

Marian Okál; Augustin M. Huska

Darstellung der Oekonomischen Einheit durch die Symbolik der Automaten- und Graphtheorie

Kybernetika, Vol. 16 (1980), No. 1, (86)--98

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/124259>

Terms of use:

© Institute of Information Theory and Automation AS CR, 1980

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these

Terms of use.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library*
<http://project.dml.cz>

Darstellung der Oekonomischen Einheit durch die Symbolik der Automaten- und Graphentheorie

(Beispiel der Tätigkeitsdarstellung eines Bauzentrums.)

MARIAN OKÁL, AUGUSTIN M. HUSKA

Das exakte Management nutzt die verallgemeinerten Erfahrungen aus, welche von individuellen Ansichten befreit sind. Dabei stützt es sich auf immer grössere Gesamtheiten von Erkenntnissen und Daten. Es erweist sich als sinnvoll an deren Manipulierbarkeit, Kompaktheit, Transparenz und Plausibilität zu arbeiten. Daraus ergeben sich 3 fundamentale Aufgaben: die Auswahl geeigneter Koordinationssysteme, die Auswahl des Vokabulars und der Grammatik (Sprache und Darstellungsmittel), und endlich die Transformationstechnik im Rahmen der ausgewählten Sprachen. Der Beitrag befasst sich mit der zweiten Aufgabe.

Die Tätigkeit eines Bauabschnittes bzw. Bauzentrums (sog. „profit center“ in einer Baufirma) versuchen wir mit Hilfe einer Terminologie und Symbolik der diskreten Automatentheorie und orientierter Graphen zu beschreiben.

STRUKTURELLE SYNTHESE DETERMINIERTER AUTOMATEN

Unter einem determinierten abstrakten Automaten versteht man ein mit abzählbar unendlich vielen oder endlich vielen Takten arbeitender System.

Falls a^n der Zustand des Automaten im n -ten Takt ist und x^n ein Eingabesignal, dann gibt der Automat das Ausgabesignal y^n aus und nimmt in dem nächsten Takt den Zustand a^{n+1} . Das beschreibt die Ergebnisfunktion

$$y^n = f(a^n, x^n)$$

und die Überföhrungsfunktion

$$a^{n+1} = g(a^n, x^n).$$

Mittels dieser Funktionen und mittels der Mengen möglicher Inputsignalen X , Outputsignalen Y , möglicher Zustände des Systems A ist der Automat vollständig bestimmt.

Überföhrungs- und Ergebnisfunktionen kann man durch die Tabellen bestimmen:

Tabelle 1.

| | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | a_1 | a_2 | a_3 | | a_1 | a_2 | a_3 |
| x_1 | y_1 | y_2 | y_1 | x_1 | a_1 | a_2 | a_2 |
| x_2 | y_1 | y_1 | y_3 | x_2 | a_2 | a_1 | a_3 |

Die Automatenfähigkeit lässt sich auch mit dem Automatenband beschreiben (Tabelle 2).

Tabelle 2.

| | | | | | | | | |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| X | x_2 | x_2 | x_2 | x_1 | x_2 | x_1 | x_2 | x_2 |
| A | a_1 | a_2 | a_1 | a_2 | a_2 | a_1 | a_1 | a_2 |
| Y | y_1 | y_1 | y_1 | y_2 | y_1 | y_1 | y_1 | y_1 |

Der umrahmte Teil des Bandes bezeichnet die Automatenfähigkeit während des fünften Taktes. Die Fähigkeit eines solchen Automaten können wir aber auch mittels eines orientierten Graphes darstellen (siehe Abb. 1).

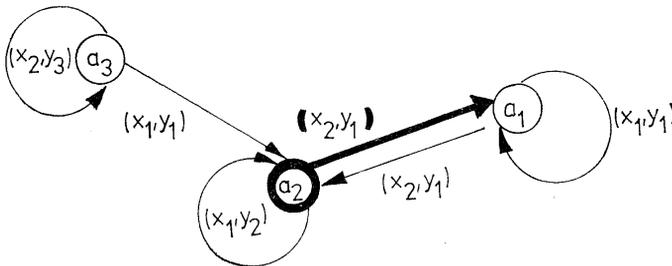


Abb. 1.

Der Graph auf Abb. 1 zeigt zum Beispiel: wenn der Automat im Zustand a_2 ist und an seinem Input ein Signal x_2 ist, zeigt sich an Output ein Signal y_1 und der Automat übergeht in den Zustand a_1 .

Die Automaten werden aus fundamentalen, elementaren Automaten zusammengestellt. Die abstrakte Synthese solcher Automaten stellt sich die Aufgabe die Überführungs- und Ergebnisfunktion oder den Graph des Automaten zu deduzieren,

wenn die Tätigkeit des Automaten mittels irgendwelcher standarden Sprache beschrieben ist. Die strukturelle Synthese hat wieder die Aufgabe eine Verbindung zwischen Elementarautomaten zu deduzieren, wenn schon die Überführungs- und Ergebnisfunktion des Automaten bekannt ist. Bei der strukturellen Synthese geht man aus dem strukturellen, vollständigen Komplex der Elementarautomaten und logischen Elementen des Komplexes aus, was zur Bildung beliebiger Automaten genügend ist.

Als Elementarautomaten wählt man gewöhnlich sog. Moore-Automaten. Sie kennzeichnen sich damit, dass ihre Outputs nur von Automatenzustand und nicht von ihren Inputs abhängig sind. Interne Zustände bezeichnet man gleichartig, als die Outputsignalen ($y^n \equiv a^n$).

Bei Automaten-synthesen benutzt man sehr häufig Moore-Automaten mit zwei inneren Zuständen (0, 1). Ebenso bezeichnet man auch die Outputsignale. Die Tabellen beschreiben die Tätigkeit solcher möglichen Elementarautomaten (Assertor, Trigger). Der Buchstabe q bezeichnet das Inputsignal und Q den Zustand und das Outputsignal (siehe Tabelle 3).

Tabelle 3.

| q^n | Q^n | Q^{n+1} |
|-------|-------|-----------|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

| q^{1n} | q^{2n} | Q^n | Q^{n+1} |
|----------|----------|-------|-----------|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 |

Das Inputalphabet der Elementarautomaten ist einfach, zweibuchstäblich (0, 1) – strukturell –. Es zeigt sich deshalb notwendig, bei der Synthese des Automaten die Kodierungseinrichtung zu sichern, welche ein mehrbuchstäbliches Inputalphabet kodiert und auf das zweibuchstäbliche Alphabet überträgt. Bei dem Output muss man wieder mit einer Dekodierungseinrichtung rechnen. Das strukturelle Schema des Automaten zeigt das Abb. 2.

Es enthält Kombinationsteile L und den Speicherteil (Komplex der Elementarautomaten) – Q . Zu dem Schema kann man oben erwähnte Kodierungs- und Decodierungssysteme beifügen.

Die strukturelle Synthese schlägt ein solches Schema des Automaten vor, welche die Identität seiner Tätigkeit mit den Daten der Überführungs- und Ergebnisfunktion garantiert.

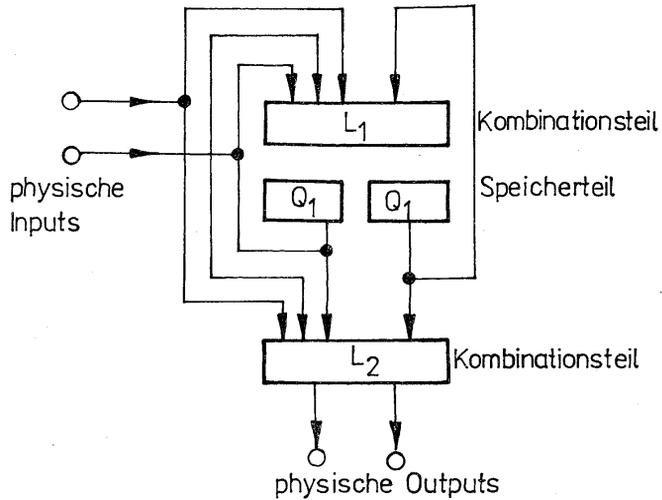


Abb 2.

DIE BESCHREIBUNG DER TÄTIGKEIT DES BAUZENTRUMS MITTELS EINES AUTOMATEN

Stellen wir uns ein Zentrum (Bauabschnitt) vor, dessen Tätigkeit durch folgende verbale Beschreibung der Verhaltensregeln begrenzt ist:

1. Der Bauabschnitt bestätigt die Übernahme einer Produktionsbestellung (P) dann, wenn dem Bauabschnitt eine solche Bestellung vorgelegt wurde (V) und er dafür über eine disponible Kapazität (K) verfügt.
2. Der Bauabschnitt lehnt eine solche Produktionsbestellung (Z) dann ab, wenn dem Bauabschnitt eine solche Bestellung vorgelegt wurde, aber er dazu keine disponible Kapazität hat.
3. Der Bauabschnitt realisiert eine solche Produktionsbestellung (R) dann, wenn vorher die Übernahme der Produktionsbestellung bestätigt wurde und die disponible Kapazität entspricht einer solchen Realisation.
4. Der Bauabschnitt hat die disponible Kapazität dann, wenn diese Kapazität um die Einheit (D) sich vergrößerte, oder die Kapazität nicht ausgenützt ist (N).

5. Die Kapazität ist dann nicht ausgenutzt, wenn es im vorigen Takt zu einer solchen Alternative kam: die Kapazität wurde nicht ausgenutzt und es kam zu keiner Realisation der Produktionsbestellung, oder die Kapazität vergrößerte sich und es kam zu keiner Realisation der Bestellung, oder die Kapazität wurde nicht ausgenutzt und vergrößerte sich noch.

Diese Beschreibung zeigt, dass es sich um eine Idealisierung handelt, die in der Praxis nur in Annäherung vorkommt.

Das Verfahren bei der Beschreibung der Tätigkeit eines solchen Bauzentrums mittels strukturelles Schemas eines determinierten diskreten Automaten ist wie folgt: Inputsignale des Automaten werden 4 möglichen Situationen entsprechen:

$x_1 = \bar{V} \wedge \bar{D}$, das Bauzentrum bekam keine Bestellung und es kam zu keiner Vergrößerung seiner Kapazität,

$x_2 = \bar{V} \wedge D, \dots$,

$x_3 = V \wedge \bar{D}, \dots$,

$x_4 = V \wedge D, \dots$.

Outputsignale werden 3 möglichen Reaktionen des Bauzentrums entsprechen:

$y_1 = \bar{P} \wedge \bar{R} \wedge \bar{Z}$, das Bauzentrum bestätigt weder Übernahme, weder die Bestellung realisiert, noch lehnt es die Bestellung ab,

$y_2 = \bar{P} \wedge \bar{R} \wedge Z, \dots$,

$y_3 = P \wedge R \wedge Z, \dots$.

Die Mengeelemente der Zustände werden als 0, 1, 2, 3 bezeichnet, und es handelt sich dann um Zustände, wenn das Bauzentrum nicht ausgenutzte Kapazität bei 0 Produktionsbestellungen, bei 1 Produktionsbestellung und so weiter hat.

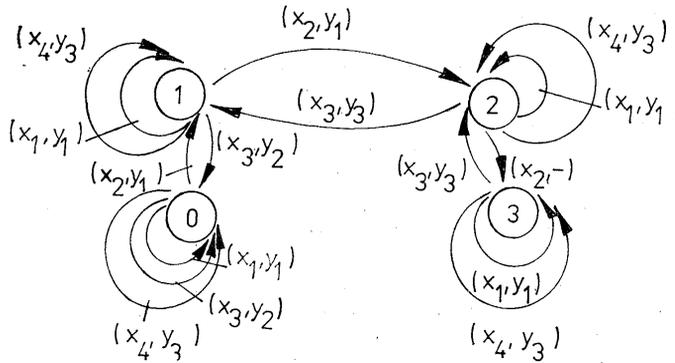


Abb. 3.

Bei Voraussetzung, dass der Anfangszustand des Automaten 0 sein würde, könnte das Band des Automaten so sein, wie Tabelle 4 zeigt.

Tabelle 4.

| No. des Taktes | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
|----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Input | x_1 | x_2 | x_3 | x_3 | x_4 | x_4 | x_2 | x_2 | x_2 | x_3 | x_3 |
| Zustand | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 3 | 2 |
| Output | y_1 | y_1 | y_2 | y_2 | y_3 | y_3 | y_1 | y_1 | y_1 | y_3 | y_3 |

Auf Grund eines solchen Bandes des Automaten besteht die Möglichkeit die Tabellen der Übersendungs- und Ergebnisfunktionen zu konstruieren (siehe Tabelle 5)-

Tabelle 5.

| | 0 | 1 | 2 | 3 |
|-------|---|---|---|---|
| x_1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| x_2 | 1 | 2 | 3 | — |
| x_3 | 0 | 0 | 1 | 2 |
| x_4 | 0 | 1 | 2 | 3 |

| | 0 | 1 | 2 | 3 |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| x_1 | y_1 | y_1 | y_1 | y_1 |
| x_2 | y_1 | y_1 | y_1 | — |
| x_3 | y_2 | y_3 | y_3 | y_3 |
| x_4 | y_3 | y_3 | y_3 | y_3 |

Der Graph eines solchen Automaten ist auf dem Abb. 3 dargestellt.

Der Automat muss mindestens zwei physische Inputs f_{1f}, f_{2f} haben, welche auf die Signale 0 und 1 reagieren, um 4 Inputsignale x_1, x_2, x_3, x_4 zu unterscheiden (siehe Tabelle 6), und weiter um 2 physische Outputs y_{1f}, y_{2f} aus welchen es möglich ist z. B. durch die Vorschrift (siehe Tabelle 7) die Outputsignale y_1, y_2, y_3 zu deduzieren.

Bei der Benutzung von 2 Elementarautomaten Q_1, Q_2 , derer Outputs 2 Werte (0, 1) erreichen können, lassen sich folgende mögliche Zustände des Automaten kodieren (Tabelle 8).

Tabelle 6.

| | f_{1f} | f_{2f} |
|-------|----------|----------|
| x_1 | 0 | 0 |
| x_2 | 0 | 1 |
| x_3 | 1 | 0 |
| x_4 | 1 | 1 |

Tabelle 7.

| | y_{1f} | y_{2f} |
|-------|----------|----------|
| y_1 | 0 | 0 |
| y_2 | 0 | 1 |
| y_3 | 1 | 0 |

Tabelle 8.

| a_i | Q_1 | Q_2 |
|-------|-------|-------|
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 |
| 2 | 1 | 0 |
| 3 | 1 | 1 |

92 Wählen wir als Elementarautomaten 2 Assertoren – schon vorher genannt – dann konstruieren wir die Kodierungstabelle der Überführungen und Zustände des Automaten (siehe Tabelle 9).

Tabelle 9.

| n | | | | n + 1 | | n | | | |
|----------|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|----------|
| x_{1f} | x_{2f} | Q_1 | Q_2 | Q_1 | Q_2 | q_1 | q_2 | y_{1f} | y_{2f} |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | — | — | — | — | — | — |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |

Die ersten 6 Kolonnen geben die Abhängigkeit der Zustände elementarer Automaten Q_1, Q_2 , in dem $(n + 1)$ -ten Takte an von den Signalwerten an physischen Inputs und von Zuständen der Elementarautomaten im vorhergehenden Takte. Die ersten vier Kolonnen werden einfach ausgefüllt. Sie sollen alle möglichen Wertkombinationen der physischen Inputs und der Zustände elementarer Automaten im n -ten Takte enthalten. Die 5. und 6. Kolonne der Tabelle muss auf Grund der Überführungstabelle des Automaten und der Kodierungstabellen für Inputs und Zustände des Automaten ausgefüllt werden. In der 3. Reihe ist z. B. kodiert: wenn im n -ten Takte der Automat im Zustand 2 ist und an seinem Input das Signal x_1 ist, bleibt auch im nächsten Takte derselbe Zustand, was der Tabelle der Überführungen entspricht. Aus der Outputstabelle geht hervor, dass im n -ten Takte das Outputsignal y_1 mittels 2 physischen Outputs kodiert sein muss. In der dritten und vierten Kolonne des 2. Teils der Tabelle ist es dargelegt. Damit der erste Automat Q_1 – wie es der dritten Reihe der Tabelle entspricht – aus dem Zustand 1 in den Zustand 0 übergeht, muss bei seinem Input das Signal 1 sein; damit der zweite Automat Q_2 aus dem Zustand 0 in den Zustand 0 übergeht, muss bei seinem Input das Signal 0 sein. Das ist in der ersten und vierten Kolonnen des 2. Teiles der Kodierungstabelle gekennzeichnet.

Die ersten vier Kolonnen des ersten Teiles der Tabelle und der zweite Teil der Tabelle ermöglichen die Konstruktion der „Aktivierungsfunktionen“ der Elementarautomaten

$$q_i = q_i(Q_1, Q_2, \dots, Q_n; x_{1f}, x_{2f}, \dots, x_{mf})$$

und Funktionen der kodierten oder physischen Outputsignale des Automaten

$$y_{if} = y_{if}(Q_1, Q_2, \dots, Q_n; x_{1f}, x_{2f}, \dots, x_{mf}),$$

was in Hinsicht auf die Bedeutung der Argumente eigentlich Boole-Funktionen sind. Das Konstruieren der erwähnten Tabelle ist die Basis der strukturellen Synthese. In weiterem ist es notwendig die Boole-Funktionen der Aktivierung der Elementarautomaten und Boole-Funktionen der Outputs zu minimalisieren. Aus der Tabelle geht hervor, dass es sich in unserem Falle um z. B.

$$\begin{aligned} q_1 = & \bar{x}_{1f}\bar{x}_{2f}Q_1\bar{Q}_2 \vee \bar{x}_{1f}\bar{x}_{2f}Q_1Q_2 \vee \bar{x}_{1f}x_{2f}\bar{Q}_1Q_2 \vee \\ & \bar{x}_{1f}x_{2f}Q_1\bar{Q}_2 \vee x_{1f}\bar{x}_{2f}Q_1Q_2 \vee x_{1f}x_{2f}\bar{Q}_1Q_2 \vee \\ & x_{1f}x_{2f}Q_1Q_2 \end{aligned}$$

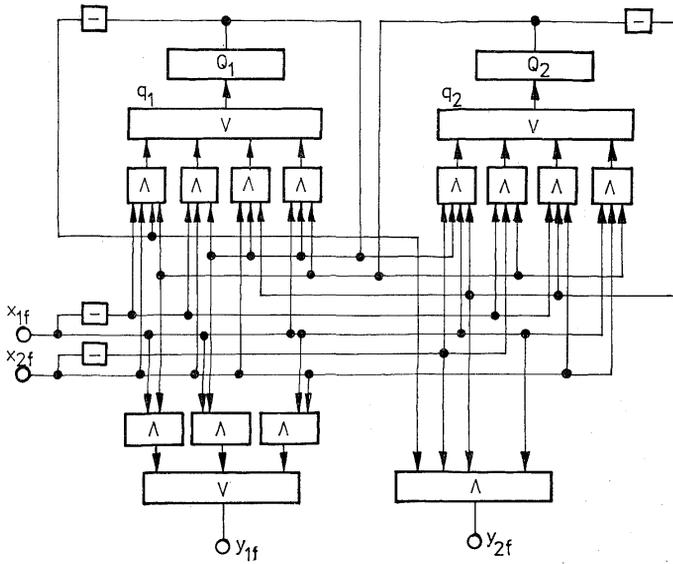


Abb. 4.

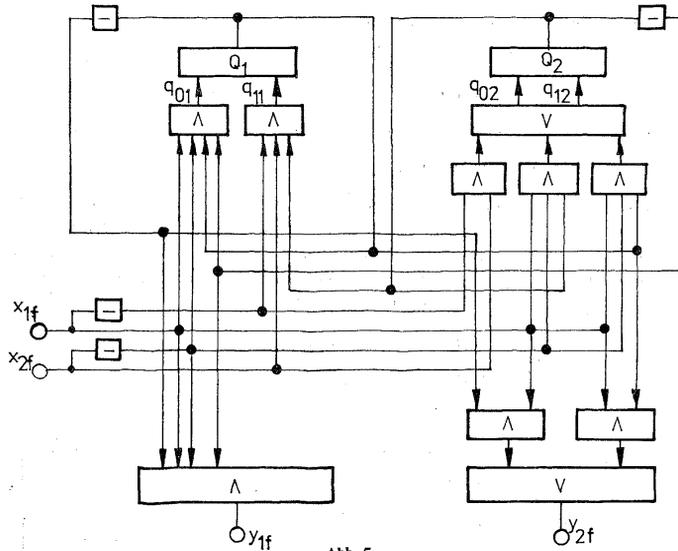


Abb. 5.

und z. B.

$$y_{2f} = x_{1f}\bar{x}_{2f}\bar{Q}_1\bar{Q}_2$$

handelt.

Nach der Minimalisierung der Boole-Funktionen ergibt sich

$$q_1 = \bar{x}_{1f}x_{2f}\bar{Q}_1\bar{Q}_2 \vee \bar{x}_{1f}x_{2f}Q_1 \vee x_{2f}Q_1\bar{Q}_2 \vee x_{1f}Q_1Q_2,$$

$$q_2 = x_{1f}\bar{x}_{2f}Q_1\bar{Q}_2 \vee \bar{x}_{1f}\bar{x}_{2f}Q_2 \vee \bar{x}_{1f}x_{2f}\bar{Q}_2 \vee x_{1f}x_{2f}Q_2,$$

$$y_{1f} = x_{1f}Q_2 \vee x_{1f}Q_1 \vee x_{1f}x_{2f},$$

$$y_{2f} = x_{1f}\bar{x}_{2f}\bar{Q}_1\bar{Q}_2.$$

Auf dem Schema (Abb. 4) sind die Bindungen zwischen Inputs, Outputs, Elementarautomaten und logischen Elementen dargestellt. Das Schema schliesst aber nicht den Teil ein, der die Inputs auf physische Inputs überführt und die physische Outputs auf die Outputs y_1 , y_2 , y_3 dekodiert, da es in unserem Fall unwichtig ist. Die Auswahl der Elementarautomaten beeinflusst natürlich das strukturelle Schema des Automaten. Wenn man im oben erwähnten Fall zwei Zweiinputs-Trigger benützt hätte, würde das zu einem strukturellem Schema geführt haben, was auf Abb. 5 zu sehen ist.

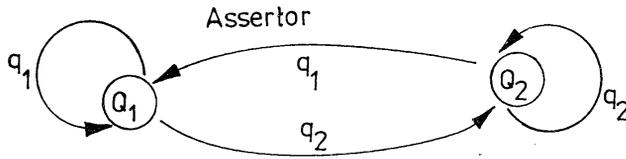


Abb. 7.

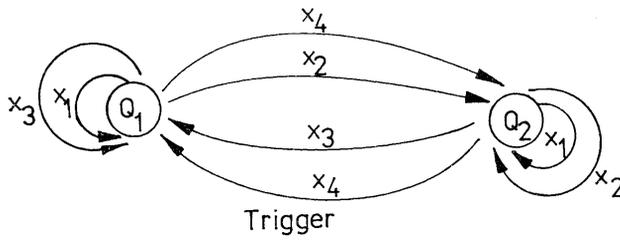


Abb. 8.

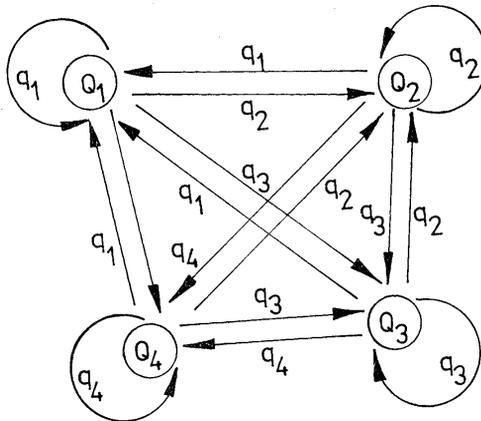


Abb. 9.

und das strukturelle Schema wird einfacher aussehen (Abb. 6) nur auf der Outputseite etwas kompliziert sein. Zur Vergleichung dienen die Graphen der benutzten Elementarautomaten (siehe Abb. 6, für Assessor Abb. 7, für Trigger Abb. 8 und endlich Abb. 9). Alphanumerische und graphische Mitteln der diskreten Automaten- und orientierte Graphentheorie haben ihren Platz bei der Analyse socioökonomischer Systeme. Es ist möglich, dass die Erarbeitung der Methodik für die Wahl geeigneter Komplexe von Elementarautomaten, welche enger an die Struktur der verbildlichten Systeme verbunden ist, eine Erhöhung der Effektivität bei der Problemlösung der leitenden Systeme bringen wird gerade mit Hilfe der Methode Automaten- und Graphentheorie. Deshalb ist es auch möglich, dass eine solche Sprache und Symbolik zum alltäglichen Instrument für die Analyse der kleinen und grossen Systeme geschehen werden.

(Eingegangen am 28. Januar 1975.)

LITERATUR

- [1] N. E. Kobrinskij, B. A. Trachtenbrot: Vvedenije v teoriju konečnych automatov. Fizmatgiz, Moskva 1962.
- [2] Z. Schenk: Metodické základy racionálního řešení organizace. IŘ, Praha 1969.
- [3] P. H. Starke: Abstrakte Automaten. VEB DVW, Berlin 1969.
- [4] E. N. Vavilov, B. M. Egorov, V. S. Lapcev, V. L. Torenko: Sintez na porogovyh elementach. Sov. radio, Moskva 1970.

*Doc. RNDr. Marian Okál, CSc., Vysoká škola technická (Technische Hochschule), Park Komen-
ského 17, 040 00 Košice, Tschechoslowakei.*

*Ing. Augustin M. Huska, CSc., Ústav ekonomiky a organizácie stavebníctva (Institut der
Ökonomik und Organisation des Bauwesens), Ružová dolina 27, 881 14 Bratislava, Tschecho-
slowakei.*