

J. G. Savčenko

О построении цифровых автоматов с автокоррекцией ошибок

*Kybernetika*, Vol. 4 (1968), No. 5, (463)--470

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/124337>

## Terms of use:

© Institute of Information Theory and Automation AS CR, 1968

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these

*Terms of use.*



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library*  
<http://project.dml.cz>

## О построении цифровых автоматов с автокоррекцией ошибок

Ю. Г. Савченко

В работах [1], [2], [3] был предложен и развит мощный метод повышения надежности цифровых автоматов, основанный на использовании помехозащищенных кодов. Однако, хотя первая из названных публикаций появилась ещё в 1958 г., до настоящего времени этот метод не получил широкого распространения.

Ниже излагается суть метода, исследуются присущие методы ограничения, которые препятствуют его широкому использованию, и намечаются некоторые новые подходы, позволяющие существенно повысить его эффективность.

### 1. ПРИНЯТЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ И СУТЬ МЕТОДА

Пусть исходный автомат А, ошибки на выходах которого необходимо корректировать, задан системой автоматных уравнений вида

$$(1) \quad y_i(t) = \varphi_i[X_m(t), Q_k(t)], \quad i = 1, 2, \dots, K;$$

$$(2) \quad q_j(t+1) = \psi_j[X_m(t), Q_k(t)], \quad j = 1, 2, \dots, k;$$

где  $y_i(t)$  — двоичная переменная, соответствующая  $i$ -му выходу автомата в момент времени  $t$ ;

$X_m(t)$  — двоичные  $m$ -разрядные слова из входного алфавита автомата  $\{x_1(t) x_2(t) \dots x_m(t)\}$ ;

$Q_k(t)$  — двоичные  $k$ -разрядные слова из алфавита внутренних состояний автомата  $\{q_1(t) q_2(t) \dots q_k(t)\}$ ;

$\varphi_i, \psi_j$  — всюду определенные булевы функции;

$K$  — количество выходов корректируемого автомата.

И пусть задан помехозащищенный код, обеспечивающий необходимый эффект коррекции на выходах автомата, уравнениями кодирования вида

$$(3) \quad y_{K+\alpha}(t) = f_\alpha[Y_K(t)], \quad \alpha = 1, 2, \dots, N - K;$$

где  $Y_K(t)$  — двоичные слова из выходного алфавита автомата  $\{y_1(t) y_2(t) \dots y_K(t)\}$ ;

$N - K$  — количество проверочных символов помехозащищенного кода;  
 $f_\alpha$  — всюду определенные булевы функции.

Тогда, подставив уравнения (1) в (3), получим

$$(4) \quad y_{K+\alpha}(t) = F_\alpha[X_m(t), Q_k(t)], \quad \alpha = 1, 2, \dots, N - K.$$

Полученные уравнения совместно с (2) задают некоторый автомат, выходные символы которого в каждый момент времени являются проверочными по отношению к выходным воздействиям корректируемого автомата и совместно с последними образуют двоичные слова разрядности  $N$ , принадлежащие заданному помехозащищенному коду. Автомат реализующий (4) и (5), будем называть кодирующим устройством (КУ), а устройство, осуществляющее коррекцию ошибок в кодовом слове  $y_1(t), y_2(t), \dots, y_K(t), y_{K+1}(t), \dots, y_N(t)$  — декодирующим устройством (ДУ). Схема включения этих устройств и корректируемого автомата представлена на рис. 1.

Способ коррекции, соответствующий такой схеме и впервые предложенный в [1], удобно называть *методом параллельного кодирования*.

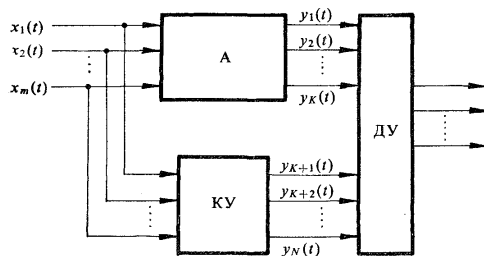


Рис. 1.

## II. СВОЙСТВА И ОГРАНИЧЕНИЯ МЕТОДА ПАРАЛЛЕЛЬНОГО КОДИРОВАНИЯ

Прежде всего остановимся на эффективности метода, имея в виду, главным образом, сложность аппаратуры, необходимой для его реализации.

Сложность кодирующего и декодирующего устройств в первую очередь зависит от количества дополнительных символов  $N - K$ , необходимых для коррекции заданного множества ошибок. Однако к настоящему времени для общего случая ошибок произвольного вида зависимость между необходимым числом дополнительных символов и количеством (и характером) корректируе-

мых ошибок не установлена. Поэтому попытаемся оценить сложность дополнительной аппаратуры (кодирующего и декодирующего устройств), считая количество дополнительных символов  $N - K$ , обеспечивающих необходимый эффект коррекции, заданным.

#### А. Автоматы без памяти

Кодирующее устройство в соответствии с (4) реализует  $N - K$  булевых функций  $m$  переменных. Если принять, что функции, реализуемые избыточным автоматом А, невырождены, т. е. также являются функциями  $m$  переменных, то относительная сложность кодирующего устройства может быть оценена отношением

$$\frac{N - K}{K}$$

Очевидно, эта оценка будет тем более точной, чем ближе сложность функций автомата А к предельной для данного  $m$ .

Декодирующее устройство при общепринятой процедуре декодирования, следуя [4], содержит схему вычисления синдрома (сложность этой части ДУ равна примерно сложности кодирующего устройства), дешифратор на  $K$  выходов и  $K$  логических элементов, реализующих функцию неравнозначности двух переменных.

#### Б. Автоматы с памятью

В случае коррекции ошибок на выходах автомата с памятью, очевидно, проверочные разряды в каждый момент времени могут быть образованы лишь на основе как входных воздействий в данный момент времени, так и воздействий, поступивших на вход автомата в предшествующие моменты времени, т. е. кодирующее устройство должно обладать внутренней памятью. Объем памяти КУ определяется числом необходимых внутренних состояний для реализации  $N - K$  автоматных уравнений (4). Поскольку эти уравнения получены в результате суперпозиции уравнений (1), то они содержат не более, чем  $K$  символов алфавита внутренних состояний. Иными словами, в общем случае объем памяти КУ равен объему памяти избыточного автомата. Заметим, что в случаях, когда нет необходимости корректировать ошибки, связанные с неисправностью именно элементов памяти избыточного автомата, кодирующее устройство может быть построено как автомат без памяти. Для этого информация о входных воздействиях в предшествующие моменты времени подается на входы КУ непосредственно от элементов памяти корректируемого автомата. Такая модификация метода рассмотрена в [3].

Что касается сложности комбинационной части КУ и ДУ в целом, то все приведенные выше рассуждения для автоматов без памяти справедливы и для автоматов с памятью.

Таким образом, наиболее существенным ограничением метода является значительный (равный объему памяти избыточного автомата  $A$ ) объем памяти КУ при коррекции ошибок произвольного вида.

Второе ограничение связано со следующим. Помехозащищенные коды, возникшие в рамках теории связи и предназначенные для коррекции ошибок в каналах передачи информации, мало приспособлены для коррекции ошибок в цифровых автоматах. Подавляющее большинство известных кодов строится в предположении о независимости ошибок в отдельных символах кодового слова. Для автоматов же характерна ощутимая зависимость вероятности искажения некоторого выходного символа от его местонахождения. Более того, эта вероятность оказывается существенно различной для различных выходных слов автомата. Естественно, в такой ситуации использование, например, линейных (групповых, циклических) кодов приводит к решениям, которые далеки от оптимальных как по необходимой избыточности, так и по результирующей надёжности. Кроме того, процедуры кодирования и декодирования линейных кодов, сравнительно просто реализуемые при последовательном поступлении символов, при параллельной передаче или автоматном преобразовании информации в большинстве случаев требуют недопустимо высоких аппаратурных затрат.

### III. МОДИФИКАЦИЯ МЕТОДА ДЛЯ АВТОМАТОВ С ПАМЯТЬЮ

Пусть, как и ранее, избыточный автомат  $A$  задан системой автоматных уравнений вида (1), (5), и ошибки автомата, которые необходимо корректировать, могут быть разделены на два подмножества:

подмножество  $U_1$  — ошибки, вызываемые неисправностью элементов памяти автомата,

подмножество  $U_2$  — ошибки, вызываемые неисправностью элементов комбинационной (логической) части автомата.

И пусть выбраны два помехозащищенных кода:

1. код, имеющий  $k$  информационных и  $n - k$  проверочных символов и обеспечивающий исправление всех ошибок, принадлежащих подмножеству  $U_1$ ;
2. код, имеющий  $K$  информационных и  $N - K$  проверочных символов и обеспечивающий исправление всех ошибок из подмножества  $U_2$ .

Преобразуем (1), (2) в соответствии с методом М. А. Гаврилова [5] и уравнениями кодирования первого кода к виду

$$(5) \quad y_i(t) = \varphi'_i[X_m(t), Q_n(t)], \quad i = 1, 2, \dots, K;$$

$$(6) \quad q_j(t+1) = \psi'_j[X_m(t), Q_n(t)], \quad j = 1, 2, \dots, n;$$

где  $Q_n(t)$  — двоичные  $n$ -разрядные слова из расширенного за счёт введения избыточных элементов памяти алфавита внутренних состояний автомата;

$\varphi'_i, \psi'_j$  — функции выходов и функции переходов, полученные из (1), (2) в соответствии с [5].

Поставим теперь функции выходов (5) в управления кодирования второго кода. В результате получим

$$y_{K+\alpha}(t) = F'_\alpha[X_m(t), Q_n(t)], \quad \alpha = 1, 2, \dots, N - K.$$

Эти уравнения определяют закон функционирования кодирующего устройства. Подавая выходные символы автомата  $y_1(t), y_2(t), \dots, y_K(t)$  совместно с выходными символами КУ  $y_{K+1}(t), y_{K+2}(t), \dots, y_N(t)$  на декодирующее устройство мы получим систему коррекции (рис. 2), аналогичную рассмотренной ранее.

Однако, в отличие от первоначальной (рис. 1), предлагаемая схема имеет следующее особенности.

1. Для коррекции произвольных ошибок избыточный объем памяти не превышает теоретически необходимого и равен числу избыточных элементов памяти, вводимых по методу М. А. Гаврилова.

2. Кодирующее устройство является автоматом без памяти при любом характере корректируемых ошибок.

3. Дифференциация неисправностей автомата на ошибки элементов памяти и логических элементов позволяет более эффективно использовать корректирующую способность кода, что уменьшает необходимые аппаратные затраты.

Таким образом, предлагаемая система коррекции, являясь, по сути, модификацией метода параллельного кодирования, снимает первое из рассмотренных ограничений метода: количество вводимых в систему избыточных элементов памяти уменьшается до теоретического минимума.

Что касается второго ограничения, связанного с малой приспособленностью линейных кодов для коррекции цифровых автоматов, то здесь можно указать на следующее. Для коррекции ошибок автомата, особенно его комбинационной части, по-видимому, наиболее целесообразно использовать нелинейные коды, корректирующие произвольные списки ошибок [6]. В этом случае имеется возможность построить систему коррекции наиболее экономным образом, во-

468 первых, за счёт точного согласования корректирующей способности кода с характером ошибок автомата и, во-вторых, путем вариации уравнений кодирования и выбора среди них таких, которые дают наиболее простую техническую реализацию.

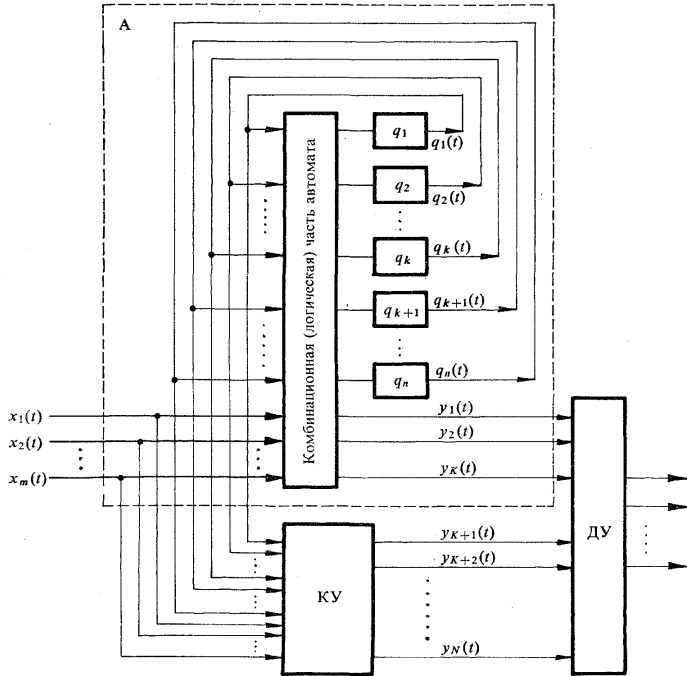


Рис. 2.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Остановимся здесь на одной особенности метода параллельного кодирования и его модификаций. Поскольку зависимость между необходимым количеством проверочных и числом информационных символов кода близка к логарифмической, то относительная сложность КУ и ДУ уменьшается с ростом сложности

корректируемого автомата. Это свойство является общим для всех методов, основанных на использовании помехозащищенных кодов. Поэтому системой коррекции желательнее охватить возможно большее количество выходов. Более того, в ряде случаев оказывается целесообразным охватить одной системой коррекции несколько независимых устройств.

С другой стороны, с увеличением сложности корректируемого автомата резко возрастают трудности (сугубо математические) построения кода и отыскания уравнений кодирования. А для простых устройств метод параллельного кодирования и его модификации малоэффективны. Это обстоятельство, по-видимому, и объясняет сложившееся положение, при котором такие мощные методы повышения надежности цифровых автоматов, как метод параллельного кодирования и метод М. А. Гаврилова практически не используются.

Очевидно, наиболее естественный путь, который позволит применить указанные методы и их модификации с максимальной эффективностью — это разработка машинных алгоритмов синтеза для достаточно сложных автоматов.

(Поступило 28-го февраля 1968 г.)

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] А. Ф. Закревский: Метод синтеза функционально устойчивых автоматов. ДАН СССР 129 (1958), 4.
- [2] D. K. Ray-Chaudhuri: On the construction of minimally redundant reliable system designs. BSTJ XL (1961), 2.
- [3] J. Swoboda: Binäre Gruppenkodes zur Sicherung logischer Schaltkreise gegen Fehler. Electron. Rechenanlag 7 (1965), 2.
- [4] У. Коц: Коды с исправлением ошибок и их реализация в цифровых системах. В сб. „Методы введения избыточности для вычислительных систем“, Сов. радио, Москва, 1966.
- [5] М. А. Гаврилов: Структурная избыточность и надёжность работы релейных устройств. Труды I Конгресса ИФАК, 1960, т. III, Издательство АН СССР, Москва 1961.
- [6] Ю. Г. Заренин, Ю. Г. Савченко: Нелинейные коды, корректирующие произвольные списки, ошибок. Труды 3-ей конференции по теории передачи и кодированию информации. Москва 1967.



## O konstrukci číslicových automatů s autokorekcí chyb

J. G. SAVČENKO

V práci je popsána a kriticky zhodnocena metoda zvýšení spolehlivosti číslicového automatu za použití samoopravných kódů na výstupu automatu (viz [1], [2], [3]). Je navržena modifikace této metody, spočívající v její kombinaci s metodou Gavrilovovou [4], jež v podstatě kóduje samoopravným kódem stavy automatu. Na rozdíl od prvé metody, která vyžaduje stejnou kapacitu paměti kódovacího zařízení jako má sám automat, stačí při použití metody kombinované kódovacího zařízení bez paměti.

*Юлий Григорьевич Савченко, канд. техн. наук, Институт автоматики, Нагорная 22, Киев 52, УССР. СССР.*