

# Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

---

## Výtahy z přednášek

*Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*, Vol. 2 (1957), No. 3, 383--389

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/137230>

## Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1957

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

## O ANHOLONOMNÍM ÚTVARU

Prof. dr. Władimierz Wrona (Krakow)

*Profesor dr. Władimierz Wrona z Akademii báňské a hutní v Krakově přednášel dne 17. IX. 1956 na pozvání JČMF v Matematické obci pražské na thema „O anholonomních systémech“. Otiskujeme výtah z této přednášky.*

Budiž  $(\lambda')$  libovolná holonomní nebo anholonomní průvodní soustava, definovaná v jisté holonomní průvodní soustavě souřadnicemi  $A_{\lambda}^{\lambda'}$  a  $A_{\lambda'}^{\lambda}$ , jednotkového afinoru. Soustava  $(\lambda')$  je holonomní, když a jen když všechny souřadnice anholonomního útvaru<sup>1)</sup>

$$\Omega_{\mu' \lambda'}^{k'} = A_{\mu' \lambda'}^{\mu \lambda} \partial_{[\mu' A_{\lambda}^k]} = -A_{\lambda'}^k \partial_{[\mu' A_{\lambda'}^{\lambda}]},$$

$$\partial_{\mu'} = A_{\mu'}^{\mu} \partial_{\mu} \quad (1)$$

vymizí.

Budiž  $(\lambda'')$  jiná holonomní nebo anholonomní průvodní soustava. Pak jak známo

$$\Omega_{\mu'' \lambda''}^{k''} = A_{\mu'' \lambda''}^{\mu' \lambda' k''} \Omega_{\mu' \lambda'}^{k'} + A_{\mu'' \lambda''}^{\mu' \lambda'} \partial_{[\mu' A_{\lambda'}^{k''}]} = A_{\mu'' \lambda''}^{\mu' \lambda' k''} \Omega_{\mu' \lambda'}^{k'} - A_{\lambda''}^{k''} \partial_{[\mu'' A_{\lambda''}^{\lambda'}]}, \quad (2)$$

kde

$$\partial_{\mu''} = A_{\mu''}^{\mu} \partial_{\mu}.$$

Výraz

$$\overset{(\lambda')}{\Omega_{\mu'' \lambda''}^{k''}} = A_{\mu'' \lambda''}^{\mu' \lambda' k''} \partial_{[\mu' A_{\lambda'}^{k''}]} = -A_{\lambda''}^{k''} \partial_{[\mu'' A_{\lambda''}^{\lambda'}]} \quad (3)$$

nazýváme relativně anholonomní útvar soustavy  $(\lambda'')$  vzhledem k  $(\lambda')$ .

Poněvadž

$$\overset{(\lambda')}{\Omega_{\mu'' \lambda''}^{k''}} = -A_{\lambda''}^{k''} \partial_{[\mu'' A_{\lambda''}^{\lambda'}]} = -A_{\mu'' \lambda''}^{\mu' \lambda' k''} \Omega_{\mu' \lambda'}^{k'}, \quad (4)$$

lze (2) psát ve tvaru

$$\overset{(\lambda)}{\Omega_{\mu'' \lambda''}^{k''}} = A_{\mu'' \lambda''}^{\mu' \lambda' k''} \overset{(\lambda)}{\Omega_{\mu' \lambda'}^{k'}} + \overset{(\lambda')}{\Omega_{\mu'' \lambda''}^{k''}} = A_{\mu'' \lambda''}^{\mu' \lambda' k''} \Omega_{\mu' \lambda'}^{k'} - A_{\mu'' \lambda''}^{\mu' \lambda' k''} \overset{(\lambda'')}{\Omega_{\mu' \lambda'}^{k'}}$$

Průvodní soustavy  $(\lambda')$  a  $(\lambda'')$  nazveme stejně anholonomní, je-li splněna podmínka

$$\overset{(\lambda'')}{\Omega_{\mu' \lambda'}^{k'}} = \overset{(\lambda')}{\Omega_{\mu'' \lambda''}^{k''}} = 0.$$

Souřadnicové soustavy tvoří třídu stejně anholonomních soustav. Vzniká otázka, existují-li jiné třídy stejně anholonomních průvodních soustav.

Pokládejme ve vzorci (4) průvodní soustavu  $(\lambda')$  za anholonomní a průvodní soustavu  $(\lambda'')$  za holonomní. Pak

$$\overset{(\lambda')}{\Omega_{\mu' \lambda'}^k} = -A_{\lambda'}^k \partial_{[\mu' A_{\lambda'}^{\lambda}]}, \quad (5)$$

kde  $(\lambda)$  značí holonomní průvodní soustavu. Problém je nyní tento: řešit soustavu rovnic (5),

je-li  $\overset{(\lambda')}{\Omega_{\mu' \lambda'}^k}$  dáno.

Soustavu rovnic (5) lze snadno převést na tvar

$$\partial_{[\mu' A_{\lambda'}^{\lambda}]} = -\overset{(\lambda')}{\Omega_{\mu' \lambda'}^k} A_{\lambda'}^k. \quad (6)$$

<sup>1)</sup> Srovnej J. A. Schouten, D. J. Struik, *Einführung in die neueren Methoden der Differentialgeometrie*, I, str. 68 (Groningen 1935).

Tato soustava je totálně integritabilní, když a jen když

$$\Omega_{\mu\lambda}^{(\lambda')} = A_{[\lambda}^k \partial_{\mu]} U.$$

Přítom  $U$  je libovolná funkce souřadnic  $(\xi^\lambda)$ . Je-li  $\varphi$   $n$  libovolných lineárně nezávislých funkcí argumentů  $\xi^\lambda$ , dostaneme tato lineárně nezávislá řešení soustavy (6):

$$A_\lambda^{\lambda'} = e^{-U} \partial_\lambda^{\lambda'} \varphi.$$

Pro každou funkci  $U$  dostaneme tedy třídu stejně anholonomních průvodních soustav, která je stejně četná jako třída souřadnicových soustav.

*Z německého originálu přeložil  
dr Josef Veselka*

*Doc. dr. Jan Mařík, Dirichletova úloha. Výtah z přednášky, konané dne 12. XI. 1956 v Matematické obci pražské.*

Budiž  $G$  otevřená část  $E_m$  s neprázdnou hranicí  $H$ ; buď  $f$  spojitá funkce na množině  $H$ . Řekneme, že funkce  $F$  je řešením Dirichletovy úlohy, příslušné k množině  $G$  a funkci  $f$ , jestliže funkce  $F$  je spojitá na  $\bar{G}$  ( $= G \cup H$ ), harmonická na  $G$  a shoduje se s  $f$  na  $H$ .

Dosud byla zkoumána Dirichletova úloha hlavně pro omezené množiny  $G$ . Snadno se zjistí, že v tomto případě má úloha vždy nejvýše jedno řešení, a jsou známy podmínky, nutné a postačující k tomu, aby řešení existovalo ke každé funkci  $f$ , spojitě na  $H$ . Jestliže (neprázdná omezená otevřená) množina  $G$  tyto podmínky splňuje, nazývá se regulární. (Stačí na př., aby ke každému  $b \in H$  existoval uzavřený kužel  $K$  s vrcholem  $b$  takový, že  $K \cap G = \emptyset$ .) Systém všech regulárních množin označíme symbolem  $\mathcal{G}_0$ . Buď  $K_n$  otevřená koule o středu v počátku a o poloměru  $n$ . Utvoříme nyní systém  $\mathcal{G}$  všech množin  $G \neq E_m$  ( $G \subset E_m$ ), které mají tu vlastnost, že pro všechna dosti velká  $n$  je  $G \cap K_n \in \mathcal{G}_0$ . Každému  $G \in \mathcal{G}$  přiřadíme systém  $\mathfrak{F}(G) = \mathfrak{F}$  všech funkcí  $f$ , spojitých na množině  $H$ , s touto vlastností: Existuje funkce  $\Phi$ , která je harmonická na  $G$ , spojitá a nezáporná na  $\bar{G}$ , a která splňuje vztah  $\Phi(x) \geq f(x)$  pro každé  $x \in H$ . Systém  $\mathfrak{F}$  zřejmě obsahuje všechny omezené spojitě funkce.

Dá se ukázat, že ke každé nezáporné funkci  $f \in \mathfrak{F}$  existuje nejmenší nezáporné řešení příslušné Dirichletovy úlohy; označíme je  $F_f$ . Pro libovolnou funkci  $f \in \mathfrak{F}$  pak položíme  $F_f = F_{f_+} - F_{f_-}$ , kde  $f_+(x) = \max(f(x), 0)$ ,  $f_-(x) = \max(-f(x), 0)$ . Vidíme zejména, že ke každé omezené spojitě funkci na množině  $H$  existuje omezené řešení příslušné Dirichletovy úlohy.

Systém  $\mathcal{G}$  můžeme rozdělit podle chování funkce  $F_f$ , kde  $f(x) = 1$  pro každé  $x \in H$ ; píšeme  $F_f = F_1$ . Zřejmě je vždy  $0 \leq F_1 \leq 1$ . Buď  $\mathcal{G}_1$  systém všech  $G$ , pro něž je  $F_1 = 1$ ; buď  $\mathcal{G}_2 = \mathcal{G} - \mathcal{G}_1$ . Dá se ukázat, že ke každé omezené spojitě funkci  $f$  na  $H$  existuje právě jedno omezené řešení Dirichletovy úlohy, jestliže množina  $G$  patří do  $\mathcal{G}_1$ ; je-li  $G \in \mathcal{G}_2$ , platí  $\inf F_1(x) = 0$ . Jestliže  $G_1 \subset G_2 \in \mathcal{G}_1$ , je též  $G_1 \in \mathcal{G}_1$ . V prostoru  $E_2$  je  $\mathcal{G}_2 = \emptyset$ .

Nakonec uvedl přednášející tuto větu, která ukazuje „silnou korektnost“ Dirichletovy úlohy: *Nechť  $f, f_0, f_1, \dots$  je posloupnost funkcí ze systému  $\mathfrak{F}$ ; necht  $f_n(x) \leq f(x)$  ( $n = 1, 2, \dots$ ),  $f_n(x) \rightarrow f_0(x)$  pro každé  $x \in H$ . Potom je  $F_{f_n}(x) \rightarrow F_{f_0}(x)$  pro každé  $x \in G$ .*

Důkazy uvedených vět jsou v článku *Dirichletova úloha* v Časopise pro pěstování matematiky, roč. 1957, č. 2.

*Dr Jaroslav Kurzweil, Spojitá závislost na parametru a jistá zobecnění v teorii obyčejných diferenciálních rovnic. Výtah z přednášky, konané dne 3. XII. 1956 v Matematické obci pražské.*

Nechť  $f_k(x, t)$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$  jsou spojitě funkce, definované pro  $a \leq x \leq b$ ,  $0 \leq t \leq T$ . Ukazuje se, že je výhodné formulovat postačující podmínky pro to, aby posloupnost řešení  $x_k(t)$  rovnic

$$\frac{dx}{dt} = f_k(x, t), \quad x_k(0) = y, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (1)$$

konvergovala stejnoměrně k řešení  $x_0(t)$  rovnice

$$\frac{dx}{dt} = f_0(x, t), \quad x(0) = y, \quad (2)$$

pomocí vlastností funkcí  $F_k(x, t) = \int_0^t f_k(x, \tau) d\tau$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$ . Na př. lze dokázat:

Jsou-li  $K_1, K_2, \alpha_1, \beta_1$  kladná čísla,  $\alpha_1 + \beta_1 > 1$ , a platí-li

$$|F_k(x, t_2) - F_k(x, t_1)| \leq K_2 |t_2 - t_1|^{\beta_1} \quad (3)$$

pro libovolná  $x \in \langle a, b \rangle$ ,  $t_1, t_2 \in \langle 0, T \rangle$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$ ,

$$|F_k(x_2, t_2) - F_k(x_2, t_1) - F_k(x_1, t_2) + F_k(x_1, t_1)| \leq |x_2 - x_1| K_1 |t_2 - t_1|^{\alpha_1} \quad (4)$$

pro libovolná  $x_1, x_2 \in \langle a, b \rangle$ ,  $t_1, t_2 \in \langle 0, T \rangle$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$ ,

$$F_k(x, t) \rightarrow F_0(x, t) \text{ stejnoměrně pro } k \rightarrow \infty, \quad (5)$$

potom  $x_k(t) \rightarrow x_0(t)$  pro  $k \rightarrow \infty$  stejnoměrně.

Tohoto výsledku můžeme použít na př. na soustavu

$$\frac{dx}{dt} = x k^{1-\alpha'} \cos kt + x^2 k^{1-\alpha''} \sin kt + k^{1-\beta} \cos kt = f_k(x, t),$$

$$x(0) = 0, \quad k = 1, 2, 3, \dots,$$

$$\frac{dx}{dt} = 0 = f_0(x, t), \quad x(0) = 0,$$

kde  $\min(\alpha', \alpha'') > \frac{1}{2}$ ,  $\min(\alpha', \alpha'') + \beta > 1$ . (Můžeme položit  $\alpha_1 = \min(\alpha', \alpha'')$ ,  $\beta_1 = \min(\alpha', \alpha'', \beta)$ .)

Význam funkce  $F_0(x, t)$  pro teorii diferenciálních rovnic zvyšuje ještě tato skutečnost: Je-li  $F_0(x, t)$  spojitá funkce a jsou-li splněny podmínky (3), (4), potom lze definovat zobecněnou diferenciální rovnici

$$\frac{dx}{dt} = \mathbf{D} F_0(x, t). \quad (6)$$

Všimněme si, že nemusí existovat  $\frac{\partial F_0}{\partial t}$ , přesto však rovnice (6) má obdobné vlastnosti jako rovnice (2). Existuje-li však spojitá derivace  $\frac{\partial F_0}{\partial t} = f_0(x, t)$ , potom každé řešení rovnice (6) je zároveň řešením rovnice (2) a naopak. Uvedený výsledek o konvergenci  $x_k(t) \rightarrow x_0(t)$  byl dokázán pro zobecněné diferenciální rovnice a pro zobecněné systémy diferenciálních rovnic.

Přesné znění výsledků je uvedeno v Časopise pro pěstování matematiky, sv. 82 (1957), č. 1. Práce bude otiskána v časopise *Čechoslovackij matematiceskij žurnal*.

*Doc. dr. A. Dratvová*, O dějinách nejstarší matematiky. Výtah z přednášky, konané dne 10. XII. 1956 v Matematické obci pražské.

Přednášející pojednala v této přednášce o díle B. L. van der Waerdena, *Science Awakening*. Waerden je holandský algebraik a historik matematiky a astronomie. Uvedená kniha, která vyšla r. 1954 v anglickém překladu Arnolda Dresdena, pojednává o nejstarších dějinách matematiky. Předčí všechny dosavadní spisy, i slavné Heathovo dílo *A History of Greek Mathematics*, v tom, že autor použil nových pramenů, Neugebauerových *Mathematische Keilschrifttexte*, kde jsou publikovány i s překladem všechny do té doby nalezené klínové texty babylonské. Všechny Neugebauerovy teorie o tom, že v řecké matematice, zdánlivě geometrické, je skryt algebraický prvek a že se tím potvrzuje závislost řecké matematiky na babylonské algebře, byly potvrzeny dalším bádáním. Waerden vyvrací tvrzení o naprosté původnosti řecké matematiky, prokazuje však na druhé straně, že řecká matematika přinesla prvek dotud neznámý, totiž požadavek, aby všechny věty, z nichž se odvozují věty další, byly dokázány.

Za cíl své práce pokládá Waerden vysvětlit:

1. jak Thales a Pythagoras vyšli z babylonské matematiky, ale dali jí specifický řecký ráz,
2. jak v pythagorejské škole i mimo ni se rozvíjela matematika, která postupně lépe a lépe vyhovovala požadavku přísné logiky, a

3. jak zásluhou Platonových přátel Theaiteta a Eudoxe se matematika zdokonalila co do elegance a přesnosti, které se posud obdivujeme u Eukleida.

Waerden se neomezuje jen na dějiny matematiky, ale — jako moderní badatel — uvádí dějiny ve vztah se současnými poměry politickými a hospodářskými. Vysvětluje vznik, vývoj a úpadek matematiky s ohledem na tyto společenské jevy. Waerden se dovede i vmyslit do psychických pochodů badatelů a používá toho, aby doplnil vnější příčiny příčinami vnitřními. To vše činí Waerdenovo dílo cenným a zajímavým. K názornosti a k lepšímu porozumění přispívají obrazy, které vybral z málo přístupných pramenů H. G. Beyen, profesor archeologie na universitě v Groningách, a které s velkou pečlivostí otiskl nakladatel P. Noordhoff tamtéž.

Obsah Waerdenovy knihy: Freudenthalova hypotéza o indických číselných symbolech a jeho interpretace babylonské učebnice, nové názory na Thaletovu matematiku, rekonstrukce pythagorejské číselné teorie z aritmetických knih Eukleidových „Základů“, vztahy mezi babylonskou a řeckou matematikou, zvláště pythagorejskou, irracionalita odmocnin Theodora Kyrénského, kritika nedostatečné logičnosti Archyta z Tarasu, matematika a teorie hudby v Platonově díle „Epinomis“ (dialog, který vyšel po smrti Platonově a který je pokračováním jeho „Nomoi“ — Zákonů), rozbor X. knihy Eukleidových „Základů“, rekonstrukce matematického díla Theaitetova, skutečné a domnělé dějiny t. zv. dělské úlohy (domněnky jsou převzaty z Eratostenova dialogu „Platonicus“) a výčet příčin úpadku řecké matematiky.

V obdivu ke všemu, co přinesli do kultury Řekové, byli jsme přesvědčeni, že i v matematice byli průkopníci nových method. Waerden však kriticky ukazuje, že se učili mnohému od Babylonů (nikoli od Egypťanů, jejichž matematika měla hlavně praktické cíle). Babylonská matematika byla na vysoké úrovni v dobách, kdy ji prvně poznali Řekové. Řekové ovšem došli záhy v teorii dále a ovlivnili babylonskou matematiku odvětvím matematiky, kterou lze nazvat geometrickou algebrou. Babylonané řešili úlohy hlavně algebraicky, Řekové geometricky. Babylonským matematikům se nepříčilo vypočít hodnotu jen přibližně v případech, kdy ji dnes vyjadřujeme irracionálním číslem, kdežto Řekové vyžadovali naprostou přesnost: proto na př. délku úhlopříčky čtverce nestanovili číselně, nýbrž skutečnou úsečkou. Tuto snahu po naprosté přesnosti pokládá Waerden za jediný přijatelný výklad, proč Řekové byli geometry. Výklady, že Řekové byli pohybový typ a tudíž geometrii blíže, se mu nezdaří postačujícími.

Novým a zajímavým způsobem analyzuje autor i myšlení starověkých matematiků a astronomů. Vidí v řeckém matematickém myšlení dvě hlavní metody: algebraickou a analytickou. Theaitetos je mu vzorem myšlení „algebraického“, Eudoxos „analytického“. První totiž pokládá každou úsečku, racionální nebo irracionální, za určitou jednotku s určitými algebraickými vlastnostmi, kterou lze určitým způsobem sestojit. Eudoxos naopak pokládá úsečky za spojitě proměnné veličiny, které se blíží určitě limitě. Z toho je vidět, že již tehdy znali Řekové pojem aktuálního nekonečna, kdežto u nás se udržuje mylná domněnka, že řecká geometrie byla finitistická, že znala jen pojem potenciálního nekonečna.

Velmi cenná a původní je Waerdenova analýza, kterou stanoví příčiny úpadku řecké matematiky ke konci starověku. Posud jsme se domnívali, že úpadek zavinil nezámem posledních Ptolemaiovců o vědu, zničení alexandrijské knihovny, nezámem Římanů, kteří v r. 30 př. n. l. dobyli Egypta a odváželi odtud lékaře, vychovatele a umělce a o theoretiky nedbali, dlouholeté války. Waerden soudí, že to vše nestačí vysvětlit úpadek matematiky. Za nejmenší příčinu pokládá Tarn v díle *Hellenistic Civilisation* zkázu nikoli celé alexandrijské knihovny (zde je nutno opravit Waerdena), nýbrž jen její nepatrné části, jakéhosi vedlejšího skladu, za který nadto dostala Alexandrie velkou část knihovny z Pergama. Waerden vidí hlavní příčinu úpadku v matematické práci samé. Astronomie neměla těchto vnitřních zábran, rozvíjela se proto přes politicky a hospodářsky stejné poměry. Mohli bychom nazvat tyto zábrany didaktickými, methodickými, a zajímavé je, že to, co činí řeckou matematiku velikou, je příčinou i jejího úpadku. Jsou to:

a) Její nesmiřitelnost vůči jakékoli nepřesnosti! Význační řeční matematikové Theaitetos a Apollonios byli algebraiky, mysleli algebraicky, své důkazy však vyjadřovali geometricky. To však omezovalo práci algebraiků: dovedli takto řešit nejvýše rovnice 3. stupně jazykem geometrické algebry. Rovnice vyššího stupně byly řešitelné jen pomocí obtížných manipulací s úměrami a ani tak nebylo možno jít dále než k rovnicím 4. stupně. Matematika, který by to byl dovedl, tehdy nebylo.

b) Také zaznamenávání výpočtů stěžovalo další rozvoj řecké matematiky. Apollonios má na př. místo stručné a přesné algebraické formule dlouhou větu, v níž je každá úsečka značena dvěma písmeny, vepsanými do obrazce. Abychom porozuměli tomuto pochodu, musíme přepsat ony věty do dnešních formulí. Tehdejší matematikové si pomáhali tím, že se opírali o slovní výklad svého učitele. Při výkladu ukazovali rukou na příslušné obrazce a činili tak své poučení srozumitelným. To stačilo, pokud se udržovala živá tradice. Když války a hospodářský úpadek tuto tradici přerušil, staly se záznamy pro další generace nesrozumitelnými. Matematik Pappus z Alexandrie (zemřel

asi r. 320 př. n. l.) chtěl usnadnit studentům matematiky práci a napsal slavné výklady. Z nich též poznáváme, jak tehdy již nebylo rozumět starým textům.

Další rozvoj matematiky vyžadoval podle Waerdenova soudu přesného algebraického záznamu, a bylo nutno se vrátit k primitivnějším babylonským metodám, násobit a dělit většinou bez ohledu na to, zda jde o veličiny racionální nebo iracionální. Cesta k pokroku vedla směrem vzad. Tak pracovali Arabové. Renesanční evropská matematika používala již jen arabského značení, které bylo těžkopádné. Zjednodušili je Francouzi Vieta a Descartes.

Referát zdaleka nevystihuje bohatství a krásu podání Waerdenovy knihy — knihu je třeba číst.

Člen koresp. ČSAV *Al. Zátopek*, Mezinárodní geofyzikální rok 1957—58. Výtah z přednášky, konané dne 14. I. 1957 v Matematické obci pražské.

Mezinárodní geofyzikální rok (MGR) je dosud největší celosvětovou koordinovanou akcí komplexní vědecké spolupráce, která směřuje k cíli získat co největší množství poznatků o fyzikálních vlastnostech zemského tělesa a o dějích, odehrávajících se na jeho povrchu i uvnitř něho. MGR potrvá od 1. července 1957 do 31. prosince 1958. Jméno dostal od toho, že většina připravovaných výzkumů zapadá do oboru geofyziky, fyziky zemského tělesa. Všechny výsledky pozorování, měření i všechny badatelské práce MGR budou volně přístupné jako základ dalších bádání o Zemi. Metodika značné části prací MGR je předepsána, aby výsledky měly co největší váhu a připustily co nejkomplexnější zpracování. Bylo využito zkušeností z obou t. zv. Mezinárodních polárních roků, konaných r. 1882/83 a 1932/33, a bude použito všech možností současné techniky, na př. výškového výzkumu pomocí raket a umělých družic. Výzkum zasáhne prakticky celý povrch zemský, obzvláště však některé význačné oblasti, na př. Antarktidu. Do význačné oblasti 10° E patří území ČSR.

Celý pracovní program MGR je rozdělen do 15 částí, jež jsou: I. Světové dni a poplachy pro vykonání zvláštních pravidelných nebo naopak nepravidelných důležitých měření a pozorování, na př. meteorologických, geomagnetických, ionosférických v souvislosti se sluneční činností. II. Výzkumy meteorologické, soustředěné na obecné problémy cirkulace v ovzduší. III. Zemský magnetismus a elektrina, kde budou především zkoumány v nejšířích souvislostech časové změny zemského elektromagnetického pole. IV. Polární záře a světlo noční oblohy, kde se připravují hlavně fotometrická, spektrografická a jiná speciální měření, sloužící hlavně účelům lepšího poznání vysoké atmosféry. V. Ionosféra bude zkoumána vedle nepřímé metody radiovými vlnami též přímo raketami, a to hlavně, pokud se týče změn struktury, především rychlých. VI. Výzkum sluneční činnosti bude konán všemi prostředky dosud používanými a mimo to bude sledována radioemise sluneční a určovány její zdroje. Má důležitý význam pro II, III, IV, V a VII. VII. Kosmické záření bude po prvé podrobeno celozemskému koordinovanému výzkumu jednotnou metodikou. Budou zkoumány jak paprsky s vysokou energií, tak i energie menší. VIII. Měření zeměpisných délek a šířek zpřesněnými metodami přispěje k dokonalejšímu poznání tvaru Země. IX. Glaciologie, fyzikální výzkum ledovců. X. Oceanografie, fyzikální výzkum oceánů, zvláště problémů sružených s prouděním. XI. Rakety a satelity kromě výzkumu složení a fyzikálních vlastností vysoké atmosféry mají za úkol získání poznatků o všech druzích záření ve velikých výškách, jakož i zjištění nepravidelností v rozložení zemské hmoty. XII. Výzkumy seismické budou konány k lepšímu poznání vnitřní stavby Země. Za tím účelem se požaduje uskutečnění několika kontrolovaných výbuchů atomových bomb. XIII. Gravimetrie hodlá studovat zejména malé změny tíže a tvaru Země, působené účinkem přitažlivosti sluneční a měsíční. XIV. Geografické rozložení bude mít význam zvláště při studiu přirozených celků a komplexním zpracování údajů získaných průběhem MGR. XV. Publikace. Zde jde především o zvládnutí organizačně technických úkolů, spojených s uveřejněním a zpřístupněním získaných poznatků prostřednictvím tištěných nebo jinak rozmnožovaných dokumentů MGR.

Na všech částech uvedeného programu kromě IX. a X. budou se podílet, a to někdy velmi významně, čs. vědečtí pracovníci. Do MGR je zapojeno 12 vědeckých pracovišť pod vedením Komise pro MGR při ČSAV. Náš stát je zapojen do mezinárodní sítě výzkumu, na níž se podílí 55 států, na jednom z prvních míst Sovětský svaz.

MGR je důkazem snahy vědců celého světa o mírovou nedílnou spolupráci k dobru všech obyvatel naší planety.

*Doc. dr Mil. Hampl a Dr Jan Polášek*, IX. mezinárodní kongres pro aplikovanou mechaniku v Bruselu. Výtah z přednášky, konané dne 21. I. 1957 v Matematické obci pražské.

Ve dnech 5.—13. září 1956 byl v Bruselu v budově university pořádán pod záštitou Mezinárodní unie mechaniky IX. mezinárodní kongres aplikované mechaniky. Presidentem kongresu byl prof. van den Dungen, ve výboru zasedali známí vědečtí pracovníci z celého světa. Sovětský svaz, Čínská lidová republika a ČSR nebyly v přípravném výboru původně zastoupeny, avšak po přijezdu sovětské delegace, která byla velmi srdečně přivítána, byli do výboru dodatečně přizváni Muschelišvili a Sobolev.

Mezinárodní kongresy aplikované mechaniky mají již svou tradici. Popud k jejich konání vyšel z kruhu redakce časopisu *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik*, v jejímž čele stáli tehdy Mises, Karman, Biezeno, Grammel, pražský prof. Körner a j. První kongres byl pořádán v r. 1922. Od té doby se kongresy konaly každý čtvrtý rok s výjimkou let válečných. Po válce v r. 1946 byl pořádán šestý kongres v Paříži, v r. 1948 sedmý v Londýně (výjimečně již za dva roky) a v r. 1952 osmý v Carigradě.

Vlastní jednání na IX. kongresu v Bruselu bylo rozděleno do dvou sekcí: I. Mechanika kapalin, II. Mechanika pevných látek.

V I. sekci bylo původně přihlášeno 250 přednášek a referátů, v II. sekci 240. Skutečný počet byl však ještě větší, protože na pořad byly dány i referáty přihlášené dodatečně. Při slavnostním zahájení 5. IX. 1956 bylo zdůrazněno přání všech účastníků pro zachování míru.

Přednášky se konaly paralelně ve třech posluchárnách university (každá sekce byla rozdělena ve dvě podsekcce). Čtyři hlavní přednášky, společně oběma sekcím, byly v universitní aule, a to: Germain (Francie), *Některé pokroky v theoretické aerodynamice vysokých rychlostí*; Hill (Anglie), *Nové obzory v mechanice pevných látek*; Davidson (USA), *Lodě*, Mettler (Německo), *Vynucené nelineární kmity pružných těles*.

Přednášky a referáty v I. sekci byly hlavně z těchto oborů; aerodynamika velkých rychlostí, turbulence, mezní vrstva, křídla, lopátkové mříže a aerodynamické tunely, kmitání křídel a stabilita letu, nestacionární proudění, vazko-elastické kapaliny a j.

V II. sekci se přednášky a referáty týkaly hlavně těchto otázek: plasticita, elasticita, creep, tlustostěnné a tenkostěnné nádoby a desky ev. s výtuhami nebo s proměnlivou tloušťkou, stabilita skořepin a desek, kmitání nádob a desek lineární a nelineární, elastické vlny vyvolané proměnlivým zatížením, fotoelastimetrie a j.

Výtahy z referátů jsou zájemcům k dispozici ve Výzkumu theoretickém — VÚTT, Praha II, Spálená 17.

Kongresu se zúčastnilo na 700 pracovníků z celého světa. Podle počtu přihlášených referátů byly nejvíce zastoupeny USA (163), pak Velká Británie (52), Francie (30), Polsko (23), SSSR (19), Japonsko (15), Jugoslávie a Holandsko (po 13), Belgie a Itálie (po 10), CLR (9), ČSR (7) atd.

Z ČSR se kongresu zúčastnila desetičlenná delegace vedená akademikem Daškem. Z členů delegace přednesli referáty Hampl (*Napjatost nekonečné roviny se zalisovanými čepy*), Petřík (*Poznámka k teorii a konstrukci pneumatických extensometrů*) a Polášek (*Středisko smyku a torsní tuhost lopátkových profilů*).

Během kongresu bylo uspořádáno několik recepcí, z nichž nejsrdečnější byla na polském vyslanectví. Členové čs. delegace navštívili také některé výzkumné ústavy.

*Doc. dr F. Nožička*, O styku ploch a křivek. Výtah z přednášky, konané dne 4. III. 1957 v Matematické obci pražské.

V afinním lineárním prostoru  $E_n$  ( $n \geq 2$ ) o souřadnicích  $x^\alpha$  ( $\alpha = 1, 2, \dots, n$ ) uvažujme dvě regulární variety  $(1)X_p$ ,  $(2)X_p$  dimense  $p$  ( $1 \leq p < n$ ) s parametrickým popisem

$$(1)X_p : x^\alpha = (1)x^\alpha (1)\eta^a, \quad \alpha = 1, 2, \dots, n; \quad a = 1, 2, \dots, p, \quad (I_a)$$

$$(2)X_p : x^\alpha = (2)x^\alpha (2)\eta^a, \quad \alpha = 1, 2, \dots, n; \quad a = 1, 2, \dots, p, \quad (I_b)$$

při čemž předpokládáme

(a) bod  $P \in E_n$  o souřadnicích  $x^\alpha$  je společným bodem variet  $(1)X_p$ ,  $(2)X_p$ . Tomuto bodu odpovídají hodnoty  $(1)\eta^a$  parametrů  $(1)\eta^a$  variety  $(1)X_p$  a hodnoty  $(2)\eta^a$  parametrů  $(2)\eta^a$  variety  $(2)X_p$ ;

(b) funkce  $(1)x^\alpha (1)\eta^a$ ,  $(2)x^\alpha (2)\eta^a$  mají spojité parciální derivace podle svých argumentů až do řádu  $k \geq 1$  (včetně) v nějakém okolí bodu  $P$  na varietách  $(1)X_p$ ,  $(2)X_p$ ;

(c) bod  $P$  je regulárním bodem variet  $(1)X_p$ ,  $(2)X_p$ .

Zvolme  $n-p$  lineárně nezávislých konstantních vektorů  $v^\alpha$  ( $s = 1, 2, \dots, n-p$ ) v  $E_n$  s počátečním bodem v bodě  $P$ , z nichž žádný neleží v tečných lineárních prostorech variet  $(1)X_p$ ,  $(2)X_p$  v jejich společném bodě  $P$ . Za těchto předpokladů je systémem rovnic

$$(2)x^\alpha (2)\eta^a - (1)x^\alpha (1)\eta^a = \sum_{s=1}^{n-p} \lambda v^\alpha \quad (II)$$

lokálně definována určitá korespondence

$$(2)\eta^a = (2)\eta^a (1)\eta^b$$

mezi body variet  $(1)X_p$ ,  $(2)X_p$ , která je jednojednoznačná v dostatečně malém okolí bodu  $P$ . Systémem (II) jsou též lokálně jednoznačně definovány skaláry  $\lambda = \lambda (1)\eta^a$ ,  $s = 1, 2, \dots, n-p$  [v dostatečně malém okolí bodu  $(1)\eta^1, (1)\eta^2, \dots, (1)\eta^p$ ], při čemž funkce  $\lambda (1)\eta^a$  mají spojité parciální derivace podle svých argumentů až do řádu  $k$  včetně.

Nechť symboly  $(d\lambda)_0$ ,  $(d^2\lambda)_0, \dots, (d^l\lambda)_0, \dots$  představují totální diferenciály prvního, druhého,  $\dots, l$ -tého,  $\dots$  řádu v bodě  $(1)\eta^1, (2)\eta^2, \dots, (1)\eta^p$  funkcí  $\lambda (1)\eta^a$ ,  $s = 1, 2, \dots, n-p$  (definované lokálně jednoznačně rovnicemi (II)). Potom styk alespoň  $k$ -tého řádu variet  $(1)X_p$ ,  $(2)X_p$  v jejich společném bodě  $P$  definujeme takto:

*Variety  $(1)X_p$ ,  $(2)X_p$  mají za předpokladů shora uvedených v bodě  $P$  styk alespoň  $k$ -tého řádu, jestliže platí:*

$$(\lambda)_0 = (d\lambda)_0 = \dots = (d^l\lambda)_0 = \dots = (d^k\lambda)_0 = 0$$

pro  $s = 1, 2, \dots, n-p$ .

Tím je vyslovena určitá speciální definice styku alespoň  $k$ -tého řádu dvou variet  $(1)X_p$ ,  $(2)X_p$  v bodě lineárního afinního prostoru  $E_n$ . Fakt, že dvě variety  $(1)X_p$ ,  $(2)X_p$  v  $E_n$  mají v bodě  $P$  styk alespoň  $k$ -tého řádu ve smyslu vyslovené definice, je nezávislý

(1) na volbě lineárně nezávislých konstantních vektorů  $v^\alpha$  ( $s = 1, 2, \dots, n-p$ ), pokud mají shora uvedenou vlastnost;

(2) na volbě systému parametrů  $(1)\eta^a$ ,  $(2)\eta^a$  variet  $(1)X_p$ ,  $(2)X_p$ ;

(3) na volbě souřadnic v  $E_n$ .

Nyní lze najít velmi jednoduché nutné a postačující podmínky pro styk dvou variet libovolné dimenze v  $E_n$  v jejich společném bodě. Metrická definice styku dvou křivek, všeobecně známá, je speciálním případem, plynoucím z předchozí teorie. Je možné podat jiné definice styku spojité diferencovatelných variet, které jsou geometricky názorné a které jsou v jistém smyslu ekvivalentní definici shora vyslovené.