Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

František Fabinger

O vývoji čísel, číslovek, číslic. [IV.]

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 33 (1904), No. 3, 297--307

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/123980

Příloha k Časopisu pro pěstování mathematiky a fysiky.

O vývoji čísel, číslovek, číslic.

Uvažuje
František Fabinger,
professor na Smíchově.

(Dokončení.)

O početních znaménkách.*)

Vrcholem symboliky arithmetické jsou početní znaménka. Číslice jsou symboly čísel, početní znaménka jsou symboly úkonů těchto čísel. Početní znaménka nynější jsou vesměs původu novějšího, dříve užívaná znaménka pak spadají téměř všechna do věku nového. Do té doby vypisovány početní úkony slovy. Klassičtí národové kulturní neznali znamének početních. Ve spisech Euklidových na příklad veškeré úkony početní vyjádřeny jsou slovy. S početními znaménky nesmíme ovšem stotožňovati početní úkony samy, které jsou původu daleko staršího. Tak sčítání a násobení jest starší než číslice a vznikalo současně s číslovkami.

Nejstarší jsou znaménka pro sčítání a odčítání, později vyskytují se značky pro rovnost, pro násobení, pro čísla lomená, pro dělení, pro umocňování, odmocňování, desetinná tečka, znak pro nerovnost a nekonečné. K těmto znaménkům druží se pak později zavedené značky pro differencování, integrování, substituci a j.

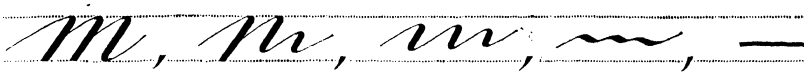
Sčítání označováno původně spojkou *a* (*et*, *καὶ* a p.) a později prostým psaním číslic vedle sebe. Nejstarší znaménko sčítání vyskytuje se ve 26. století př. Kr. v egyptském papirosu, jenž má název „Předpis ku dosažení znalosti všech temných

*) Data z tohoto odstavce jsou ve většině čerpána z Cantorových dějin mathematiky a z Klügelova math. slovníku.

věcí“. Autorem jeho jest egyptský ministr *Ahmes* a psán jest hieroglyfy. Sčítání vyznačeno jest tu vykročenýma nohama ve směru hlav ptáků, jiż se mají sčítati. Téhož znaku užívá Ahmes i pro odčítání, avšak ve směru obráceném. Toto symbolické označení sčítání jest — pokud nám známo — ojedinělé. Staří národové kulturní necítili potřeby zvláštního znamení pro sčítání, poněvadž měli svá mechanická počítadla, na kterých sčítání a odčítání prováděli. Tak Číňané již ve třetím tisíciletí př. Kr. sčítali a odčítali na počítadle zvaném swán pân. Později označovali čísla, která se měla sčítati červeně, odčetná (záporná) čísla černě. Indové a po nich Diophantes označovali sčítání psaním prostých číslic vedle sebe. Ještě ve stol. XIII. *Jordanus Nemorarius* píše abc u významu $a+b+c$.

Vznik nynějšího znaménka pro sčítání $+$ sahá dle *H. C. Le Paige* do století čtrnáctého po Kristu. V pojednání *Sur l'origine de certains signes d'opération* (Société scientifique de Bruxelles, le 28 janvier 1892) dokazuje, že za slůvko *et* vyskytuje se v rukopisech století 14. a 15. zkratek ⁊. Z této zkráceniny znamení $+$ mohlo snadno vzniknouti vynecháním obloučku. Avšak tím není dosud dostatečně vysvětlen původ znamének $+$ a $-$. Jisto pouze jest, že *Jan Wildmann z Chebu* první užívá jich v tisku v r. 1489 ve spise *„Behende und hubsche Rechnung auf allen Kaufmannschaft.“* *Lionardo da Vinci* (1452—1519) užíval znamének těch v rukopise již dříve a proto také jemu vynalezení jich se přičítá. O původu tohoto označení však žádný z nich se nezmiňuje. K tomu dlužno připomenouti následující.

Vrstevníkem a přítelem Lionardovým byl učitel mathematiky *Luco Paciuolo* (* 1445). Týž vydal v r. 1494 v Benátkách spis *„Summa de Arithmetica geometria Proportioni et Proportionalita“*, jež je „summou“ několika učebnic mathematických vydaných týmž autorem již dříve (od r. 1470). Osmý oddíl (Distinctio) tohoto spisu Paciuola počíná výkladem znamének $\tilde{p}$ a $\tilde{m}$, které nazývá *plus* a *minus*, a jichž nutnost vykládá pro čísla různého druhu. Jest velice pravděpodobno, že početní znaménka pro plus a minus vznikla rychlým psaním a zkomolením počátečních písmen slov plus a minus v nynější tvar, jak následující schema ukazuje.



Označování kladných a záporných čísel znaménky + a — rozšířilo se velice rychle, takže v prvé polovici století šestnáctého užívá se jich všeobecně. *Mich. Stifel* v učebnici *„Deutsche Arithmetica“* z r. 1545 užívá již výhradně těchto znamének.

Odčítání před zavedením nynějšího znaku „—“ minus Ahmes vyjadřoval v hieroglyfech znamením prvé popsaným. Indičtí spisovatelé *Âryabhatta* (* 476 po Kr.) a *Brahmagupta* (* 598 po Kr) označují menšitele tečkou *nad* číslicí, a po nich Arabové tečkou *pod* číslicí.

Značku „—“ Zangemeister vykládá jako zkrácení řeckého ὀβελός **), jehož alexandrinští grammatikové užívali před veršem, který z textu měl odpadnouti.

Znaménko „—“ rozšířilo se současně se znaménkem +. Pro úplnost dlužno podotknouti, že mathematik *Albert Girard* ve spise *Invention nouvelle en l'algèbre* (1629) užívá vedle znaménka „—“ též označení ÷. V témž spise také první podává geometrický význam znamének *plus* a *minus*.

Násobení staří mathematikové indičtí označovali připojením slabiky bhâ ku násobiteli; bhâ je pak skrácené bhâvita — výsledek. U jiných mathematiků starověkých nenalézáme zvláštního označení anebo zkrácení pro tento úkon početní. Všude vypisuje se slovy. Teprv *Michael Stifel* (1486—1567) užil ve své arithmetice gothického písmene 𝔐 pro úkon násobení. Stejného písmene avšak latinského *M* užil *Simon Stewin* (1585). Jest to počáteční hláska latinského multiplicare. *Francescus Vieta* (1540—1603) užívá pro násobení slůvka *in* v díle *In artem analyticam isagoge* (1591). Dle něho A in B značí $A \times B$.

Nynější znaménko × Angličan *William Oughtred* (1574—

*) Viz F. Fabinger „O soustavách číselných“, programm gym. v Třebíči 1891.

**) Viz C. Suetoni Tranquilli praeter Caesarum libros Reliquiae edidit A. Reifferscheid. Lipsko 1860, p. 137—138.

1660) zavedl ve spise *Clavis mathematica* (1631, 1652). Dle výkladu Belgičana H. C. Le Paige tanul asi Oughtredovi na mysli kříž, jehož *Orontius Finaeus*, *Gemma Frisius* (1535—1577) a jiní užívali při násobení. Ve spise *Arithmeticae practicae methodus facilis* posléze jmenovaný mathematik uvádí tento příklad:

$$\begin{array}{ccc} 9 & & 1 \\ & \times & \\ \underline{\underline{8}} & & 2 \\ \hline 7 & & 2 \end{array}.$$

Paige podává následující výklad tohoto označení. Abychom obdrželi součin 9×8, utvoříme doplňky 1 a 2 na deset obou činitelů. Jedničky součinu obdržíme násobením doplňků, desítky odečtením doplňku od druhého činitele jak čárky naznačují.*)

Vedle znaménka $\times$ *Albert Girard* v témž století označuje součin prostým psaním činitelů vedle sebe, tedy

$$AB = A \,.\, B = A \times B.$$

Tečku jako operativní znaménko násobení zavedl *Christian Wolf* ve století osmnáctém. V tomto století užívá se tečky téměř výhradně místo značky $\times$. Obě znaménka se ujala a užívá se jich podnes.

Dělení nemělo u starověkých mathematiků zkráceného označení. V nové době zkrácené označení vyskytá se ve století patnáctém a šestnáctém počátečním písmenem slova dividere. *M. Stifel* navrhoval gothické 𝔇, avšak sám ho neužívá, kdežto *S. Stewin* užívá latinského písmene *D*.

Původní znaménko pro dělení první zavedl *F. Vieta* a sice vodorovnou čárku. Týž píše na př. $\frac{A \text{ planum}}{B}$ in $\frac{Z \text{quadratum}}{G}$ jest $\frac{A \text{ planum}}{B \text{ in } G}$ in Z quadratum, což dnes vyjadřujeme výrazem

$$\frac{A}{B} \cdot \frac{Z^2}{G} = \frac{A}{BG} \cdot Z^2.$$

Téhož označení užíval *Albert Girard* ve století sedmnáctém a od té doby datuje se upotřebení vodorovné čárky pro

*) Podrobněji viz Cantor Bd. II. IX.

dělení, jehož se až po dnes užívá vedle dvojtečky, u zlomků pak výhradně.

Po Vietovi o 50 let později *Pierre Hérigone* v díle *Cours mathématique* (1644) užíval řecké písmeny π pro dělení, vlastně pro *poměr* dvou čísel. Píše $4\pi 6$, což čte se 4 ku 6. Dříve jmenovaný *W. Oughtred* první označoval dělení jednou tečkou, původně ovšem také jen v poměrech. Když pak *Christian Wolf* v 18. století užil téhož znaku pro násobení, označováno a užíváno bylo pak pro dělení teček dvou, jichž zavedení se přičítá *Leibnitzovi*.

Umocňování psalo se ve starších dobách jako součin stejných činitelů opakováním základu. *Alkalsâdî*, španělský Arab v 15. století, první označoval zkráceně druhou mocninu počátečním písmenem slova mâl (čtverec), třetí mocninu počátečním písmenem slova ka'l (kubus), jež psal *nad* základ. *Nicolas Chuquet* z Paříže (1484) užíval číslic napsaných v pravo nahoře, aby naznačil mocninu neznámé. Týž autor užíval již mocniny nullté, ba i záporných mocnitelů. Píše na př. 12^0, 12^1, 12^2, což znamená dle nynějšího způsobu psaní $12x^0 = 12$, $12x$, $12x^2$, a pod. *Rafaelle Bombelli* z Bologni vyjadřuje ve spise *l'Algebra* (1572) mocniny neznámých číslicemi s obloučkem psanými v pravo nahoře: $5^{\overset{2}{\smile}} = 5x^2$. Vrstevník jeho *Simon Stewin* (1585) uzávorkoval exponent, aby naznačil mocninu a psal (2) u významu x^2. Stejného označení *Albert Girard* užil ve spise *Invention nouvelle en l'algèbre* (1629), avšak kladl exponent před základ. Dle něho jest $\left(\frac{3}{2}\right)49$ tolik jako $49^{\frac{3}{2}}$. *Réné Descartes du Perron* (1596—1650) první zavedl označování mocniny číslicí psanou v pravo nahoře u základu ve své *Géométrii*, jež tiskem vyšla r. 1637. Psaní mocnin tímto způsobem se ujalo a užívá se ho podnes.

Odmocňování, jelikož úkon početní vyžadující již značné obratnosti počtářské, má zvláštní označení teprv ve století patnáctém. Zmíněný již Arab *Alkalsôdî* ve spise „*Odkrytí závoje vědy gubâr*“*) užívá pro odmocninu znamení ج, počátečního

---

*) gubâr, počítání na tabulce na rozdíl od počítání z hlavy.

písmene arabského slova dschidr, kořen. Značku tuto neklade však *před* číslo, jak bychom očekávali dle způsobu psaní arabského, nýbrž *nad* odmocněnce. Píše na příklad $\overline{48}$, což značí $\sqrt{48}$. *Nicolas Chuquet* ve spise *Le Triparty en la science des nombres* (Lyon 1484) užívá počátečního písmene slova radix v pravo dole přetrženého, aby vyjádřil odmocninu, připojiv v pravo nahoře odmocnitele. Píše na příklad ℞$^2\,16 = 4$ místo nynějšího $\sqrt{16} = 4$. *Michael Stifel* první užil znamení $\surd$ pro kořen. Týž označuje druhou odmocninu znamením $\surd$, třetí znamením $\surd\surd$, čtvrtou $\surd\surd\surd$. Původ této značky jest nejasný a Stifel ani jeho vrstevníci nikde ho neudávají. Znamení $\surd$ pro odmocninu se ujalo a užívá se ho nyní obecně. Vrstevník Stifelův *Bombelli* užíval ještě označení Chuquetova ℞, jež pro složené výrazy spojoval s písmenou *V*, čímž obdržel zkratek ℞V (Radix universalis) a psal na příklad ℞V 7 p̃ ℞ 14 místo nynějšího $\sqrt{7 + \sqrt{14}}$. Avšak toto označování odmocniny zaniklo ještě během století šestnáctého. *Simon Stevin* v témž století již užívá důsledně znamení $\surd$ pro kořen ve spise *L'arithmétique contentenant les computations des nombres arithmetiques ou vulgaires: aussi l'Algebre avec les aequations des cinq quantitez.* Týž odděluje odmocněnce od následujících čísel dvěmi obrácenými závorkami a píše příkladně $\sqrt{9}$) (3 (2), což značí $\sqrt{9x^2} + 3x^2$. Z tohoto spisu Stevinova pozdější mathematikové přijali nynější znamení odmocnění $\surd$.

Pro *rovnost* nejstarší znaménko jest ι, počáteční písmě řeckého *ἴσος* (stejný), jehož *Diophantes* užívá ve 4. století po Kristu. *Ahmes* užíval pro součet znaku $\leq$ u významu rovná se. *Wilhelm Holzmann* (*Xylander* 1532—1576) označoval rovnost řeckým ι, ale také dvěma rovnoběžnými čárkami svislými //, což dle Cantora sluší pokládati za zkráceninu řeckého *ἴσοι* dvěma ι. Nynější znaménko rovnosti $=$ *Robert Recorde* (1510—1558) první zavedl, „poněvadž nic jiného nemůže býti stejnějšího jako dvě rovnoběžné čárky.“ Nicméně *Pierre Hérigone* ve spise *Cours mathématique* (1644) užívá pro označení rovnosti symbolu 2/2. Vrstevníci jeho *William Oughtred* (1574—1660) a *Albert Girard* (1629) užívají však znaménka Recordova $=$, kteréž také v té době všeobecně se ujalo a trvá až na naše doby.

Nerovnost symbolicky označována byla teprv ve století patnáctém. *Franciscus Vieta* (1540—1603) první označoval nerovnost znamením $=$ místo $\lessgtr$, neudával však směr nerovnosti. Dříve již jmenovaný *Albert Girard* užíval pro různost téže značky $\#$ ve smyslu nynějšího $\gtrless$. Místo dnešního znamení $>$ psal *ff*, a místo $<$ psal §. V jeho spisech $A\,ff\,B$ značí $A > B$, $B \,\S\, A$ jest tolik jako $B < A$. Toto označování nerovnosti však se neujalo a upadlo brzo v zapomenutí. *Pierre Hérigone* (1644) užíval pro nerovnost podobného symbolu jako pro rovnost. Rovnost označoval znamením 2/2, nerovnost $>$ značkou 3/2, $<$ značkou 2/3. Jemu značí $A\,3/2\,B$ tolik jako $A > B$. Nynějších symbolů nerovnosti $>$, $<$ *Thomas Harrio* (1560—1621) první užil ve spise *Artis analyticae praxis* (1631)*). Ačkoliv pak *William Oughtred* ve své *Clavis mathematica* v témž století označuje nerovnost znamením $\overline{\sqsupset}$ za $>$, $\underline{\sqsupset}$ za $<$, tož přece udrželo a rozšířilo se znaménko Harriotovo $\lessgtr$, jehož užívá se v nové době všeobecně od století sedmnáctého.

Závorek jako označení pospolitosti různých výrazů pro nový úkon početní *Albert Girard* první upotřebil ve dříve již uvedeném spise *Invention nouvelle en l'algèbre* r. 1629.

K předcházející stručné historii početních znamének dlužno ještě dodati, že značku ∞ *pro nekonečné John Wallis* (1616—1703) zavedl ve svém pojednání o kuželosečkách. Staršího původu jest *desetinná tečka*, jíž *Joost Bürgi* (1552—1632) první užíval.

Konče předcházející úvahy o čísle, číslici, psaní čísel a o znaménkách početních připomínám, že psaní čísel jakož i užívání znamének početních svrchu uvedených jest u všech nynějších národů vzdělaných jednostejné, takže mluva mathematiků jest pravou řečí mezinárodní, řečí, jíž každý mathematik rozumí a která nemá žádných výjimek.

O zlomcích.

V odstavcích předešlých pojednali jsme stručně o historickém vývoji čísel a způsobu jich psaní jen potud, pokud se

*) Vyšlo tiskem po jeho smrti.

týká čísel celých, realných. Již tu jsme poznali, jak dlouho to trvalo, než lidstvo dospělo ku nynějšímu způsobu psaní čísel v soustavě desítkové, jak nesnadno si osvojilo jeden z nejjednodušších prvků mathematiky. Mnohem delší doby však bylo třeba, než lidé naučili se vyslovovati čísla lomená číslovkami obecnými, vzatými ze soustavy číslovek pro čísla celá, než dovedli psáti zlomky číslicemi vůbec a v soustavě číselné zvláště.

Tvar v soustavě psaného čísla celistvého vytkli jsme vzorcem

$$N = a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + a_{n-2} z^{n-2} + \ldots + a_1 z + a_0$$

aneb

$$N = a_n a_{n-1} a_{n-2} \ldots a_1 a_0 ,$$

kdež $a_k < z$ jest číslo celé.

Nám jest nyní snadno vřaditi i čísla lomená do této soustavy a sice prostým rozšířením řady hořejší v pravo se základem o záporném mocniteli dle vzorce

$$N = a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + a_{n-2} z^{n-2} + \ldots$$
$$+ a_1 z + a_0 + \alpha_1 z^{-1} + \alpha_2 z^{-2} + \ldots + \alpha_m z^{-m}$$

aneb

$$N = a_n a_{n-1} a_{n-2} \ldots a_1 a_0 \alpha_1 \alpha_2 \ldots \alpha_m .$$

Než ve skutečnosti národové nedospěli tak rychle tohoto jednoduchého výsledku. Mnozí dovedli již dávno ve své soustavě číselné napsati jakékoliv číslo celé, avšak pro čísla lomená tvořili nová slova a nové značky, aneb vytvořovali zlomky v jiných soustavách než čísla celá, a to ponejvíce v soustavách, které se hodily lépe ku praktickému počítání než soustavy čísel celých. Z této příčiny také byly voleny za základy soustav zlomkových čísla obsahující pokud možno nejvíce činitelův, a to právě těch čísel, na něž celky se dělí v životě nejčastěji, totiž 2, 3, 4. V tomto smyslu pak nalézáme soustavy zlomkové více méně dokonalé téměř u všech starých vzdělaných národův.

Římané a Řekové užívali v podstatě zlomků duodecimalních. Základ poskytla jim měna peněžná, z níž vzali také i názvy zlomkův. Jak známo, byl u Římanův *as* rozdělen ve dvanáct uncí; jedna dvanáctina slula pak u Římanů též uncie. Uncie obsahovala dvacet čtyři scripuly; $\frac{1}{288}$ nazývala se dle toho též scripulus. Názvy mincí přeneseny byly vůbec na příslušné zlomky.*)

Podobným způsobem vyjadřovali zlomky všichni staří národové vzdělaní. Název zlomku byl vzat z měny peněz aneb měr vůbec. Když pak čísla psala se číslicemi, byl psán čitatel číslicemi užívanými, jmenovatel slovem vypsaným aneb zkratkem.

U některých národků indianských, jako u kmene Telinga neb Telugu a Karratů v Americe, vyvinuta jest soustava zlomků tetraktických: $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{64}$, ... atd., k čemuž základ poskytlo též rozdělení peněz.

Dyadické soustavy zlomkové užívali staří Aegypťané, totiž $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$, ... atd.

Babyloňané, jak již dříve praveno, užívali sexagesimalní soustavy zlomkové, kteráž se vyvinula ze zvyku uváděti zlomky na jmenovatele 60. Babyloňané a Assyrové psali vesměs místo $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ pouze 20, 30, vynechávajíce jmenovatele 60, čímž velice se blíží našemu způsobu psaní zlomků decimalních. Tato soustava zlomková vžila se u některých východních národů tak, že byla přenášena i do celistvých čísel a užívalo se jí vedle obvyklé soustavy dekadické. Příklady uvedli jsme dříve již u Chaldejů. Téhož systemu užívá důsledně Ptolomaeus. Památku po něm máme v rozdělení kruhovém na stupně, minuty, vteřiny, což opět bylo vzato z míry časové.

Soustava sexagesimalní má původ svůj v pozorování astronomickém, kteréž za starých dob bylo ovšem velice nedokonalé. Rok počítal tehdy 360 dní a byl dělen opět na šedesát dílův (u Babyloňanů). Této soustavy užívalo se ve všech astronomických a mathematických spisech, kdykoliv se jednalo o číselné výpočty, až do století šestnáctého, kdy byla vytlačena soustavou decimalní. Každý celek považován byl za stupeň, a sexagesimalně v minuty, vteřiny atd. proměňován.

U nynějších národův evropských byla obyčejnou soustavou zlomků duodecimalních, řidčeji sexagesimalních, zejména u Slovanův. Nejrozšířenější byla soustava duodecimalní v rozdělení

*) Časopis pro pěstování mathem. a fysiky IV., str. 139.

měr, jako na př. u Čechů *sáh*, *stopa*, *palec, čárka*. *Kopa*, *mandel*, *vrh* ukazují k soustavě sexagesimalní.

Zlomky decimalní, zavedeny byvše Araby ve století třináctém, stávaly se známými národům evropským spolu s indickou soustavou dekadickou. Naprosto neznámými ovšem nebyly. Tak již *Regiomontanus* (1436—1475), *Buckley, Record* (1500—1588) vydali návody ku počítání těmito zlomky. Avšak jestliže indická soustava číselná jen pozvolna vytlačovala starý zvyk psaní čísel celých, tím volněji se uplatňovalo užívání zlomků decimalních. Nizozemčan *Simon Stewin*, jenž vydal spis o zlomcích desetinných r. 1585, uznává ještě za dobré doporučiti zlomků těch k užívání vůbec, což jest zajisté důkazem, že nebyly ještě ve století šestnáctém všeobecně rozšířeny. Jako ve všem, tak i zde zřejmo, jak velice člověk lpí na starých zvyklostech, byť i uznával oprávněnost novot. Vždyť ještě v roce 1667 *Tennulius* poukazuje na neznalost indického způsobu psaní čísel a praví: *Sic etiam hodie calculum ridicule ponunt docti viri et post inventos fruges glandibus vescuntur.*

Zavedením zlomků decimalních, jimž v nejnovější době zjednává se zákonitá platnost i v praktickém počítání, to jest v měření, vážení i měně peněžné, učiněn byl důležitý krok v arithmetice ku předu, pokud se týká zejména počítání v dekadické soustavě vůbec. Vadou, která se vytýká této soustavě, jest, že některé zlomky v dekadické soustavě lze vyjádřiti pouze nekonečnými řadami. Konečnou řadou lze vyjádřiti, jak známo, jen ony zlomky, jichž jmenovatelem jest součin $2^n 5^m$. Než podobně jako v dekadické soustavě tak i ve kterékoliv jiné soustavě některé zlomky lze vyjádřiti jen nekonečnou řadou, a v té věci různé soustavy zlomkové jsou si do určité míry rovny. Ovšem, deset má za dělitele pouze dva činitele, 2, 5, a jest tedy více oněch zlomků, jež nelze vyjádřiti konečnou řadou číselnou v soustavě dekadické než oněch v soustavě duodekadické, která má dělitele 2, 3, 4, 6, anebo v sexagesimalní s děliteli 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 30.

Jiných, kromě prvé uvedených soustav zlomkových, pokud známo, se neužívalo.

Přehlédneme-li nyní krátce celý postup vývoje od pojmu čísla až do psaní čísel číslicemi v soustavě číselné dekadické, poznáváme, že více hříčce, náhodě vděčíme za to, že můžeme každé libovolné číslo celé neb lomené vysloviti a napsati v určité soustavě číselné. Spolu však vidíme, že soustavy zlomkové byly již důmyslněji sestavovány, — máme-li na mysli zvláště soustavu duodecimalní neb sexagesimalní —, tu hledělo se již více ku praktickým potřebám a pohodlí počtáře, v nich lze pozorovati již více vědeckého uvažování než v soustavách čísel celých. Z toho právem soudíme, že soustavy zlomkové jsou mnohem mladší, ježto vyžadují již větší znalosti arithmetiky a více důmyslu a obratnosti počtářské. Že v novější době právě tyto praktičtější soustavy se odstraňují, má příčinu v tom, že hledí se ve všem dojít jednotnosti, která ve vědě vůbec a zvláště v mathematice má výhody nepopíratelné.

O geometrickém místě bodů, v nichž se tečny vedené daným bodem osy dotýkají konfokalných kuželoseček.

Napsal

Antonín Sýkora,

professor v Rakovníku.

Značí-li c výstřednost, a polovici hlavní osy kuželosečky, jest její osová rovnice

$$\text{(I)} \qquad \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - c^2} = 1.$$

Má-li c hodnotu stálou a klademe-li za a rozličné hodnoty, nabudeme různých kuželoseček o téže výstřednosti, t. j. o týchž ohniskách; kuželosečky takové slovou konfokalné nebo homofokalné. Je-li $a > c$, přísluší rovnice ta ellipsám; při $a < c$ lze ji psáti

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{c^2 - a^2} = 1,$$

z čehož patrno, že přísluší pak hyperbolám o těchže ohniskách. Je-li konečně $a = c$, představuje rovnice tato dvojici přímek