Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Z činnosti JČMF

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 3 (1958), No. 4, 493--500

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/137031

Z ČINNOSTI JČMF

K článku A. C. Nora „Matematika a jazyk“

Jmenovaný článek vyšel v deníku LIDOVÁ DEMOKRACIE, v čísle z 25. května 1958. Článek má být kritický. Norova kritika však věcně chybnou argumentací, rádobysatirickým pojetím a konečně i celkem neseriosním výpadem proti dvěma vědeckým institucím sotva může posloužit věci.

Otiskujeme A. C. Norův článek a odpověď předsednictva Jednoty československých matematiků a fysiků. *Redakce*

A. C. Nor, **Matematika a jazyk.** Bývalo tomu tak snad odjakživa, že učil-li se některý žák výborně matematice a vědám exaktním, míval slabiny v jazycích a žáci, kteří vynikali v předmětech literních, neslavili zpravidla úspěchy v matematice. Bývaly a jsou výjimky, pravda, ale víme, co se říká o výjimkách potvrzujících pravidlo. Snad proto už ze šerého dávnověku se datuje averse matematiků vůči jazykovědcům a naopak. A možná, že právě zde je třeba hledat příčinu různých jazykových výstředností v matematice. Skoro to vypadá, jako by si matematikové vymýšleli rozmanité jazykové zvláštnosti schválně, potají se těšíce, jak budou jazykáři vyskakovat. Soudím tak aspoň z toho, že se kdysi nemohla slavná Jednota českých matematiků a fysiků dohodnout s ještě slavnějším Ústavem pro jazyk český na korektní jazykové normě v matematickém názvosloví a že mezi těmito dvěma institucemi, anebo spíše mezi stavy matematiků a jazykovědců vládne jen příměří, nikoli hluboký trvalý mír.

Posviťme si jednou docela nevinně na některé takové jazykové libůstky a zvláštnůstky v matematice. Tuhle jsem jednomu matematikovi opravil v rukopise několikrát rčení, že číslo „je různé od nuly“. Ach, lidičky zlatí, jak ten matematik řádil! Jak soptil! Nikdo přece neřekne v normální české mluvě, hájil jsem se, že něco je různé od něčeho, že na příklad já jsem různý od vás. Řeknu přece, že se od vás liším, že jsem jiný než vy, že... že... číslo se tedy liší od nuly, že je od nuly odlišné, že není totožné s nulou a tak podobně. Ale matematik ne a ne si dát říci! Číslo je různé od nuly a basta! Je prý to tak v normě. Že by to bylo v normě? Zaváhal jsem. Vždyť přece Ústav pro jazyk český reviduje po jazykové stránce technické normy, ne-li všechny, jistě jejich velkou část. I našli jsme si dotyčnou normu — a hle, tam pod značkou vyznačující odlišnost čísla od nuly bylo slovní vyjádření: není totožné s nulou. Triumfoval jsem. Ale matematik se necítil poražen. Nedonutíte mě psát jinak než „různý od nuly“, zvykl jsem si a do smrti si to neodvyknu ani nehodlám odvyknout, zaříkal se. A vzhledem k tomu, že jde o matematika mladého, potrvá patrně „různost od nuly“ ještě hodně dlouho.

Jděme dál. Matematik chce říci, že v rovině lze vést k přímce jen jednu kolmici. Tak by to však vyjádřil pouze nevzdělaný matematik. Pravý matematik řekne, že „v rovině lze vést k přímce j e d n u a j e n j e d n u kolmici“. Jindy chce matematik tvrdit, že přímka je kolmá k rovině, jen je-li kolmá ke dvěma různoběžkám této roviny. Neřekne to tak jednoduše, nýbrž prohlásí, že „přímka je kolmá k rovině t e h d y a j e n t e h d y, je-li kolmá ke dvěma různoběžkám této roviny“. Namítnete, že toto vyjádření je ovšem také správné, ale že to je zbytečný pleonasmus, že by tam stačilo to „tehdy“ jen jednou. A opakuje-li se toto zdůrazňování v každém matematickém obratu, v každé poučce, ztrácí samozřejmě účinnost a je to pouhé klišé. Matematik vám řekne: Každý profesor, každý technik, každý matematik vám to poví v přednášce tak a nejinak. Vždycky „tehdy a jen tehdy“, nikdy pouze „jen tehdy“, vždycky „jednu a jen jednu“, nikdy pouze „jen jednu“. A já už vidím přednášejícího profesora matematika, jak studentům sugestivně sugeruje svou poučku. Pomáhá si gestem, zvednutým prstem, zvýšeným hlasem, celým postojem, že t e h d y a j e n t e h d y — pamatujte si to studenti! Ale to ovšem je řeč přednáškových síní, jako to jindy je hantýrka dílen, laboratoří, pracovního prostředí — to není řeč spisovná. A přenášet hovorové obraty důsledně do řeči spisovné není ani vhodné, ani správné.

Bylo by toho nesmírně mnoho, kdybychom chtěli rozebrat důkladně frazeologii matematických knih, jejich květomluvu. Nepoučujte matematika odvolávajícího se na normu, že norma je a může být jen terminologická, nikoli frazeologická. Matematika nepřesvědčíte. A tak se matematická mluva přímo hemží jazykovými zeugmaty, anakoluty, vyšinutími z vazby, zpřeházeným pořádkem slov, nesprávným slovným i větným spojením atd. U matematika není veličina rovna nejméně pěti, nýbrž vždy je veličina nejméně rovna pěti, matematik má v každé druhé větě stereotypní právě tehdy, právě když, právě jeden a přitom se vás pokusí přesvědčit, že „právě jeden" je totéž co „aspoň jeden" a zároveň „nejvýše jeden". To jsou tak záhady! Že však byste neuhodli, které slovíčko je v matematice nejoblíbenější, a proto i nejčastější? Ale ano, uhodli jste okamžitě, podceňuji vás. Nu ano, je to slovíčko „pak". Každá hlavní věta následující po vedlejší je uvozena slůvkem „pak", ačkoli by stačilo začít normálně slovesem.

A protože matematikové myslí s velkou péčí na mládež, nalezneme tuto matematickou frazeologii už i v učebnicích osmiletek, a to i s tou růzností od nuly. Mají to pak češtináři těžkou práci ve školách, chtějí-li dětem vymluvit jejich matematickou hantýrku a naučit je česky.

Ale vážně! Poslyšte, vážení a důstojní páni matematikové, staří i mladí! Opravdu by to nešlo udělat tak, jako tomu je ve všech ostatních vědních oborech: domluvit se s Ústavem pro jazyk český na korektním českém spisovném vyjádření všech těch vašich frází, věčně se v textu opakujících, z nichž jen některé jsem tu ukázkově předvedl? Nechcete přece být sektou vylučující se ze spisovné řeči a jít po havlíčkovsku tou příslovečně proslulou louží. Kdyby se vám podařilo dohodnout se, bylo by to na prospěch vám i jazyku českému. A život by byl hned drobet krásnější.

Otiskujeme v Pokrocích celý článek A. C. Nora z LIDOVÉ DEMOKRACIE, aby se všichni naši čtenáři seznámili s tím, jak se v novinách o matematice píše. Rozbírat všechny nesprávnosti není jistě pro čtenáře Pokroků zapotřebí. Shrňme jen do tří bodů, jak se autor jeví podle jeho hořeního článku.

1. Autor nemá ty nejelementárnější znalosti z logiky a neví patrně nic o rozdílu mezi jazykem krásné literatury a jazykem odborným.

2. Horší je, že si autor vůbec neuvědomuje tyto nedostatky. Plyne to z toho, jak suverénně a útočně píše o věcech, kterým, z obsahu článku jeho soudě, vůbec nerozumí.

3. Nejhorší však je, že se autor, sám český spisovatel, nevyzná dosti dobře v jistých jemnějších významových rozdílech některých výrazů spisovné češtiny. Podle obsahu článku necítí patrně vůbec, že je významný rozdíl mezi rčením lišiti se od a rčením býti různý od. Eukleidovský prostor je homogenní. Jeho body se tedy nemohou ničím lišit jeden od druhého a přes to má takový prostor nekonečně mnoho bodů, z nichž každý je různý od libovolného jiného.

Doufáme jen, že skutečný A. C. Nor se liší od obrazu, který si vykreslil o sobě svým člámkem. Po druhé by však měl psát s větším rozmyslem o věcech, které mu nikterak nejsou běžné, a hlouběji se nad nimi zamyslit a lépe se o nich informovat dříve, než je pošle do tisku.

Za předsednictvo Jednoty československých matematiků a fysiků

Vladimír Kořínek, místopředseda

Přednášky v Matematické obci pražské

24. 2. 1957: Josef Král, *Transformace vícerozměrných integrálů;*
26. 2. 1958: dr K. Tříska, *Některé výsledky užití statistických metod v pavlovovské fysiologii;*
3. 3. 1958: dr Ludvík Jánoš, *Principy aproximace funkcionálů lineárními funkcionály;*
10. 3. 1958: prof. Jerzy Neyman, ředitel statistické laboratoře kalifornské university v Berkeley (USA), *Optimal asymptotic test of composite hypothesis* (Optimální asymptotický test složité hypothesy);
11. 3. 1958: dr J. Slaba, *Betatronografie;*
12. 3. 1958: prof. Elizabeth L. Scott, věd. pracovnice statistické laboratoře kalifornské university v Berkeley (USA), *Indeterministic approach to cosmology* (Nedeterministický 'stochastický' výklad problémů kosmologie);
24. 3. 1958: doc. dr Frant. Nožička, *O matematice na Jagellońské universitě v Krakově;*
25. 3. 1958: dr L. Švestka, *Rozlišovací schopnost fotografických materiálů a ostrost zobrazení.*

Z činnosti poboček JČMF v krajích

České Budějovice

Dne 4. 12. 1957 přednášel v pobočce ústř. inspektor matematiky z MŠK s. Miloš Jelínek na thema „Induktivní a deduktivní myšlení v matematice". Přednáška se opírala o knihu G. Polya, *How to solve it.*

Deduktivní myšlení je na vyšším stupni našich škol nutno používat. Pro 8-leté střední školy je však většinou velmi obtížné, někdy nepřirozené nebo dokonce i násilné. Je třeba si uvědomit — řekl s. Jelínek ve své přednášce — že dítě je při řešení úlohy často v téže situaci jako vědec, který zpravidla platnost věty tuší, potom ji uhodne a pak teprve se snaží ji dokázat. To je postup logický a máme mu děti učit. Přitom je však třeba žáka vést otázkami tak, aby našel řešení sám. Každý žák může přitom uvažovat po svém.

G. Polya uvádí při řešení úlohy metodou induktivní čtyři fáze, jež by měly děti znát a jimi se řídit: 1) rozumět textu úlohy, 2) vypracovat plán řešení úlohy, 3) provést řešení, 4) provést zkoušku správnosti řešení.

Na konec ukázal s. Jelínek na příkladě, jak je možno žáky vést, jak klást otázky. Přednáška byla pozorně vyslechnuta 70 posluchači.

Dále uspořádala pobočka spolu s KÚDVU v Českých Budějovicích tři přednášky o kybernetice, spojené s exkursí do ústavu matematických strojů v Praze. Přednášeli s. Frant. Vacek z KNV v Čes. Budějovicích (16. 1. 1958), s. ing. M. Valach z úst. mat. strojů v Praze (22. 1. 1958) a s. ing. Krištoufek z téhož ústavu (26. 2. 1958). Přednášek se zúčastnilo průměrně 40 posluchačů, exkurse 10 členů pobočky a 10 pracovníků KÚDVU v Čes. Budějovicích.

Frant. Vejsada

Liberec

Dne 9. října přednášel Lubomír Sodomka z Vysoké školy strojní v Liberci na thema „Podstata a užití paprsků X". Podal historický přehled vzniku a vývoje paprsků X, pojednal o jejich charakteru, zdrojích a použití. Závěrem se zmínil o některých nejnovějších výzkumech v tomto oboru a uvedl několik novinek z I. sjezdu čsl. fysiků v Praze v r. 1957.

Dne 14. a 16. října se konaly přednášky Lazsló Rédla, pracovníka ministerstva školství v Budapešti o „Vyučování matematice na školách v Maďarsku". Přednášející nastínil současný stav maďarského školství a jeho organisace. Podrobněji se zmínil o učebních plánech pro gymnasia, odborné školy i školy vysoké a hlavní pozornost pak věnoval vyučování matematice na gymnasiích a odborných školách. Promluvil o osnovách a učebnicích matematiky, o různých metodách a formách vyučování, o přijímacích zkouškách na vysoké školy a o zkušenostech vysokých škol s absolventy gymnasií. V závěru stručně charakterisoval současný stav vyučování a nastínil perspektivy dalšího vývoje. Po přednášce se rozproudila velmi živá diskuse, v níž přednášející zodpověděl četné dotazy přítomných.

Dne 4. listopadu se konala na počest 40. výročí Velké říjnové socialistické revoluce přednáška doc. Dr V. Aldy a kand. mat. věd Al. Švece z Vysoké školy strojní v Liberci na thema „O úspěších sovětské matematiky". Doc. Alda věnoval ve své přednášce pozornost hlavně sovětským výsledkům týkajícím se počtu pravděpodobnosti. Tento obor měl již v předrevolučním Rusku svou slavnou tradici charakterisovanou jmény Čebyšev, Markov, Ljapunov aj. A je jen přirozené, že matematikové sovětští pokračovali v této tradici, a dále ji velmi bohatě a úspěšně rozvinuli. Porevoluční éra je charakterisována jmény jako Bernštejn, Chinčin, Kolmogorov aj. Přednášející uvedl některé sovětské výsledky týkající se základů počtu pravděpodobnosti (Kolmogorov, Glivenko), zákona velkých čísel (Kolmogorov, Chinčin) a konvergence ke Gaussovu zákonu (Bernštejn, Chinčin), stochastických procesů (Sluckij, Kolmogorov, Chinčin, Romovskij), statistiky a fysikální statistiky (Smirnov, Kolmogorov, Chinčin).

Kand. věd Al. Švec uvedl některé důležité práce sovětských matematiků hlavně z diferenciální geometrie. Pojem normalisované plochy projektivního prostoru zavedený Nordenem a obecněji pojem normalisované variety je jeden z nejvýznamnějších pojmů, jejichž teorie byla v SSSR vypracována. Na každé ploše tak vzniká soustava afinních konexí, jejíž zachování je ekvivalentní s projektivní deformací plochy.

Dne 2. prosince přednášel akademik Vlad. Kořínek na thema „O vzniku algebry". Podal přehled vývoje algebry od Al. Mamúna a zvláště podrobně se zabýval prací matematika Al Chvarizmiho a výsledky uvedenými v jeho spise „Al džabr walmukabala". Uvedl několik ukázek tehdejší početní techniky i metod důkazů.

Dne 4. prosince měl informativní přednášku Dr Karel Svoboda z brněnské university na thema „Některé brněnské výsledky z diferenciální geometrie". Uvedl stručný přehled některých prací i výsledků brněnských matematiků z poslední doby, kteří se sdružují v semináři vedeném prof. Dr J. Klapkou.

Dne 16. prosince přednášel Aleš Fořt z mat. fys. fakulty KU v Praze na thema „Charakteristické vlastnosti scintilačních látek". Přednášející se podrobně zmínil o detekci záření, charakteristikách scintilačního počítače, druzích používaných fotonásobičů, výšce pulsu a rozlišovací době, anorganických a organických scintilačních látkách a použití scintilačních počítačů.

Kromě pravidelných přednášek konala pobočka ve spolupráci s Krajským ústavem pro další vzdělávání učitelů v Liberci fysikálně-technický seminář pro učitele všeobecně vzdělávacích a odborných škol ve dnech 19. až 20. prosince. Na semináři, jehož se zúčastnilo 25 učitelů z celého kraje, byly prosloveny tyto přednášky:

L. Sodomka z VŠS v Liberci „Polovodiče a jejich užití". Přednáška se zabývala některými aktualitami z fysiky pevných látek. Byly probrány metody výzkumu a rozdělení pevných látek s podrobnější zmínkou o polovodičích, jejich vlastnostech a užití v technické i fysikální praxi.

Rud. Janál z VŠS v Liberci „Některé novinky z atomistiky". V úvodu přednášející promluvil o detekci a registraci záření, jednotlivých druzích počítačů, Wilsonově mlžné komoře a nukleárních emulsích. Dále se podrobněji zabýval systematikou elementárních částic, transurany, objevy a důkazy antielektronu, antiprotonu, antineutronu a neutrina.

Zd. Kalousek z PŠ v Liberci hovořil na thema „Geofysikální rok". Přednáška obsahovala historii a organisaci MGR, zeměpisné rozdělení, rozdělení jednotlivých druhů prací na „oddíly", měření prováděná v jednotlivých oddílech a jejich umístění v ČSR.

Boh. Průšek z VPŠS v Liberci měl dva referáty, z nichž první se týkal „Fysikálních veličin, jednotek a soustav" a ve druhém promluvil o „Správě a udržování fysik. pomůcek". V prvém referátu podal ucelený přehled vývoje soustav jednotek používaných ve fysice a zmínil se o fysikálních veličinách z hlediska dialektického materialismu. V dalším se zabýval volbou jednotek soustavami jednotek v mechanice, rozměrnými a bezrozměrnými konstantami, soustavou elst. a elmag., soustavou praktickou a soustavou MKSA a roztříděním a užitím různých soustav. Podal přehled jednotek užívaných v termice, akustice a optice, v atomistice a radiologii. Závěrem vyplynula z referátu nutnost zavedení jediné soustavy jednotek a její realisace na školách.

Ve druhém referátě podal některé praktické rady a návody, jak spravovat a udržovat fysikální sbírky.

Vl. Technik z II. JSŠ v Liberci referoval na thema „Zkušenosti z I. sjezdu čsl. fysiků". Hlavní zřetel věnoval pedagogické sekci tohoto sjezdu a seznámil přítomné s obsahem referátů i diskusí, které tam proběhly.

Ve druhém svém referátě „Metodika strojírenských prací v 9. třídě" shrnul dosavadní zkušenosti v tomto novém předmětu a předvedl ukázku jedné vyučovací hodiny.

Karel Nejedlý z I. JSŠ v Liberci referoval o „Metodice laboratorních prací". Po úvodním teoretickém výkladu předvedl lab. práce „Kirchhoffovy zákony" a „Stanovení tepelného ekvivalentu jednotky práce."

Ve dnech 14. až 15. prosince se konalo společné setkání členů zdejší pobočky s pobočkou z Ústí nad Labem, na něž z Ústí přijelo 10 členů. V jeho rámci se konaly v neděli 15. prosince pro členy obou poboček přednášky. Odborné referáty měli Rud. Janál a L. Sodomka oba z VŠS v Liberci. Prvý referoval na thema „Některé novinky z atomistiky", druhý o „Polovodičích a jejich užití". Frant. Dušek z Krajského ústavu pro další vzdělávání učitelů měl metodickou přednášku na thema „Metodika slovní otázky při vyučování matematice". Poukázal na důležitost slovní otázky při rozvoji myšlení žáků, podrobněji rozebral věcnou a didaktickou stránku otázky, otázky široké a úzké, analytický i synthetický postup řešení s praktickými ukázkami. Zmínil se o jazykové stránce otázky a doložil obecné výklady ukázkami stilisticky správných i nesprávných otázek.

Jaromír Šedý

Nitra

Dňa 3. marca 1958 usporiadala Pobočka JČMF v Nitranskom kraji za spolupráce Krajského ústavu pre ďalšie vzdelávanie učiteľov v Nitre a Prírodovedeckej sekcie Spoločnosti pre šírenie politických a vedeckých poznatkov v Nitre prednášku L. Dunajského: Fyzikálne základy raketovej techniky — mechanika telesa s premennou hmotou. Na prednáške sa zúčastnilo vyše 30 poslucháčov, ktorí vypočuli prednášku s veľkým záujmom.

L. Dunajský

Výtahy z přednášek*)

VLASTIMIL DLAB, *Systémy generátorů Abelových grup.* (Prosloveno 17. II. 1958.)

V úvodu přednášející naznačil těžkosti, s kterými se setkáváme při studiu systémů generátorů Abelových grup a připomněl dvě práce polských matematiků, týkající se této tematiky, které kriticky zhodnotil. Hlavním jejich nedostatkem je to, že autoři nechápou systém generátorů jako množinu prvků grupy.

Přednášející pak přistoupil k vlastním výsledkům; zavedl nejprve pojem ireducibilního, reducibilního, silně reducibilního, dědičně reducibilního a dědičně silně reducibilního systému generátorů Abelovy grupy. Pomocí pojmu dostižitelné grupy pak odvodil tři věty, z nichž mimo jiné plynou tyto dvě charakterisace divisibilních grup:

1) Grupa $\mathbf{G} \neq 0$ je divisibilní právě tehdy, jestliže každý systém generátorů grupy $\mathbf{G}$ je silně reducibilní (resp. dědičně silně reducibilní).

2) Grupa $\mathbf{G}$ je divisibilní právě tehdy, není-li dostižitelná.

Logicky je možných šest typů zavedených systémů generátorů:

(I) reducibilní systém generátorů, který není silně reducibilní ani dědičně reducibilní;

(II) silně reducibilní systém generátorů, který není dědičně reducibilní (a tedy ani dědičně silně reducibilní);

(III) dědičně reducibilní systém generátorů, který není silně reducibilní;

(IV) dědičně reducibilní systém generátorů, který je zároveň silně reducibilní a není dědičně silně reducibilní;

(V) dědičně reducibilní systém generátorů;

(VI) ireducibilní systém generátorů.

Přednášející pak podal příklad Abelovy grupy, která má systémy generátorů všech těchto typů. Dále platí věty:

Dostižitelná grupa, která má systém generátorů typu (V), má též systém generátorů typu (III).

Grupa, mající systém generátorů typu (IV), má též systém generátorů typu (III).

Má-li grupa systém generátorů typu (III), má též systém generátorů typu (IV).

Pomocí těchto vět a dalších příkladů lze potom určit všechny možnosti kombinací typů systémů generátorů, které mohou nastat pro danou Abelovu grupu. Zbývá zde jen zodpovědět otázku, zda existuje grupa, jež nemá ireducibilní ani dědičně silně reducibilní systém generátorů; tato otázka je otevřeným problémem.

Znění definic a vět je uvedeno v Časopise pro pěstování matematiky, 83 (1957), č. 3. První část práce je otištěna v časopise *Čechoslovackij matematičeskij žurnal,* 8 (1958) 54—61.

L. DUNAJSKÝ, *Fyzikálne základy raketovej techniky — mechanika telesa s premennou hmotou.* (Prednesené 3. III. 1958.)

*) Otiskují se (až na nepodstatné redakční úpravy) ve formě a počtu, jak došly redakci do uzávěrky čísla.

Úvod prednášky bol venovaný teoretickému a praktickému významu mechaniky telesa s premennou hmotou a poukázané na to, že v učebniciach fyziky nevenuje sa jej väčšinou žiadna pozornosť.

Vychádzajúc zo zákona zachovania hybnosti a zo zákona nezávislého pôsobenia síl a z predpokladu kontaktného pôsobenia (tj. že oddelujúca častica pôsobí na hmotu od ktorej sa oddeluje len v momente bezprostredného dotyku) odvodila sa Meščerského rovnica: $M \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{F} + \mathbf{v}_r \frac{dM}{dt}$, kde $\mathbf{v}_r$ je relatívna rýchlosť oddelenej častice vzhľadom na pohybujúcu sa raketu, táto rýchlosť sa nazýva často v literatúre efektívnou rýchlosťou. Na základe tejto rovnice bol odvodený Ciolkovského vzorec, ktorý určuje rýchlosť rakety po ukončení činnosti motoru $v = v_0 + v_r \ln Z$, kde Z je Ciolkovského číslo a rovná sa pomeru počiatočnej a konečnej hmoty rakety a v_0 je počiatočná rýchlosť rakety.

Autor potom stručne naznačil, ako možno určiť optimálnu hodnotu výšky výstupu a zrýchlenia rakiet.

Druhá časť prednášky bola venovaná otázkam súvisiacim vypustením umelých družíc Zeme. Na získanie potrebnej rýchlosti je nutné použiť viacstupňovej rakety, lebo aby raketa získala rýchlosť 9 km . sec^{-1}, ktorá rýchlosť umožní prekonať odpor atmosféry a zabezpečí kruhovú dráhu družice vo výške asi 200 km, musí byť pri efektívnej rýchlosti okolo 2500 m . sec^{-1}, akú majú moderné raketové motory, Ciolkovského číslo $Z = 40$. Dosiaľ ale sa podarilo konstrukčne dosiahnuť pri jednostupňovej rakete len $Z = 6$. Z toho dôvodu autor prednášky zaoberal sa n-stupňovými raketami. Po definícii jednotlivých pojmov vystupujúcich v teorii n-stupňových rakiet ako užitočný náklad, stupeň rakety, subraketa, „suchá hmota" stupňa, autor sa zaoberal charakteristikami rakiet (pomerná hmota, subrakety, plná, pomerná hmota n-stupňovej rakety, konstrukčná charakteristika stupňa. Ciolkovského číslo stupňa a n-stupňovej rakety) a ich vzájomnými vzťahmi. Potom odvodil vzťah $v = \sum_{i=1}^{n} v_r^{(i)} \ln Z_i$, kde v je rýchlosť rakety po ukončení činnosti všetkých jej motoron, $v_r^{(i)}$ je efektívna rýchlosť motoru pracujúceho na i-tom stupni a Z_i je prv definované Ciolkovského číslo i-tého stupňa. Na základe tohoto boli vypočítané hlavné údaje štvorstupňovej rakety, ktorá je schopná priviesť umelú družicu o hmote 300 kg na kruhovú dráhu vo výške 200 km nad zemským povrchom.

V závere bolo poukázané na to, že ďalší rozvoj raketovej techniky a ostatných príbuzných disciplín umožní ľudstvu uskutočniť svoj dávny sen — medziplanetárne lety.

J. Klátil, *Experimentální určení smykových napětí v kroucené tyči s obecným průřezem.* (Prosloveno 25. I. 1958.)

Úlohu určit průběh smykového napětí v kroucené tyči s libovolným průřezem lze pomocí membránové analogie převést (viz [1]) na úlohu určení směru a velikosti největšího vzrůstu výchylky $= x(y, z)$ membrány vyklenuté nad otvorem co do tvaru shodným s průřezem kroucené tyče a umístěným v rovině $0yz$. Tyto údaje o výchylce x lze pak určit pomocí snímku vyklenuté membrány, na níž se zrcadlí pravoúhlé přímočaré síto.

Odráží-li membrána (viz [2]) při promítání z bodu $S(h', 0, 0)$ $(h' > 0)$ bod $T'(h, u, v)(h > 0, h \doteq h')$ síta (uvažovaného v rovině $x = h$) ve svém bodě $T(x, y, z)$ (výchylka $x = x(y, z)$ buď po celém průřezu nezáporná a značně menší než konstanty h a h'), vzniká takto korespondence

$$u = u(y, z)\,, \quad v = v(y, z) \tag{1}$$

mezi souřadnicemi y, z, u a v bodů T a T'. Této korespondence lze využít ke stanovení vektorového pole

$$\operatorname{grad} x = \mathbf{j}\frac{\partial x}{\partial y} + \mathbf{k}\frac{\partial x}{\partial z}\,, \tag{2}$$

určujícího již hledaný směr a velikost největšího vzrůstu výchylky x. Z rovnosti úhlu dopadu a úhlu odrazu světelného paprsku $T'TS$ a z komplanárnosti směrů $\overrightarrow{TT'}$ a $\overrightarrow{TS}$ plynou totiž pro určení hodnot $\frac{\partial x}{\partial y}$ a $\frac{\partial x}{\partial z}$ vztahy

$$\frac{\partial x}{\partial y} = \frac{Dy}{D}\,, \quad \frac{\partial x}{\partial z} = \frac{Dz}{D}\,, \tag{3}$$

$$Dy = \begin{vmatrix} hs' - h's - (s' - s)\, x\,, & s'v - (s' - s)\, z \\ vy - uz\,, & -h'u + (h' - h)\, y + ux \end{vmatrix},$$

$$Dz = \begin{vmatrix} s'u - (s' - s)\, y\,, & hs' - h's - (s' - s)\, x \\ h'v - (h' - h)\, z - vx\,, & vy - uz \end{vmatrix},$$

$$D = \begin{vmatrix} s'u - (s' - s)\, y\,, & s'v - (s' - s)\, z \\ h'v - (h' - h)\, z - vx\,, & -h'u + (h' - h)\, y + ux \end{vmatrix};$$

$$s = \sqrt{(h - x)^2 + (u - y)^2 + (v - z)^2}\,, \quad s' = \sqrt{(h' - x)^2 + y^2 + z^2}\,.$$

Přibližné řešení naší úlohy získáme tak, že na pravých stranách těchto vztahů zanedbáme výchylku x (vzhledem k značně větším hodnotám h a h') a souřadnice y a z bodu T nahradíme souřadnicemi y_s a z_s bodu $T_s(0, y_s, z_s)$ ležícího na spojnici ST; je

$$y_s = \frac{h'}{h' - x}\, y\,, \quad z_s = \frac{h'}{h' - z}\, z\,. \tag{4}$$

Korespondence

$$u = u(y_s, z_s)\,, \quad v = v(y_s, z_s)$$

je dána snímkem. Výsledky, které tímto způsobem získáme, jsou poměrně značně přesné a velmi dobře se hodí v praxi.

Nelineární soustavu (3) lze v případě, že výchylka x je po celém průřezu analytickou funkcí proměnných y a z, řešit též analyticky. Za těchto okolností jsou totiž rovněž korespondence (1) a (4) dány analytickými funkcemi. Známe-li pak výchylku x_0 vyklenuté membrány pro určitý bod (y_0, z_0) průřezu (budiž to takový bod, v němž jmenovatel D ze zlomků soustavy (3) je od nuly různý), můžeme postupným derivováním rovnic soustavy (3) stanovit hodnoty všech koeficientů v Taylorově rozvoji funkce $x(y, z)$ majícím střed v bodě (y_0, z_0).

[1] J. Klátil, *Přibližné určení největšího smykového napětí v kroucené prismatické tyči s obecným průřezem*, Apl. mat. 2 (1957), č. 3;

[2] J. Klátil, *Experimentální určení smykových napětí v kroucené tyči*, Strojírenství 7 (1957), č. 6.

Josef Král, *Transformace vícerozměrných integrálů.* (Prosloveno 24. 2. 1958.)

Nechť $\mathbf{G}$ je oblast v r-rozměrném eukleidovském prostoru E_r a nechť Φ je zobrazení $\mathbf{G}$ do E_r, které každému bodu $t = [t_1, t_2, \ldots, t_r] \in \mathbf{G}$ přiřazuje bod $[\Phi_1(t), \Phi_2(t), \ldots, \Phi_r(t)]$. Za předpokladu, že funkce Φ_i $(1 \leqq i \leqq r)$ mají spojité parciální derivace prvního řádu na $\mathbf{G}$, můžeme utvořit Jakobián $D_\Phi(t)$, příslušný transformaci Φ ($D_\Phi(t)$ je determinant matice, která má v i-tém řádku a k-tém sloupci prvek $\dfrac{\partial \Phi_i(t)}{\partial t_k}$). V integrálním počtu se často setkáváme s integrály typu $\int_{\mathbf{G}} F(t)\, D_\Phi(t)\, dt$, $\int_{\mathbf{G}} F(t)\, |D_\Phi(t)|\, dt$. K tomu, aby tyto integrály existovaly v Lebesgueově smyslu, stačí např. předpokládat, že Jakobián $D_\Phi(t)$ je integrovatelný na $\mathbf{G}$ a že funkce $F(t)$ je omezená a měřitelná na $\mathbf{G}$. Provedeme-li substituci $t = h(x)$, kde h je homeomorfní zobrazení oblasti $\mathbf{G}^*$ na oblast $\mathbf{G}$, pak zobrazení $\Phi^*(x) = \Phi(h(x))$ $(x \in \mathbf{G}^*)$ již ovšem nemusí být „hladké", takže obecně nemá smyslu Jakobián $D_{\Phi^*}(x)$. Je-li však zobrazení Φ^* „hladké", můžeme se ptát na vztah integrálů $\int_{\mathbf{G}^*} F(h(x))\, D_{\Phi^*}(x)\, dx$, $\int_{\mathbf{G}^*} F(h(x))\, |D_{\Phi^*}(x)|\, dx$ k integrálům výchozím. Lze očekávat, že druhý integrál je roven integrálu, z kterého jsme vyšli, a že první integrál se od výchozího může lišit nejvýše ve znamení. Pokud homeomorfismus h není sám „hladký", nemáme žádné elementární prostředky pro důkaz tohoto faktu. Je tedy účelné přiřadit i obecnějším spojitým zobrazením Φ jisté integrály $\int_{\mathbf{G}} F(t)\, d\widetilde{V}_\Phi(t)$, $\int_{\mathbf{G}} F(t)\, dV_\Phi(t)$, které by byly invariantní (ev. až na znamení) vůči homeomorfním transformacím proměnných a které by přešly v integrály $\int_{\mathbf{G}} F(t)\, D_\Phi(t)\, dt$, $\int_{\mathbf{G}} F(t)\, |D_\Phi(t)\, dt|$ pro ten speciální případ, že zobrazení Φ je „hladké a má integrovatelný Jakobián na $\mathbf{G}$. To lze učinit např. pro zobrazení, která mají konečnou variaci na množině $\mathbf{G}$. Taková zobrazení studoval po prvé S. Banach v práci *Sur les lignes rectifiables et les surfaces dont l'aire est finie* (Fund. Math., sv. 7 (1925)). Pro integrály $\int\limits_G F(t)\,\mathrm{d}\widetilde{V}_\Phi(i)$, $\int\limits_G F(t)\,\mathrm{d}V_\Phi(T)$ lze odvodit transformační vztahy, jimž odpovídají v jednorozměrném případě věty o substituci pro Lebesgueův-Stieltjesův integrál. Pro diferencovatelná zobrazení lze pak dokázat, že tyto integrály lze převést na Lebesgueovy integrály z funkce, násobené příslušným Jakobiánem (resp. jeho absolutní hodnotou). Podobné otázky jsou vyšetřovány v těchto monografiích: T. Radó, *Length and Area* (1948), T. Radó — P. V. Reichelderfer, *Continuous Transformations in Analysis* (1955).