$$(x + a \sin 2\alpha)^2 = -4a \cos^2 \alpha \, (y - a \sin^2 \alpha)$$

co analytický výraz dráhy tělesa.

Jest to tedy opět dráha parabolická, na př. OM, avšak vrchol každé takové paraboly nalezá se, jak znaménko veličiny $a \sin 2\alpha$ ukazuje, na záporné straně osy úseček, takže geometrickým místem všech vrcholů těch parabol objeví se druhá polovice ellipsy $OC'H$. Kdyby úhel vrhu v oboru hodnot záporných té největší hodnoty dosáhl, totiž $\alpha = -90^0$, pohybovalo by se těleso směrem svisným k zemi do hloubky neurčité, jak rovn. (4) ukazuje.

Mohla by se však podlé rov. (3) pokaždé vzdálenost pod rovinou vodorovnou čili výška záporná za určitou dobu t vypočítati, totiž

$$-y = ct + \frac{1}{2} gt^2.$$

Zároveň patrno z téže rovnice, že vyjma $t = 0$ t. j. na počátku pohybu, nelze již nikdy výšku učiniti rovnou nulle.*)

Mathematická nauka o plynech.

Podlé Langa sestavil

Dr. F. J. Studnička.

(Pokračování.)

§. 10.

O vnitřím tření.

Pohybují-li se částice plynu nějakého jedním směrem a jsou-li rychlosti jejich v rozličných vrstvách rozličné, položme do směru tohoto pohybu rovinu XY co vrstvu základní. S jedné strany přicházejí částice s určitou rychlostí, která se však při průchodu touto vrstvou zmenšuje. Abychom vypočítali tuto

*) Srovnej *Studnička* „O grafickém znázornění zákonů vrhu v prázdném prostoru.“ *Krok* 1866.

ztrátu pro část vrstvy velikosti f, mějme na zřeteli částice, jejichž vzdálenost od roviny XY nepřevyšuje délku rozběhu l. Jestli v malé vzdálenosti z vrstva tlouštky Δz, projde touto plochou f z počtu částic této vrstvy podlé §. 2. počet $\frac{1}{\vartheta} \cdot \frac{n}{3} f \Delta z$ a sice do vzdálenosti $l - z$ pod tuto plochu. Jestli pak rychlost v rovině základní v_0 bude v nepatrné vzdálenosti z měřiti

$$v = v_0 + \frac{\Delta v}{\Delta z} \cdot z$$

a ve vzdálenosti $z - l$ podobně

$$v' = v_0 + \frac{\Delta v}{\Delta z}(z - l).$$

Každá částice ztratí tedy při průchodu rovinou XY hybný moment

$$m\left[v_0 + \frac{\Delta v}{\Delta z} z\right] - m\left[v_0 + \frac{\Delta v}{\Delta z}(z - l)\right] = ml \frac{\Delta v}{\Delta z}$$

a částice vrstvy Δz tudíž

$$r = f \frac{mnl}{3\vartheta} \frac{\Delta v}{\Delta z} \Delta z;$$

ztráta všech vrstev od $z = 0$ až do $z = l$ bude tedy

$$R = rl = f \frac{mnl^2}{3\vartheta} \frac{\Delta v}{\Delta z} \Delta z. \tag{31}$$

Značí-li tedy η míru tření pro jednotku hmoty, obdržíme co míru tření pro jednotku váhy

$$\frac{\eta}{g} = \frac{mnl^2}{3\vartheta} \tag{32}$$

a tudíž podle vzorce (2)

$$\eta = {}^1\!/_3\, g\, mnlu. \tag{33}$$

Poněvadž m a u jakož i součin nl nezávisí na tlaku a teplotě, musí se podlé tohoto vzorce pro míru tření nějakého plynu obdržeti stejné hodnoty pro rozličné tlaky, což i souhlasí s výsledky pokusů, jež *Maxwell* a *O. E. Meyer* se vzduchem provedli.

Ze vzorce (33) jde dále na jevo, že η závisí na u, z čehož patrno podlé §. 6., že míra tření jest přiměřena druhému kořenu absolutní teploty, což i pokusy se vzduchem potvrdily, jelikož se ukázalo, že míry tření přibývá s teplotou.

Součin gmn znamená poměrnou váhu plynu, takže jest

$$gmn = S\varrho,$$

značí-li ϱ poměrnou váhu plynu podlé vzduchu stejného tlaku a stejné teploty a S totéž pro vzduch; ze vzorce (33) obdrží se tedy pomocí těchto veličin pro vypočítání průměrné délky rozběhu l vzorec

$$l = \frac{3\eta}{\varrho S u}. \tag{34}$$

Pro bod tání a $S = 0{\cdot}001293$ bude tudíž

$$\begin{aligned} l_H &= 0{\cdot}000\ 0169 \text{ cm.} \\ l_O &= \phantom{0{\cdot}000\ }0096 \text{ „} \\ l_N &= \phantom{0{\cdot}000\ }0089 \text{ „} \\ l_{N_2O} &= \phantom{0{\cdot}000\ }0062 \text{ „} \\ l_{CO_2} &= \phantom{0{\cdot}000\ }0062 \text{ „} \\ l_{\text{vzduch}} &= \phantom{0{\cdot}000\ }0090 \text{ „} \end{aligned}$$

kdež značí přípona plyn, k němuž se hodnota l vztahuje.

Jak z tohoto sestavení jde na jevo, jest průměrný rozběh *vodíku* největší, složených plynů nejmenší.

§. 11.

O velikosti částic plynových.

Abychom si zjednali hodnoty příslušné pro veličinu σ dříve zvanou, zaveďme do vzorce (30), jemuž dán byl tvar

$$\sigma = 8\frac{n\pi\sigma^3}{6}l,$$

veličinu ε co *ideální míru hutnosti*, značící prostor, jejž částice na jednotku obsahu případající skutečně zaujímají, načež bude, jelikož $^1/_6\,\pi\sigma^3$ značí obsah koule průměru σ,

$$\sigma = 8\varepsilon l. \tag{35}$$

S druhé strany značí však ε poměr poměrné váhy $\left(\frac{s}{S}\right)$ tělesa v skupenství plynném a tekutém, takže tyto váhy se k sobě mají jako prostory jejich částicemi zaujaté, při čemž arci se předpokládá, že v tekutině vyplňují částice prostor takřka nepřetržitě. Položíme-li tedy

$$\varepsilon = \frac{s}{S}, \tag{36}$$

majíce na zřeteli, že tu ε vyjde o něco větší nežli snad v skutečnosti jest, povstane z rovnice (35)

$$\sigma = 8 \frac{s}{S} l, \tag{37}$$

kdež σ značiti bude svrchní mez pro velikost průměru částic plynových.

Ze vzorce tohoto obdrží se bezprostředně σ jen u plynů, jež známe též co tekutiny, jak na př. N_2O, pro jehož hutnost v skupenství tekutém určil *Natterer*

$$S = 1{\cdot}15,$$

takže tu pak vyjde

$$\sigma = 0{\cdot}000\ 000\ 08 \text{ cm}.$$

Pro plyny nestlačitelné obdrží se pak S počtem, jelikož se poměrné hutnosti lučebních sloučenin určiti dají z poměrných hutností jednotlivých součástí podobně jako při smíšeninách mechanických podlé vzorce

$$\frac{p_1}{s_1} + \frac{p_2}{s_2} = \frac{p_1 + p_2}{s}.$$

Položíme-li tedy

$$S_H = \frac{10}{35},$$

$$S_O = \frac{16}{10},$$

$$S_N = \frac{14}{13},$$

obdržíme pro hutnost tyto hodnoty:

Plyn	S		Rozdíl
	počtem	pokusem	
H_2O	1·06	1·00	+ 0·06
N_2O	1·22	1·15	+ 0·07
NO_2	1·32	1·45	— 0·13
N_2O_5	1·42	1·55	— 0·13
NH_3	0·72	0·76	— 0·04

A pro průměr příslušných částic obdržíme pak hodnoty

$$\sigma_H = 0{\cdot}000\ 000\ 04\,\text{cm}.$$
$$\sigma_O = \quad 07\ „$$
$$\sigma_N = \quad 08\ „$$

z čehož patrno, že částice vodíku jsou poměrně nejmenší.

§. 12.

O vodivosti tepla.

Abychom vyšetřili vodivost tepla u plynů, mějme na zřeteli, co dříve bylo řečeno o vnitřním tření, a představme si, že částice, které procházejíce částí f roviny XY, na jedné její straně měly větší rychlost směrem osy X nežli na druhé, nyní mají postupnou rychlost směrem osy Z měnivou, že tedy teplota se mění podlé vrstev s rovinou XY rovnoběžně položených. Částice plynu mají tudíž na obou stranách plochy f rozličné průměrné živé síly a obsahují tudíž nestejné množství tepla.

Abychom tedy poznali, mnoholi tepla v určité době plochou f projde, musíme vypočítati veškerou změnu živých sil všech částic, které v této době plochou f prošly, a pak tuto změnu přiměřeným faktorem stálým K znásobiti.

Podlé §. 10. jest ve vzdálenosti z pro jednotku času a plochu f vzíti v úvahu částic

$$f\frac{n}{3\vartheta}\varDelta z = f\frac{nu}{3l}\varDelta z\,,$$

jichž průměrná živá síla jest, jak známo,

$$v = f\frac{nu}{3l}\varDelta z\frac{m}{2}u^2\,, \tag{38}$$

v kterémžto výraze jest n, l a u pro měnivost teploty funkcí veličiny z. Představujeme-li si však l co veličinu určitou a tudíž pro tento případ stálou a dosadíme-li za ni hodnotu pro rovinu XY platící, musíme ku konci při sečítání též za stálou ji považovati; představujeme-li si l co vůbec neproměnnou, nutno tutéž podmínku i pro n položiti podlé vzorce (30).

Ve vzorci (38) jest tudíž podlé této zjednodušující podmínky jen u proměnnou veličinou, takže pro vzdálenost z od roviny XY má hodnotu u_z a tudíž podlé vzorce (9) platí

$$u_z^2 = \frac{T_z}{T} u^2, \tag{39}$$

čímž se vzorec (38) promění v

$$v = f \frac{nmu^3}{6l} \left(\frac{T_z}{T}\right)^{3/2} \Delta z .$$

Poněvadž tu z jest veličinou jen malou, můžeme za to míti, že teplota se v mezích vzdálenosti 0 a z od roviny XY mění stejnoměrně a tudíž

$$T_z = T + \frac{\Delta T}{\Delta z} z , \tag{40}$$

kdež součinitel veličiny z jest stálým; dosadíme-li tedy tuto hodnotu do vzorce předešlého a vyvineme-li podlé binomické poučky, obdržíme, majíce zřetel jen k prvním dvěma členům,

$$v = f \frac{nmu^3}{6l} \left(1 + {}^3/_2 \frac{\Delta T}{\Delta z} \frac{z}{T}\right) \Delta z .$$

Poněvadž částice, o něž se tu jedná, jen do vzdálenosti $z - l$ jdou, mají tu živou sílu

$$v' = f \frac{nmu^3}{6l} \left(1 + {}^3/_2 \frac{\Delta T}{\Delta z} \frac{z - l}{T}\right) \Delta z ,$$

takže tu bude obnášeti ztráta

$$v - v' = f \frac{nmu^3}{4T} \frac{\Delta T}{\Delta z} \Delta z ,$$

z čehož jde pro všechny částice v mezích 0 a l

$$V = f \frac{mnu^3}{4T} \frac{\Delta T}{\Delta z} . l .$$

Násobíme-li pak tuto hodnotu veličinou

$$K = 2cg\frac{T}{u^2},$$

obdržíme podlé §. 6. příslušné množství tepla, které v jednotce časové plochou f projde, totiž

$$\Omega = f\frac{c}{2}gmnul\frac{\Delta T}{\Delta z}. \tag{41}$$

Ze vzorce tohoto jde na jevo, že Ω jest přiměřené veličině f a $\frac{\Delta T}{\Delta z}$, takže vlastní míra vodivosti tepla tu jest

$$\omega = \frac{c}{2}gmnul. \tag{42}$$

Poněvadž veličiny m a nl nezávisí na tlaku a teplotě, u^2 pak jest přiměřeno teplotě absolutní a nezávislé na tlaku, jde z posledního vzorce, že vodivost tepla nezávisí na hustotě plynu a že jí přibývá jako druhé odmocniny z absolutní teploty, při čemž arci se považuje c za veličinu stálou jako u plynů permanentních vůbec.

Ze vzorce (42) obdrží se pak pomocí vzorce (33)

$$\omega = \frac{3}{2}c\eta, \tag{43}$$

z kteréžto relace plyne, zvolíme-li centimetry a grammy za jednotky, pro $0^0\,C$

Plyn	c	ω
H	2·4110	0·000 3363
O	0·1551	0491
N	0·1727	0474
vzduch	0·1684	0475

S těmito výsledky počtu shoduje se, co *Stefan* pokusem obdržel pro vodivost tepla vzduchu pro teploty mezi 0^0 a $20^0\,C$, totiž 0·0000558, při čemž se i přesvědčil, že nezávisí tato hodnota na hustotě.

§. 13.

O pronikání neb diffusi plynů.

Abychom podstatu tohoto úkazu náležitě pochopili, představme si dutý válec neb hranol všestraně uzavřený a v polovici přehražený, takže v pravém oddělení jest pro sebe plyn jeden krátce číslem I označený, v levém pak oddělení pro sebe plyn II stejné teploty a rozpínavosti. Odstraníme-li pak přehrádku, počnou se oba plyny míchati, takže po nějakém čase bude v celém obsahu plyn stejnoměrně promíchaný, což se stává tím, že v jisté době projde určitým průřezem Q určité množství plynu prvního s pravé strany na levou a stejné množství plynu druhého směrem opačným. A toto množství jest nám nyní pro jednotku časovou vyšetřiti.

Představme si napřed, že v obou odděleních neb na obou stranách průřezu Q jest tentýž plyn stejného tlaku a stejné teploty a ustanovme, mnoho-li tu projde tímto průřezem částic se strany pravé na levou, při čemž mějme na zřeteli jen částice, jichž vzdálenost od Q nepřevyšuje délku průměrného rozběhu l_1 a jichž na jednotku obsahu připadá nl_1. Poněvadž těchto částic jen třetina pohybybuje se kolmo na průřez, kdežto ostatní se rovnoběžně s ním ubírají, nutno $^1/_3\, nl_1$ násobiti s počtem nárazů v jednotce časové

$$\frac{1}{\vartheta} = \frac{u_1}{l_1},$$

aby se oddržel počet částic, které v jednotce časové průřezem Q projdou, čímž se zjedná $^1/_3\, nu_1$.

Počet tento jest ale nám ještě opraviti, jelikož nebyl tu zřetel vzat k částečnému rozředění plynu, kteréž tímto pohybem částic povstává a rozdílem tlaku se vyrovnává. Neb poněvadž $^1/_3\, nu_1$ částic místo své opustila, musí tolikéž částic a to s polovice se strany pravé, s polovice se strany levé na jejich místo vstoupiti, a poněvadž tento pohyb se děje taktéž směrem na průřez Q kolmým, nutno k počtu dřívějšímu ještě polovici připojiti, takže

$$^1/_3\, nu_1 + {}^1/_6\, nu_1 = {}^1/_2\, nu_1$$

jest počet částic, které v jednotce časové se strany pravé přejdou na levou. Dělíme-li pak číslo toto počtem částic n, obdržíme $^1/_2\, u_1$ co obsah těchto částic.

Znajíce tyto okolnosti při plynech stejných, ustanovíme snadno obsah v při plynech nestejných; platí-li totiž u_1 pro plyn I a u_2 pro plyn II na druhé straně průřezu uzavřený, bude

$$v = \frac{u_1 + u_2}{4} \tag{44}$$

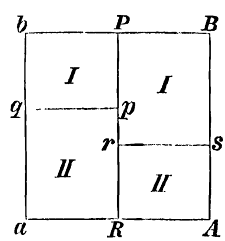
co arithmetický průměr.

Jsou-li konečně na obou stranách průřezu Q smíšeniny obou plynů, jichž koncentrace závisí na vzdálenosti od průřezu Q, představme si především, že v průřezu samém na jednotku obsahu připadá a_1 částic plynu I a a_2 částic plynu II, takže tu

$$a_1 + a_2 = 1; \tag{45}$$

dále si představme, že průřez jest obdélník, jehož strany jsou vodorovné a kolmé. Vedeme-li pak ve vzdálenosti l na obou stranách rovnoběžně s průřezem Q roviny E a E_1, protnou kolmou stěnu našeho plyn uzavírajícího hranolu v přímkách AB, ab rovnoběžných s průsekem stěny Q, totiž PR. (obr. 23.)

Obr. 23.



Pro rovinu E přejde koncentrace a_1 podlé předešlého v $a_1 + \frac{\Delta a_1}{\Delta x}\, l$, kdež l jest veličina velmi malá.

Průměrná koncentrace mezi stěnou Q a E bude tedy

$$a_1 + \frac{l}{2}\frac{\Delta a_1}{\Delta x}$$

a podobně pro plyn I mezi stěnou Q a E'

$$a_1 - \frac{l}{2}\frac{\Delta a_1}{\Delta x}.$$

Rozdělíme-li pak oddíl $ABPR$ přímkou rs podlé obsahu jednotlivých plynů tak, aby díl $BsrP$ odpovídal plynu I, $AsrR$ pak plynu II, a podobně oddíl $abPR$ přímkou pq, bude patrně

$$PR : Pr = 1 : \left(a_1 + \frac{l}{2}\frac{\Delta a_1}{\Delta x}\right),$$

$$PR : Pp = 1 : \left(a_1 - \frac{l}{2}\frac{\Delta a_1}{\Delta x}\right),$$

z čehož se pak snadno vypočte

$$Pr - Pp = pr = PR \,.\, l \frac{\Delta a_1}{\Delta x};$$

pro část průřezu Q, která odpovídá délce pr a již nazveme S, bude tedy

$$S = Q l \frac{\Delta a_1}{\Delta x}. \tag{46}$$

Jsou-li tedy oba plyny skutečně rozloženy vrstevně, jak bylo naznačeno, jest na obou stranách stěny Pp plyn I a na obou stranách stěny Rr plyn II a tudíž rovnováha; avšak stěna pr dělí plyn I od plynu II a tu tedy jeví se jedině diffuse neb pronikání.

Podlé předcházejícího jest pak pro obsah plynu I, jdoucího v jednotce časové stěnou pr

$$\frac{u_1 + u_2}{4} S = \frac{u_1 + u_2}{4} Q l \frac{\Delta a_1}{\Delta x},$$

kdež za l nutno položiti průměrnou délku rozběhu částic, takže pro jednotku průřezu neb stěny projde tedy obsah

$$V = \frac{u_1 + u_2}{4} l \frac{\Delta a_1}{\Delta x}. \tag{47}$$

Hodnota rozběhu l neplatí, jak patrno, ani pro první ani pro druhý plyn, jelikož částice jednoho se tu mezi druhými pohybují; pravá hodnota jeho nebude se však mnoho lišiti od průměrné hodnoty, kterou obdržíme, představíme-li si, že tu jen jednoho druhu jsou částice, jichž průměr σ jest však přiměřený průměrům σ_1 a σ_2 obou plynů, u nichž rozběhy jsou l_1 a l_2. Podlé vzorce (30) bude tu pak

$$\frac{1}{l} = \frac{4}{3} n \pi \sigma^2 = \frac{4}{3} n \pi \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}\right)^2$$

neb

$$\frac{1}{l} = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{\sqrt{l_1}} + \frac{1}{\sqrt{l_2}}\right)^2, \tag{48}$$

čímž se vzorec (47) promění ve

$$V = \frac{u_1 + u_2}{\left(\frac{1}{\sqrt{l_1}} + \frac{1}{\sqrt{l_2}}\right)^2} \cdot \frac{\Delta a_1}{\Delta x},$$

aneb máme-li na zřeteli, že podlé vzorce (45)

$$\Delta a_1 + \Delta a_2 = 0,$$

ve
$$V = -\frac{u_1 + u_2}{\left(\frac{1}{\sqrt{l_1}} + \frac{1}{\sqrt{l_2}}\right)^2} \cdot \frac{\Delta a_2}{\Delta x}. \tag{49}$$

Z rovnice této jde na jevo, že obsah plynu v jednotce času průřezem Q pronikající jest přiměřený koncentračnímu přírůstku $\frac{\Delta a}{\Delta x}$ a že *míra pronikavosti* neb diffuse tu jest

$$\psi = \frac{u_1 + u_2}{\left(\frac{1}{\sqrt{l_1}} + \frac{1}{\sqrt{l_2}}\right)^2}. \tag{50}$$

Dělíme-li pak ve vzorci tomto čítatele i jmenovatele číslem n, obdržíme v jmenovateli členy tvaru nl, které podlé předcházejícího nezávisí na tlaku a teplotě, v čítateli pak členy tvaru

$$\frac{u}{n} = \frac{3u^3}{mp},$$

[použije-li se vzorce (3)], podlé kteréhož výrazu jest *míra diffuse v opačném poměru s tlakem, v přímém pak poměru s $^3/_2$-tou mocninou absolutní teploty.*

A tyto výsledky theorie souhlasí s výsledky, jež pokusem obdržel *Loschmidt*, jakž ukazuje následující sestavení, při němž platí za jednotky normální tlak, bod tání, sekundy, centimetry a gram:

Plyny	Hodnota ψ		Δ
	pozorovaná	vypočítaná	
$H - O$	0·722	0·720	+0·002
$H - CO_2$	0·556	0·538	+0·018
$O - CO_2$	0·160	0·163	—0·003

Mimo to poznal Loschmidt, že ψ jest v opačném poměru s tlakem, v přímém pak poměru s druhou mocninou absolutní teploty.

Konečně budiž ještě poznamenáno, že z těchto hodnot možná naopak určiti průměrnou délku rozběhu podlé vzorce (50); obdrží se tu, připojíme-li hodnoty v §. 10. ustanovené

Plyn	Hodnota l		Δ
H	0·000 0182	0·000 0169	+ 0·000 0013
O	0091	0096	+ 0005
CO_2	0063	0062	— 0002

čímž souhlasnost jest zcela jasně vytknuta.

Jak ze stručného výkladu tohoto patrně jde na jevo, jest mathematická theorie plynů již tak daleko vyvinuta, že na ní možná založiti bezpečnou budovu fysikální; zároveň pak se poznává ze souhlasu, jaký tu panuje mezi výsledky theorie a experimentu, že domněnka Krönigova o vnitřním ustrojení plynů skvěle se osvědčila a vystoupila z nejisté půdy hypothetické na pevnější území pravdy fysikální, a možná konečně očekávati, že se tu mnoho zjevů theoreticky odhalí, ku kterým by pokus ani nemohl se odvážiti. Neb jakým pokusem má se určiti na př. průměr molekulů dříve aspoň pro některé plyny počtem vyšetřený!

Kterak lze mocnost galvanického proudu zdvojnásobiti.

Píše

prof. Frt. Hromádko.

O tom, jak se mocnost galvanického proudu může zvýšiti, podává t. zv. *Ohmův zákon* bližší poučení. Děje se to, jak známo, *dvojím spůsobem*. Buď se rozmnožením počtu článků zvětší síla elektrobudivá aneb se rozšířením čili zvětšením plochy článku