Jaroslav Janko

Příspěvek ku vyčíslení funkce Γ

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 44 (1915), No. 2-3, 219--221

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/124092

čtyřstěnem polárním, jestliže plocha **P** má čtyřstěn rovněž polárním a je-li vzhledem k ní pro jeden (a tudíž pro každý) z osmi základních bodů svazku jeho polární rovina ke čtyřstěnu rovinou polární."

Poznámka. Applikací předchozího pro případ, že jedna strana trojúhelníka resp. jedna stěna čtyřstěnu ubíhá do nekonečna, nabýváme vět, jež namnoze plynou jednodušeji, uvažujeme-li k jednomu z obou homologických útvarů útvar souměrný dle počátku souřadnic (v konečnu ležícího vrcholu trojúhelníka resp. čtyřstěnu), takže přiřazujeme bodu přímku resp. rovinu, jejíž úseky na osách souřadných rovnají se souřadnicím bodu.

Příspěvek ku vyčíslení funkce Γ.

Napsal **J. Janko.**

Rozvineme-li funkci $\Gamma(z)$ podle theoremu Mittag-Lefflerova v konvergentní řadu, obdržíme

$$\Gamma(z) = \frac{1}{z} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!\,(z+n)} + g(z), \tag{1}$$

kdež $g(z)$ je jistá funkce celistvá. Tento výsledek lze také odvodit z definice funkce $\Gamma(z)$ omezeným integrálem

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} e^{-x} x^{z-1}\,dx,$$

který má ovšem význam jen v tom případě při komplexním z, je-li reálná část z větší než nula. Můžeme totiž psáti

$$\Gamma(z) = \int_0^1 e^{-x} x^{z-1}\,dx + \int_1^{\infty} e^{-x} x^{z-1}\,dx$$

a rozvineme-li e^{-x} v řadu, můžeme první integrál stanovit, takže

$$\Gamma(z) = \frac{1}{z} - \frac{1}{1!}\,\frac{1}{z+1} + \frac{1}{2!}\,\frac{1}{z+2} - \dots + \int_1^{\infty} e^{-x} x^{z-1}\,dx, \tag{2}$$

kdež integrál je funkce celistvá. neboť má derivaci pro každé z v konečnu. Porovnáme-li rovnici (2) a (1), vidíme, že

$$\int_1^\infty e^{-x} x^{z-1}\, dx = g(z).$$

Výraz (1) resp. (2) by mohl sloužit k číselnému stanovení $\Gamma(z)$, kdybychom znali funkci $g(z)$. Tato má tvar

$$g(z) = b_0 + b_1 (z-1) + b_2 (z-1)^2 + \ldots$$

jejíž koeficienty $b_0, b_1, b_2, \ldots$ jest stanoviti.

Jest patrno, že je můžeme obecně vyjádřit pomocí hodnoty funkce $\Gamma(z)$ a jejích derivací v bodě $z = 1$, takže jsou dány těmito rovnicemi:

$$b_0 = \Gamma(1) - \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} - \frac{1}{4!} + \ldots\right)$$

$$b_n = \frac{\Gamma^{(n)}(1)}{n!} + (-1)^{n+1}\left(\frac{1}{1!\,1^n} - \frac{1}{2!\,2^n} + \frac{1}{3!\,3^n} - \frac{1}{4!\,4^n} + \ldots\right)$$

kdež $n = 1, 2, 3, \ldots$ a $\Gamma^{(n)}(1) = [\Gamma^{(n)}(z)]_{z=1}$.

K vypočtení hodnot derivací funkce $\Gamma(z)$ sloužila tato definice:

$$\frac{1}{\Gamma(z)} = z e^{Cz} \prod_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{z}{n}\right)^{-\frac{z}{n}}, \tag{3}$$

z níž snadno logar. derivací plyne známá rovnice

$$\left[\frac{\Gamma'(z)}{\Gamma(z)}\right]_{z=1} = -C,$$

kdež ovšem jako v rovnici (3) značí C Eulerovu konstantu, jejíž numerická hodnota jest*) $C = 0{\cdot}577\,215\,664\,901\,533$.

Při výpočtu num. hodnoty ostatních derivací se vyskytující součty**) $S_k = \sum_1^\infty n^{-k}$ vzaty z právě citovaného svazku, kdež jsou vypočteny až pro $k = 35$.

---

*) Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften II. 1, $^2/_3$, pag. 173.

**) Acta mathematica 10. Stieltjes T. J., Table des valeurs des sommes $S_k = \sum_1^\infty n^{-k}$, pag. 299—302.

Způsobem naznačeným nalezeny následující hodnoty koeficientů:

$$b_0 = 0{\cdot}367\,879\,441\,2$$
$$b_1 = 0{\cdot}219\,383\,934\,4$$
$$b_2 = 0{\cdot}097\,843\,197\,3$$
$$b_3 = 0{\cdot}035\,603\,491\,9$$
$$b_4 = 0{\cdot}011\,070\,895\,4$$
$$b_5 = 0{\cdot}009\,435\,139\,7$$
$$b_6 = 0{\cdot}000\,742\,658\,3$$
$$b_7 = 0{\cdot}000\,170\,752\,7$$
$$b_8 = 0{\cdot}000\,031\,528\,2$$
$$b_9 = 0{\cdot}000\,005\,471\,6$$
$$b_{10} = 0{\cdot}000\,000\,837\,4.$$

O fluorescenci par jodových.

Václav Posejpal.

Úspěchy spektrální analyse jsou z nejkrásnějších plodů lidské práce. Myšlenka, že dovedeme zajati paprsek světelný přicházející z tělesa nebeského, vzdáleného od nás nad každé pomyšlení, a vynutiti si na něm zprávu o látkovém složení neb tepelném stavu tohoto tělesa, jest pro nás svrchovaně povznášející. Ale při tom cítíme, kterak jen nepatrný zlomek toho, co zpráva paprsku obsahuje, tvoří to, čemu rozumíme. Rozeznáváme pouze, kterého *prvku* zpráva se týká, obsahu jejího však chápati nedovedeme. Aspoň ne úplně. A přece zpráva ta týká se tajemství hlubokého a svrchovaně důležitého, tajemství vnitřního složení čili konstituce hmoty. Jsou to zvláště spektra čarová, emitovaná prvky ve stavu plynném, a jim odpovídající spektra absorpční, jež si vyžadují v prvé řadě naší pozornosti. Učíme se jim rozuměti krok za krokem, hledajíce, jaké změny v nich působí změna tlaku, teploty, pole magnetické (effekt Zeemannův), elektrické (effekt Starkův), neb pátrajíce, jaký výsledek dávají různé způsoby, jimiž prvek k emissi dovedeme přiměti, jako jsou svítivý plamen, oblouk neb jiskra elektrická. Tyto způsoby mají však jednu základní a velikou vadu: jsou příliš hrubé, uvádějíce do činnosti vždy celý mechanismus emissní daného atomu neb