

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

David Hilbert

Matematické problémy

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 16 (1971), No. 1, 15--22

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/137598>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1971

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

MATEMATICKÉ PROBLÉMY¹⁾

DAVID HILBERT

Kdo z nás by netoužil poodhalit závoj, za nímž je skryta naše budoucnost, aby alespoň na okamžik uzřel něco z příštích úspěchů naší vědy a z tajemství jejího rozvoje v nejbližších staletích. Jaké vlastní cíle budou sledovat vůdčí matematictí duchové následujících pokolení? Jaké nové metody a nové skutečnosti se objeví v novém století na širokém a bohatém poli matematického myšlení?

Historie nás učí, že rozvoj vědy má svou kontinuitu. Víme, že každá epocha měla své vlastní problémy, které byly v následujícím období řešeny, nebo jako neplodné odsunuty stranou a nahrazeny problémy novými. Abychom si mohli představit možný charakter rozvoje matematického vědění v blízké budoucnosti, musíme si znovu připomenout dosud otevřené otázky a přehlédnout problémy, které stává současná věda a jejichž řešení očekáváme od budoucnosti. K takové přehlídce problémů zdá se mi dnešní den, ležící na přelomu století, obzvláště vhodný. Neboť významná data nejen že nás podněcují k ohlédnutí do minulosti, ale obracejí naše myšlenky také k neznámé budoucnosti.

Nelze popřít hluboký význam, který měly určité problémy pro celkový pokrok matematické vědy, i důležitou roli, kterou sehrály v práci jednotlivých vědců. Každá oblast vědy zůstává životaschopnou, dokud poskytuje nadbytek nových otázek; nouze o problémy je známkou odumírání nebo ustrnutí samostatného rozvoje. Tak jako každé lidské konání sleduje určité cíle, matematická tvůrčí činnost se upíná k položeným problémům. Síla badatele se uplatňuje při řešení problémů: nachází nové metody, nová hlediska, objevuje širší a svobodnější horizonty.

Je obtížné a často nemožné předem správně posoudit cenu jednotlivého problému; vždyť konec konců tato cena tkví v jeho celkovém přínosu vědě. Nicméně se můžeme ptát, existují-li nějaké obecné znaky, které charakterizují dobrý matematický problém.

Jeden starý francouzský matematik řekl: „Matematickou teorii je možno pokládat za dokonalou až v té chvíli, kdy jsi ji učinil natolik jasnou, že bys ji mohl vysvětlit prvnímu muži, kterého potkáš na ulici“. Tento požadavek jasnosti a přístupnosti, který se zde tak nesmlouvavě požaduje po matematické teorii, bych ještě více zdůraznil, když jde o matematický problém, který si chce činit nárok na dokonalost. Neboť jasnost a možnost snadného pochopení nás přitahuje; zamotané složitosti nás odstrašují.

¹⁾ Překlad části přednášky přednesené 8. 8. 1900 na 2. mezinárodním kongresu matematiků v Paříži.

Matematický problém by měl být dále natolik obtížný, aby nás vzrušoval, ne však zase tak nepřístupný, že by se vysmíval veškeré naší námaze. Měl by nám být orientačním bodem na křivolakých stezkách vedoucích ke skryté pravdě a na konci cesty by nás měl odměnit radostí z nalezeného řešení.

Matematikové minulého století se s vášnivým zaujetím snažili o rozřešení jednotlivých obtížných problémů; dobře znali cenu obtížné úlohy. Připomenu jen *problém čáry nejrychlejšího pádu*, formulovaný JOHANNEM BERNOULLIM. Zkušenost ukazuje, uvádí BERNOULLI v komentáři ke své úloze, že ušlechtilé mozky nebyly ničím více podníceny k práci pro obohacení vědění, než když jim byly předloženy obtížné a přitom užitečné úlohy. Proto doufá, že si snad zaslouží dík matematického světa, jestliže po vzoru takových mužů jako byli MERSENNE, PASCAL, FERMAT, VIVIANI a ostatní, kteří před ním postupovali stejně, předloží vynikajícím analytikům své doby úlohu, jakýsi prubířský kámen, na kterém by si mohli vyzkoušet účinnost svých metod a změřit své síly. Citovanému BERNOULLIOVU problému a jiným podobným úlohám vděčí za svůj zrod variační počet.

FERMAT, jak známo, tvrdil, že diofantická rovnice $x^n + y^n = z^n$ je neřešitelná v celých číslech x, y, z , nepočítaje některé známé výjimky. *Úloha dokázat tuto neřešitelnost* nám dává výrazný příklad toho, jak podnětně může na vědu zapůsobit speciální a zdánlivě bezvýznamný problém. Neboť podnícen Fermatovou úlohou, KUMMER dospěl k zavedení ideálních čísel a k objevu věty o jednoznačném rozkladu čísel kruhových těles na ideální prvočinitele — věty, která dnes v DEDEKINDOVĚ a KRONECKEROVĚ zobecnění na libovolný algebraický číselný obor stojí ve středu moderní teorie čísel a jejíž význam přesáhl daleko hranice teorie čísel do oblasti algebry a teorie funkcí.

Připomenu ještě jednu zajímavou úlohu — *problém tří těles*. Okolnosti, že POINCARÉ se znovu vrátil k tomuto obtížnému problému a významně jej posunul vpřed, vděčíme za plodné metody a dalekosáhlé principy, kterými tento vědec obohatil nebeskou mechaniku; jde o metody a principy, které jsou nyní ceněny a používány i v praktické astronomii.

Oba vzpomenu problémy — Fermatův problém a problém tří těles — se nám jeví v naší zásobě problémů jako dva protikladné póly: první představuje jakoby volný výtvar čistého rozumu, příslušející oblasti abstraktní teorie čísel; druhý byl položen astronomií jako otázka, na které závisí poznání nejjednodušších základních přírodních jevů.

Často se ovšem stává, že jeden a týž speciální problém se objevuje ve zcela rozličných odvětvích matematiky. Tak *problém nejkratší čáry* hraje důležitou historickou a principiální úlohu současně v základech geometrie, v teorii křivek a ploch, v mechanice a ve variačním počtu. A jak přesvědčivě ukazuje F. KLEIN ve své knize o ikosaedru¹⁾, má *problém pravidelných mnohostěnů* značný význam současně pro elementární

¹⁾ F. KLEIN, Vorlesungen über das Ikosaeder und die Auflösung der Gleichungen von fünften Grade, Leipzig, 1884.

geometrii, teorii grup, teorii algebraických rovnic a teorii lineárních diferenciálních rovnic.

Abych objasnil důležitost jednotlivých problémů, dovolím si poukázat ještě na WEIERSTRASSE, který pokládal pro sebe za štěstí, že na začátku své vědecké dráhy měl možnost se zabývat tak významným problémem, jako byl *Jacobiho problém inverze eliptického integrálu*.

Když jsme tedy poukázali na obecný význam problémů v matematice, vraťme se k otázce, z jakých zdrojů získává matematika své problémy. Zajisté první a nejstarší problémy každého matematického odvětví vznikly ze zkušenosti a byly podníceny světem vnějších jevů. Tak *pravidla pro počítání s celými čísly* byla objevena ještě na nízkém stupni kulturního rozvoje lidstva stejným způsobem, jako se dodnes učí děti užívat těchto pravidel — empirickou metodou. Totéž platí o *prvních problémech geometrie*, jako byly problémy zdvojení krychle a kvadratury kruhu — a stejně tak o nejstarších problémech teorie číselných rovnic, teorie křivek, diferenciálního a integrálního počtu, variačního počtu, teorie Fourierových řad a teorie potenciálu, nemluvě již o veškerém bohatství problémů spjatých s mechanikou, astronomií a fyzikou.

Při dalším rozvíjení kterékoliv matematické disciplíny si však lidský duch, povzbuzovaný úspěchy, uvědomuje svoji samostatnost; sám si staví nové a plodné problémy, často bez znatelného vlivu vnějšího světa, pouze pomocí logických kombinací, zobecňováním, specializováním, pomocí vhodného rozčleňování i seskupování pojmů a vystupuje tak sám do popředí jako autor otázek. Takto vznikl *problém prvočísel* a jiné problémy aritmetiky, Galoisova teorie, teorie algebraických invariantů, teorie abelovských a automorfních funkcí, a tak vznikaly téměř *všechny subtilní otázky moderní teorie čísel a teorie funkcí*.

A zatímco působí tvůrčí síly čistého myšlení, vnější svět se opět hlásí o slovo: prostřednictvím reálných skutečností nám staví nové otázky a otevírá nám nové oblasti matematického poznání. A v procese začleňování těchto nových oblastí poznání do říše čistého myšlení často nacházíme odpovědi na staré nerozřešené problémy a takto nejlépe dokážeme pokročit kupředu i v klasických teoriích. Na této stále se opakující hře, v níž si střídají role myšlení a zkušenost, jsou založeny, jak se mi zdá, ony četné a překvapující analogie a ona zdánlivě předem daná harmonie, které matematik tak často objevuje ve formulacích úloh, v metodách a pojmech rozličných vědních odvětví.

Zmíňme se ještě krátce o tom, které jsou všeobecné požadavky, které je právem třeba klást na řešení jakéhokoliv matematického problému. Především mám na mysli požadavek, abychom se mohli přesvědčit o správnosti naší odpovědi konečným počtem logických závěrů, a to na základě konečného počtu předpokladů, které vyplývají z podstaty úlohy a musí být v každém případě přesně formulovány. Tento požadavek logické dedukce prostřednictvím konečného počtu kroků není nic jiného než požadavek přesnosti ve vedení důkazu. Ve skutečnosti požadavek přesnosti, který se v matematice stal už příslovečným, odpovídá obecné filosofické potřebě

našeho rozumu; na druhé straně teprve po jeho splnění může zcela jasně vyniknout myšlenkový obsah problému a jeho plodnost. Nový problém, zvláště když byl inspirován jevy vnějšího světa, se podobá mladému výhonku, který může růst a nést plody jen tehdy, když jej budeme pečlivě a podle přesných pravidel sadovnického umění pěstovat na starém pni našeho matematického vědění.

Bylo by velkou chybou domnívat se přitom, že přesnost ve vedení důkazu je nepřítelkyní jednoduchosti. Četné příklady nám naopak potvrzují, že přesné metody jsou zároveň jednodušší a přístupnější. Snaha po přesnosti nás přímo nutí k hledání jednodušších důkazů, rovněž nás často přivádí k metodám, které se ukazují plodnějšími, než byly staré, méně přesné způsoby. Například teorie algebraických křivek se podstatně zjednodušila a sjednotila díky přesnějším metodám teorie funkcí komplexní proměnné a účelnému využití transcendentních veličin. Potom, když bylo dále dokázáno, že s mocninnými řadami lze provádět čtyři základní početní úkony a že je lze rovněž derivovat a integrovat, dostalo se pojmu mocninné řady uznání; to vedlo k podstatnému zjednodušení veškeré analýzy, zvláště pak teorie eliminace a teorie diferenciálních rovnic (včetně existenčních vět).

Avšak obzvlášť výrazný argument pro moje tvrzení dává variační počet. Zkoumání první a druhé variace určitého integrálu vedlo k mimořádně složitým výpočtům a odpovídající pojednání starších matematiků postrádala potřebnou přesnost. Weierstrass nám ukázal nový a jistější způsob, jak budovat variační počet. Na příkladě jednoduchého a dvojného integrálu bych chtěl na konci své přednášky krátce naznačit, jak sledování této cesty vedlo zároveň k překvapujícímu zjednodušení variačního počtu vzhledem k tomu, že k stanovení nutných a postačujících podmínek pro maximum a minimum přestal být nezbytným výpočet druhé variace a dokonce zčásti odpadly i jisté obtížné postupy týkající se první variace. To již nehovořím o té přednosti nové metody, že se již nebylo třeba omezovat na ty variace funkce, při nichž dochází k nepatrné variaci její derivace.

Když jsem vyslovil požadavek přesnosti důkazu, aby bylo možno hovořit o úplném řešení problému, chtěl bych na druhé straně zároveň vyvrátit názor, že dokonalá přesnost se dá uplatňovat pouze v rámci pojmů analýzy, nebo dokonce jen aritmetiky. Takový názor, podporovaný někdy i vynikajícími kapacitami, pokládám za zcela mylný; tak jednostranné chápání požadavku přesnosti vede k ignorování všech pojmů majících původ v geometrii, mechanice nebo fyzice, brzdí příliv nového materiálu z vnějšího světa do matematiky a vede nakonec i k odmítnutí pojmu kontinua a iracionálního čísla. Uvědomujeme si však, jak životně důležitý nerv bychom matematické přetali, kdybychom z ní vytrhli geometrii a matematickou fyziku? Domnívám se, že naopak pokaždé, když se rodí nové matematické pojmy, ať již z důvodů čistě gnoseologických, ať již v geometrii nebo v rámci přírodních věd, vyvstává před matematikou úkol prozkoumat principy obsažené v samotném základu těchto pojmů a zakotvit tyto pojmy prostřednictvím jednoduché a úplné soustavy axiomů tak, aby si po stránce přesnosti a použitelnosti k dedukcím v ničem nezadaly s historickými pojmy aritmetiky.

Nové pojmy si vyžadují také nová označení. Ta zpravidla volíme tak, aby nám připomínala jevy, které daly popud k vytvoření našich pojmů. Tak geometrické obrazce jsou znaky pro upamatování prostorových představ a jako takové je používají všichni matematici. U koho nevyvolá symbol $a > b > c$ dvou nerovností pro tři veličiny a , b , c představu uspořádané trojice bodů na přímce jako geometrické interpretace pojmu „mezi“? Kdo by si neposloužil představou do sebe vložených úseček nebo pravouhelníků, když má provést úplný a přesný důkaz obtížné věty o spojitosti funkcí nebo o existenci hromadných bodů? Kdo se může obejít bez obrazců, jako je trojúhelník, kružnice s vyznačeným středem nebo trojice navzájem kolmých os? Nebo kdo by se chtěl vzdát představy vektorového pole nebo soustavy křivek či ploch spolu s jejich obálkou — konvencí, které hrají tak podstatnou úlohu v diferenciální geometrii, v teorii diferenciálních rovnic, v základech variačního počtu a v jiných čistě matematických disciplínách?

Aritmetické symboly jsou totéž co zapsané geometrické obrazce a geometrické obrazce jsou totéž co nakreslené formule a žádný matematik nemůže postrádat tyto nakreslené formule, stejně jako se nemůže při výpočtech obejít bez zavádění a odstraňování závorek a užívání dalších analytických znaků.

Použití geometrických obrazců jako přesného důkazového prostředku předpokládá přesnou znalost a dokonalé zvládnutí těch axiomů, které jsou obsaženy v základech teorie těchto obrazců. Aby bylo možno vtělit geometrické obrazce do obecné zásoby matematických symbolů, je proto nutno přesně axiomaticky zkoumat jejich názorný obsah. Podobně jako při sčítání dvou čísel si nesmíme dovolit psát cifry sčítanců v nesprávném pořadí, nýbrž se musíme přesně řídit pravidly, tj. těmi axiomy aritmetiky, kterým jsou podřízeny početní operace, tak i operace s geometrickými obrazci musí být ve shodě s axiomy, které vyjadřují podstatu geometrických pojmů a jejich vzájemných vztahů.

Podobnost mezi geometrickým a aritmetickým myšlením se projevuje také v tom, že ani při aritmetických zkoumáních, ani při geometrických úvahách nesledujeme řetězec logických úsudků až do konce, k samotným axiomům. Naopak, v aritmetice právě tak jako v geometrii, zvláště při prvním seznámení s problémem, používáme zpočátku některých letmých, bezděčných, ne zcela zřetelných kombinací a zároveň důvěřujeme určitému aritmetickému citu pro účinnost aritmetických symbolů a bez toho bychom mohli v aritmetice postoupit právě tak málo jako v geometrii bez geometrické obrazotvornosti. Za příklad aritmetické teorie operující přesným způsobem s geometrickými pojmy a symboly nám může posloužit MINKOVSKÉHO dílo *Geometrie čísel* (Geometrie der Zahlen, Leipzig 1896).

Učínme ještě několik poznámek o obtížích, které nám mohou přinést matematické problémy, a o překonávání těchto obtíží.

Když se nám někdy nedaří najít řešení matematického problému, často bývá příčina v tom, že jsme ještě nedokázali zaujmout obecnější hledisko, z něhož by se předložená otázka jevila pouze jako jeden článek řetězu příbuzných otázek. Po dosažení tohoto hlediska nejen že se daný problém stane často přístupnějším našemu zkoumání, ale

současně máme naději získat metodu, která je použitelná i na příbuzné problémy. Příkladem toho může být zavedení integrační cesty v teorii určitého integrálu CAUCHYEM a vypracování pojmu ideálu v teorii čísel KUMMEREM. Tato cesta získávání obecných metod je nejspolehlivější a nejjistější, neboť snaha hledat obecné metody, pokud nemáme před očima konkrétní problém, by se většinou ukázala marnou.

Při zkoumání matematických problémů ještě důležitější úlohu než zobecňování hraje, jak věřím, specializace. Je možné, že ve většině případů, kdy marně hledáme odpověď na naši otázku, příčina nezdaru tkví v tom, že ještě nejsou rozřešeny nebo alespoň zcela dořešeny, úlohy jednodušší a snazší, než je daný problém. Potom celý náš úkol záleží v tom, najít tyto lehčí problémy a vyřešit je co možná nejdokonalejšími prostředky, a to za použití pojmů schopných zobecnění. Tato zásada je jednou z nejmocnějších pák pro překonání matematických obtíží a zdá se mi, že ve většině případů se této páky, i když nevědomky, také používá.

Také se někdy stává, že se snažíme dosáhnout odpovědi při nedostatečných předpokladech nebo proto, že postupujeme nesprávným směrem, a z těchto důvodů nemůžeme dojít k cíli. Potom vyvstane požadavek, abychom dokázali nemožnost řešení problému za daných předpokladů a v požadovaném směru. Takovéto důkazy nemožnosti byly prováděny už starými matematiky, například když ukazovali, že přepona rovnooramenného pravoúhlého trojúhelníka je vůči odvěsně v iracionálním poměru. V novější matematice hrají důkazy nemožnosti řešení určitých problémů významnou úlohu; tak konstatujeme, že staré a obtížné problémy, jako byl důkaz axiому o rovnoběžkách, kvadratura kruhu nebo rozřešení rovnice 5. stupně pomocí radikálů, se nakonec dočkaly přesné a plně uspokojivé odpovědi, i když ve zcela jiném smyslu, než se původně očekávalo.

Tato podivuhodná skutečnost (spolu s jinými filosofickými důvody) nás vede k přesvědčení, které určitě sdílí každý matematik — které však nicméně až dosud nikdo nepotvrdil důkazem — k přesvědčení o tom, že každý matematický problém je možno tak či onak rozhodnout; buďto v tom smyslu, že se podaří najít odpověď na položenou otázku, nebo v tom smyslu, že bude ukázána nemožnost rozřešení problému a spolu s tím dokázána nutnost nezdaru všech pokusů o jeho řešení.

Představme si kterýkoliv z nevyřešených problémů, například otázku iracionality Euler-Mascheroniho konstanty C nebo otázku, zdali existuje nekonečně mnoho prvočísel tvaru $2^n + 1$. Jakkoliv nepřístupné se nám zdají tyto problémy a jakkoliv bezradně před nimi dnes stojíme, přece jen jsme pevně přesvědčeni, že se musí podařit jejich řešení pomocí konečného počtu logických kroků.

Je tento axióm rozhodnutelnosti každého daného problému charakteristickou zvláštností pouze matematického myšlení, nebo snad existuje obecný zákon, vztahující se k vnitřní podstatě našeho rozumu, podle kterého všechny otázky, které si rozum položí, dokáže také zodpovědět? Přece i v ostatních odvětvích vědy nacházíme staré problémy, které byly zcela uspokojivé a s největším užitkem pro vědu zodpověděny tím, že byla dokázána jejich neřešitelnost. Připomenu problém perpetua mobile.

Po marných pokusech o sestrojení „věčného motoru“ se naopak začaly zkoumat vztahy, které musí existovat mezi přírodními silami za předpokladu, že perpetuum mobile neexistuje.¹⁾ A toto obrácené postavení otázky vedlo k objevení zákona o zachování energie, ze kterého opět vyplývá nemožnost existence perpetua mobile v původním smyslu.

Toto přesvědčení o rozhodnutelnosti každého matematického problému je pro nás silnou pobídkou v průběhu naší práce; slyšíme v sobě neustálé volání: Zde je problém, hledej řešení. Můžeš ho najít pomocí čistého myšlení, protože v matematice neexistuje (nepoznatelné) Ignorabimus.

Nezměrné je množství problémů v matematice, a jakmile je jeden z nich vyřešen, vynořují se na jeho místě nesčetné nové problémy. Dovolte mi, abych v další části na zkoušku vyjmenoval z rozličných matematických disciplín určité jednotlivé problémy, jejichž zkoumání by mohlo značně podnítit další rozvoj vědy.

Přehlédněme principy analýzy a geometrie. Nejpodnětnější a nejužívanější výsledky posledního století v této oblasti jsou, jak se mi zdá, aritmetické zvládnutí pojmu kontinua v dílech CAUCHYHO, BOLZANA, CANTORA a objevení *neeuclidovské* geometrie GAUSSEM, BOLYAIEM a LOBAČEVSKÝM. Obrátím proto nejprve vaši pozornost k některým problémům patřícím do těchto oblastí.

Na tomto místě končí přednášející své úvodní slovo a referuje (str. 264—297 tištěné verze) postupně o 23 konkrétních problémech, které později vešly do dějin matematiky jako známé *Hilbertovy problémy*. O historii těchto problémů až po dnešek vás budeme informovat v seriálu článků v dalších číslech tohoto časopisu.

Uveďme nakonec ještě závěr historické Hilbertovy přednášky:

Jmenované problémy jsou jen příklady problémů; stačí však k tomu, aby nám ukázaly, jak bohatá, rozmanitá a široká je matematická věda už dnes. Vzniká otázka, nestane-li se s matematikou jednou totéž, co se děje s jinými vědami již dlouhou dobu — nerozpadne-li se na jednotlivé dílčí vědy, jejichž představitelé si budou s těžší navzájem rozumět a které se budou od sebe stále více vzdalovat. Věřím, že nikoliv, a nepřejí si to; matematická věda je podle mého názoru nedělitelným celkem, organismem, jeho životaschopnost je podmíněna vzájemnou souvislostí jeho součástí. Při všech odlišnostech matematického materiálu v jednotlivostech stále totiž velmi zřetelně vidíme identitu pomocných logických prostředků, příbuznost vytváření idejí v matematice jako celku a početné analogie v jejích rozličných odvětvích. Poznámeme též, že čím více se rozvíjí matematická teorie, tím harmoničtěji a jednodušší pokračuje její vnitřní výstavba a mezi dosud oddělenými oblastmi se objevují netušené souvislosti. Tak dochází k tomu, že při rozšiřování matematiky se neztrácí její jednotný charakter, nýbrž stává se stále zřetelnějším.

¹⁾ Viz: Helmholtzova přednáška v Královci r. 1854: „Über die Wechselwirkung der Naturkräfte und die darauf bezüglichen neuesten Ermittlungen der Physik“.

Avšak, ptáme se dále, nestane se při rozšiřování matematického vědění nemožným pro jednotlivého vědce obsáhnout všechny její části? Jako odpověď bych chtěl odkázat na to, že podstata matematické vědy je taková, že každý její skutečný úspěch jde ruku v ruce s nalezením silnějších pomocných prostředků a jednodušších metod, které současně usnadňují chápání dřívějších teorií a odstraňují obtížné staré úvahy; proto jednotlivý badatel, díky tomu, že si osvojuje tyto mocnější pomocné prostředky a jednodušší metody, dokáže se snadněji orientovat v různých oblastech matematiky, než by to bylo možné v kterékoliv jiné vědě.

Jednotný charakter matematiky je podmíněn vnitřní podstatou této vědy, neboť matematika je základem veškerého exaktního přírodovědného poznání. A aby mohla dokonale naplnit toto své vysoké poslání, nechť se jí v nastávajícím století zrodí geniální mistři a početná, ušlechtilým nadšením zapálená mládež!

Přeložili Jaroslav Folta a Oldřich Kowalski

Použitá literatura

- [1] Původní tištěná verze přednášky v *Nachrichten von d. kön. Gesellschaft d. Wiss. zu Göttingen* (Math.-phys. Klasse) (1900), pp. 253—297.
[2] Ruský překlad M. G. ŠESTOPALA a A. V. DOROFEEVOJ ve sborníku „*Problemy Gil'berta*“, vyd. „Nauka“, Moskva 1969.

STUDIUM TEORETICKÉ KYBERNETIKY NA MFF UK

PETR VOPĚNKA, ZDENĚK RENC, Praha

Podíváme-li se na stav vyučování matematice na Karlově universitě v době před druhou světovou válkou, vidíme, že situace byla dosti jednoznačná. Hlavními (a téměř jedinými) odběrateli absolventů byly střední školy. Výuka na universitě byla tomuto stavu plně přizpůsobena, posluchači absolvovali jako středoškolští profesoři a pouze výrazní jedinci zůstávali na vysokých školách, případně se tam vraceli po kratším středoškolském působení. Jen zcela výjimečně se uplatňovali i na nematematických místech. Teprve později se začaly výrazněji prosazovat požadavky průmyslu, který byl schopen poskytnout uplatnění většímu počtu matematiků. Jeho nároky na tyto absolventy byly ovšem značně odlišné a tomu se musela přizpůsobit i výuka matematiky na univerzitě. Projevilo se to vznikem učitelských specializací, jejichž jádrem bylo studium matematické analýzy. To byl totiž obor, který umožňoval nejširší uplatnění, neboť jeho konkrétní aplikace byly nejvíce nasnadě. Současně se počíto-