

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

František Fabinger

O vývoji čísel, číslovek, číslic [II.]

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 33 (1904), No. 1, 74--93

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/123655>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1904

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

Tolik možno říci již nyní — i když podstatu radioaktivity neznáme —, že objev prvků radioaktivních znamená jak ve fyzice tak i v chemii ohromný krok v před na poli dosud úplně neznámém, a lze právem očekávat, že přinese nám zkoumání látek těch překvapující a nová pole badání vědeckému otvírající objevy a poznatky.

Na Smíchově, dne 22. července 1903.

O vývoji čísel, číslovek, číslic.

Uvažuje

František Fabinger,
professor na Smíchově.

V loňském ročníku tohoto časopisu v čísle III. vylíčen byl stručně pravděpodobný vznik a vývoj čísel a číslovek. Neméně zajímavým jest studium o původu znaků číselných, číslic, jakož i o psaní čísel číslicemi. Příspěvek k tomuto studiu kulturních dějin pokolení lidského, pokud vůbec jeví plemena jeho známky vzdělání byť i z počátku jen primitivního, mají podati následující řádky. V první řadě budeme tedy uvažovati:

O psaní čísel číslicemi vůbec.

Člověk, maje pojem o čísle, hleděl si je nějakým způsobem znázorniti. Všechno zkoumání naše ukazuje, že první lidé, neznalí písma, užívali prstův u rukou ba i u nohou, aby naznačili počet jednotlivých, stejných věcí. Prsty zastupovaly naše číslice, znázorňovaly číslo, určující mnohost předmětů stejných. Činí tak i dnes děti a národové, jimž písmo je neznámo.

Ovšem, že nezůstalo při tom. Lidstvo přikládalo jednotlivým číslům zvláštní jména, číslovky, a když pak se naučili psáti, byly vynalezeny pro číslovky, často se opakující, zvláštní znaky, číslice.

Avšak čísel jest nekonečně mnoho, a bylo by třeba též nekonečně mnoho znakův, aby napsáno bylo každé číslo. Lidské

paměti pak jest již velice nesnadno, aby pamatovala si jen několik set znaků, natož pak několik tisíc neb i millionův.

Jak tedy napsati libovolné číslo z nekonečného množství čísel konečným počtem číslic? Zajisté jest potřebí, aby v nekonečné řadě čísel učiněny byly přestávky, dle nichž bychom se orientovali, jest potřebí pevných a stálých pravidel, kterými by bylo lze dosáti každého čísla v nekonečné řadě číselné! Zkrátka: jest třeba, aby čísla spořádána byla v soustavu, která by vyhověla tomuto theoretickému požadavku.

Problém tento, svou všeobecností tolik nesnadný, byl šťastnou náhodou rozluštěn, a to jak pro soustavy číslovkové, tak pro soustavy číselné zvykem počítati na prstech, ač zajisté bez vědomí, že tím jest řešena základní otázka vědění lidského. Jakým asi způsobem, objasněno bude stručně v následujícím pojednání.

Čísla psala se původně celými slovy, nikoliv zvláštními znaky — číslicemi. Znaky zvláštní za čísla značně různí se dle místa a věku. Staří národové měli většinou soustavy číslic vyplývající ze soustavy číslovkové. Lze je dle Gundermann¹⁶⁾ rozdělití ve dvě skupiny: Úplné a neúplné soustavy číslicové. V úplné soustavě každá číslovka má svůj znak; tedy jak čísla od 1 až po $z-1$, taktéž z , z^2 , ..., z^n . K této skupině patří číslice hieratické a demotické, indické znaky bráhmínské, čínské, pozdější semitské a pozdější řecké. Národové tito užívali zvláštních znaků pro každou jednotku řádu nulového a prvního, většina pak též zvláštních znaků pro každou jednotku řádu druhého a pro některé jednotky řádu třetího. Nejdůsledněji provedli soustavu tuto Číňané, kteří mají zvláštní znaky až pro jednotky řádu čtrnáctého.

Neúplné soustavy užívají zvláštních znaků jen pro některé jednotky řádu nullého, prvního, druhého a třetího; všechna ostatní čísla vyznačují se opakováním těchto základních znaků a to buď způsobem additivním aneb multiplikativním, jak dále bude vylíčeno. Do této soustavy patří číselné znaky hieroglyfické (5 nebo 6 znaků), starší semitské, indické kharotthí, starší řecké (9 číslic) a italské (7 číslic). Sem zařaditi sluší také nynější způsob psaní čísel, přijatý od Indů, který užívá

¹⁶⁾ Dr. Gotthold Gundermann: „Die Zahlzeichen.“ Giessen 1899.

zvláštních číslic jen pro jednotky řádu nullového. Týž plyne přímo ze soustavy číselné a jest prakticky nejdokonalejší. Konečným počtem znaků lze napsati nekonečné množství čísel.

Tvar číslic jest opět dvojí: buď číslice jsou znaky samostatné, užívané jen pro čísla, aneb jsou to písmena abecedy, jež teprve během doby přetvořena byvše, značí pouze číslice.

K prvnímu druhu lze zařaditi číslice hieroglyfické, babylonské, italské, řecké starší, do jisté míry pak i starší číslice indické kharottlí, aramejské a fenické.

Do druhého druhu patří číslice v indickém bráhmí, hieratické, demotické, řecké a semitské. Zdá se však, že i číslice prvního druhu jsou počátkem písmeny příslušných číslovek.

Všimněme si již blíže soustav číslicových u různých národů.

Aegyptané mají nejstarší číslice a to trojí: hieroglyfické, hieratické a demotické. Užívají soustavy dekadické, označující čísla od 1 do 9 číslovkami, jež píší ve skupinách po 3; pro 10, 100, 1000, 10000, 100000, 1000000, 10000000 mají zvláštní znaky. Ostatní čísla vyjadřují opakováním těchto číslic, až součet jich dá číslo žádané.¹⁷⁾ (Viz obr. I.). Číslice hieratické a demotické ukazují na původ abecední.

Stejný způsob mají *Babyloňané*, užívající též soustavy dekadické. Jednotky od 1—9 označují stojatými klíny, původně čárkami, pro 10 a 100 mají zvláštní znak, 1000 označují spojením obou znaků posledních.

Vedle toho však měli Babyloňané sexagesimální soustavu, již základ poskytlo astronomické pozorování.¹⁸⁾ V této soustavě dochovaly se na naše doby číslice pro 60 (sus, $\sigma\omega\sigma\sigma\sigma$), 60² (sar, $\sigma\acute{\alpha}\rho\sigma$), a $10 \cdot 60 = 60$ (ner, $\nu\eta\rho\sigma$). (Viz tab. I.)

U Babyloňanů jsou první stopy soustavy číselné, kde číslice má mimo hodnotu vlastní ještě hodnotu místní. Nully ovšem neznali, tak že význam čísla poznáme jenom ze souvislosti s číslem předcházejícím a následujícím. Soudíme tak z nápisů na deskách, jež slavný geolog Loftus objevil v Senkereh r. 1854.

¹⁷⁾ Dr. L. Saalschütz: „Über Zahlzeichen d. alten Völker.“

¹⁸⁾ Hultsch, *Metrologie*, 2. Bearb. Berlin, 1882. S. 382.

N	Hieroglyph.	Demot.	Babyl.	N	Hieroglyph.	Demot.	Babyl.
1	1	∫	▼	60	⌒⌒⌒ ⌒⌒⌒	4	
2	11	4	▼▼	70	⌒⌒⌒⌒ ⌒⌒⌒⌒	3	
3	111	4	▼▼▼	80	⌒⌒⌒⌒⌒ ⌒⌒⌒⌒⌒	2	
4	1111	ρ 4	▼▼▼▼	90	⌒⌒⌒⌒⌒ ⌒⌒⌒⌒⌒ ⌒⌒⌒⌒⌒	4	
5	1111	7	▼▼▼▼	100	9	/	
6	1111	5	▼▼▼▼	200	9 9	4	
7	1111	7 4	▼▼▼▼	500	999 9 9	3	
8	1111	2	▼▼▼▼	700	9999 9999	3	
9	1111	2 7	▼▼▼▼	1000	I	5	
10	∩	/ 2	◀	2000	I I	4	
11	∩∩		▼◀	5000	I I I I I I I I	60	⌒⌒⌒
20	⌒⌒	4 5	◀◀	10000	∩ ∩	600	∩
30	⌒⌒⌒	4		20000	∥ ∥	3600	⌒⌒
40	⌒⌒⌒	L		50000	∥∥∥∥		
50	⌒⌒⌒	3		10 ⁵	🐉		

I.

Na jedné desce jest napsána řada třetích mocnin čísel od 1 do 32 tímto způsobem:

	1	jest	krychle	1.
	8	"	"	2,
	27	"	"	3,
1	4	"	"	4.

Tuto poslední řádku sluší pak čísti 1 sus + 4 jest krychle 4 ($64 = 4^3$).¹⁹⁾

Soustavy sexagesimální Babyloňané užívali důsledně u zlomků, odkud byla přenášena i do celistvých čísel,²⁰⁾ ač obyčejně se užívalo soustavy dekadické týmž způsobem jako u Aegyptanů. (Viz obr. I.)

Semitské národové *severní* mají samostatné znaky pro 1, 4, 5, 10, 20, 100, 1000. Některé kmeny označují čísla od 1—9 svislými čárkami jako Aegyptané, jiní mají pro 4 neb 5 zvláštní znaky, jako arabský kmen nobataejský pro $4 = \times$ a syrský pro $5 = \triangle$. Čísla do sta píše způsobem additivním, další čísla pak způsobem multiplikativním. (Tab. II.). V písmě aramejském²¹⁾ podobně jako v italském užívá se číslice pro 5 jako základního znaku pro čísla od 5—9.

Semitské národové *jižní* označují 1—4 svislými čárkami, pro 5 mají zvláštní značku, pro deset malý kroužek, dle Hommela původní číslici babylonskou pro 10.²²⁾ Jinak jsou nám číslice jihoarabské až posud velmi málo známy.

Indové již záhy měli samostatné znaky za čísla a to dvojího druhu, odpovídající způsobu psaní buď od pravé ruky k levé — *kharotthí* —,²³⁾ buď od levé k pravé — *bráhmí*.²⁴⁾

¹⁹⁾ Chaldeové vyslovovali na př. číslo 3721 takto; Jeden sar, dva sus jedna; ($60^3 + 2 \cdot 60 + 1$).

²⁰⁾ Dr. L. Saalschütz.

²¹⁾ Aram značí v bibli území obsahující Mesopotamii a Syrii.

²²⁾ F. Hommel, *Südarabische Chrestomathie*, 1893. S. 8.

²³⁾ *Kharotthí* jest kursivní písmo aramejské přinesené do Indie za vlády prvních Achaimenovců. Vyskytá se od IV. stol. př. Kr. až po III. století po Kr.

²⁴⁾ *Bráhmí*, bráhmanské neboli Bráhmovo písmo, je vlastně písmo indické, jehož památky sahají od r. 350 př. Kr. do r. 350 po Kr. (Ottův slov. XII. str. 582 a n. Zubatý).

<i>N</i>	<i>Phönické</i>	<i>Syrské</i>	<i>Aramejské</i>	<i>Kharotthi</i>
1				/ /
2		ʔ	ʔ	// //
3		ʔʔ	ʔʔ	/// ///
4		ʔʔʔ	ʔʔʔ	//// //X
5		ʔ ʔʔ	ʔ ʔʔ	///// /X
6		ʔʔʔ	ʔʔʔ	////// //X
7		ʔʔʔʔ	ʔʔʔʔ	
8		ʔʔʔʔʔ	ʔʔʔʔʔ	
9		ʔʔʔʔʔʔ	ʔʔʔʔʔʔ	
10	⌒ — —	ʔ	• ʔ ⌒ —	ʔ
11	—	ʔ	—	
15	—	ʔʔ	—	
16	—	ʔʔʔ	—	
20	ʔ M H N N	0	: 0 3 2 =	3
21		10	12	
30	— N	ʔ0	ʔ0 — =	
70	— N N N	ʔ 0 0 0	• : : :	ʔ 3 3 3
100	ʔ ʔ ʔ ʔ ʔʔ ʔʔ ʔʔ	ʔ	ʔ	ʔʔ
500		ʔ		
1000	ʔ		ʔ	

II.

<i>Bráhmanské číslice na nápisech a mincích.</i>							
	<i>Asoka</i> 3st. př. K.	<i>Násik</i> 1-2. po K.	<i>Šatápa</i> 2-3. st. po K.	<i>Kušana</i> 1-2st. po K.	<i>Népal</i> 5-ssst. po K.		<i>Násik</i> 1-2. po K.
1		—	—	—	—	500	𑀓
2		=	=	= =	=	1000	𑀔
3		≡	≡	≡	≡	2000	𑀕
4	+	𑀖 𑀗 𑀘 𑀙	𑀚 𑀛	𑀜 𑀝		3000	𑀞
5		𑀟 𑀠 𑀡 𑀢		𑀣	𑀤 𑀥 𑀦	7000	𑀧
6	𑀨 𑀩 𑀪	𑀫	𑀬	𑀭 𑀮	𑀯 𑀰	8000	𑀱
7		𑀲	𑀳	𑀴 𑀵	𑀶	70000	𑀷
8		𑀸 𑀹	𑀺	𑀻 𑀼 𑀽			
9		𑀾	𑀿	𑁀 𑁁	𑁂 𑁃		
10		𑁄 𑁅 𑁆 𑁇	𑁈 𑁉 𑁊 𑁋	𑁌 𑁍 𑁎 𑁏	𑁐 𑁑		
20		𑁒	𑁓	𑁔 𑁕	𑁖		
30			𑁗	𑁘 𑁙 𑁚	𑁛		
40		𑁜	𑁝 𑁞	𑁟 𑁠	𑁡		
50	𑁢 𑁣		𑁤	𑁥 𑁦 𑁧			
60			𑁨	𑁩			
70		𑁪	𑁫 𑁬	𑁭 𑁮			
80			𑁯	𑁰 𑁱	𑁲		
90			𑁳	𑁴			
100		𑁵	𑁶		𑁷 𑁸		
200	𑁹 𑁺 𑁻	𑁼	𑁽				

III.

Znaky číselné v *kharotthí* (Tab. II.), pokud se nám dochovaly, obsahují číslice za 1, 4, 10, 20, 100. Ostatní čísla vyznačují se stejným způsobem jako u národů semitských. Zvlášť upozorniti dlužno na znak za 4, který slouží za základní číslici jako Italům znak za 5. (Viz tab. II.)

Bráhmanské číslice (viz tab. III.) jsou v podstatě písmena abecedy až na čísla 1, 2, 3, která se označují čárkami jako v neúplných soustavách. Pro 4—9, 10—90, 10, 1000, užívá se písmen abecedních v témž pořádku jako v arabštině a řečtině. Tato soustava tvoří přechod z úplné soustavy číslicové do neúplné. Čísla 200 a 2000 označují se jednou, čísla 300, a 3000 dvěma čárkami připojenými na pravo k číslicím pro 100 a 1000. Následující sta a tisíce vyjádřeny jsou spojením znaků pro 100 a 1000 s číslicí udávající počet těchto jednotek, tedy způsobem multiplikativním.

Poněvadž číslice naše, tak zvané (ač neprávem) arabské, jsou číslice bráhmanské, zmíníme se o nich poněkud šíře.

Ve spisech indických užívá se znaků bráhmanských výhradně až do století šestého po Kr., odtud pak až do století šestnáctého vyskytují se vedle čísel psaných v soustavě dekadické.

Princip soustavy číselné, aby každá číslice vedle hodnoty vlastní měla i hodnotu místní, jest vynálezem indických astronomů. Objev ten stal se asi počátkem našeho letopočtu a Indové upotřebují ho již ve století šestém na nápisech. Číslic užívá se desíti bráhmanských. Čárky za 1—3 nahrazeny jsou prvními třemi písmeny abecedy *kharotthí*.²⁵⁾

Nejdůležitější číslice pro tuto soustavu číselnou jest 0. Značka tato vyjadřovala původně 10,²⁶⁾ jak ze zchovalých napsů sabejských lze souditi a z bráhmanských snadno odvoditi. Téže značky pro 10 užívali i jižní národové semitští. Násobky desíti mohly zavdati podnět k číselné soustavě, založené na místních hodnotách číslic jako na př. 3A(*εκαδες*). Když pak tato soustava zdomácněla, nabyla značka pro 10 = 0 významu

²⁵⁾ Gundermann.

²⁶⁾ Srovn. tab. III., dle Gundermanna písmě iota!

nully, t. j. označováno jí místo, které neobsahovalo žádných jednotek na tomto místě.

V Evropě trvala dlouho domněnka, že číslice tyto²⁷⁾ jsou původu arabského, ježto u Arabů byly nejprve poznány. Jest se tomu tím více diviti, ježto Arabové sami již ve století jedenáctém připisují číslice tyto Indům. Alsephadi, učenec maursko-španělský, praví, že třemi věcmi Indové prosluli, totiž knihou morálních bajek, způsoby početními a šachem. A jiný spisovatel maurský ve století 13. praví, že způsob nynějšího počítání jest nalezen Indy. Téhož dokazuje učený mnich Planudes ve století 13., později Wallis (*Mathesis universalis*, IX., algebra, cap. III.) a Montukla ve svých dějinách matematiky.

První spis v Evropě o užívání číslic indických k napsání čísel a spolu nauku o počítání vůbec v indické soustavě dekadické vydal začátkem devátého století známý Mohamed ben Mūsā al Hovárezmī s názvem: „O umění početním.“ Avšak teprve po 600 let ve století patnáctém toto psaní čísel v Evropě zevšeobecnělo, a dnes užívá se ho vůbec u všech vzdělaných národů.

Rozšíření číslic indických líčí se takto: Arabský astronom Rihan Muhamed ebn Achmet Alibiruni z Indie přinesl číslice tyto do Arabie. Od Arabů je poznali ve století devátém italští kupci, kteří je přinesli do Evropy.

Dle jiných zpráv španělský učený mnich Gerbert (roku 999 papež Sylvestr II.) poznal tyto číslice u Arabův, a z jeho spisův rozšířily se po ostatní Evropě ve století desátém a jedenáctém.

Z počátku užívalo se číslic těch jen při překládání spisův arabských do jiných jazyků, hlavně do latiny. Zvolna jen dostávaly se z těchto spisů do veřejného života, a i tu užívalo se smíšeně číslic indických, čínských a řeckých.²⁸⁾ První spis latinský o užívání číslic indických vydal Leonardo Pisani r. 1202. Úplného a všeobecného užívání v Evropě dostalo se jim teprve během století patnáctého a šestnáctého. Zavedením těchto číslic učiněn důležitý pokrok v arithmetice.²⁸⁾

²⁷⁾ Příslušné číslovky indické jsou tyto: eka = 1, dvi = 2, tri = 3, čatur = 4, panča = 5, šaš = 6, saptan = 7, aštan = 8, navan = 9, (cifra = 0),

²⁸⁾ Hankel: „Gesch. d. Math.“

<i>Indické číslice.</i>										
<i>Déva-</i> <i>nāgarī.</i>	०	१	२	३	४	५	६	७	८	९
XI ^{sl.}	०	७	२	३	४	५	६	७	८	९
	०	—	१	३	४	५	५	२	७	९
<i>Evropské rukopisy.</i>										
<i>století:</i>										
XI	⊙	1	7	𐌹	𐌺	𐌻	𐌼	𐌽	8	2
XI-XII	⊙	1	7	𐌹	𐌺	𐌻	𐌼	𐌽	8	6
XI	⊙	1	7	𐌹	𐌺	𐌻	𐌼	𐌽	8	9
XII	⊙	3	2	3	2	9	6	1	8	9
XII	○	1	2	3	2	9	6	1	8	9
XII-XIII	○	1	2	4	5	6	7	8	9	9
XI-XIII	○	1	2	3	4	5	6	7	8	9
XIII	○	1	2	3	4	5	6	7	8	9
XIV	⊙	1	2	3	4	5	6	7	8	9
XV	○	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

IV.

	<i>Čínské číslice</i>		
	<i>staré:</i>	<i>nové:</i>	
1	一	1	1
2	二	II	2
3	三	III	3
4	四	Ⅻ	4
5	五	𠄎	5
6	六	上	6
7	七	𠄎	7
8	八	𠄎	8
9	九	文	9
10	十	十	10
100	百	百	100
200	二百	百	200
1000	千	千	1000
10000	萬	万	10000

V.

Pokud se týká tvaru indických číslic nynějších, užívaných národy evropskými, měnil se dle zvyku a sběhlosti toho kterého pisatele, a teprve knihtiskařství ustálilo nynější psaní číslic. V tab. IV. podány jsou různé tvary těchto číslic, počínaje s původním písmem, dévanágarí (městské písmo),²⁹⁾ jak se přetvořovaly v Evropě až do století XV.³⁰⁾

Čínané a jim příbuzní Japonci píšíce v soustavě dekadické užívají číslic, jež velice podobají se tvarem znakům bráhmanským, v nové čínštině pak 1—4 znakům kharotthf. Stará čínština užívá číslic zvláštních pro 1—10, 100, 1000, 10000 až 10^{14} , nemá tedy zvláštních znaků pro sta, tisíce a t. d. Ostatní čísla vyjadřuje spojováním číslic způsobem multiplikativním. Nová čínština jde však ještě dále. Zanechala nejen značek pro desítky, sta, tisíce, ale i pro jednotky, vyjadřujíc 7, 8, 9, základním znakem pro 6. (Viz tab. V.)

Čísla ostatní lid obecný píše způsobem multiplikativním, matematikové čínští pak od století třináctého užívají dekadické soustavy indické.

Že by Čínané kdysi užívali pouze dvou číslic, vlastně jen jedné, jak bylo bájeno a čemuž i Leibnitz věřil, nezdá se býti pravdě podobno. Dle Lucasa³¹⁾ zavedl příčinu k této domněnce spis, jenž nalezen byl v Číně a má jméno Je-Kim neb Je-Kinkg kniha změn. V tomto spise, jehož původcem jest prý císař Fohi,³²⁾ jest obsaženo 64 symbolů, sestavených z delších a kratších čar, jak asi ukazuje první sloupec tabulky na následující stránce.

Leibnitz srovnával tyto znaky se spisem svým o binární soustavě a soudil, že vyjadřují přirozenou řadu čísel v soustavě dvojkové. Znamení čáry přetržené — — — představuje 0, rys pak celý ————— = 1. A skutečně symboly zmíněné daly mu přirozenou řadu čísel psaných v soustavě dvojkové těmito zvláštními značkami.

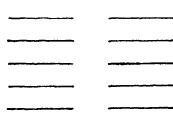
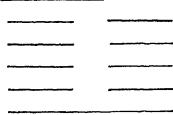
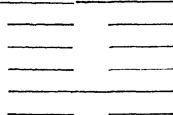
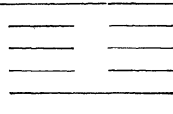
Řekové užívali dvojích číslic. Ve starší době vyskytá se

²⁹⁾ Dr. Zubatý: Ottův slovník XII. str. 583.

³⁰⁾ Dle Gundermanna.

³¹⁾ Lucas: „Recreat. math.“

³²⁾ Viz Ottův slovník: Čína.

	= 000000 = 0
	= 000001 = 1
	= 000010 = 2
	= 000011 = 3

deset základních znaků číselných za číslo 1, 5, 10, 50, 100, 500, 1000, 5000, 10000, 50000, (tab. VI.). Těmito číslicemi pak vyznačují se ostatní čísla způsobem additivním.

Herodian³³⁾ ve spise „περὶ τῶν ἀριθμῶν“ tvrdí, že číslic těchto bylo užíváno již v čase Solonově. Na attických nápisech vyskytují se od pátého století před Kristem až do posledního století př. Kr., v rukopisech pak ještě déle.

Již v šestém století grammatik Priscian³⁴⁾ vykládá značky tyto jako počáteční písmena příslušných číselovek: *I* z homerického *Ιος* místo *μία*; *Π* z *πέντε*; *Δ* z *δέκα*; *Η* z *ἐκατόν* (*H* místo spiritu asper ve slově *ἐκατόν*); *ΙΗ* z *πεντακόσια* t. j. *πεντάκις ἑκατόν*; *X* z *Χίλιοι*; *M* z *Μυρῶναι*. Vedle číslice *M* užívalo se i jiných značek, jak patrně z tab. VI.

Tento výklad jest přijat nyní všeobecně. Jiný výklad, jež podává Gundermann,³⁵⁾ který hledá původ číslic těchto, jako vůbec číslic všech národů v semitské abecedě, jest příliš umělý. Stačí podotknouti, že této soustavy Řekové užívali najisto již

³³⁾ Stephani Thesaurus ed. Didot VIII., appendix p. 345.

³⁴⁾ Grammatici latini III, 406. Keil.

³⁵⁾ Dr. Gotthold Gundermann, die Zahlzeichen.

Řecké číslice:

1.) *starší,*

	⊂	⊙	•	┌	△	▷	≧	⊙	↑
1	1	1	1	5	10	10	10	10	10
└	└	└	└	┌	Η	Η	⊞	Ϟ	Ϟ
50	50	50	50	50	100	—	100	500	500
×	∨	Ϟ	∨	Μ	×	⊞	Ϟ		
1000	1000	5000	5000	10000	—	10000	50000		

2.) *nové.*

A	B	Γ	Δ	E	Ϛ	Z	H	⊖
1	2	3	4	5	6	7	8	9
I	K	Λ	M	N	Ξ	⊙	Π	ϙ
10	20	30	40	50	60	70	80	90
P	Σ	T	Υ	Φ	X	Υ	Ω	Τ
100	200	300	400	500	600	700	800	900

Α Β Β Β Β Β Β Β

1000

2000

Ϛ Ϛ Ϛ Ϛ Ϛ Ϛ Ϛ Ϛ

6

90

Τ Α Α Α

900

VI.

v pátém století př. Kr. vedle číslic abecedních, kdežto Židé, — a u těch hledá Gundermann původ starších číslic řeckých, — užívají písmen abecedních za číslice teprve v druhém století př. Kr. Spíše se zdá, že starší číslice řecké jsou původu aegyptského (aspoň 1, 5, 10, 1000) a psaním přispůsobeny byly řecké abecedě.

V *pozdějších dobách*, snad již od pátého století př. Kr., Řekové užívali za číslice písmen své abecedy, do které vložili některé zastaralé písmeny (digamma za číslo 6, koppa za číslo 90, sampi za číslo 900.) (Viz tab. VI.) Prvních devět čísel značilo čísla 1—9, následujících devět písmen desítky od 10—90, poslední pak sta od 100—900. Tisíce označovaly se písmeny α — θ s připojenou v levo čárkou. Tento způsob psaní číslic souhlasí úplně s tím, jehož užívali Židé a národové semitští vůbec, Syrové, Koptové, Armenové, Irané a Aethiopové. Čísla ostatní psali methodou additivní.

Obyvatelé Italie, *Římané, Umbrové, Oskové* (Osci, Opici) a *Etruskové* měli v podstatě stejné číslice; lišili se pouze směrem psaní. Římané psali od levé strany ku pravé, Umbrové, Oskové a Etruskové od pravé k levé. Užívali celkem sedmi znaků, za 1, 5, 10, 50, 100, 500, 1000.

Římských číslic (tab. VII.) užívalo se dlouho do novověku a užívá se jich dosud k zvláštnímu číslování. Původ jich však není dosud úplně vysvětlen. Tvarem svým odpovídají písmenům římské abecedy, avšak nelze jich z ní odvoditi. Tolik na jisto jest postaveno, že číslice římské nemají původu svého v abecedě římské. Jak tedy vznikly římské číslice?

Výklady o původu římských číslic lze rozlišiti ve dvě skupiny: jeden odvozuje číslice tyto z řecké abecedy, druhý uznává je za znaky původní, za číslice vynalezené neodvisle od abecedy.

První výklad nemá dostatek odůvodnění a mimo Gundermanna nemá také v naší době žádných obhájců.

Staří latinští grammatikové vysvětlovali vznik těchto číslic z geometrických tvarů, jako na př. ze čtverce s oběma úhlopříčkami \boxtimes . K tomuto výkladu podotýká zcela správně M. Cantor:³³⁾ „in so einfach naturgemässer Weise kann man nach-

³³⁾ Mathematische Beiträge zum Kulturleben r. Völker 1865. S. 160.

Italské číslice.

I, II, III; IIII, IIII, IIII; V, Λ; X, +, H, H, H, H
 1 2 3 4 5 10 20 30 40

↓ ↓ ↓ ⊥ L ↑
 50

⊖, ⊗, ✱,)(, ✱, ✱, ✱, ⊗, C.
 100

◁, ▷, D, ⊖, |>, |).
 500

✱, ✱, (x), ✱, ✱, ∞, ∞, ∞, ∞, ⊖, (I), (I), ~, M
 1000

II III X XV L C |X| |XIII| |XXXXX|
 2000 3000 10000 15000 50000 10⁵ 10⁶ 1200000 4000000

h |)) ↓ ⊕ ⊕, ⊕, ⊕, ⊕, ⊕
 5000 10000

h, |))) ↓ ⊕, ⊕, ⊕, ⊕, ⊕
 50000 100000 500000

γ 5 ς, ς, γ, γ 6 ✱ 20 ✱ 40

VII.

trägliches Erklärungen geben; aber so entstehen keine Zahlenzeichen.“

Theodor Mommsen ³⁷⁾ upozornil první na to, že podobnost římských číslic s písmeny římské abecedy jest náhodna aneb úmyslně písáři způsobena, a to tím více, poněvadž podobnosti té není ve starších značkách číselných. Vysvětluje pak dále, že latinské číslice vznikly dříve, než se abeceda ujala v Itálii a že jsou zobrazením roztažených prstů otevřené ruky.

Dle Mommsena čísla I, II, III, IIII značí stejný počet prstů ruky, číslo V roztaženou ruku s vynecháním středních prstů, číslo X obě ruce spojené. Číslice za 50, 100 a 1000 (viz tab. VII.) vznikly z řeckých aspirat X, @ a Φ, jež Římané nepřevzali z původní řecké abecedy a mohli jich tedy jinak upotřebiti.

Tento výklad, jinak velice duchaplný, který lze i odůvodniti zvykem počítati na prsty ruky, má však své slabé stránky a mohl by se o něm dobře pronésti dřív uvedený výrok Cantorův. Že by Římané dříve zobrazováním předmětů naznačovali čísla než hlásky, — a původní abecedy nemají — nepodobá se pravdě. Aspoň by tu Římané stáli ojedinele mezi všemi národy. Měli by dříve obrazné číslice než písmeny.

Spíše přejali Římané číslice tyto hotové od jiného národu dříve, než poznali písmo, anebo vznikly u nich samostatně sice, ale neodvisle od napodobování určitého předmětu. V té věci zcela správně Zangemeister ³⁸⁾ pronáší tyto námitky:

1. Římané museli by vystačiti číslicemi I, V, X, až do doby, kdy přijali řeckou abecedu, která v sedmém století před Kr. v Itálii ve známost byla uvedena Demaratem, otcem Tarquinia Prisca. ³⁹⁾ Okolnost tato jest zajisté velice nápadna.

2. Kdyby užili Římané zmíněných aspirat, byl by dle abecedy pořádek @, Φ, X, nebo Φ, X, @, avšak nikoliv X, @, Φ za 50, 100, 1000.

3. Pro @ = 100 není žádného dokladu, a totéž písmě může značiti také 1000.

³⁷⁾ Die unteritalischen Dialekte. 1850. S. 19., 33.

³⁸⁾ Sitzungsberichte d. Akad. d. Wissensch. zu Berlin 1887. II. Halbband, pag. 1011.

³⁹⁾ Tacitus, Ann. XI., 14. Vydání Karla Nipperdey-a.

4. Etruskové podrželi aspiraty Θ , Φ , X , a přece na jisto užívali číslice $\chi = 50$. V celém výkladu Mommsenově pak pohřešuje Zangemeister jednotného původu těchto číslic.

Zangemeister sám vykládá vznik římských číslic na základě jednotného principu, totiž křížením čárek takto:⁴⁰⁾ K označení jednotky slouží jedna čárka I; dvěma protínajícími se čárkami X, u Etrusků $+$, utvořena byla číslice za 10, právě jako přetržením dvou čárek \times znak pro 20, tří \times za 30 a \times za 40, kteréžto číslice se vyskytují ještě za doby císařské. Polovina značky X dává číslici V u Římanů, \wedge u Etrusků. Přetržením číslice X další čárkou vznikl znak \times aneb \times za 100. Značka $)|$ (na etruských mincích zdá se býti pouze stilistické upravení znaku \times). Číslice \vee za 50 jest buď polovina značky \times ; anebo jest přímo odvozena z $V = 5$ přetržením třetí čárkou. Dvojitým přetržením X na pravé a levé straně vzniklo $\triangleright\triangleleft$, (\times) , ∞ , a p. za 1000, které řeckými písaři přispůsobeno bylo písmenou Φ ve tvaru Φ , (Φ) , (Φ) . Značka M zavedena byla mnohem později.

Rozpojením znaku $\triangleright\triangleleft$ vznikly číslice ∇ , \triangle za 500, kterýmž později dán tvar římského písmene D. Ze znaku $)|$ povstaly pak připojením dalších čárek tvary $)|)$ \equiv 5000, zdvojnásobením $((|)) = 10000$ a $|)) = 50000$, zdvojnásobením $(((|))) = 100000$.

Znak $Q = 500000$ jest asi počáteční písmena číslovky Quingenta milia.

Tento výklad Zangemeistrův zdá se býti přirozenějším než výklad Mommsenův. Byť i nebyly všechny římské číslice odvozeny geometricky, křížením čárek, přece jen lze souditi s velikou pravděpodobností, že stalo se tak u číslic I, V, X po případě i \times . Srovnejme jen číslice starých národů za 1—10, 100. (Tab. VIII.)

Na první pohled jest patrné, že číslici 4 lze zcela přirozeně vyložit jako jednoduché křížení čárek, — (pokud to ovšem není pouhé opakování znaku pro 1) — které má nápadnou podobnost u kmenů časem i místem velice vzdálených.

⁴⁰⁾ Zangemeister, „Entstehung d. röm. Zahlzeichen.“ Berliner Sitzungsberichte 1887. S. 1011—1028.

<i>Číslice:</i>	<i>Římské.</i>	<i>Tharotthi.</i>	<i>Brahmi.</i>	<i>Čínské.</i>	<i>Nobatejské.</i>	<i>Syrské.</i>	<i>Aramejské.</i>	<i>Fénické.</i>	<i>Hieroglyph.</i>	<i>Demotické.</i>
1	I	/	-	1	∖	1	1	1	1	∖
2	II	//	=		∪ //	∪				4
3	III	///	≡		∩ ///	∪∪				4
4	IIII	X	+	×	×	∪∪	I III	I III		4
5	V	IX	5	8	5 ∪ ///	>	III	III		7
6	VI	IX	6	+	∪	∪				5
7	VII		7	±	∪∪	∪	I	I		7
8	VIII	XX	8	≡		∪∪				2
9	IX		3	±	∪∪∪	∪∪				2
10	X	∪	α	+	∪	∪	∪ ∪	∪ ∪	∪ ∪	∪
100	XC	∪∪	∪	∪	∪ ∪	∪	∪ ∪	∪ ∪	∪	∪

Stejně tomu u číslice za 5, kde výminku tvoří číslice bráhmanské, nobatejské a čínské, zejména tato poslední. Čínská značka pro 6 ukazuje se také jen křížením dvou čárek. Znak za 10, čínský, egyptský, římský a etruský mohou vesměs pokládány býti za tvary geometrické, křížení, po případě zaokrouhlení čárek, jež může býti náhodné, písaři způsobené. Ve značce však pro 100 jen u římského \times lze připustiti vznik geometrický.

Uvedeme-li si nyní na paměť, co dříve již řečeno bylo o vývoji čísel, a číselok a přirovnáme k tomu číslice antických národů kulturních, můžeme o vzniku nejstarších číslic pronést tento úsudek.

Nejstarší číslice do 10 jsou většinou původu staršího než abeceda, znaky samostatné, neodvislé od abecedy. Člověk v nejstarších dobách označoval si počet jednotek stejným počtem čárek, vrypy do kamene, vruby do dřeva,⁴¹⁾ jak činí podnes lidé neznalí písma na psací desky. Pokud užíval čísel malých do desíti, patnácti, znázorňoval čísla stejným počtem čárek, v aramejštině až i číslo 15.⁴²⁾

(Pokračování.)

Plášť rotačního kužele seříznutého v parabole.

Podává

Václav Hübner,

professor na Král. Vinohradech.

V ročníku XXXII. Časopisu pro pěstování matematiky a fysiky podal jsem stanovení pláště rotačního kužele seříznutého v ellipse. Aby plocha rotačního kužele seříznuta byla v parabole, musí odchylka ω roviny ϱ od základny kužele rovnati se odchylce α stran kužele od jeho kruhové základny.

Je-li dáno r (poloměr kruhové základny), úsek roviny ϱ

⁴¹⁾ Vrubů místo číslic užívali též Slované: „I cožkoli pili sedláci co vlk na řád nosil, to vše na *vruby* a na roky dával a věřil.“ (Z „Hádání, pravdy a lži“ z r. 1467).

⁴²⁾ Viz Gundermann: „Die Zahlzeichen,“ str. 19.