pak bude dosti přesně

$$\frac{(r_3 r_2)}{(r_3 r_1)} = \frac{\Theta_1}{\Theta_2} \frac{1 + \frac{\mu_1}{r_1^3}}{1 - \frac{\mu_2}{r_2^3}},$$
$$\frac{(r_2 r_1)}{(r_3 r_1)} = \frac{\Theta_3}{\Theta_2} \frac{1 + \frac{\mu_3}{r_3^3}}{1 - \frac{\mu_2}{r_2^3}}. \tag{14}$$

O grafickém řešení rovnic.

Podává

dr. V. Láska v Praze.

Buďtež dány rovnice

$$a_1 x + b_1 y = c_1,$$
$$a_2 x + b_2 y = c_2.$$

Násobme je jednotkami

$$i_1 = +1 \qquad i_2 = \sqrt{-1}$$

a sečtěme; pak bude

$$A = a_1 i_1 + a_2 i_2,$$
$$B = b_1 i_1 + b_2 i_2,$$
$$\gamma = c_1 i_1 + c_2 i_2$$

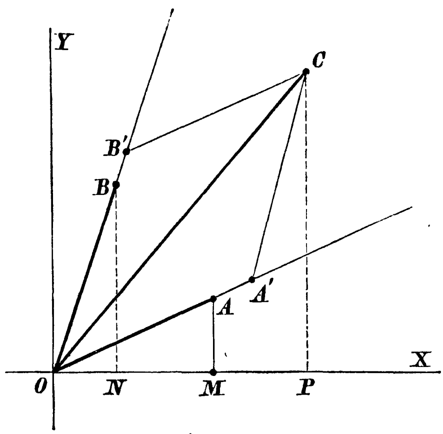
a dále

$$Ax = \alpha,$$
$$By = \beta,$$

při čemž jest zároveň

$$\alpha + \beta = \gamma.$$

Jsou však α, β, γ stejně jako A a B v geometrickém znázornění přímky, pro jichž sečítání platí princip uzavřených polygonův.



Obr. 1.

Máme tudíž následující konstrukci. Budiž $OY \perp OX$ (obr. 1.) a dále

$$\begin{array}{lll} OM = a_1 & ON = b_1 & OP = c_1 \\ MA = a_2 & NB = b_2 & PC = c_2 . \end{array}$$

Budiž dále

$$B'C \parallel OA, \quad A'C \parallel OB;$$

pak bude

$$OB' + OA' = OC$$

a tedy

$$OB' = OB . \frac{OB'}{OB} = OB . y = \beta,$$

$$OA' = OA . \frac{OA'}{OA} = OA . x = \alpha .$$

Máme tudíž

$$x = \frac{OA'}{OA}, \quad y = \frac{OB'}{OB} .$$

Grafická methoda vede přímo k redukovaným rovnicím. Buďtež

$$\varphi_A \quad \varphi_B \quad \varphi_C$$

úhly směrů OA, OB, OC, pak máme

$$\operatorname{tg}\varphi_A = \frac{a_2}{a_1}, \qquad \operatorname{tg}\varphi_B = \frac{b_2}{b_1}, \qquad \operatorname{tg}\varphi_C = \frac{c_2}{c_1};$$

dále bude

$$OA = \frac{a_1}{\cos\varphi_A}, \qquad OB = \frac{b_1}{\cos\varphi_B}, \qquad OC = \frac{c_1}{\cos\varphi_C},$$

pak máme v trojúhelníku OB′C

$$\frac{yb_1}{\cos\varphi_B}\sin(\varphi_B - \varphi_C) - \frac{xa_1}{\cos\varphi_A}\sin(\varphi_C - \varphi_A) = 0,$$

$$\frac{yb_1}{\cos\varphi_B}\cos(\varphi_B - \varphi_C) + \frac{xa_1}{\cos\varphi_A}\cos(\varphi_C - \varphi_A) = \frac{c_1}{\cos\varphi_C},$$

ale to jsou již rovnice redukované. Z nich obdržíme dále

$$\frac{yb_1}{\cos\varphi_B}\sin(\varphi_B - \varphi_A) = \frac{c_1}{\cos\varphi_C}\sin(\varphi_C - \varphi_A)$$

$$\frac{xa_1}{\cos\varphi_A}\sin(\varphi_B - \varphi_A) = \frac{c_1}{\cos\varphi_C}\sin(\varphi_B - \varphi_C).$$

Sečteme-li a položíme-li

$$yb_1 + xa_1 = c_1,$$

pak obdržíme známou stejninu

$$\cos\varphi_C\sin(\varphi_A - \varphi_B) + \cos\varphi_B\sin(\varphi_A - \varphi_C)$$
$$+ \cos\varphi_A\sin(\varphi_B - \varphi_C) = 0,$$

jakožto kontrolu správnosti posledních rovnic a výpočtů. Takováto kontrola jest pro praktický výpočet velice cenná. Podobně řešíme i rovnice o několika neznámých.

Dejme tomu, že máme

$$a_1x + b_1y + c_1z = d_1,$$
$$a_2x + b_2y + c_2z = d_2,$$
$$a_3x + b_3y + c_3z = d_3.$$

Násobíme-li je jednotkami

$$i_1 \quad i_2 \quad i_3,$$

obdržíme

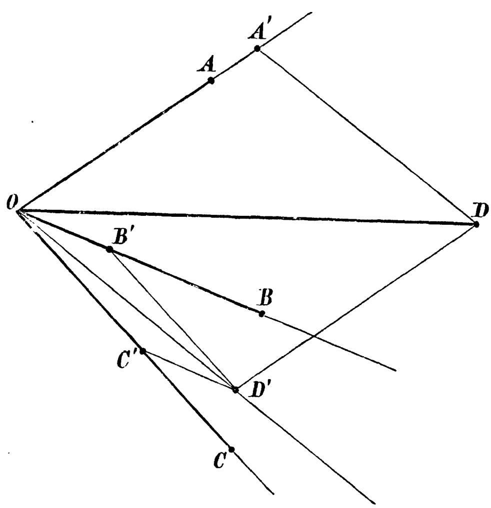
$$\begin{aligned}
OA &= a_1 i_1 + a_2 i_2 + a_3 i_3 \\
OB &= b_1 i_1 + b_2 i_2 + b_3 i_3 \\
OC &= c_1 i_1 + c_2 i_2 + c_3 i_3 \\
OD &= d_1 i_1 + d_2 i_2 + d_3 i_3 .
\end{aligned}$$

Sestrojení pak jednotlivých neznámých dle rovnic

$$x = \frac{OA'}{OA}, \quad y = \frac{OB'}{OB}, \quad z = \frac{OC'}{OC}$$

provedeme nejlépe takto:

Položme směry OA a OD rovinu (obr. 2.), kteráž rovinu danou směry OB a OC, protne v přímce OD'.



Obr. 2.

Učiňme dále DA' || OD', OD' || DA' v rovině prvé a potom B'D' || OC, D'C' || OB v rovině druhé, tím obdržíme body A', B', C'. Geometrické konstruktivní řešení redukováno tím na jednoduchý problem deskriptivní geometrie.

Analytické řešení vede k podobným rovnicím jako u dvou neznámých.

Rovina prvá má rovnici

$$\lambda_1 \xi + \lambda_2 \eta + \lambda_3 \zeta = 0 , \tag{1}$$

kdež λ_1, λ_2, λ_3 určíme z podmínky, že má procházeti body A a D, tak že bude

$$\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2 + \lambda_3 a_3 = 0,$$
$$\lambda_1 d_1 + \lambda_2 d_2 + \lambda_3 d_3 = 0.$$

Rovina druhá má pak rovnici

$$\mu_1 \xi + \mu_2 \eta + \mu_3 \zeta = 0, \tag{2}$$

kdež opět

$$\mu_1 b_1 + \mu_2 b_2 + \mu_3 b_3 = 0,$$
$$\mu_1 c_1 + \mu_2 c_2 + \mu_3 c_3 = 0.$$

Rovnice (1) a (2) dávají pak rovnici přímky OD′.

Položíme-li pak

$$\sphericalangle \mathrm{DOA} = \varphi_A \qquad \mathrm{D'OB} = \varphi_B,$$
$$\sphericalangle \mathrm{DOD'} = \varphi_D \qquad \mathrm{D'OC} = \varphi_C,$$

bude

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{OD} &= \mathrm{OA'} \cos \varphi_A + \mathrm{OD'} \cos \varphi_D, \\ 0 &= \mathrm{OA'} \sin \varphi_A - \mathrm{OD'} \sin \varphi_D, \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{OD'} &= \mathrm{OB'} \cos \varphi_B + \mathrm{OC'} \cos \varphi_C, \\ 0 &= \mathrm{OB'} \sin \varphi_B - \mathrm{OC'} \sin \varphi_C. \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

Prvá soustava dává OA′ a OD′, druhá pak OB′ a OC′; posléze jest

$$x = \frac{\mathrm{OA'}}{\mathrm{OA}}, \qquad y = \frac{\mathrm{OB'}}{\mathrm{OB}}, \qquad z = \frac{\mathrm{OC'}}{\mathrm{OC}}.$$

Velice zajímavé jest řešení rovnic o čtyřech a n neznámých, které lze redukovati na tři po případě $n-1$ soustav tvaru (3) a (4). Pochod jest týž jako u rovnic o třech neznámých.