Bohumil Kučera

Drobnosti z optiky: Rozlišovací mohutnost, ultramikroskopie, aplanatismus, homogenní immerse

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 41 (1912), No. 2, 247--256

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/123837`

z nich té přednosti druhému vzíti, žádný se k stolu nepřiblížil; i jsa touto rozepří povražen domácí pán, takto neprozřetelně promluvil: Mně milí a mnoho vážení hosté! Posaďte se dle své libosti, žádného ohledu na místo nemajíce, sic vás tolikrát po sobě k obědu pozvu, kolikrát lze místa mezi vámi proměniti. — Pochopíš to hned, milý čtenáři, kterak nerozvážlivě ten dobrý muž promluvil. Co myslíš, kolikrát lze 6 rozličných věcí rozsaditi? Odpověď: $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 = 720$. Vezmeme-li obyčejný rok 365 dní, tedy by ten dobrotivý, však nerozvážlivý muž musil těch šest hostí každý den skoro celá dvě léta (bez desíti dnů) pozvati.

Drobnosti z optiky: Rozlišovací mohutnost, ultramikroskopie, aplanatismus, homogenní immerse.

Píše prof. dr. **B. Kučera.**

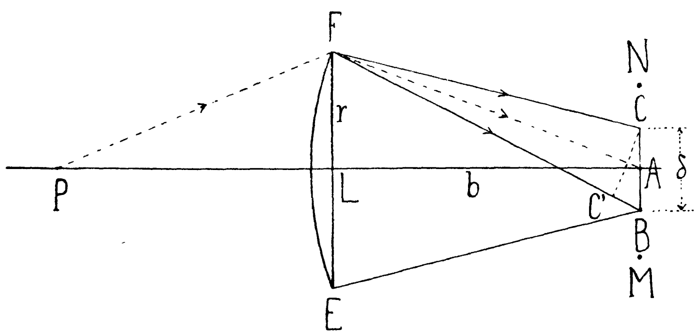
Všechny zjevy optické jsou podmíněny postupem světelného rozruchu z jednoho místa na jiné. Dle vlnivé theorie světla rozumíme rozruchem tím periodicky se opakující děj — ať už je to dle starší theorie mechanické kmitání aetheru, ať jsou to dle theorie novější kmity elektrické a magnetické. Tolik je ze zjevu polarisace světla a interference světla polarisovaného jisto, že kmity ty jsou příčné, transversální. Časový postup prostorový vlnoplochy — souboru to míst, v nichž kmitání se nachází v téže fasi — vysvětlujeme dle principu *Huyghensova* tak, že každý bod její se stává jakoby novým zdrojem rozruchů elementárných, na všechny strany se šířících, kteréž navzájem interferují. Někde se ruší, jinde — na bodech nové vlnoplochy — se v témž okamžiku sesilují. Působnost spojné čočky spočívá v tom, že vlnoplocha se stane konvergentní plochou kulovou o středu, v němž se nachází „ohnisko“ čočky nebo „obraz“ svítícího předmětu.*) Účelem čočky jest zdržeti centrální část dopadající vlny oproti částem krajním. Ohniskem nebo obrazem

*) Viz *B. Mašek*, Fysika pro VII. tř. reálek, str. 188.

jest malé místo, v němž se všechny sekundárné elementárné rozruchy sesilují. Toto místo vždy má jistou velikost, takže optickým obrazem geometrického bodu nikdy není bod, nýbrž obraz bodu má vždy konečné rozměry. Hranice obrazu odpovídají místům v prostoru, v nichž se sekundární vlny interferencí navzájem ruší.

Budiž (obr. 1.) P svítící bod na ose čočky a v místě A nacházejž se jeho obraz. Hledejme výraz pro průměr BC tohoto obrazu. Bod B najdeme dle právě pronesené věty o hranicích obrazu; tam se musí sekundární vlny interferencí rušit. Jest na bíle dni, že vlny z krajů čočky, bodů E a F na obr. 1., jdoucí, nejblíže u osy se zruší, ježto jejich dráhy differují více než dráhy z kterýchkoli jiných bodů čočky. Musí tudíž

$$FB - EB = FB - FC = \frac{\lambda}{2}.$$



Obr. 1.

Označme $AL = b$, $LF = r$, $BC = \delta$. Spojíme-li body C a C' definované rovnosti $FC' = FC$ vznikne trojúhelník $CC'B$ velmi přibližně pravoúhlý a podobný trojúhelníku AFL, takže platí úměra $CC' : \frac{\lambda}{2} = b : r$. Ježto však jest δ veličina velmi malá, bude velmi přibližně platiti $CC' = \delta$, takže z hoření úměry plyne

$$\delta = \frac{b}{2r}\,\lambda.$$

Mezi body C a B se všechny sekundární vlny sesilují, u C a B a dále od osy nastává interferencí seslabení; CB tedy představuje nejjasnější část obrazu, za C a B osvětlení rapidně klesá.

Z výsledku našeho je patrno, že průměr obrazu je obráceně úměrný veličině $2r$ otvoru či *apertuře* čočky.*) To je výsledek vysoce důležitý; vysvětluje ihned velikou výhodu, již mají dalekohledy s velikým objektivem. Hvězdy (stálice) lze považovati za světlé geometrické body; ale obraz hvězdy v dalekohledu má vždy konečné dimense, kteréž se zmenší zvětšením apertury dalekohledu. Dvě hvězdy mohou býti tak blízko vedle sebe, že se jejich obrazy překrývají, díváme-li se na ně malým dalekohledem. Ve velikém dalekohledu se stanou jejich obrazy menšími, můžeme je od sebe odlišiti. Vedle toho je ovšem i množství zachycené energie světelné s větší plochou objektivem zachycené vlnoplochy větší.

V různých optických strojích užívá se stínítek s centrálním kruhovým otvorem, *clonek*, aby užitím paprsků centrálných se zmenšila sferická aberrace čoček. Toto uspořádání nese v zápětí značnou ztrátu *rozlišovací mohutnosti* (pouvoir définissant, resolving power, Auflösungsvermögen) čočky. Proto navrhl *Lord Rayleigh* užívání clonek, jež dovolují průchod čočkou pouze paprskům periferickým, tak, aby se sferická vada odstranila bez újmy rozlišovací mohutnosti.

Z hořeního vzorce vidíme dále, že průměr ohybové deštičky jest úměrný délce vlnité, tedy pro paprsky červené téměř dvojnásobný než pro fialové. Proto i u objektivu úplně achromatisovaného musí se okraje ohybové deštičky jeviti zbarvenými, vysílá-li svítící bod světlo složené. Ježto pak i za body B a C na př. v místech N a M se mohou sekundární vlny sesilovat (stačí k tomu, aby $FM - EM = \lambda$, nebo vůbec celému počtu délek vlnitých), může ohybová deštička býti obklopena jedním nebo několika kroužky ohybovými za užití světla složeného různě zbarvenými. Jejich intensita však jest tím nepatrnější, čím je apertura čočky větší.

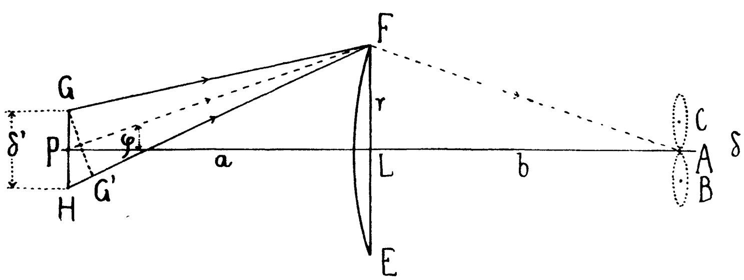
*) Apertura numerická, zvaná někdy taká prostě aperturou, má význam jiný, o němž níže.

Chceme ještě vypočísti vzdálenost dvou svítících bodů, kolmo k ose čočky měřenou, ve kteréž se musí nalézati, aby obrazy jejich jako dva se daly rozlišiti. Má-li tomu tak býti, musí patrně C a B (obr. 2.) býti středy jejich obrazů, resp. ohybových deštiček, neboť v tomto případě stýkají se tyto deštičky v temném bodě A. Budiž tedy C geometrickým obrazem bodu H, B geom. obrazem bodu G, jež jsou od sebe vzdáleny o délku δ'.

Je-li vzdálenost předmětových bodů těch od čočky a, jest patrně dle známé věty o zvětšení čočky spojné $\frac{\delta'}{\delta} = \frac{a}{b}$ čili dosazením za δ

$$\delta' = \frac{a}{b}\,\delta = \frac{a}{2r}\,\lambda.$$

Vzdálenost δ' jest tedy dána vzorcem úplně obdobným dřívějšímu pro δ, v němž za b nastupuje a. Význam toho je patrný.



Obr. 2.

Znamená to podobně jako dříve, že rozdíl optických drah

$$HF - GF = HG'$$

musí býti přibližně rovným polovině délky vlnité $\frac{\lambda}{2}$, neboť pak z podobných trojúhelníků $GG'H$ a PLF plyne

$$\frac{HG'}{G'G} \text{ blízce rovné } \frac{HG'}{\delta'} = \frac{r}{a}$$

čili srovnáme-li s výrazem pro δ' $HG' = \frac{\lambda}{2}$. Populárně můžeme věc vyjádřiti asi takto: Má-li čočka lámati vlny z H a G každou zvláště, musí na ni dopadati navzájem odlišně, neboť jinak lámou se čočkou jakožto jediná vlna a vytváří jediný obraz. Ježto vlny ty přibližně koincidují v L, musí se lišiti přibližně o polovinu délky vlnité na krajích čočky, v F nebo E.

Označíme-li úhel FPL (obr. 2.) písmenou ε, můžeme hoření vztah z podobnosti trojúhelníků $GG'H$ a PLF plynoucí psáti přesněji

$$\frac{\frac{\lambda}{2}}{\delta'} = \sin\varepsilon \quad \text{čili} \quad \delta' = \frac{\lambda}{2\sin\varepsilon}.$$

Kdyby se jednalo v prostoru na levo od čočky nikoli o vzduch, nýbrž o jiné medium s indexem lomu n, pak jest délka vlny v něm n-krát menší než λ, to jest

$$\frac{\lambda}{n} \quad \text{a} \quad \delta' = \frac{\lambda}{n\,.\,\sin\varepsilon}.$$

K témuž výrazu vede také přesnější theorie ohybu.

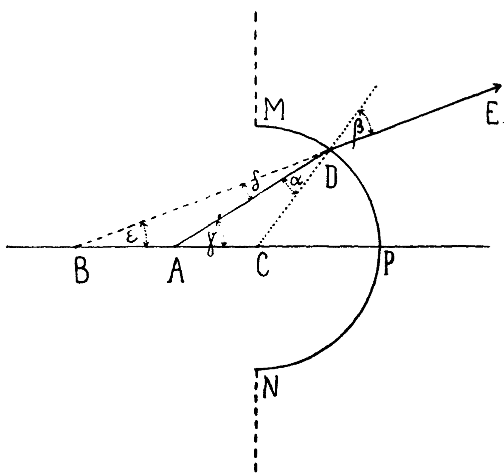
Výraz $n\,.\,\sin\varepsilon$, t. j. součin z indexu lomu prostředí před čočkou, v němž se svítící bod nachází a sinusu úhlu, jejž tvoří paprsek centrálný s krajovým paprskem, který (třeba otvorem clonky) do čočky ještě vniká, nazval *Abbe numerickou aperturou.* Výraz tento hraje v theorii optického zobrazování důležitou úlohu; mimo jiné jest na př. množství světla, které do optického stroje vniká, úměrno druhé mocnině numerické apertury.

Tyto naše výsledky vrhají znamenité světlo na theorii mikroskopu. Především ukazují, že mikroskop, má-li míti vysokou mohutnost rozlišovací, musí býti vyzbrojen objektivem o vysoké numerické apertuře. Podruhé, ježto vzdálenost δ' mezi nejbližšími body, jež lze ještě rozlišiti, je úměrná délce vlnité λ, jest patrno, že všechny okolnosti, jež zmenšují λ, zvětšují rozlišovací mohutnost. Ježto vlnitá délka v mediu značně lomivém jest v poměru indexu lomu menší než ve vzduchu, jest s velikou výhodou užití *Abbeovy* homogenní immerse, o níž později ještě bude řeč. Jinou okolností výhodnou jest užití homogenního světla o velmi malé délce, tedy světla ultrafialového, kdež ovšem oko nutno nahradit fotografickou deskou a sklo čoček látkou ultrafialové záření propouštějící, křišťálem nebo sklem

t. zv. uviolovým. Konečně poučuje nás jediný pohled na obr. 2., že, je-li distance *HG* značně menší než $\frac{\lambda}{2}$, nemohou vlny z těchto bodů dospěti k *F* nebo *E* s dostatečným rozdílem dráhovým. Nemůžeme tedy doufati, že kdy uvidíme *obraz* nějakého předmětu *značně* menšího, než je délka světelné vlny, na př. obraz molekuly nebo atomu. Toto omezení jest naprosto nezávislé od dokonalosti, k níž lze mikroskopy přivést, spočívát v povaze světla samého. Dr. *Woodwardovi* v Americe podařilo se rozlišiti čárky na Nobertově mřížce, jichž bylo 112000 na délce jednoho angl. palce, t. j. asi 2·54 *cm*. Jejich vzdálenost byla tedy přibližně rovna polovině délky vlnité modrého světla. O mnoho dále nelze očekávat, že se dostaneme.

Ovšem můžeme se přesvědčiti o *existenci* předmětů „ultramikroskopických“, dáme-li dopadnouti na objekt takový, menší než 0·2 μ, svazku intensivního světla, aby odrazem se stal sám svítícím bodem, způsobí v mikroskopu kroužek ohybový, který nás poučuje sice o existenci objektu, nikoli však o tvaru jeho. Ovšem že musíme zabrániti přístupu cizího světla do mikroskopu, které by tyto kroužky překrývalo. *Siedentopf* a *Szigmondy*, vynálezci *ultramikroskopu*, užili velmi úzkého svazečku stranou na objekt dopadajícího. Pohodlněji užíváme *Cotton-Moutonova* a jiných konstruktérů *„osvětlení za tmavého pole“* (Dunkelfeldbeleuchtung), kdež svazek světelných paprsků přichází sice zdola, ale totálními reflexemi v zařízení osvětlovacím pod praeparátem se stává rovnoběžným se stolkem mikroskopu vytvářeje velmi intesivní obraz světelného zdroje právě v praeparátu. Dalšími totálními reflexemi se brání osvětlovacím paprskům vstup do objektivu drobnohledu. V tomto vidíme pak velmi jasné ohybové kroužky v poli úplně tmavém. Tímto způsobem daly se ve skle, jež bylo zbarveno velmi jemně rozptýleným zlatem, konstatovati částice zlata průměru pouze 4 až $7 \cdot 10^{-6}$ *mm*. Mají-li se ovšem jako jednotlivé rozeznati, musí vzdálenost dvou vedle sebe položených rovnati se asi $\frac{\lambda}{2}$.

Vraťme se nyní k *Abbeově homogenní immersi*. Abychom jí porozuměli, musíme se dříve zmíniti o aplanatismu čočky. Víme, že známý jednoduchý vzorec, jímž se vyjadřuje vztah mezi délkou ohniskovou f a vzdálenostmi předmětu a obrazu a a b u čočky totiž $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$ jest odvozen za předpokladu, že se jedná o čočku theoreticky nekonečně tenkou a o paprsky centrální či nullové, pouze velmi malý úhel s osou čočky svírající, tedy o velmi tenkou čočku s velmi malou aperturou. Nejsou-li tyto podmínky splněny vzniká ze svazku paprsků z předmětu vycházejících po lomu čočkou svazek paprsků, jež nemají společného průsečíku. U čočky o veliké apertuře vzniká tedy známá



Obr. 3.

aberrace sferická Jest nemožno zkonstruovati čočku, jež by sbírala veškeré paprsky z *kteréhokoli* bodu osy na ni dopadající do jediného bodu, nehledě k zjevům ohybovým. Může se však sestrojiti čočka. která sbírá do *jednoho* bodu veškeré paprsky z *určitého* bodu osy na ni dopadající Takové čočce říkáme *aplanatická* a ony zvláštní polohy předmětu a obrazu zoveme *aplanatickými body*.

Budiž *MPN* (obr. 3.) hlavním řezem polokulovité plochy se středem v *C*, poloměrem *r* a osou *CP*, jež odděluje ústředí o indexu lomu *n* (na levo) od vzduchu (v pravo).

Budiž dále A svítícím bodem na ose ve vzdálenosti $AC = \frac{r}{n}$ od středu křivosti a AD libovolným z něho vycházejícím paprskem. Paprskem lomeným bude DE a obrazem (ovšem virtuálným) bodu A průsek zpět prodlouženého paprsku DE a osy, jež sama representuje paprsek, tedy bod B. Snadno dá se dokázati, že $BC = nr$, a že *všechny paprsky z A vycházející po lomu plochou divergují z bodu B.*

Dle zákona Snelliova platí

$$\frac{\sin CDA}{\sin CDB} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{1}{n}.$$

Dle věty sinusové platí

$$\frac{CD}{CA} = \frac{r}{\frac{r}{n}} = n = \frac{\sin DAC}{\sin CDA} = \frac{\sin \gamma}{\sin \alpha}.$$

Z těchto dvou rovnic plyne srovnáním, že $\gamma = \beta$. Dále jest patrno, že $\gamma = \beta = \sphericalangle DBA + \sphericalangle BDA = \varepsilon + \delta = \varepsilon + (\beta - \alpha)$ z čehož $\varepsilon = \alpha$. Konečně v trojúhelníku CBD platí

$$\frac{CB}{CD} = \frac{CB}{r} = \frac{\sin(\alpha + \delta)}{\sin \varepsilon} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = n$$

čili

$$CB = nr.$$

V celém odvození není předpokladu o poloze bodu D na polokruhu MP a platí tedy věta předem vyslovená o všech paprscích z A vycházejících. Polokoule MPN jest tudíž aplanatickou plochou s aplanatickými body A a B.

Této okolnosti použil *Abbe*, universitní professor a zakladatel světoznámých optických závodů „Abbe-Zeiss-Stiftung“ v Jeně (1840—1905), ku konstrukci objektivu pro mikroskopy, vycházeje z nového na něj nazírání, jež znamená úplný převrat oproti názorům starším a zdá se býti definitivním.*) *Abbe* dívá se na úkol objektivu a okuláru v mikroskopu způsobem, jenž se populárně dá vylíčiti asi následovně:

Svazek světelných paprsků vycházejících z nějakého bodu předmětu jest z počátku divergentní, po prostupu objektivem

*) Srov. pěkný odstavec o mikroskopu v citované knížce Maškově, stránka 229.

však se stává konvergentním. Existuje tedy jiné místo v objektivu, kde tento svazek sestává z paprsků rovnoběžných. Část objektivu před tímto místem jest jakoby lupou pro oko akkomodované na nekonečno a dává virtuálný obraz předmětu položený v nekonečnu. Zbývající druhá část objektivu spolu s okulárem tvoří astronomický dalekohled, jímž tento virtuálný obraz pozorujeme. Vskutku obdržíme jakýsi mikroskop, upevníme-li před objektiv astronomického dalekohledu správnou lupu libovolné vzdálenosti ohniskové. Konstrukce okuláru nemá tudíž žádného vlivu na zlepšení obrazu; okulár pouze zvětšuje zdánlivý průměr virtuálného obrazu, aniž by tomuto cokoli přidával nebo ubíral. Všechny podrobnosti i všechny nedostatky, jež mohou vzniknouti, existují již ve virtuálném obraze v nekonečnu. Jakost tohoto obrazu závisí na velikosti průměru ohybových dešticek, jež ve virtuálném obraze nahražují geometrické body předmětu.

Viděli jsme však, že tento průměr jest obráceně úměrný numerické apertuře čočky; musí tedy býti zvláště u prvé čočky objektivu co největší, aniž by však tím vznikala sferická vada. Proto jest prvou, nejspodnější čočkou *Abbeova* objektivu čočka polokulovitá, rovinnou plochou k předmětu obrácená a tenkou vrstvou cedrového oleje, jenž má přibližně týž index lomu (1·515) jako čočka sama, buď s předmětem nebo s jeho krycím sklíčkem z téhož druhu skla spojená. Nachází-li se předmět ve vzdálenosti $\frac{r}{n}$ (kde r jest radius polokulovité čočky a n velmi přibližně 1·515) pod rovinnou ploškou prvé čočky objektivu, jsou podmínky aplanatismu splněny. Při tom jest zvětšení touto čočkou docílené, jak snadnou úvahou sami můžete dokázati, rovno n^2. Vedle dokonalého aplanatismu tohoto uspořádání, zvaného *homogenní immersí Abbeovou*, jest následkem velikého otvorového úhlu čočky (*PAM* v obr. 3.) a velikého indexu lomu i numerická apertura velmi vysokou, přesahujíc nejvyšší možnou hodnotu její ve vzduchu rovnou $\sin 90^0 = 1$, kdyby praeparát ležel těsně na čočce. Takovéto přední čočky užil sice před *Abbem* již *G. B. Amici*, professor mathematiky a později astronomie ve Florencii (1786—1863), a také již u jeho objektivů, zhotovených znamenitými optickými firmami Hartnackovou a Merzovou, bylo užíváno immerse vodní nebo makového oleje, ale tehdy hledána jediná výhoda immersních systémů jedině v tom, že se zmírněnými (u Abbeovy immerse znemožněnými) reflexemi na prvé plošce ztrácí méně světla. Přes to však zůstavena teprve *Abbeovi* trvalá zásluha, že prvý nejen vysoce povznesl theorii optických strojů zavedením v ni úvah o ohybu, ale i velmi zdokonalil jejich konstrukci. Výsledkem jeho prací jest, že se dnešní mikroskopy nacházejí na hranici, již nejen nám, ale i všem věkům budoucím bude v cestu klásti sama periodická podstata světla.

Astronomická zpráva na březen, duben a květen 1912.

Veškerá časová udání vztahují se na meridián a čas středoevropský.

Slunce přechází v březnu ze souhvězdí Vodnáře do Ryb, v dubnu do Skopce a v květnu do Býka.

Datum		Z	V	δ	Rovnice času
1912 III.	1.	$5^h 40^m$	$18^h 43$	$-\ 7^0\ 38'$	$+\ 12^m 34^s$
	6.	5 49	18 33	$-$ 5 42	$+$ 11 29
	11.	5 57	18 22	$-$ 3 45	$+$ 10 14
	16.	6 5	18 12	$-$ 1 47	$+$ 8 51
	21.	6 11	18 2	$+$ 0 11	$+$ 7 23
	26.	6 19	17 51	$+$ 2 10	$+$ 5 51
	31.	6 28	17 39	$+$ 4 7	$+$ 4 19
IV.	1.	6 30	17 37	$+$ 4 30	$+$ 4 1
	6.	6 37	17 26	$+$ 6 24	$+$ 2 32
	11.	6 45	17 16	$+$ 8 16	$+$ 1 8
	16.	6 53	17 6	$+$ 10 5	$-$ 0 8
	21.	7 2	16 55	$+$ 11 49	$-$ 1 15
	26.	7 9	16 46	$+$ 13 29	$-$ 2 12