Matematicko-fyzikálny časopis

Pavol Brunovský
Recenzie

Matematicko-fyzikálny časopis, Vol. 15 (1965), No. 4, 332--333

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/126447

Terms of use:

© Mathematical Institute of the Slovak Academy of Sciences, 1965

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* http://project.dml.cz

RECENZIE — РЕЦЕНЗИИ — BOOK REVIEWS

L. S. Pontrjagin, V. G. Bolťanskij, R. V. Gamkrelidze, J. F. Miščenko: MATEMATICKÁ TEORIE OPTIMÁLNÍCH PROCESŮ, SNTL, Praha 1964, strán 356, obr. 87, cena 21.50 Kčs, preložil Jiří Vaníček.

MATHEMATISCHE THEORIE OPTIMALER PROZESSE, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1964, strán 340, obr. 87, cena 68 DM, preložili W. Hahn a R. Herschel.

Obe knihy sú nezmeneným prekladom známej monografie „Математическая теория оптимальных процессов", ktorá vyšla v Moskve roku 1961. Táto je venovaná najmä nasledovnému variačnému problému a jeho modifikáciám:

Je daný diferenciálny systém:

$$\dot{x} = f(x, u), \tag{1}$$

$x \in E_n$, $u \in E_r$, množina $U \subset E_r$, body x_0, $x_1 \in E_n$ a funkcia f_0 (x, u). O funkciách $f_0(x, u)$, $f_1(x, u)$, $\ldots$, $f_n(x, u)$ sa predpokladá, že sú spojité v premenných x, u spolu so svojimi parciálnymi deriváciami podľa x. Treba nájsť merateľnú funkciu $u(t)$ na intervale $\langle 0, T \rangle$, vyhovujúcu ohraničeniu $u(t) \in U$ takú, že riešenie $x(t)$ systému (1) pri $u = u(t)$ vyhovuje podmienkam $x(0) = x_0$, $x(T) = x_1$ a funkcionál $\int_0^T f_0(x, (t), u(t))\, dt$ nadobúda minimálnu možnú hodnotu.

Tento problém má bohaté technické interpretácie, najmä v teórii automatického riadenia. V súhlase s nimi sa používa aj terminológia; ľubovoľná funkcia, vyhovujúca ohraničeniu $u(t) \in U$, nazýva sa riadením (reguláciou) a ak je naviac riešením našej úlohy, nazýva sa optimálnym riadením.

Vyšetrovaný problém by bol v podstate klasickým variačným problémom s vedľajšími podmienkami, keby sme o množine U predpokladali, že je otvorená. Pre technické aplikácie je však charakteristický práve prípad množiny U kompaktnej, čo si vyžiadalo použiť na riešenie problému nové metódy, odlišné od metód klasického variačného počtu. Kniha predstavuje zhrnutie a výklad výsledkov asi 5-ročnej práce skupiny L. S. Pontrjagina v tomto smere. Jej hlavným výsledkom, ktorého formulácii, dôkazu, dôsledkom a aplikáciám je venovaná podstatná časť knihy, je tzv. Pontrjaginov princíp maxima, predstavujúci nutnú podmienku optimality riadenia (v prípade množiny U otvorenej vyplývajú z neho známe nutné podmienky klasického variačného počtu, napr. Euler-Lagrangeova podmienka, Weierstrassova podmienka).

Kniha je napísaná skôr pre matematikov než pre čitateľov, zaujímajúcich sa o aplikácie. Napriek tomu sú však niektoré časti knihy prístupné pre čitateľov s vysokoškolským vzdelaním technického smeru. Sú to najmä kapitola I, v ktorej je formulovaný problém, princíp maxima a niektoré jeho modifikácie (o. i. pre diferenciálny systém, ktorého pravé strany závisia explicitne od času, pre úlohu s pohyblivými koncami atď.) a ukázané príklady jeho použitia, ďalej kapitola III, zaoberajúca sa časove optimálnymi systémami ($f_0(x, u) = 1$) v lineárnych sústavách, opäť s príkladmi použitia na systémy druhého rádu a konečne kapitola IV, venovaná rôznym iným úlohám (optimálnym procesom s parametrami, sústavám s oneskorením, úlohám aproximácie funkcií atď.).

Kapitola III je zaujímavá tým, že v lineárnych časove optimálnych procesoch sa najvypuklejšie prejavujú odlišné črty problému v prípade kompaktnej množiny U od klasických úloh variačného počtu. Optimálne riadenie tu spravidla vychádza nespojité nadobúdajúce hodnoty iba na hranici množiny U. Okrem toho je zaujímavé, že za istých dosť všeobecných podmienok predstavuje tu princíp maxima nielen nutnú, ale aj postačujúcu podmienku optimality.

Ostatné kapitoly už vyžadujú od čitateľa špeciálne matematické vzdelanie.

V kapitole II je podrobne vyložený dôkaz princípu maxima a jeho modifikácií. Hoci od vyjdenia knihy sa objavilo niekoľko nových dôkazov (elegantný dôkaz Halkinov, práce Dubovického a Miľutina), ostáva pôvodný dôkaz autorov knihy stále cenný pre detailný pohľad do mechanizmu variovania riadení a riešení.

Kapitola V sa zaoberá súvislosťou medzi princípom maxima a klasickým variačným počtom.

V kapitole VI sa hľadajú nutné podmienky optimality v prípade, že riešenie $x(t)$ nesmie opustiť istú uzavretú oblasť G priestoru E_n. Základná veta tejto kapitoly (veta 22) a jej dôkaz sú značne komplikované (k samotnej formulácii vety potrebujú autori asi 10 strán).

Posledná, VII. kapitola odbočuje od hlavnej línie knihy a je venovaná výpočtu pravdepodobnosti dostihnutia okolia bodu, ktorého pohyb je opísaný náhodným procesom markovovského typu bodom, pohyb ktorého je opísaný systémom (1).

Hoci od vydania ruského originálu uplynuli už 3 roky a na problémoch teórie optimálnych procesov sa neprestajne intenzívne pracuje, ostáva kniha stále základným dielom, jediným svojho druhu v tejto oblasti.

Českému prekladu knihy možno vytknúť niektoré nie dosť starostlivo volené termíny. Napr. termín „krivka zvratu" nevystihuje dobre to, čo sa v origináli nazýva „кривая переключения" (str. 80); miesto termínu „variačné rovnice" (str. 88) sa skôr používa „rovnice vo variáciách".

V nemeckom preklade je zoznam literatúry doplnený štyrmi článkami, medzi ktorými však nie sú zahrnuté niektoré významnejšie práce, týkajúce sa priamo obsahu knihy, ako napr. práce Bolťanského o postačujúcich podmienkach optimality, práce Kolmogorova, Miščenka a Pontrjagina, zjednodušujúce postupy kapitoly VII, ďalej spomínaná práca Halkinova atď.

Pavol Brunovský, Bratislava