pojal jako síť spletenou z jednotlivých teorií, aby mu umožnila správně pochopit všechna nová a ne zcela probádaná fakta. Laurent Schwartz má také velmi dobrou paměť. Když v něčem „plave", raduje se z toho, poněvadž to, co až dosud znal, mu nepřináší žádnou odpověď, a může se tedy těšit, že nalezne něco nového — tím je tak odlišný od Dieudonného, obdivuhodného člověka, jenž říkal, že jeho vlastní původní práce byly z hlavní části jen důsledky díla pro skupinu bourbakistů. Laurent Schwartz má rovněž velkou pracovní výkonnost a je zásobárnou duševní energie.

Co se mne týče, já mám naopak matematický základ jen velmi omezený; nečetl jsem vědecké traktáty, natož povinnou četbu o provádění přesného výzkumu. Nikdy jsem nestudoval ani důkazy vět. Mám jen malou pracovní výkonnost, vyjma případu, kdy jsem uchvácen problémem: Tehdy se prudce zvyšuje i má duševní odolnost, neboť akumulátory se mi znovu nabijí do plné síly — jako v letech 1980–81, kdy jsem déle než rok zkoumal rozložení posloupností $k\vartheta^n \bmod 1$ (napřed s $\vartheta = \frac{3}{2}$, pak s ϑ libovolným algebraickým). Mám tak děravou paměť, že ji mohu srovnávat nejvýš s houbou, provrtanou velkými i početnými menšími dírami — mohu ilustrovat zábavným příkladem: Počátkem roku 1939, jako stipendista na Graduate College v Princetonu, jsem se několik týdnů zabýval problémem týkajícím se prodloužení homeomorfismu mezi dvěma kontinuy na celou rovinu a v okamžiku, kdy jsem úlohu vyřešil, jsem si

[1]) Prestižní pařížská vysoká škola.

vzpomněl, že jsem stejné řešení téhož problému už přesně před rokem publikoval ve své první poznámce v pařížských Comptes Rendus[2]). O několik měsíců později jsem dostal blahopřejný dopis (jsem na něj hrdý a dosud ho mám schovaný) od topologa Pavla Sergejeviče Alexandrova, jenž toto řešení dlouho bez úspěchu také hledal. To se týkalo jedné z doslova obřích děr mé „houby".

Mohl-li jsem i přes tento handicap získat při svém bádání určité výsledky, bylo to tím, jak dobře poznamenal Marcel Brelot, že objevy se dělají ve vrcholech intelektuální aktivity po dlouhém období předběžných prací. Abychom pomohli uvedeným bodům, cítíme-li řešení na dostřel, je třeba „obdělávat" a Brelot sám si k tomu připravoval čaj opravdu silný. Koneckonců: každá „houba", ať už třeba nulového objemu, je stejně jako plná koule nosičem nějaké jednotkové Radonovy míry.

Pro vyrovnání onoho handicapu jsem měl ale navíc schopnost zkoumat všechny problémy analýzy z pohledu geometra. Ke každé úloze jsem přistupoval přímo, geometricky a se snahou o její maximální zjednodušení; vždy jsem také usiloval o to, převést její speciální případy zpět k problémům elementární geometrie: Například v mé společné práci s Jacquesem Denym o potenciálech na konečné množině jsme se inspirovali novou interpretací dobře známých principů dominačního, výmetového a pozitivních měr na případu dvou rovinných trojúhelníků, když jeden je uvnitř druhého. Já jsem byl tehdy hlavně geometrem, zatímco můj přítel Deny čistým analytikem, který svých nejlepších výsledků dosáhl dlouhým přemýšlením o jemných rovnostech a nerovnostech algebraického charakteru.

Mám rozvinutou intuici a častá osvícení. Považuji vlastně svůj výzkumný sloh, směs snění a vášně, za velmi blízký slohu básníka či hudebníka; sám jsem prošel určitou badatelskou cestou až k vyjádření svého entuziazmu v básních v próze.

Často jsem cítil, že musím na několik měsíců vysadit a nezabývat se žádným výzkumem. Avšak nepochybuji, že i v těchto zdánlivě prázdných obdobích mé podvědomí stále pracovalo pro další dočasné etapy rozvoje mého bádání. Důležité přitom je, že v mé paměti jsou sice díry, ale díky mému podvědomí nikdy ne úplně prázdné.

Ačkoliv styl výzkumu Arnauda Denjoy, úředně vedoucího mé disertace, mne na počátku velmi ovlivnil, Denjoy se nikdy nesnažil mne nějak usměrňovat. Mohl jsem se tedy přímo v pulzujícím nitru CNRS[3]) za příslib sepsání PhD–tezí po šest let (1940–46) svobodně věnovat matematickému výzkumu světa, který mne obklopoval, a pouštět se — často úspěšně — do úloh vnuknutých každodenním životem nebo stykem s dalšími matematiky z teorie grafů, topologie euklidovských uzavřených množin, konformních zobrazení, metrických prostorů, variačního počtu, polyharmonických funkcí, Finslerových prostorů, diferenciální geometrie, plošných měr atd. Zveřejnil jsem pouze malou část výsledků, které jsem v těchto letech získal, navíc bohužel často jen formou poznámek v Comptes Rendus, ačkoliv některé si podle mne zasluhovaly další rozvíjení. (Američané tuto formu příliš neuznávají — chtějí vždy jen celé články.)

---

[2]) Časopis vydávaný Francouzskou akademií věd.

[3]) Centre National de la Recherche Scientifique = Státní středisko vědeckého bádání.

Odvolávám se na toto krátké údobí „ohmatávání“, neboť jsem zde použil svou sílu v neobyčejně odlišných směrech, ale bez uváženého strategického výběru — postupoval jsem krok za krokem, ale bez jakéhokoliv plánu. Přesto ale vůbec těchto let nelituji; pracoval jsem pro radost a ohromovalo mě být placen za to, že se oddávám blaženosti pro mne nejvyšší (ostatně i příliš mnoho peněz škodí mozkové činnosti). Toto potěšení mne navíc chránilo před občas i závažným stresem, jímž trpí někteří mladí vědci, jejichž mistr je příliš náročný. Vedle toho jsem během těchto i přes válku šťastných let získal spojení s početnými matematickými disciplínami v těch nejlepších podmínkách — totiž výzkumem — a nevědomky jsem vypracoval i základy mnohých technik vhodných pro tyto obory.

Ale byla to i doba, kdy jsem se změnil: z taktika jsem se stal stratégem. Tato mutace se objevila v říjnu 1945, když se mi otevřela možnost strávit jeden nebo dva roky na francouzském institutu v Krakově. To pro mne bylo neočekávané a velmi šťastné, protože mé vzdělání pocházelo zejména právě z Fundamenta Mathematicae od polských matematiků. Do tří měsíců jsem dokončil svou disertaci — rozlousknul jsem zde tři oříšky, zadané po řadě Lebesguem, Fréchetem a Bairem a po sepsání jejich řešení jsem v sobě cítil ještě povinnost napnout poslední síly - tentokrát k filozofickým úvahám, abych ukázal důvod úspěšnosti baireovských metod, které jsem chtěl i nadále používat. K mému velkému překvapení bylo toto úsilí korunováno úspěchem a odchýlilo se až k obecné větě s velmi jasnou formulací, kterou jsem pojmenoval „věta o kontingentě a paratingentě“. Tento výsledek shrnul mé vlastní metody s třemi hlubokými větami, které Denjoy použil pro svůj výpočet koeficientů trigonometrických řad. Filozofický závěr, který jsem chtěl učinit ve své disertaci, se tedy nakonec objevil v podobě elegantní a silné matematické věty. Zalíbilo se mi to a i nadále jsem si ponechal, při uchování vytříbeného vkusu pro obtížné problémy, téměř instinktivně přijatý zvyk vytvářet nové nástroje, které jsem pak používal (nástrojem přitom myslím každý pojem, lemma i větu hodící se v různých oblastech).

Byl jsem tedy obdařen myšlením stratéga. Skoro všechny mé úspěchy se zrodily z problému a „rozjezdové“ myšlenky, která byla zpočátku sice nejasná a zmatená, nakonec se ale stala zcela přesnou a precizní, aby mohla dobře posloužit k obratnému řešení. Pouze u nevelkého počtu dalších výsledků jsem musel při jejich sepisování vynaložit značné úsilí a chtěl bych přitom podtrhnout, že šlo právě o výsledky bez viditelných aplikací, o takové hezké slepé uličky. Jako příklad mohu uvést práci, kde jsem dokázal, že každá G_δ-množina nulové kapacity v euklidovském prostoru je nosičem nějaké pozitivní pravděpodobnostní míry, jejíž Newtonův potenciál je nekonečný na této množině a konečný všude jinde. Dodnes to ale nenalezlo vůbec žádné použití, ani v teorii potenciálu. Denjoyova práce nabízí obdobný příklad — jeho upnutí sil k výpočtům koeficientů trigonometrických řad a následné třísvazkové dílo obsahující aspoň množství myšlenek a zajímavých lemmat.

Většina mých zbývajících prací, i když si vyžádala mnohoměsíční úsilí, získala při svém vydání nakonec jednoduchou formu. Lze to přirovnat k pěknému obrázku: Poté, co už je jednou dokončený, mažou se postupné náčrtky, dodatečně se upravuje a nikdo už ani netuší, jak dlouhá cesta vedla k jeho realizaci.

Jednou, už dávno, jsem měl referát „Zrod teorie kapacit"[4]), kde jsem popsal náročnou cestu k vytvoření této teorie, zahrnující dlouhý sled údobí uvědomělého a vytrvalého úsilí přerušovaných náhle probleskujícími vnuknutími, která se týkala jak práce už odvedené, tak i směru, jakým v bádání dále pokračovat.

Zcela jinak to bylo s prací o konvexitě a integrální reprezentaci: Mé studium konvexních kompaktních množin bylo původně podníceno jednou Godementovou poznámkou v článku o pozitivních operátorech na Hilbertově prostoru. Později jsem si uvědomil, jak dobře by tyto techniky mohly posloužit v matematické analýze. Cíle jsem dosáhl po dlouhém vytrvalém úsilí a malých krůčcích ve stále obecnějších situacích. Výsledný důkaz, byť na můj vkus nejprve příliš technický a obtížně čitelný, nakonec přece jen získal elegantní a uspokojivý tvar užitím myšlenky jednoho z výsledků Bishopa a de Leeuwa z jejich prací o algebrách funkcí.

Hledání vhodné definice simplexu, která by dala jednoznačnost integrální reprezentace, mne přivedlo k použití kuželů, jejichž bází je právě simplex. Navíc i mnohé příklady pocházející z teorie potenciálu, harmonické analýzy a ergodické teorie jasně ukázaly, že dobrým rámcem pro definici a zkoumání extremálních bodů budou právě tyto konvexní kužely a nikoli obecné konvexní kompaktní množiny — vždyť pro mnoho typů obecných kuželů nelze vůbec ani hovořit o bázi. Takhle mě například tři postupné kroky vedly k definici slabě úplných kuželů, „čepiček" konvexních kuželů a kónických měr. Každý z těchto kroků jsem překonal v několika sekundách náhlého osvícení, jimž však předcházela vždy dlouhá inkubační a pracovní období.

Chtěl bych zde vyprávět o tom, jak jsem přišel na myšlenku „čepiček": Na podzim 1961 jsme pobývali s mou ženou v malém hotýlku v Barbizonu, ohromeni pískem a lesy obklopujícími Fontainebleau. Byl jsem už vtažen do problému, měl jsem hotový i začátek studie — část o slabě úplných kuželech, ale ještě jsem se příliš daleko nedostal. Nevěděl jsem (dokonce ani v metrizovatelném případě), zda tyto kužely mají extremální generátory; několik týdnů jsem se to pokoušel bezvýsledně dokázat pomocí faktu, že takový kužel je projektivní limitou kuželů C_i s kompaktní bází (a tedy určitě i s extremálními generátory); při přechodu od kužele C_i ke kuželu C_j, který je nad ním, ale bohužel některé extremální generátory mizí, zatímco jiné se mohou objevovat — byl jsem velmi zklamán.

Na několik dnů jsem se problémem přestal vážněji zabývat. Jednoho rána jsme se rozhodli vyjít na procházku do lesa a v okamžiku, kdy jsem právě překračoval práh, abych vyšel z našeho pokoje ven na písek, vytryskla v mé duši představa: Nabroušené ostří šikmo krájí kónickou větev. V další sekundě jsem si šikmý řez přeložil na konvexní kompakt s konvexním doplňkem a během následující minuty jsem, aniž bych to potřeboval ověřit, věděl, že tyto šikmé řezy (později jsem je nazval „čepičky") jsou to pravé, co vyřeší můj problém. Takový jev náhlého osvícení ale není jediným, z něhož jsem kdy těžil.

Už jsem tedy řekl všechno, co mne přivedlo k práci o kapacitách. Zvláštní rozkoš jsem prožíval tehdy, když problém, nad nímž jsem pracoval, nebyl dosud jasně for-

[4]) Vyšlo v časopise La Vie des Sciences (Život vědy), vydávaném Francouzskou akademií, roku 1986, strany 385–397.

mulován: Tak tomu bylo i v případě bádání, které mi přineslo definici adaptovaných prostorů, topologických her s vítěznou strategií prvního hráče nebo algoritmus určující souvislý graf minimální délky; je však pravdou, že se to vždy týkalo struktur skutečně jednoduchých a snadno geometrizovatelných.

Věta o kontingentě a paratingentě byla také zformulována bleskově, ale předcházely jí tři články, které mě stály mnoho práce.

O Laurentu Schwartzovi

V roce 1935, když jsme studovali první, respektive druhý, ročník na Ecole Normale Supérieure, napadlo nás — Schwartze a mě — založit vlastní miniseminář. V přednášení jsme se navzájem střídali: Já hovořil o Baireových výsledcích o nespojitých funkcích a o Cantorově knize o nekonečnu — dvou dílech, která jsem zkoumal opravdu velmi náruživě. Schwartz seminář obohatil svými představami o rozdílech chování rovnic $\Delta u = 0$ a $\Box u = 0$ [5]) — proč první z nich má krásná velmi regulární, ba dokonce analytická řešení, zatímco druhá může mít i řešení extrémně nespojitá; tyto úvahy dokonce úplně neopustil ani dále a o deset let později, roku 1944, ho dovedly až k vytvoření teorie distribucí. Příběh jejího zrodu nyní krátce připomenu.

Jak říkal Schwartz: „Když se objeví nový pojem, často se zjistí, že už existoval i dříve, jen nebyl rozpoznán jako něco užitečného a podstatného.“[6]) A opravdu, ani zde nechybějí předchůdci: Jsou jimi Hadamardovy „konečné části“; Heavisideovo užívání Laplaceovy transformace (1893); Diracova δ-funkce se svými derivacemi a nekonečně diferencovatelnými transformacemi (1927); Bochnerovy „formální funkce“, nakonec ztotožnitelné s temperovanými distribucemi (1932) — Bochner ale bohužel neviděl nesmírné pole jejich aplikací; Sobolevovy distribuce konečného řádu (1936) definované jako spojité lineární formy na prostoru C_K^m funkcí m-krát spojitě diferencovatelných a s nosičem v daném kompaktu K. Sobolev našel výtečné použití v parciálních diferenciálních rovnicích, ale neobjevil pojmy nosiče, Fourierovy transformace, ani konvoluce. Měl tedy vynikající věc, ale nevyčerpal všechny její možnosti. Na druhé straně jeho práce vyšla v předvečer války, byla málo známá a speciálně Schwartz o ní nevěděl.

De Rham definoval své „toky“ roku 1942 a vytvořil nástroj, který „bude jakýmsi zobecněním Lebesgueova integrálu“. Jeho hezká teorie zůstala ale nedokončena a byly to právě distribuce, které ji umožnily završit.

Tolik tedy (vyjma Soboleva) stav Schwartzových vědomostí roku 1944. U Bourbakiho Schwartz dále nabyl velké znalosti funkcionální analýzy; měl obzvlášť dobře zažitý mocný postup konstrukce nových entit, jako třeba prvků duálu k nějakému známému lokálně konvexnímu prostoru, například Radonových měr na lokálně kompaktních prostorech jako prvků duálu $C_K(X, \mathbb{R})$ prostoru spojitých reálných funkcí s kompaktním

[5]) $\Box$ se nazývá d'Alembertův operátor a zadává vlnovou rovnici.

[6]) *De certains processus mentaux dans la découverte en mathématiques* (Jisté myšlenkové procesy v matematickém objevování), Revue des Sciences morales et politiques (Časopis duchovních a politických věd), květen 1987, strany 325–340.

nosičem. Věděl tedy hodně — o Fourierově transformaci i o konvoluci. Scházel mu už jen zárodek schopný navodit, aby ve správném okamžiku vykrystalizovalo fluidum jeho znalostí[7]). Tím se stal čerstvý článek Choqueta a Denyho: „O některých vlastnostech průměru charakteristických pro harmonické a polyharmonické funkce“[8]), kde jsme dokázali použitím trigonometrických polynomů hlavní větu jen v $\mathbb{R}^2$. Bylo tedy třeba dobře poznat harmonické polynomy v $\mathbb{R}^n$, my jsme pro $n > 2$ jejich vlastnosti ani důkaz obecnějšího tvrzení neznali. Při náhodném setkání na ulici jsem si připomněl Schwartzův zájem o parciální diferenciální rovnice a vyprávěl mu o naší nesnázi. On ji tehdy úspěšně překonal i pro $n > 3$ za několik dní metodou značně rozdílnou proti našim — užil regularizaci konvolucí, spočívající hlavně na definici zobecněných řešení lineární parciální diferenciální rovnice s konstantními koeficienty jako limit klasických řešení.

Schwartz tehdy prožil několik týdnů pochybností. Pohyboval se vpřed jen malými krůčky, až se pak, jedné noci, objevilo vnuknutí a velice rychle — snad během hodiny — i jistota, že konečně našel to, co hledal. „Tolik věcí se ve mně soustředilo,“ řekl Schwartz, „že si všemi způsoby žádaly už jen vzájemné propojení“.[9])

Určitě bylo ale zapotřebí ještě mnoho práce, než se hrubá stavba, jejíž kostra se právě objevila, mohla stát obyvatelnou: dostavení zdí a jejich vyhlazení — tedy nalezení hlavních aplikací nového nástroje, popřípadě výzkum jemnějších prostorů distribucí (například temperovaných). Bylo také třeba určit meze této teorie (oné první noci si Schwartz totiž myslel, že může provést i konvoluci Einsteina s Fermatem, takové bylo jeho nadšení). Objevila se například skutečnost, že nelze obecně definovat součin dvou distribucí, a vyloučila tak například možnost jejich užití v některých nelineárních úlohách. Stavba byla ale nakonec přece jen úspěšně dokončena.

O dvou odlišných strategiích.

Nyní, po této krátké studii přístupů dvou matematiků, mohu konečně objasnit i rozdíl jejich badatelských strategií.

Já jsem se mohl s úspěchem pustit do řady obtížných problémů bezpochyby jen proto, že mé vzdělání bylo pouze velmi povrchní. Neovládal jsem speciální konstrukce užívané při zvládání těchto problémů a dával jsem tedy zpočátku přednost tomu, že jsem se věnoval jen malému počtu poznatků nezbytných k jejich formulaci. Má ne zcela zaplněná mysl pak mohla snadněji uvést do chodu svou geometrickou intuici a utvořit tak příznivou situaci pro má vnuknutí. Například ve studii o newtonovských kapacitách bylo otázkou, zda je třeba použít hilbertovskou strukturu $\mathbb{R}^n$, diferencovatelnost jádra $1/r^{n-2}$ nebo jeho invarianci při rotacích. Dal jsem přednost tomu všechno zapomenout

[7]) Fyzikální jev zvaný surfusion: Je-li kapalina v klidu, nemrzne dokonce ani pod bodem tuhnutí. Aby se proměnila v led, je třeba vpravit do ní nějaké jádro, na němž vykrystalizuje — za války tento jev pomáhal třeba na Ladožském jezeru.

[8]) Bulletin S. M. F., 1944.

[9]) Historické kořeny a základní pojmy teorie distribucí, na matematickém semináři v Patrasu (Řecko), říjen 1982, strany 11–28.

a omezit se jen na použití vlastností jednoduchých a známých — spojitosti kapacity zprava, její monotonie a subaditivity — a oprostil jsem se od následného předpovídání, jaký bude můj další postup nebo jaké doplňkové věci budu ještě potřebovat. Směřoval jsem k jedinému cíli — kapacitabilitě.

Poté, co jsem dostal ve velmi obecném rámci věty elegantní a bohaté na aplikace, nabyl jsem přesvědčení, že byla poprvé konečně zlomena odvěká krutovláda množinových aditivních funkcí, vždyť vše až dosud publikované se týkalo jen těchto typů funkcí!

Zkrátka místo abych zvolil výzkumný problém s posláním prohloubit znalosti v určitém oboru, vždy jsem dal přednost tématu vyhlášenému svou obtížností, ale vyjádřenému jednoduše a poutavě — s nadějí, že může vytvořit nové nástroje, jen vhodně uzpůsobené dané úloze.

Historie vědy ukazuje, že nejsem první, kdo použil tuto strategii — velký pokrok v mnoha oborech byl často dosažen nespecialisty, lidmi s otevřenou myslí (například Cardanem s jeho $\sqrt{-1}$, nebo Kopernikem, který o astronomii nic nevěděl ani nestudoval). V nynějším období, kdy nabyla vrchu přemrštěná specializace, se tento pohled ukazuje dokonce čím dál tím potřebnější.

Velké Schwartzovo vzdělání, ačkoliv je zajisté výborně dovedl použít, pro něho bylo nejprve asi handicapem, neboť ani žádná z jeho částí mu neposkytovala možnost stanovení cíle a jeho následného dosažení.

Ale když už se jednou vpravil do složité sítě jeho vzdělanosti zárodek a pevně se zachytil v jejích početných spojnicích, mohla se projevit velká účinnost matematické kultury, umožňující rychlý rozvoj tohoto zárodku v pevnou kostru nové teorie.

Závěr

Aby se i nadále mohly rodit nové, současně krásné i bohaté matematické teorie, potřebujeme mladé badatele pohledů neotřelých a rozmanitých. Je už jen věcí zkušených učitelů, aby jim dali vzdělání vyvážené a hlavně chránící jejich originalitu.